

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
Departamento de Engenharia de Produção
Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção

Lucas Araújo de Paula

**Um novo modelo para o problema de roteamento de concreto com caminhões
betoneira**

Belo Horizonte
2025

Lucas Araújo de Paula

**Um novo modelo para o problema de roteamento de concreto com caminhões
betoneira**

Versão Final

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia de Produção.

Orientadora: Ricardo Saraiva de Camargo

Belo Horizonte
2025

[Ficha Catalográfica em formato PDF]

A ficha catalográfica será fornecida pela biblioteca. Ela deve estar em formato PDF e deve ser passada como argumento do comando `ppgccufmg` no arquivo principal `.tex`, conforme o exemplo abaixo:

```
\ppgccufmg{  
    ...  
    fichacatalografica={ficha.pdf}  
}
```

[Folha de Aprovação em formato PDF]

A folha de aprovação deve estar em formato PDF e deve ser passada como argumento do comando `ppgccufmg` no arquivo principal `.tex`, conforme o exemplo abaixo:

```
\ppgccufmg{  
    ...  
    folhadeaprovacao={folha.pdf}  
}
```

Dedicuum cest laborae a quelquis personatum que ajudorat a facirelo.

Agradecimentos

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipisicing elit, sed do eiusmod tempor incididunt ut labore et dolore magna aliqua. Ut enim ad minim veniam, quis nostrud exercitation ullamco laboris nisi ut aliquip ex ea commodo consequat. Duis aute irure dolor in reprehenderit in voluptate velit esse cillum dolore eu fugiat nulla pariatur. Excepteur sint occaecat cupidatat non proident, sunt in culpa qui officia deserunt mollit anim id est laborum.

Sed ut perspiciatis unde omnis iste natus error sit voluptatem accusantium doloremque laudantium, totam rem aperiam, eaque ipsa quae ab illo inventore veritatis et quasi architecto beatae vitae dicta sunt explicabo. Nemo enim ipsam voluptatem quia voluptas sit aspernatur aut odit aut fugit, sed quia consequuntur magni dolores eos qui ratione voluptatem sequi nesciunt. Neque porro quisquam est, qui dolorem ipsum quia dolor sit amet, consectetur, adipisci velit, sed quia non numquam eius modi tempora incidunt ut labore et dolore magnam aliquam quaerat voluptatem. Ut enim ad minima veniam, quis nostrum exercitationem ullam corporis suscipit laboriosam, nisi ut aliquid ex ea commodi consequatur? Quis autem vel eum iure reprehenderit qui in ea voluptate velit esse quam nihil molestiae consequatur, vel illum qui dolorem eum fugiat quo voluptas nulla pariatur?

“Truth and lie are opposite things.”
(Unkown)

Resumo

O presente trabalho propõe métodos de resolução para o problema de roteamento e agendamento de veículos para a entrega de concreto pronto com caminhões betoneira num contexto de múltiplas plantas. Fazemos o uso da relaxação Lagrangiana, da programação linear, e de um limite dual natural do problema para encontrar limites inferiores e usamos as heurísticas gulosa (*Greedy*), multi-início (*multi-start*) e um Procedimento de Busca Adaptativa Gulosa, Randômica e Reativa (*Reactive Greedy Randomized Adaptative Search Procedure-RGRASP*) para achar os limites superiores. Para testar o desempenho dos métodos de solução propostos, instâncias de teste foram criadas aleatoriamente representando situações hipotéticas. [COLOCAR O QUE FOI OBTIDO](#)

Palavras-chave: Heurística multi-início. RGRASP. Relaxação Lagrangiana. Sequenciamento e roteamento de caminhões betoneiras. Concreto pronto

Abstract

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipisicing elit, sed do eiusmod tempor incididunt ut labore et dolore magna aliqua. Ut enim ad minim veniam, quis nostrud exercitation ullamco laboris nisi ut aliquip ex ea commodo consequat. Duis aute irure dolor in reprehenderit in voluptate velit esse cillum dolore eu fugiat nulla pariatur. Excepteur sint occaecat cupidatat non proident, sunt in culpa qui officia deserunt mollit anim id est laborum.

Sed ut perspiciatis unde omnis iste natus error sit voluptatem accusantium doloremque laudantium, totam rem aperiam, eaque ipsa quae ab illo inventore veritatis et quasi architecto beatae vitae dicta sunt explicabo. Nemo enim ipsam voluptatem quia voluptas sit aspernatur aut odit aut fugit, sed quia consequuntur magni dolores eos qui ratione voluptatem sequi nesciunt. Neque porro quisquam est, qui dolorem ipsum quia dolor sit amet, consectetur, adipisci velit, sed quia non numquam eius modi tempora incidunt ut labore et dolore magnam aliquam quaerat voluptatem. Ut enim ad minima veniam, quis nostrum exercitationem ullam corporis suscipit laboriosam, nisi ut aliquid ex ea commodi consequatur? Quis autem vel eum iure reprehenderit qui in ea voluptate velit esse quam nihil molestiae consequatur, vel illum qui dolorem eum fugiat quo voluptas nulla pariatur?

Keywords: Math. Computing.

Lista de Figuras

4.1	Instância do problema	22
4.2	Estrutura de Dados	23

Lista de Tabelas

3.1	Lista de Parâmetros	19
3.2	Lista de Variáveis	19

List of Abbreviations and Acronyms

BFS	<i>Breadth-First Search</i>
BOW	<i>Bag of Words</i>
TXT	<i>Text File Format</i>
UFMG	Universidade Federal de Minas Gerais

Sumário

1	Introdução	13
2	Revisão de Literatura	15
3	Notações, definição e formulação	18
4	Resultados	22

Capítulo 1

Introdução

Como um indicador geral do desenvolvimento da sociedade, o Produto Interno Bruto (PIB) provê informações que estão intimamente relacionadas ao bem-estar dos países [?]. A tendência internacional é que o PIB cresça ao longo dos anos [?]. Como um dos setores que mais influenciam no PIB, a Indústria de Construção Civil (ICC) assume, em média, 13% do PIB mundial [? ?]. No mundo, o desempenho da ICC mantém, em geral, um alto nível de correlação com o consumo de cimento [?]. No Brasil, a participação da ICC no PIB nacional é de 3,2% [?].

Apesar de imensa e de grande relevância internacional, a indústria cimenteira lida com inúmeros desafios no que tange a velocidade de entrega, o atendimento de grandes demandas, a garantia de qualidade e o desperdício. Acompanhando a tendência de crescimento do PIB internacional, estes desafios também estão propensos a crescer e se tornar cada vez mais relevantes, principalmente quando considerados fatores como o esgotamento dos recursos naturais e a sustentabilidade, dado que o consumo de cimento está também fortemente vinculado ao alto nível de consumo de água e a alta emissão de CO_2 [?].

Minimizar o desperdício é essencial para mitigar os impactos sociais e ambientais advindos do consumo de cimento. O presente projeto se concentra no desenvolvimento de estratégias para aumentar a eficiência na ICC. Especificamente, aborda desafios relacionados com a entrega de concreto, um componente crítico em projetos de construção, descrito por [?]. Ao otimizar os processos de entrega de concreto, visamos ter um aumento no nível de serviço, redução da emissão de CO_2 e uma racionalização das operações logísticas de uma empresa cimenteira.

O problema de entrega com caminhões betoneira é um componente essencial da ICC e envolve a distribuição de concreto pronto a um conjunto de clientes com demandas específicas. Esse atendimento é realizado por meio de múltiplas plantas produtoras, respeitando restrições de recursos, como a quantidade de veículos disponíveis, a capacidade de produção das plantas e as janelas de horário de recebimento dos clientes. O uso de diversas plantas justifica-se pela natureza perecível do concreto, visando a otimização do tempo de atendimento e a garantia de qualidade do produto entregue.

O presente trabalho utiliza a pesquisa de [?] como referência, com o intuito de fazer implementar sua formulação matemática do problema de roteamento periódico de

veículos multi-plantas com datas de vencimento e janelas de tempo e sua pesquisa adaptativa aleatória gananciosa reativa. O uso é feito adotando simplificações do problema, que serão discutidas nos capítulos seguintes. Posteriormente, serão analisados os limites inferiores do modelo matemático através das Relaxações Lagrangiana e Linear e também serão feitas análises comparativas aprimoramentos e novas abordagens para o encontro dos limites superiores através de heurísticas.

Como objetivos específicos, propomos a implementação de uma heurística multi-início para abordar o problema de entrega de concreto pronto. Espera-se que, em média, essa heurística forneça soluções próximas da otimalidade, com a qualidade dos resultados confirmada tanto por modelagem matemática e/ou pela análise de limites inferiores. A heurística proposta visa superar os métodos atualmente disponíveis na literatura, oferecendo melhores resultados em termos de qualidade das soluções e tempo de execução. Dessa forma, a abordagem proposta poderá contribuir para uma solução mais eficaz e de menor custo computacional, mantendo a acurácia necessária para aplicações práticas.

Como objetivos gerais, buscamos desenvolver métodos para determinação de limites superiores e inferiores das soluções, com o intuito de aprofundar o entendimento teórico do problema e fornecer uma abordagem didática e acessível. Para os limites superiores, propomos o uso da heurística gananciosa, do Procedimento de Busca Adaptativa Gulosa, Randômica e Reativa (*Reactive GRASP - RGRASP*) e da heurística multi-início. Para os limites inferiores, utilizaremos relaxações linear e lagrangiana, além de um dual natural do problema. Com essa combinação de métodos, esperamos validar rigorosamente os resultados, garantindo que estejam bem fundamentados e possam contribuir de maneira significativa para o avanço do conhecimento na área.

quais a suas contribuições

O presente trabalho está organizada em sete capítulos. A Introdução apresenta o problema, os objetivos e a estrutura do trabalho. Em Revisão de Literatura, exploramos estudos e metodologias relacionadas, situando o trabalho no contexto acadêmico. O capítulo de Notações, Definição e Formulação formaliza o problema matematicamente e introduz as notações utilizadas. No capítulo de Instâncias, descrevemos os dados e justificamos a escolha dos cenários para validação. Em Metodologias de Resolução, detalhamos a Relaxação Lagrangiana e a heurística Multi-Start, abordagens empregadas para otimizar a solução. No capítulo de Resultados, apresentamos e analisamos os resultados obtidos com os métodos propostos, e, por fim, em Conclusão, sintetizamos as contribuições e sugerimos direções para estudos futuros.

Capítulo 2

Revisão de Literatura

O problema da entrega de concreto (concrete delivery problem - CDP) pode ser considerado uma variação do roteamento de veículos ou *vehicle routing problem* (VRP). Suas principais diferenças são o fato do CDP ser multi-plantas e multi-viagem, onde cada veículo realiza apenas uma entrega por viagem, retornando à planta de origem, o que implica que um mesmo cliente possa ser visitado várias vezes por veículos diferentes até o atendimento total da demanda. Em função da natureza do concreto pronto, janelas de tempo de entrega devem ser respeitadas para que não se inviabilizem uma obra da ICC.

[citar duas revisões recentes de VRP e MULTI TRIP VRP](#)

Na revisão de literatura, é dada ênfase nos métodos de solução utilizados pelos autores e nas características das instâncias, a fim de ressaltar a novidade da solução apresentada no presente trabalho e a diferença de complexidade das instâncias comuns na literatura para com a aqui adotada.

Foram analisados 13 trabalhos que atuam diretamente na solução do CDP, dos quais 11 fizeram o uso de dados providos de aplicações reais, sem fornecer as instâncias para reprodução, e apenas [?] e [?] deixam claro como os dados foram gerados. Além dos trabalhos que buscam resolver o problema, [?] disponibilizam conjunto de dados com 263 instâncias do CDP para acesso público, porém armazenam os dados com extensões lidas por softwares comerciais, o que dificulta o acesso.

Todos os artigos utilizados como referência fazem uso de um modelo, seja para validar os resultados das heurísticas, seja para resolver o problema no qual o modelo foi aplicado. Nota-se que, nas instâncias dos trabalhos nos quais não há a presença de heurísticas, há apenas uma planta, o que possibilita uma redução considerável da complexidade do problema e facilita sua resolução com resolvedores.

[?] apresentam um modelo de programação inteira que maximiza o valor ponderado dos pedidos atendidos e consideram um caso especial do problema que pode ser resolvido em tempo polinomial por um algoritmo de fluxo de custo mínimo. Eles adotam em seu artigo a frota homogênea com quantidade de veículos variando entre 2 e 4, quantidade de clientes variando entre 20 e 70 com demanda sendo de apenas uma viagem para cada e com testes para 2 e 3 plantas.

[?] desenvolvem um modelo baseado em fluxo de rede. Suas instâncias consideram

frotas heterogêneas dão abertura para que durante a execução sejam determinadas a demanda, o tamanho da frota, a capacidade e outras informações. Dessa forma, o leitor não tem acesso a essas informações sobre o problema.

[?]] desenvolvem um modelo do problema e propõem uma abordagem meta-heurística baseada em um algoritmo genético híbrido combinado com heurísticas construtivas. Tomando uma instância real como referência geram instâncias aleatórias com o mesmo tamanho de frota, com 49 veículos, clientes, com 71, e viagens distribuídas entre esses clientes, com 258, considerando apenas uma planta e frota homogênea.

[?]] desenvolvem um modelo e, para casos reais, um método de solução. Trabalham com instâncias com 4 ou 5 clientes, apenas uma planta, frota homogênea, viagens na faixa de 97 a 114 viagens por dia e um valor fixo de 45 veículos.

[?]] formulam um modelo geral do problema e geram um modelo de fluxo de rede que origina o modelo de programação inteira mista. Posteriormente adotam uma busca local. Suas instâncias contam com seis grupos de frotas, nas quais as plantas variam entre 7 e 16 unidades, a quantidade de veículos disponíveis assume valores entre 74 e 162, são considerados de 22 a 511 clientes com demanda média de 2449,82 m³ de concreto por cliente, resultando em instâncias com a quantidade de viagens por dia entre de 87 a 1071.

[?]] criam um modelo e o utilizam junto à heurística VNS para resolver o problema de forma híbrida. Segundo os autores, as abordagens seguem um esquema de local branch. Os autores fazem o uso de dados de uma companhia real, companhia essa que conta com 31 veículos capazes de transportar concreto, uma quantidade de clientes que varia 13 a 76 por dia com uma média de 42,9 clientes por dia e uma demanda de concreto por cliente variando de 1 a 133 m³, com média de 514,39 m³ por dia.

[?]] formulam as operações de despacho de caminhões de concreto (RMC) como um problema de job shop com recirculação, que inclui janelas de tempo e postergação de demanda para o dia seguinte em um modelo de programação multiobjetivo. Suas instâncias consideram 27 caminhões, de 10 a 12 clientes, apenas uma planta e um total de 66 a 156 viagens por dia.

[?]] desenvolvem um modelo de fluxo de rede e um método de solução que incorpora uma técnica de decomposição com o solver. O trabalho possui informações referentes à quantidade de veículos, de 80 a 160 unidades, e de plantas, com 4 unidades, porém deixa a faixa de demanda e a quantidade de clientes ser determinado pelo usuário e não apresenta os valores no trabalho.

[?]] reconhecem que a falta de dados de referência disponíveis publicamente inibe uma comparação mútua das abordagens do problema em enfoque. Suas abordagens incluem algoritmos exatos e heurísticos. Apresentam um Modelo de Programação Inteira Mista (MIP) e um modelo de Programação de Restrições. Fazem uso das heurísticas "Steepest Descent and best fit" e "Fix-and-optimize heuristic". O trabalho considera de 2 a 20 caminhões, de 10 a 50 clientes, de 1 a 4 plantas e de 2 a 15 viagens por cliente. Os

dados das instâncias são disponibilizados para reprodução do trabalho.

[?] fazem o uso de um método baseado em fluxo de rede e utilizam um algoritmo genético para solução heurística. Em um trabalho posterior, [?] fazem uso de um modelo de rede de tempo-espço, que combina produção de RMC e despacho de veículos e criam um algoritmo personalizado para resolução do problema. Ambos os trabalhos consideram uma instância com mesmas características, composta por 8 veículos, 7 clientes e uma única planta, com demanda total de 250m³. São os únicos trabalhos estudados que consideram o uso de caminhões bomba na solução desenvolvida. Os caminhões bomba são utilizados quando o caminhão betoneira não possui a bomba, responsável por fazer a planta do concreto no destino, integrada. O fato de contarem com apenas uma planta contribui para a concentração na programação da entrega de bombas e caminhões.

[?] utilizam o modelo de outro autor e fazem uso de heurísticas de Algoritmo Genético Robusto e Algoritmo Genético Sequencial. Utilizam apenas quatro instâncias com dados reais. Não esclarecem a quantidade de caminhões e clientes, mas estabelecem 4 plantas com uma demanda total de 63 a 197 viagens por dia.

Um dos trabalhos analisados de publicação mais recente é o de [?]. Seu trabalho foi escolhido para ser a principal referência pela facilidade didática do modelo, pela quantidade de citações obtidas desde a sua publicação e por terem sido encontrados potenciais avanços frente aos métodos e resultados. O trabalho de [?], conta com instâncias com uma faixa de 25 a 150 clientes, 45 a 300 veículos e de 3 a 5 plantas. Assim como muitos dos que pautam esse artigo, não possui uma descrição completadas instâncias e não descreve informações como como faixa ou média de capacidade dos veículos, capacidade das plantas e, principalmente, quantidade de demanda média por cliente.

Os trabalhos supracitados são os que foram identificados como de maiores alinhamentos metodológicos com o presente, por adotarem modelos matemáticos e métodos de aprimoramento da solução seja com heurísticas ou integração destes com modelos matemáticos. Para um melhor entendimento dos problemas correlatos ao CDP, sugerimos o leitor interessado o trabalho de [?] que fazem uma revisão sistemática com uma maior gama de autores e metodologias, mapeando também soluções que se baseiam em simulações e aprendizado de máquina.

Capítulo 3

Notações, definição e formulação

O problema de roteamento de caminhões betoneira consiste em atender um conjunto de clientes que precisam receber uma quantidade específica de concreto em suas instalações. O transporte é realizado por caminhões com capacidade definida, respeitando janelas de tempo para início e término do descarregamento. Todas as entregas devem ocorrer dentro de um horizonte de planejamento.

O concreto é fornecido por um conjunto de plantas, que podem ter capacidade de produção limitada ou não. A frota pode ser homogênea ou heterogênea, e a alocação inicial dos caminhões varia conforme a abordagem adotada: eles podem iniciar e encerrar o dia em um estacionamento central, partir e retornar ao estacionamento ao fim do dia, ou podem ser distribuídos dinamicamente, de forma que o modelo determina onde o veículo iniciará, ignorando o tempo de alocação dos veículos as plantas.

Durante o período de execução, os veículos podem ficar atrelados de maneira fixa às plantas, ou podem ser redistribuídos entre as plantas durante o período de operação, conforme necessário.

Cada caminhão atende apenas um cliente por viagem e pode realizar múltiplas viagens ao longo do dia, respeitando sua capacidade de carga e os tempos de deslocamento entre plantas e canteiros de obras. Um cliente pode receber mais de uma viagem.

O problema abordado nesta dissertação é uma variação do problema de entrega de concreto, já demonstrado como NP-completo por [?]. Como a formulação presente no artigo presente mantém as mesmas características estruturais e instâncias do problema de [?], ele continua pertencendo à classe de problemas NP-completos.

A seguir temos a descrição de todas as variáveis e parâmetros utilizados no modelo, seguidos pelo modelo.

Índices e Conjuntos

- $i \in I$: Usinas (plantas)

Parâmetro	Descrição
I	Conjunto de plantas, $I = \{1, \dots, n_i\}$
J	Conjunto de clientes, $J = \{1, \dots, n_j\}$
K	Conjunto de veículos disponíveis, $K = \{1, \dots, n_k\}$
L_j	Conjunto de viagens possíveis para o cliente j , $L_j = \{1, \dots, n_{L_j}\}$
c_{ij}	custo do atendimento do cliente $j \in J$ pela planta $i \in I$
q	capacidade e tempo que os veículos levam para descarregar
d_j	demanda total do cliente j
t_{ij}	tempo que qualquer caminhão demora para ir da planta i ao cliente j
t_{ji}	tempo que qualquer caminhão demora para ir do cliente j à planta i
a_j	início da janela de entrega do cliente j
b_j	fim da janela de entrega do cliente j
T	horizonte de tempo de um dia de trabalho

Tabela 3.1: Lista de Parâmetros

Variáveis	Descrição
$x_{ijlr} \in \{0, 1\}$	variável binária que, quando ativa, indica que o veículo $k \in K$, em sua l -ésima viagem $l \in L_k$, sai da planta $i \in I$ para o cliente $j \in J$
u_{ik}	variável binária que, quando ativa, indica que o veículo k está atribuído à planta i
$s_{kl} \geq 0$	momento de início da l -ésima viagem do veículo k

Tabela 3.2: Lista de Variáveis

- $j \in J$: Clientes
- $l \in L_j$: Viagens do cliente j
- $r \in T$: Instantes de tempo discretizados

Variáveis de Decisão

- $x_{i,j,l,r} \in \{0, 1\}$, 1 se um caminhão atende a viagem l do cliente j
da planta i terminando no tempo r , 0 caso contrário
- $y_{i,j,l,r} \in \{0, 1\}$, 1 se um caminhão retorna da viagem l do cliente j
da planta i no tempo r , 0 caso contrário
- $z_i \in \mathbb{Z}_+$, Número de caminhões que iniciam na planta i

Função Objetivo

$$\max \sum_{i,j,l,r} x_{i,j,l,r} \cdot d_{j,l} \quad (3.1)$$

Restrições

Cada viagem do cliente é atendida no máximo uma vez:

$$\sum_{i,r} x_{i,j,l,r} \leq 1, \quad \forall j \in J, \forall l \in L_j \quad (3.2)$$

Restrições de intervalo de tempo entre viagens:

$$\sum_{i,r} r x_{i,j,l+1,r} - \sum_{i,r} (r + T_{unload}) x_{i,j,l,r} \geq 0, \quad \forall j \in J, \forall l \in L_j \quad (3.3)$$

$$\sum_{i,r} r x_{i,j,l+1,r} - \sum_{i,r} (r + T_{unload}) x_{i,j,l,r} \leq 5, \quad \forall j \in J, \forall l \in L_j \quad (3.4)$$

A execução das viagens deve ser sequencial:

$$\sum_{i,r} x_{i,j,l+1,r} = \sum_{i,r} x_{i,j,l,r}, \quad \forall j \in J, \forall l \in L_j \quad (3.5)$$

As viagens devem terminar dentro do horizonte de tempo:

$$\sum_{i,r} (r + t_{i,j} + T_{unload} + d_i) y_{i,j,l,r} \leq T, \quad \forall j \in J, \forall l \in L_j \quad (3.6)$$

Janela de tempo de descarregamento:

$$\sum_{i,r} (b_j - r - T_{unload}) x_{i,j,l,r} \geq 0, \quad \forall j \in J, \forall l \in L_j \quad (3.7)$$

$$\sum_{i,r} (r - a_j) x_{i,j,l,r} \geq 0, \quad \forall j \in J, \forall l \in L_j \quad (3.8)$$

Limitação da frota disponível:

$$\sum_{i,j,l,r | r \geq rr \geq r - t_{i,j}} x_{i,j,l,r} + \sum_{i,j,l,r | r < rr \leq r + t_{i,j} + T_{unload}} y_{i,j,l,r} \leq K, \quad \forall rr \in T \quad (3.9)$$

Viagem de ida e volta devem ser consistentes:

$$\sum_{i,r} r x_{i,j,l,r} = \sum_{i,r} r y_{i,j,l,r}, \quad \forall j \in J, \forall l \in L_j \quad (3.10)$$

Disponibilidade inicial dos veículos nas plantas:

$$\sum_{j,l,r|r+t_{i,j}+T_{unload}\leq rr} y_{i,j,l,r} + z_i - \sum_{j,l,r|r-t_{i,j}<rr} x_{i,j,l,r} \geq 0, \quad \forall i \in I, \forall rr \in T \quad (3.11)$$

Limite da frota total:

$$\sum_i z_i \leq K \quad (3.12)$$

Capítulo 4

Resultados

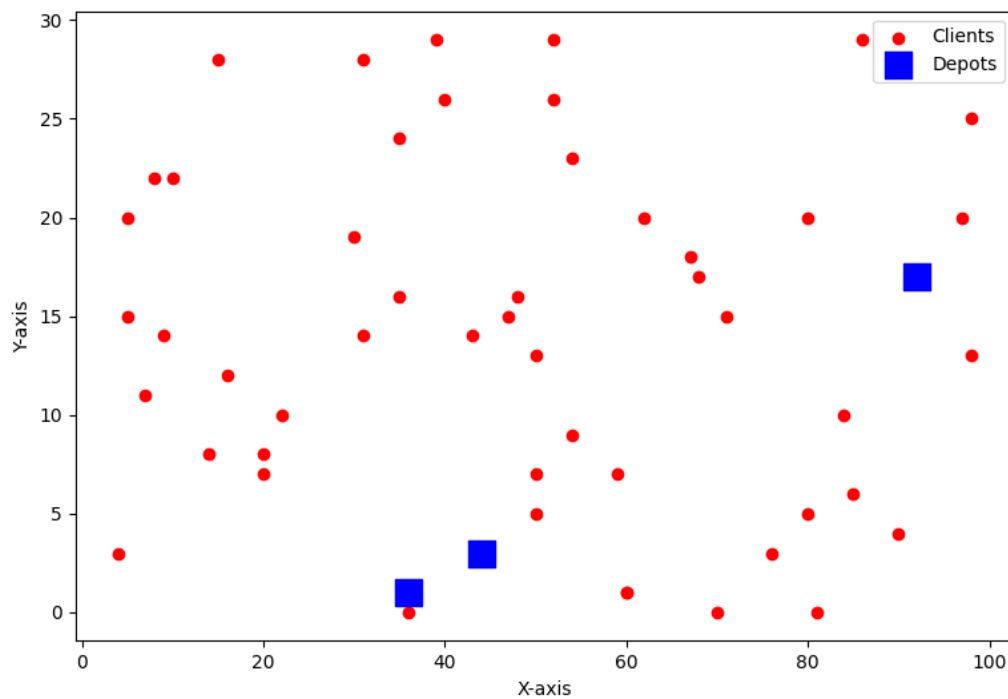


Figura 4.1: Instância do problema

Estrutura de dados

A principal estrutura de dados utilizada nas heurísticas e nos modelos é dedicada à representação das plantas, onde podemos acessar em cada instante as viagens que são realizadas. Mais profundamente, corresponde a um vetor de tamanho igual ao horizonte de tempo, onde cada posição desse vetor armazenará as viagens que ocorrerão em cada um dos seus instantes. Por exemplo, caso a viagem 3 seja executada no período de 10 a 20, adicionaremos o valor 3 nas posições [10,20) do vetor. A quantidade de viagens em cada instante representa a quantidade mínima de veículos utilizadas por essa planta

nesse instante. A maior quantidade de viagens simultâneas representará a quantidade de veículos utilizados pela planta. Na imagem abaixo, vemos uma representação dessa estrutura de dados utilizada.

Horizonte de tempo	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
Cliente 1, viagem 2											1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2
Cliente 1, viagem 1									1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1
Cliente 1, viagem 0									1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
Cliente 0, viagem 2			0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
Cliente 0, viagem 1		0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
Cliente 0, viagem 0		0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Total de viagens simultaneas	1	2	3	3	3	3	3	3	4	5	5	5	4	3	3	3	3	3	3	3	2	1	1	0	0

Figura 4.2: Estrutura de Dados

No exemplo da figura acima, temos a atribuição das viagens de dois clientes a uma planta. A janela de tempo para entrega é de duas unidades de tempo e estão com bordas nos instantes cuja entregas são permitidas. As viagens do cliente 0 custam 4 unidades de tempo para a ida e 4 unidades de tempo para a volta, enquanto as viagens do cliente 1 custam 6 unidades de tempo em cada sentido. Os instantes em azul indicam o momento das entregas. Nesse exemplo, a viagem 2 do cliente 1 foi executada no último instante da janela de tempo, fazendo assim com que a quantidade de viagens simultâneas no instante 10 não chegasse a seis, fazendo com que a necessidade de veículos nessa planta não superasse 5 em nenhum instante.