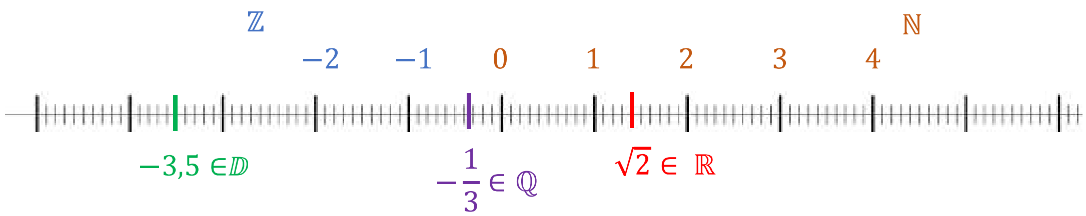
II NOTION D'INTERVALLES

A. DROITE DES RÉELS

On considère une droite graduée munie d'une origine O.
L'ensemble des abscisses des points de cette droite est appelé l'ensemble des nombres réels.

PROPRIÉTÉ (admise)

Tout nombre réel est représenté par l'abscisse d'un point sur la droite numérique.



B. INTERVALES & INÉGALITÉS

DÉFINITION

Soit a et b deux nombres réels tels que $a < b$.
On appelle intervalle $I =]a\,;b[$ l'ensemble des réels x tels que $a < x < b$.
On appelle intervalle $I = [a\,;b]$ l'ensemble des réels x tels que $a \leq x \leq b$.

On note $]a; +\infty[$ l'ensemble des nombres réels x tels que .
On note l'ensemble des nombres réels x tels que $x < b$.

Vocabulaire

- Les intervalles fermés sont dits bornés.
- a est la borne inférieure, tandis que b est la borne supérieure de l'intervalle.
- On dit qu'un crochet est ouvert lorsqu'il ne regarde pas sa borne. Cela signifie que cette borne ne fait pas partie de l'intervalle. Autrement dit, cette borne n'est pas une valeur possible pour notre nombre.
- Le symbole $+\infty$ se lit « plus l'infini » et le symbole $-\infty$ se lit « moins l'infini ».

On définit de la même façon les intervalles semi-ouverts $[a\,;b[$ et $]a\,;b]$, ainsi que $]-\infty; b]$ et $[a\,;+\infty[$

Remarques

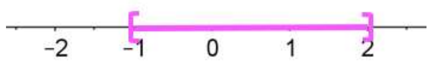
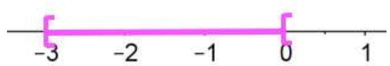
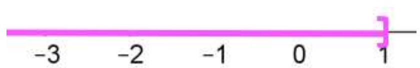
- Pour $-\infty$ et $+\infty$, le crochet est toujours ouvert car, par définition, l'infini n'est pas « atteignable ».
- $\mathbb{R} =]-\infty\,;\,+\infty[$

- $\mathbb{R}^* = \mathbb{R} \setminus \{0\} =]-\infty\,;\,0[\,\cup\,]0\,;\,+\infty[$
- $\mathbb{R}^+ = [0\,;\,+\infty[$
- $\mathbb{R}^- =$

Exemples : Déterminer l'appartenance d'un nombre réel à un intervalle

- 2 appartient-il à l'intervalle $I =]2\,;10]$? Non car le crochet est ouvert, donc 2 ne fait pas partie de l'intervalle I.
- $-14\,529 \in J =]-\infty\,;\,-356]$

Quelques exemples :

INTERVALLE	REPRÉSENTATION	INÉGALITÉ	SIGNIFICATION
$[\mathbf{-1}\,;\mathbf{2}]$		$-1 \leq x \leq 2$	Tous les nombres compris entre -1 et 2 inclus
$]-\mathbf{2}\,;\mathbf{2}[$		$-2 < x < 2$	Tous les nombres compris entre -2 et 2 exclus
$]-\mathbf{4}\,;\mathbf{0}]$			Tous les nombres compris entre -4 exclus et 0 inclus.
		$-3 \leq x < 0$	Tous les nombres compris entre -4 inclus et 0 exclus.
$]-\infty\,;\mathbf{1}]$		$x \leq 1$	
		$x \geq 0{,}5$	Tous les nombres supérieurs ou égal à $0{,}5$.

C. ENCADREMENT DÉCIMAL D'UN RÉEL

DÉFINITION

Encadrer un nombre réel x consiste à trouver deux nombres décimaux a et b tels que :

$$a < x < b$$

On dit que $a < x < b$ est un encadrement de x à 10^n près si l'amplitude $b - a = 10^{-n}$.