

CORRIGÉ

EXERCICE 1 (CORRIGÉ)

a) $\frac{28}{21} = \frac{4}{3}$ $\frac{20}{56} = \frac{10}{28} = \frac{5}{14}$

c) $\frac{350}{1400} = \frac{35}{140} = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$

d) $\frac{51}{17} = \frac{3}{1} = 3$

EXERCICE 2 (CORRIGÉ)

1) $\frac{60}{20} = \frac{6}{2} = \frac{3}{1}$

2) $\frac{18}{42} = \frac{9}{21} = \frac{3}{7}$

3) $\frac{60}{36} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$

4) $\frac{24}{6} = \frac{12}{3} = \frac{4}{1}$

EXERCICE 3 (CORRIGÉ)

a) $\frac{9}{12} = \frac{3 \times \cancel{3}}{4 \times \cancel{3}} = \frac{3}{4}$

b) $\frac{25}{45} = \frac{\cancel{5} \times 5}{\cancel{5} \times 9} = \frac{5}{9}$

c) $\frac{27}{36} = \frac{3 \times \cancel{3} \times \cancel{3}}{\cancel{3} \times \cancel{3} \times 4} = \frac{3}{4}$

d) $\frac{36}{30} = \frac{4 \times 9}{5 \times 6} = \frac{2 \times \cancel{2} \times \cancel{3} \times 3}{5 \times \cancel{2} \times \cancel{3}} = \frac{2 \times 3}{5} = \frac{6}{5}$

e) $\frac{30}{54} = \frac{6 \times 5}{2 \times 27} = \frac{\cancel{2} \times 3 \times 5}{\cancel{2} \times 27} = \frac{\cancel{3} \times 5}{\cancel{3} \times 9} = \frac{5}{9}$

f) $\frac{55}{33} = \frac{5 \times \cancel{11}}{3 \times \cancel{11}} = \frac{5}{3}$

g) $\frac{16}{36} = \frac{\cancel{4} \times 4}{\cancel{4} \times 9} = \frac{4}{9}$

h) $\frac{30}{120} = \frac{3 \times \cancel{10}}{12 \times \cancel{10}} = \frac{3}{12} = \frac{\cancel{3} \times 1}{\cancel{3} \times 4} = \frac{1}{4}$

EXERCICE 4 (CORRIGÉ)

a) $\frac{7}{5} \times \frac{6}{5} = \frac{7 \times 6}{5 \times 5} = \frac{42}{25}$

b) $\frac{6}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{3}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{3 \times 2}{2 \times 3} = \frac{6}{6} = 1$

c) $5 \times \frac{9}{65} = \frac{\cancel{5} \times 1}{1} \times \frac{9}{\cancel{5} \times 13} = \frac{1}{1} \times \frac{9}{13} = \frac{9}{13}$

d) $\frac{32}{40} \times 120 = \frac{\cancel{4} \times 8}{\cancel{4} \times 10} \times \frac{120}{1} = \frac{8 \times 120}{10 \times 1}$

d) $= \frac{8 \times 12 \times \cancel{10}}{\cancel{10} \times 1} = \frac{8 \times 12}{1} = 8 \times 12 = 96$

EXERCICE 5 (CORRIGÉ)

a) $\frac{2}{3} + \frac{5}{3} = \frac{2+5}{3} = \frac{7}{3}$

b) $\frac{29}{15} - \frac{7}{5} = \frac{29}{15} - \frac{7 \times 3}{5 \times 3} = \frac{29}{15} - \frac{21}{15} = \frac{29-21}{15}$

b) $= \frac{8}{15}$

c) $\frac{7}{2} + \frac{1}{8} = \frac{7 \times 4}{2 \times 4} + \frac{1}{8} = \frac{28}{8} + \frac{1}{8} = \frac{28+1}{8} = \frac{29}{8}$

d) $\frac{12}{9} + \frac{1}{3} = \frac{4}{3} + \frac{1}{3} = \frac{5}{3}$

e) $5 - \frac{13}{4} = \frac{5}{1} - \frac{13}{4} = \frac{5 \times 4}{1 \times 4} - \frac{13}{4} = \frac{20}{4} - \frac{13}{4}$

e) $= \frac{20-13}{4} = \frac{7}{4}$

f) $\frac{12}{3} - \frac{3}{12} = \frac{4}{1} - \frac{1}{4} = \frac{4 \times 4}{1 \times 4} - \frac{1}{4} = \frac{16}{4} - \frac{1}{4} = \frac{15}{4}$

EXERCICE 6 (CORRIGÉ)

a) $\frac{7}{5} + \frac{5}{3} = \frac{7 \times 3 + 5 \times 5}{5 \times 3} = \frac{21+25}{15} = \frac{46}{15}$

b) $\frac{3}{4} + 2 = \frac{3}{4} + \frac{8}{4} = \frac{11}{4}$

c) $\frac{4}{7} + \frac{1}{14} = \frac{8}{14} + \frac{1}{14} = \frac{9}{14}$

d) $\frac{12}{5} - \frac{7}{5} = \frac{12-7}{5} = \frac{5}{5} = 1$

e) $\frac{24}{7} - 3 = \frac{24}{7} - \frac{21}{7} = \frac{3}{7}$

f) $\frac{5}{12} - \frac{1}{3} = \frac{5}{12} - \frac{4}{12} = \frac{1}{12}$

EXERCICE 7 (CORRIGÉ)

a) $\frac{5}{7} + \frac{2}{21} = \frac{15}{21} + \frac{2}{21} = \frac{17}{21}$

b) $\frac{14}{25} \times \frac{10}{11} = \frac{14 \times 10}{25 \times 11} = \frac{140}{275} = \frac{\cancel{5} \times 28}{\cancel{5} \times 55} = \frac{28}{55}$

c) $\frac{3}{16} + \frac{5}{4} = \frac{3}{16} + \frac{5 \times 4}{4 \times 4} = \frac{3}{16} + \frac{20}{16} = \frac{23}{16}$

d) $\frac{1}{9} \times \frac{81}{2} = \frac{1}{\cancel{9}} \times \frac{\cancel{9} \times 9}{2} = \frac{9}{2}$

e) $\frac{9}{3} - \frac{5}{4} = \frac{3}{1} - \frac{5}{4} = \frac{3 \times 4}{1 \times 4} - \frac{5}{4} = \frac{12}{4} - \frac{5}{4} = \frac{7}{4}$

f) $\frac{1}{4} - \frac{1}{3} = \frac{3 \times 1 - 4 \times 1}{4 \times 3} = \frac{-1}{12} = -\frac{1}{12}$

EXERCICE 8 (CORRIGÉ)

a) $\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{6}\right) \times \frac{5}{2} = \left(\frac{2}{6} - \frac{1}{6}\right) \times \frac{5}{2} = \left(\frac{1}{6}\right) \times \frac{5}{2} = \frac{1}{6} \times \frac{5}{2}$
 $= \frac{5}{12}$

b) $\left(4 - \frac{2}{3} \times \frac{3}{2}\right) \times \frac{4}{3} = \left(4 - \frac{6}{6}\right) \times \frac{4}{3} = (4-1) \times \frac{4}{3}$
 $= \cancel{3} \times \frac{4}{\cancel{3}} = 4$

c) $\left(\frac{4}{5} - \frac{1}{10}\right) \times 3 = \left(\frac{8}{10} - \frac{1}{10}\right) \times 3 = \frac{7}{10} \times 3$
 $= \frac{21}{10}$

EXERCICE 9 (CORRIGÉ)

a) $\frac{8 \times 9}{12} + \frac{12}{8 \times 9} = \frac{\cancel{4} \times 2 \times \cancel{3} \times 3}{3 \times \cancel{4}} + \frac{3 \times 4}{4 \times 2 \times 3 \times 3}$
 $= 6 + \frac{1}{6} = \frac{36}{6} + \frac{1}{6} = \frac{37}{6}$

b) $\frac{6 \times 6}{4 \times 3} - \frac{64-51}{8+4} = \frac{36}{12} - \frac{13}{12} = \frac{36-13}{12} = \frac{23}{12}$

EXERCICE 10 (CORRIGÉ)

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad 3 + \frac{-2}{3} \times \frac{3}{-4} \times \frac{4}{5} \times \frac{5}{-6} \\ = 3 + \frac{-2 \times \cancel{3} \times 4 \times \cancel{5}}{\cancel{3} \times (-4) \times \cancel{5} \times (-6)} = 3 + \frac{-2 \times 4}{-4 \times (-6)} \\ = 3 + \frac{-2 \times \cancel{4}}{\cancel{4} \times 6} = 3 - \frac{1}{3} = \frac{8}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad \frac{-4}{9} \times \frac{27}{12} + \frac{16}{8} \times \frac{-5}{4} &= \left(\frac{-4}{3 \times 3} \times \frac{3 \times 9}{3 \times 4} \right) + \\ \left(2 \times \frac{-5}{2 \times 2} \right) &= \left(\frac{-\cancel{4}}{\cancel{3} \times 3} \times \frac{3 \times \cancel{9}}{3 \times \cancel{4}} \right) + \left(\cancel{2} \times \frac{-5}{2 \times \cancel{2}} \right) = \\ (-1) + \left(-\frac{5}{2} \right) &= -\frac{2}{2} - \frac{5}{2} = -\frac{7}{2} \end{aligned}$$

EXERCICE 11 (CORRIGÉ)

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad \frac{3}{4} \div 7 &= \frac{3}{4} \times \frac{1}{7} = \frac{3 \times 1}{4 \times 7} = \frac{3}{28} \\ \text{b)} \quad 3 \div (2 \div 3) &= 3 \times (3 \div 2) = 3 \times 1,5 = 4,5 \\ \text{c)} \quad \frac{2}{3} \div \frac{5}{3} &= \frac{2}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{2 \times 3}{3 \times 5} = \frac{6}{15} \end{aligned}$$

EXERCICE 12 (CORRIGÉ)

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad \frac{3}{\frac{5}{6}} &= 3 \times \frac{6}{5} = \frac{18}{5} \\ \text{b)} \quad \frac{\frac{-5}{9}}{15} &= \frac{-5}{9} \times \frac{1}{15} = \frac{-5 \times 1}{9 \times 15} = \frac{-5}{9 \times \cancel{3} \times 3} \\ &= \frac{-1}{27} \\ \text{c)} \quad -\frac{\frac{5}{9}}{\frac{-15}{27}} &= -\frac{5}{9} \times \frac{-27}{15} = \frac{-5 \times (-27)}{9 \times 15} \\ &= \frac{5 \times \cancel{3} \times 3}{3 \times \cancel{3} \times 3 \times 3} = \frac{5}{9} \end{aligned}$$

EXERCICE 13 (CORRIGÉ)

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad \frac{3 - \frac{1}{4}}{-3 + \frac{1}{8}} &= \frac{\frac{12}{4} - \frac{1}{4}}{-\frac{24}{8} + \frac{1}{8}} = \frac{\frac{11}{4}}{\frac{-23}{8}} = \frac{11}{4} \times \frac{8}{-23} = \frac{88}{-92} \\ &= -\frac{22}{23} \\ \text{b)} \quad \frac{\frac{5}{2} - \frac{1}{3}}{\frac{7}{7} + \frac{1}{14}} &= \frac{\frac{5}{4} - \frac{2}{6}}{\frac{14}{14} + \frac{1}{14}} = \frac{\frac{3}{7}}{\frac{15}{14}} = \frac{3}{7} \times \frac{14}{15} = \frac{2}{5} \\ \text{c)} \quad \frac{\frac{1}{2} + 2}{\frac{1}{3} + \frac{4}{3}} &= \frac{\frac{1}{2} + \frac{4}{2}}{\frac{5}{3}} = \frac{\frac{5}{2}}{\frac{5}{3}} = \frac{5}{2} \times \frac{3}{5} = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

EXERCICE 14 (CORRIGÉ)

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}} &= \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{1 + \frac{2}{3}} = \frac{1}{\frac{5}{3}} = \frac{3}{5} \\ \text{b)} \quad 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}} &= 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{5}{3}}} \text{ d'après a)} \\ &= 1 + \frac{1}{1 + \frac{3}{5}} = 1 + \frac{1}{\frac{8}{5}} = 1 + \frac{5}{8} = \frac{8}{8} + \frac{5}{8} = \frac{13}{8} \end{aligned}$$

EXERCICE 15 (CORRIGÉ)

Montrer que pour tout entier naturel non nul,

$$\frac{1}{n+1} - \frac{1}{n} = \frac{-1}{n(n+1)}$$

Pour démontrer une égalité, on part d'un des deux membres et, par transformation, on essaie d'obtenir l'autre membre.

Ici, on part du membre de gauche $\frac{1}{n+1} - \frac{1}{n}$. On va mettre les deux fractions au même dénominateur pour pouvoir les soustraire.

Comme $n \neq 0$ (énoncé), on peut multiplier le dénominateur et le numérateur de la première fraction par n :

$$\frac{1}{n+1} = \frac{1 \times n}{(n+1) \times n}$$

De plus, comme n est un entier naturel (énoncé), $n \neq -1$ (puisque qu'un entier naturel est positif), donc $n+1 \neq 0$ et donc on peut multiplier le dénominateur et le numérateur de la deuxième fraction par $n+1$:

$$\frac{1}{n} = \frac{1 \times (n+1)}{n(n+1)}$$

Donc, pour tout entier naturel non nul, $\frac{1}{n+1} -$

$$\frac{1}{n} = \frac{1 \times n}{(n+1) \times n} - \frac{1 \times (n+1)}{n(n+1)} = \frac{n - (n+1)}{n(n+1)} =$$

$$\frac{n - n - 1}{n(n+1)} = \frac{-1}{n(n+1)} \rightarrow \text{CQFD!}$$

EXERCICE 16 (CORRIGÉ)

Montrer que, pour tout entier naturel $n \neq 0$,

$$\frac{\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n}}{\frac{1}{n^2} + \frac{1}{n}} = \frac{1-n}{1+n}$$

Ici aussi on part du membre de gauche $\frac{\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n}}{\frac{1}{n^2} + \frac{1}{n}}$.

On va transformer cette écriture :

Comme $n \neq 0$ (énoncé),

$$\frac{\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n}}{\frac{1}{n^2} + \frac{1}{n}} = \frac{\frac{1}{n^2} - \frac{1 \times n}{n \times n}}{\frac{1}{n^2} + \frac{1 \times n}{n \times n}} = \frac{\frac{1}{n^2} - \frac{n}{n^2}}{\frac{1}{n^2} + \frac{n}{n^2}} = \frac{\frac{1-n}{n^2}}{\frac{1+n}{n^2}} =$$

$$\frac{1-n}{n^2} \times \frac{n^2}{1+n} = \frac{1-n}{1+n} \rightarrow \text{CQFD!}$$