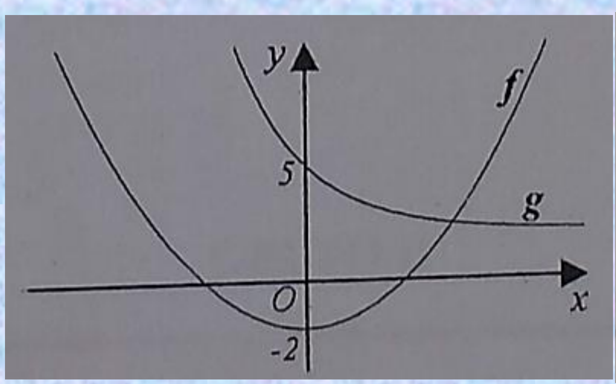
ACADEMIA CLÍNICA DO SABER

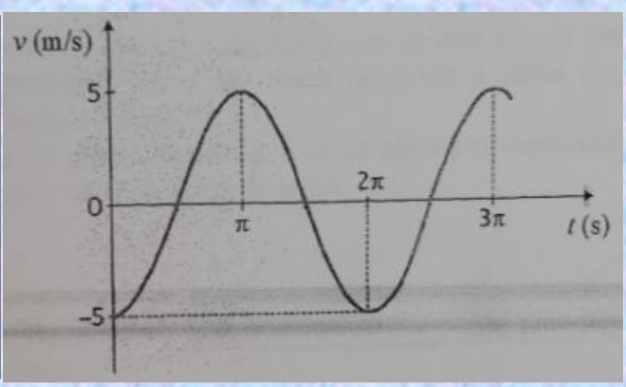
PEDRO RAFAEL AFONSO

INSTITUTO SUPERIOR TÉCNICO MILITAR –ISTM

EXAMES DE ACESSO 2017-2018

VESTIBULANDO
UM GUIA DE PREPARAÇÃO





Editorial Clínica do saber

QUEM SOMOS / NOSSA MISSÃO

ACADEMIA CLÍNICA DO SABER é um centro Preparatório que tem como missão oferecer orientações, habilidades e conhecimentos que permitem que estudantes superem os desafios e melhorarem o seu desempenho académico em qualquer instituição de ensino. As aulas são direcionadas para todos os níveis de ensino.

PREFÁCIO

***PARA O ESTUDANTE*,**

O propósito deste manual é ajudar os estudantes na resolução dos exercícios dos testes de matemática e física do Instituto Superior Técnico Militar-ISTM, na área de engenharias. Portanto, recomendamos a utilizar o seu maior tempo em resolver os exercícios.

Quando se resolve um exercício, se aprende muito mais do que só se lê a resolução. É bem sabido que, a prática leva a perfeição, onde a verdadeira aprendizagem requer uma participação activa de sua parte.

Utilize este manual como incentivo para resolver problemas, não como uma forma de evitar a sua resolução.

As suas críticas, sugestão ou dificuldades que tenha encontrado na hora da resolução, pedimos que entre em contacto connosco urgentemente, afim de aperfeiçoamento do manual e suas ideias são fundamentais para o nosso trabalho.

Facebook: Página Academia Clínica do Saber

E-mail: delarafapedro@gmail.com

1º) (Teste 2018 – Variante I) Seja a expressão $M = 3xy + \{-2x^2y + xy - [4xy^2 - (xy + 5x^2y)] + 4x^2y\} + 7xy^2$. Se se suprimir os sinais de agrupamento e se reduzir os termos semelhantes, se obterá como resultado:

$A)\ 7x^2y + 3xy^2 + 5xy$ $\quad B) - 3x^2y + 8xy^2 + 3xy$ $\quad C)\ 5xy - x^2y + 5xy^2$

Resolução:

$M = 3xy + \{-2x^2y + xy - [4xy^2 - (xy + 5x^2y)] + 4x^2y\} + 7xy^2$

$M = 3xy + \{-2x^2y + xy - [4xy^2 - xy - 5x^2y] + 4x^2y\} + 7xy^2$

$M = 3xy + (-2x^2y + xy - 4xy^2 + xy + 5x^2y + 4x^2y) + 7xy^2$

$M = 3xy + (2x^2y + 2xy - 4xy^2 + 7x^2y) + 7xy^2$

$M = 3xy + 2xy - 4xy^2 + 7x^2y + 7xy^2$

$M = 7x^2y + 3xy^2 + 5xy$, Línea A)

2º) (Teste 2018 – Variante I): Dados $A = \frac{m^2-3m}{m^2-9}$, $B = \frac{m}{(m+1)(m-3)}$ e C= $\frac{2+m}{m-3}$

a) Quando se simplifica A obtem-se:

$A_1)\ \frac{m}{m+3}$ $\quad A_2)\ \frac{m}{(m-3)}$ $\quad A_3)\ \frac{m}{3}$

b) Ao calcular B + C obtemos:

$B_1)\frac{2m-3}{(m+1)(m-3)}$ $\quad B_2)\frac{m^2+4m+2}{(m+1)(m-3)}$ $\quad B_1)\frac{m^2+4m+2}{(m+1)(m-3)^2}$

c) A expressão C anula-se se:

$C_1)\ m = 2$ $\quad C_2)\ m = 3$ $\quad C_3)\ m = -2$

Resolução da linea A: $A = \frac{m^2-3m}{m^2-9}$

Factorizando o numerador e decompondo o 9 no denominador, terei

$A = \frac{m(m-3)}{m^2-3^2}$,

No denominador eu tenho uma diferença de quadrado: $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$ logo:

$A = \frac{m(m-3)}{(m-3)(m+3)}$, Simplesmente os termos idênticos:

$\frac{m\,\cancel{(m-3)}}{(m+3)\cancel{(m-3)}}$, vem: :$A = \frac{m}{(m+3)}$, Línea A_1

Resolução da linea B: $\frac{m}{(m+1)(m-3)} + \frac{2+m}{m-3}$

Pôr evidência o factor comum do denominador:

$\frac{1}{m-3}\left[\frac{m}{(m+1)} + \frac{2+m}{1}\right]$

Achar o denominador comum da expressão que está entre as colchetes

$\frac{1}{m-3}\left[\frac{m}{(m+1)}+\frac{2+m}{1}\right] \rightarrow \quad \frac{1}{m-3}\left[\frac{m+(2+m)(m+1)}{(m+1)}\right] \rightarrow \frac{1}{m-3}\left[\frac{m+3m+2+m^2}{(m+1)}\right]$

$= \frac{1}{(m-3)}\left[\frac{m^2+4m+2}{(m+1)}\right]$

Multiplicar novamente a expressão que está fora dos parentese com os que estão dentro terei: $\frac{m^2+4m+2}{(m+1)(m-3)}$, Línea B_2

Resolução da linea C: $\frac{2+m}{m-3}$, $2+m=0 \quad \rightarrow \quad m = -2$

A expressão anula-se se $m = -2$, Línea C_3

3º) (Teste 2018 – Variante I) Dada a inequação $x^4-6>-5x$. Demostra a solução gráfica.

Resolução:

$x^4-6>-5x \rightarrow x^4+5x-6>0$

Vamos 1º achar os zeros da equação: $x^4+5x-6=0$

$x^4+6x-x-6=0 \rightarrow (x^4-x)+(6x-6)=0$

$\rightarrow x(x^3-1)+6(x-1)=0 \rightarrow$

$x(x-1)(x^2+x+1)+6(x-1)=0$

Fatorando a expressão : $(x-1)$, vem;

$(x-1)[x(x^2+x+1)+6]=0 \rightarrow (x-1)(x^3+x^2+x+6)=0$

Anulando os productos:

$x-1=0 \rightarrow x_1=1$

$x^3+x^2+x+6=0$

$x^3+x^2+x+8-4+2=0 \rightarrow (x^3+8)+(x^2-4)+(x+2)=0$

$\rightarrow (x^3+2^3)+(x^2-2^2)+(x+2)=0$

$\rightarrow (x+2)(x^2-2x+4)+(x-2)(x+2)+(x+2)=0$

Fatorando a expressão :

$(x+2)(x^2-2x+4+x-2+1)=0 \rightarrow (x+2)(x^2-x+3)=0$

Anulando os productos, vem:

$x+2=0 \rightarrow x_1=-2$

$x^2-x+3=0$ $(\Delta<0 , \nexists\, x_2\ e\ x_3\ em\ R)$

Os zeros da equação $x^4+5x-6=0$ são $x_1=1$ e $x_2=-2$

Vamos analisar os sinais na tabela:

$f(x)$	$-\infty$		-2		1		∞
$x+1$		$-$		$-$	O	$+$	
$x+2$		$-$	O	$+$		$+$	
x^2-x+3		$+$		$+$		$+$	
s		$+$		$-$		$+$	

A solução da inequação são os intervalos posetivos, ou seja:

$s = \ ]-\infty - 2[\ \cup\ ]1;\ +\infty[$

4º) (Teste 2018 – Variante II) Sejam: $A = \frac{2x^2+5x+2}{x^2+2x}$, $B = \frac{2x}{x+2}$ e $C = \frac{x}{5(x-1)}$

a) Simplifique a expressão de A

b) Calcule: $M = A - B$

c) Racionalize a expressão B para $x = \sqrt{2}$

Resolução da linea A: $A = \frac{2x^2+5x+2}{x^2+2x}$

Condição de existência

$2x^2 + 5x + 2 = (2x+1)(x+2)$

$x^2 + 2x = x(x+2)$

Voltando na expressão de cima temos:

$A = \frac{(2x+1)\cancel{(x+2)}}{x\cancel{(x+2)}} \rightarrow A = \frac{(2x+1)}{x}$

Resolução da linea B:

$\frac{2x^2+5x+2}{x^2+2x} - \frac{2x}{x+2} \rightarrow \frac{2x^2+5x+2}{x(x+2)} - \frac{2x}{x+2}$, Pôr evidência o factor comum do denominador:

$\frac{1}{x+2}\left[\frac{2x^2+5x+2}{x} - \frac{2x}{1}\right] \rightarrow \frac{1}{x+2}\left[\frac{2x^2+5x+2-2x^2}{x}\right]$

$\frac{1}{x+2}\left[\frac{5x+2}{x}\right] \rightarrow \frac{5x+2}{x(x+2)}$

Resolução da linea C: $B = \frac{2x}{x+2}$ para $x = \sqrt{2}$

$\mathrm{B} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}+2} \rightarrow \mathrm{B} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}+2} \cdot \frac{(\sqrt{2}-2)}{(\sqrt{2}-2)} \rightarrow \mathrm{B} = \frac{2\sqrt{2}(\sqrt{2}-2)}{(\sqrt{2}+2)(\sqrt{2}-2)} \rightarrow \mathrm{B} = \frac{2\sqrt{2}(\sqrt{2}-2)}{(\sqrt{2})^2 - 2^2}$

$\rightarrow \mathrm{B} = \frac{2\sqrt{2}(\sqrt{2}-2)}{2-4} \rightarrow \mathrm{B} = \frac{2\sqrt{2}(\sqrt{2}-2)}{-2}$

$\mathrm{B} = -\sqrt{2}(\sqrt{2}-2) \rightarrow \mathrm{B} = \sqrt{2}(2-\sqrt{2})$

5º) (Teste ISTM-2018) Dado o polinómio $P(x) = x^n + x^{n-1} + \cdots + x^2 + x + 3$ se n for ímpar , então $P(-1)$ vale:

Resp: A) -1 B) 0 C)2 D) 3 E) 4

Resolução:

$P(-1) = (-1)^n + (-1)^{n-1} + \cdots + (-1)^2 + (-1) + 3$

Se n for ímpar: $\begin{cases} (-1)^n = -1 \\ (-1)^{n-1} = 1 \\ (-1)^2 = 1 \end{cases}$

$P(-1) = -1 + 1 + \cdots + 1 - 1 + 3 \rightarrow P(-1) = 3$, Línea D)

6º) (Teste 2018 – Variante II) Resolva a seguinte inequação: $\frac{x-4}{x+4} < 0$

Resolução:

Inequação fraccionária do tipo $\frac{f(x)}{g(x)}$, faz-se:

$\begin{cases} f(x) = 0 \\ g(x) \neq 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x - 4 = 0 \rightarrow x = 4 \\ x + 4 \neq 0 \rightarrow x \neq -4 \end{cases}$

Vamos analisar na tabela:

$f(x)$	$-\infty$		- 4		4		$+\infty$
$x+4$		−	‖	+	O	+	
$x-4$		−	‖	−		+	
s		+		−		+	

A solução da inequação é: $\boldsymbol{s} = \left]\boldsymbol{-4}; \boldsymbol{4}\right[$

7º) (Teste 2018 – Variante C) A soma das raízes da equação $\mathrm{i}z^2 - z + 2\,\mathrm{i} = 0$ é:

Resp: $A)\ i \quad B) -i \quad C) -2i \quad D)\ 2i$

Resolução

$iz^2 - z + 2i = 0$, equação complexa do 2º grau, onde: $a = i\,; b = -1\ e\ c = 2i$

Aplicando a fórmula resolvente:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4(i)(2i)}}{2(i)} = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 8i^2}}{2i}$$

Nota: No conjunto dos números complexos, $i^2 = -1$

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 8(-1)}}{2i} = \frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{2i} = \frac{1 \pm \sqrt{9}}{2i} = \frac{1 \pm 3}{2i}$$

Para x_1 :

$$x_1 = \frac{1+3}{2i} = \frac{4}{2i} = \frac{2}{i} \to x_1 = \frac{2}{i} \times \frac{i}{i} = \frac{2i}{i^2} = \frac{2i}{-1} \to x_1 = -2i$$

Para x_2:

$$x_2 = \frac{1-3}{2i} = -\frac{2}{2i} = -\frac{1}{i} \to x_2 = -\frac{1}{i} \times \frac{i}{i} = -\frac{i}{i^2} = -\frac{i}{-1} \to x_2 = i$$

A soma das raízes pedida é: $s = x_1 + x_2$

$s = -2i + i \to s = -i$, Línea B)

8º) (Teste 2018 – Variante C) O valor da racionalização do denominador da expressão $\frac{\mathrm{A}}{(6\sqrt{72}+\sqrt{4})}$ é:

$A)\ 2$ $\quad$ $B)\ 3$ $\quad$ C) 6 $\quad$ D) 8 $\quad$ E) 9

Resolução

$$\frac{A}{\sqrt[6]{8.9} + \sqrt[4]{2^2}} = \frac{A}{\sqrt[6]{8}\,\sqrt[6]{9} + \sqrt[4]{2}} = \frac{A}{\sqrt[6]{2^3}\ \sqrt[6]{3^3} + \sqrt{2}} = \frac{A}{\sqrt{2}\ \sqrt[3]{3} + \sqrt{2}}$$

Factorizando a $\sqrt{2}$, vem;

$\frac{A}{\sqrt{2}\left(\sqrt[3]{3}+1\right)}$ (*) , agora vamos racionalizar o denominador

Usando o procedimento:

$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$, $a = \sqrt[3]{3}$, $b = 1$

$$\left(\sqrt[3]{3}\right)^3 + (1)^3 = \left(\sqrt[3]{3} + 1\right)\left(\left(\sqrt[3]{3}\right)^2 - \sqrt[3]{3} + 1\right)$$

$$4 = \left(\sqrt[3]{3} + 1\right)\left(\left(\sqrt[3]{3}\right)^2 - \sqrt[3]{3} + 1\right) \to \left(\sqrt[3]{3} + 1\right) = \frac{4}{\left(\left(\sqrt[3]{3}\right)^2 - \sqrt[3]{3} + 1\right)}$$

Substituindo em (*) , vem:

$$\frac{A}{\sqrt{2}.\frac{4}{\left(\left(\sqrt[3]{3}\right)^2-\sqrt[3]{3}+1\right)}} = \frac{\left(\left(\sqrt[3]{3}\right)^2-\sqrt[3]{3}+1\right)A}{4\sqrt{2}} = \frac{\left(\left(\sqrt[3]{3}\right)^2-\sqrt[3]{3}+1\right)A}{4\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{\sqrt{2}\left(\left(\sqrt[3]{3}\right)^2-\sqrt[3]{3}+1\right)A}{4(\sqrt{2})^2} = \frac{\sqrt{2}\left(\left(\sqrt[3]{3}\right)^2-\sqrt[3]{3}+1\right)A}{4\times 2} = \frac{\sqrt{2}\left(\left(\sqrt[3]{3}\right)^2-\sqrt[3]{3}+1\right)A}{8}$$

Denominador, logo, a solução do exercício é 8 a línea D)

9º) (Teste 2018 – Variante C) Levante a solução da Inequação:

$(x-2)^{100} \cdot (3-x)^{99} \cdot (x-1) \leq 0$

$A)\ \emptyset$ $\quad B)\ IR$ $\quad$ C) $(3) \cup (-\infty; 3)$ $\quad$ D) $Outro$

Resolução:

$(x-2)^{100} \cdot (3-x)^{99} \cdot (x-1) \leq 0$

Vamos primeiro achar os zeros da equação: $(x-2)^{100} \cdot (3-x)^{99} \cdot (x-1) = 0$

$(x-2)^{100} = 0 \ \rightarrow x = 2$

$(3-x)^{99} = 0 \ \rightarrow x = 3 \ \ (nota: sinal\ de\ a\ não\ equação\ é\ negativo)$

$(x-1) = 0 \rightarrow x = 0$

Vamos analisar agora os sinal na tabela:

$f(x)$	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
$x-1$		$-$	O	$+$		$+$		$+$	
$x-2$		$-$		$-$	O	$+$		$+$	
$x-3$		$+$		$+$		$+$	O	$-$	
s		$+$		$-$		$+$		$-$	

A solução da inequação corrresponde aos intervalos negativos, ou seja:

$s = \ [1; 2] \ \cup \ [3; \ +\infty[$

10º) (Teste 2018 – Variante C) Uma loja finalizou a liquidação de 70% de desconto sobre os produtos. Para retornar aos preços originais, qual deve ser o seu aumento percentual?

$A)$ 30% $\quad B)$ 70% $\quad C)$ 233,5% $\quad D)$ 50% $\quad E)\ Outros$

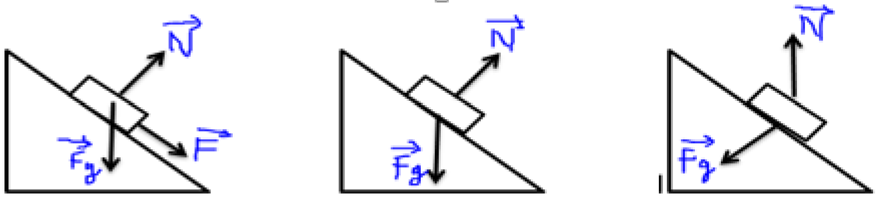
Resolução:

Seja x o valor inicial, na liquidação o valor é 0,7 x

Logo devemos achar y tal que: $0{,}7\, x\,(1+y) = x \ \rightarrow 0{,}7 + 0{,}7\,y = 1$

$0{,}7y = 1 - 0{,}7 \ \rightarrow y = \frac{0{,}3}{0{,}7} \ \rightarrow y = 0{,}428 \ \approx 0{,}43$, $y = 0{,}43\ ou\ y = 43\%$, Línea E)

11º) (Teste ISTM-2018) Um bloco de massa 3 kg desloca-se por um plano inclinado a 30º. Se considerarmos que não existe a força de atrito podemos dizer que:



1) O diagrama de forças que corresponde a esta situação problemática é:
2) O valor da aceleração adquirida pela caixa é de _________ $10\ m/s^2$_________ $20\ m/s^2$_____X______$5\ m/s^2$ .Demonstre-o mediante cálculos.

3) O tipo de movimento que realiza o corpo é: _______ MRUV(A)_______ MRU ___________MRUV(R)

4) A equação para calcular o deslocamento ao longo do tempo, se conhece a velocidade inicial do bloco é: __________$s = v.t$ _______$s = \frac{at^2}{2}$ ________X____ $s = v_o t + \frac{at^2}{2}$

5) Se existir a força de atrito, a acelearação do bloco ______ aumantaria ___________ não variaria ___X___ diminuiria. Justifica a alinea.

Resolução:

1) O diagrama correspondente é o gráfico do meio.
2) Como não existe atrito, a única força que actua na direccção horizontal (para baixo) é o próprio peso do bloco, logo pela segunda lei de Newto:

$$P_x = ma \ \rightarrow mg\ sen30° = ma \ \rightarrow a = g\ sen30° = 10\ \times \frac{1}{2} \rightarrow a = 5\ m/s^2$$

3) Como o bloco parte acelerado para baixo, ele terá um MRUV (A)
4) Como a celeração do bloco é posetiva, e parte acelerado para baixo com uma velocidade inicial, o deslocamento será dado por: $s = v_o t + \frac{at^2}{2}$
5) Caso existisse atrito a aceleração do corpo diminuiria porque a força de atrito se opõe sempre ao movimento do corpo.

12º) (Teste ISTM-2018) Na práctica do laboratório um aluno faz oscilar o sistema corpo-mola depois de tirá-lo 10 cm da posição de equilíbrio. Se massa do corpo for 5 kg e a constante elástica da mola é de 200 $\pi^2\ N/m$. Analise e responda:

1) A frequência angular do sistema corpo-mola é ______ $40\ \pi\ rad/s$ ___X____ $5\ \pi\ rad/s$ _______$25\pi^2\ \ rad/s$
2) O periodo das oscilações é: _______2,5 s ______90 s ___X__ 0,4 s
3) O gráfico de $x = f(t)$ é:
4) Se aumentar a massa do corpo a 32 kg , a frequência angular do sistema do corpo é: ____ 4 vezes menor_______igual _______ a metade _____X____ 4 vezes maior

Resolução:

1) A frequência angular é determinada pela relação: $\omega = \frac{2\pi}{T}$, onde T é o periodo de oscilação do sistema corpo-mola. Pelo gráfico correspondente línea (a) $T = 0{,}4\ s$; $\omega = \frac{2\pi}{0{,}4} \rightarrow \omega = 5\ \pi\ rad/s$
2) Pelo gráfico (alínea a) o periodo de oscilação é $T = 0{,}4\ s$
3) O gráfico corresponde , é o da alínea a)
4) Para um oscilador preso a uma mola é válida a seguinte equação:

$k = \ \omega^2 m$

No 2º caso: $k = {\omega_2}^2\ m_2 \qquad m_2 = 32\ kg$

Dividindo as equações (II) e (I); membro a membro, vem:

$\omega_2 = \ \frac{k}{m_2} = \ \frac{200\ \pi^2}{32} = 6{,}25\ \pi^2\ rad/s$; $\omega_1 = 5\ \pi\ rad/s$

$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \ \frac{6{,}25\ \pi^2}{5\ \pi} \ \rightarrow \frac{\omega_2}{\omega_1} = 1{,}25\ \pi\ \rightarrow\ \ \omega_2 = 1{,}25\ \pi\ \omega_1$

$\omega_2 = 1{,}25\ \times (3{,}14)\ \omega_1 \rightarrow \omega_2 = 3{,}925\ \omega_1\ \ \approx 4\ \omega_1;\ \ \omega_2 = 4\omega_1$

Como a frequência angular final é 4 vezes maior que a frequência angular final, a frequência angular do sistema é 4 vezes maior.

13º) (Teste ISTM-2018) Simplifica a expressão: $(x^{2k} - y^{2k}) \times \frac{x^{k+1} - xy^k}{y^{k+1} + yx^k}$

Resolução:

$(x^{2k} - y^{2k}) \times \frac{x^{k+1} - xy^k}{y^{k+1} + yx^k}$

$[(x^k)^2 - (y^k)^2]\ \times\ \left[\frac{x^k.x - xy^k}{y^k.y + y.x^k}\right] =\ [(x^k - y^k)(x^k + y^k)] \times\ \frac{x(x^k - y^k)}{y(y^k + x^k)}$

$= \frac{x(x^k - y^k)^2}{y}$

14º) (Teste ISTM-2017) Sejam $a, x\ e\ y$ três números reais tais que $\log_a x = 1 + 4\log_a y$

Qual das seguintes igualdades é necessariamente verdade ?

$a)\ x = ay^4 \quad B)\ x = 4ay \quad C)\ x = 4y \quad D)\ x = y^4$

Resolução:

$\log_a x = 1 + 4\log_a y$

$\log_a x = \log_a a + \log_a y^4$, sabe-se que: $\log a + \log b = \log(ab)$

$\log_a x = \log_a ay^4$, simplificando as bases dos dois membros, vem:

$x = ay^4$, Línea B)

15º) (Teste ISTM-2017) Indique as soluções da equação: $-1 + 2sen(x) = 0$ que pertence ao intervalo $[0; 2\pi]$

$Resp{:}\ A)\ \frac{\pi}{3}\ e\ \frac{2\pi}{3} \quad B)\ \frac{\pi}{3}\ e\ \frac{4\pi}{3} \quad C)\ \frac{\pi}{6}\ e\ \frac{5\pi}{6} \quad D)\ \frac{\pi}{6}\ e\ \frac{11\pi}{6}$

Resolução:

$-1 + 2sen(x) = 0 \ \rightarrow 2\ sen(x) = 1 \ \rightarrow sen(x) = \frac{1}{2} \rightarrow sen(x) = sen\left(\frac{1}{2}\right)$

O arco cujo seno equivale a $\frac{1}{2}$ é $\alpha = \frac{\pi}{6}$

Fórmula dos senos para a resolução de equações trigonométricas:

$$x = \begin{cases} \alpha + 2\pi k \\ \pi - \alpha + 2\pi k \end{cases} \rightarrow x = \begin{cases} \frac{\pi}{6} + 2\pi k \\ \pi - \frac{\pi}{6} + 2\pi k \end{cases} \rightarrow x = \begin{cases} \frac{\pi}{6} + 2\pi k \\ \frac{5\pi}{6} + 2\pi k \end{cases} \text{ , se } k = 0$$

$$x = \begin{cases} \frac{\pi}{6} \\ \frac{5\pi}{6} \end{cases} \text{ , se } k = 1 \rightarrow x = \begin{cases} \frac{13\pi}{6} \\ \frac{17\pi}{6} \end{cases}$$

O valor que pertence o intervalo $[0; 2\pi]$ é : $x = \begin{cases} \frac{\pi}{6} \\ \frac{5\pi}{6} \end{cases}$

A slução da equação é :) $\frac{\pi}{6}\ e\ \frac{5\pi}{6}$, Línea C)

16º) (Teste ISTM-2017) Considere, num referencial o.n. $Oxyz$, dois vectores dados por $\vec{u} = (1; 3;\ -5)$ e $\vec{v} = (-1; -3; a)$, $a\ \in R$. Qual o valor de a de modo que os vectores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ sejam perprendiculares entre si?

$A)\ 5\quad B) - 5\quad C)\ 2\quad D) - 2$

Resolução

$\vec{u} = (1; 3;\ -5)$ e $\vec{v} = (-1; -3; a)$

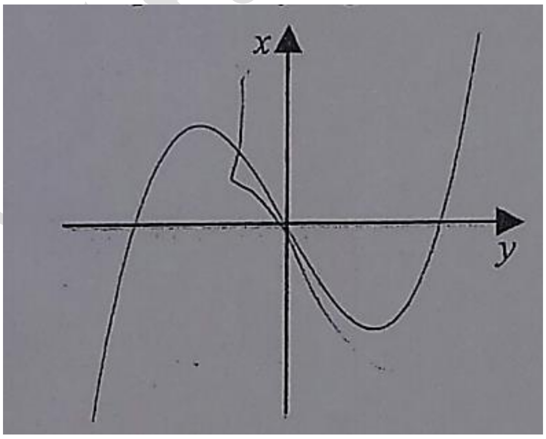
Dois vectores são perpendiculares se o producto escalar deles é nulo ou seja: $\vec{u}.\vec{v} = 0$

Assim temos: $(1; 3;\ -5).(-1; -3; a) = 0$

$1 \times (-1) + 3 \times (-3) + (-5)(a) = 0$

$-1 - 9 - 5a = 0\ \rightarrow\ -5a = 10\ \rightarrow a = -\frac{10}{5}\ \rightarrow a = -2$, Línea D)

17º) (Teste ISTM-2017) Na figura seguinte, está parte da curva gráfica de uma função polinomial f. Qual das expressões seguintes pode definir a segunda derivada da função f?

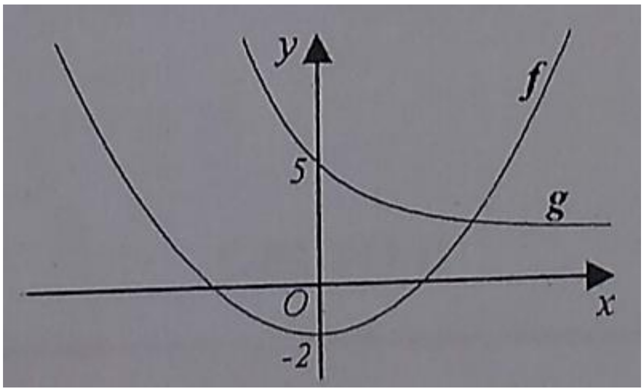


$A)\ 4x\quad B)\ x^2 - 4\quad C)\ 4 - x^2\quad D) - x^3 + 4x$

Resolução:

O gráfico da função mostra três ponto de intersecção com o eixo das abcissas, logo, é lógico concluir que a função é do 3º grau. Além do mais o gráfico mostra-nos apenas um ponto de inflexão, no ponto ($x = 0$), sendo os pontos de inflexão raízes da segunda derivada, a única alínea que nos apresenta uma única raiz é a línea A), logo, a hipótese correcta é a linea A).

18º) (Teste IST-2017) Na figura estão representadas partes dos gráficos de duas funções , $f\ e\ g$, contínuas em R . os gráficos de $f\ e\ g$ intersetam o eixo $0y$ nos pontos de coordenadas $-2\ e\ 5$, respectivamente.



Apenas uma das equações é impossível. Qual delas ?

$A)\ f(x) + g(x) = 0\quad B)\ f(x) - g(x) = 0\quad C)\ f(x) \times g(x) = 0\quad D)\ \frac{f(x)}{g(x)} = 1$

Resolução:

Se verificamos atentamente o gráfico, veremos que a função $f(x)$ é uma função quadrática definida para $x \in \,]-\infty; +\infty[$ e a função $g(x)$ é uma função exponencial definida para $x \in]-\infty; +\infty[$. Como a função $g(x)$ ou seja $(g(x) \neq 0)$ não intercepta o eixo das abcissas, e existe um ponto de intercepção das duas funções, é lógico concluir que a soma das duas funçõe nunca terá valor nulo. A equação impossível é a linea A).

19º) (Teste ISTM-2017) Considere o ponto $A(1; -3\,; 4)$ e o plano α é definido pela equação $\alpha: -x + 2y - z = 1$

a) Verifique se o ponto $B(-3; 1; 5)$ pertence ao plano α
b) Determine as equações cartesianas da recta que passa por A e é perpendicular ao plano α.

Resolução:

a) Se o ponto $B(-3; 1; 5)$ pertence ao plano, suas coordenadas devem verificar a equação:

$-(-3) + 2(1) - 5 = 1 \ \rightarrow 3 + 2 - 5 = 1 \rightarrow 0 \neq 1$, logo, o ponto B não pertence ao plano α.

b) A equação cartesiana da recta é:

$r: \begin{cases} x = x_1 + at \\ y = y_1 + bt \\ z = z_1 + ct \end{cases}$; como a recta passa pelo ponto A; temos: $x_1 = 1;\ y_1 = -3\ e\ z_1 = 4$
, onde $\vec{v} = (a; b; c)$ é o vector director da recta.

Vector director do plano α: $-x + 2y - z = 1$ é: $\vec{v} = (-1; 2; -1)$

Como a recta é perpendicular ao plano o vector director do plano é o próprio vector director da recta: $\vec{v} = (-1; 2; -1)$, logo, teremos:

$$r: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = -3 + 2t \\ z = 4 - 1t \end{cases}$$

20º) (Teste ISTM-2017) Seja u_n definida por : $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{u_n}{1-2u_n}, \ \forall\, n \in N \end{cases}$

a) Prove, pelo método da indução , que $u_n = \frac{1}{1-2n}$,$\forall\, n \in N$
b) Estude u_n quanto à monotonia.
c) Classique u_n quanto a convergência.

Resolução:

a) 1º) Passo: Para $n = 1$, $u_1 = \frac{1}{1-2(1)} \rightarrow u_1 = -1$, verdadeira

2º) Passo: Hipótese , para $n = k$, $u_k = \frac{1}{1-2k}$, verdadeira

3º) Passo:Tese, se a hipótese for verdadeira prova para $n = k + 1$

$$u_{k+1} = \frac{1}{1-2(k+1)} \rightarrow u_{k+1} = \frac{1}{1-2k-2} \rightarrow u_{k+1} = \frac{1}{1-2k}\left[\frac{1}{1-\frac{2}{1-2k}}\right]$$

Da hipótese sabe-se que: $u_k = \frac{1}{1-2k}$

$$u_{k+1} = u_k\left(\frac{1}{1-2u_k}\right) \rightarrow u_{k+1} = \frac{u_k}{1-2u_k}$$

b) Estude u_n quanto à monotonia

$u_n = \frac{1}{1-2n}$ e $u_{n+1} = -\frac{1}{1+2n}$

$u_{n+1} - u_n = -\frac{1}{1+2n} + \frac{1}{1-2n} \rightarrow u_{n+1} - u_n = \frac{4n}{1-4n^2}$, para $n = 1$

$u_{n+1} - u_n = \frac{4(1)}{1-4(1)^2} \rightarrow u_{n+1} - u_n = -\frac{4}{3} \rightarrow u_{n+1} - u_n < 0$

Quanto a monotonia a sua é decrescente

c) Classique u_n quanto a convergência

$\lim\limits_{n\to\infty} u_n = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{1}{1-2n} = \frac{1}{1-2(\infty)} = \frac{1}{\infty} = 0$, a sucessão é convergente.

21º) (Teste ISTM-2017) Resolva em R, a inequação:

$$\log_{10}(2x-1) < \log_{10}\left(\frac{1}{x}\right) - \log_{10}(3)$$

Resolução:

$\log_{10}(2x-1) < \log_{10}\left(\frac{1}{x}\right) - \log_{10}(3)$

$\log_{10}(2x-1) - \log_{10}\left(\frac{1}{x}\right) < -\log_{10}(3)$, sabe-se que: $\log a - \log b = \log\frac{a}{b}$

$\log_{10}\left(\frac{2x-1}{x}\right) < \log_{10}(3^{-1})$

Condição de existência: $\frac{2x-1}{x} > 0$ (inequação racional fraccionária)

$\begin{cases} 2x - 1 = 0 \ \rightarrow x = \frac{1}{2} \\ \quad x \neq 0 \end{cases}$

$f(x)$	$-\infty$ $+\infty$	0		$\frac{1}{2}$	
x	$-$	||	$+$		$+$
$2x-1$	$-$	||	$-$	O	$+$
s	$+$		$-$		$+$

A condição de existência é: CE: $s_1 =]-\infty; 0[\ \cup \ \left[\frac{1}{2} \ ; \ \infty\right[$

Resolvendo a inequação: $\log_{10}\left(\frac{2x-1}{x}\right) < \log_{10}(3^{-1})$, simplificando as bases , vem:

$\frac{2x-1}{x} < \frac{1}{3} \rightarrow \frac{2x-1}{x} - \frac{1}{3} < 0 \rightarrow \frac{6x-3-x}{3x} < 0 \rightarrow \frac{5x-3}{3x} < 0$

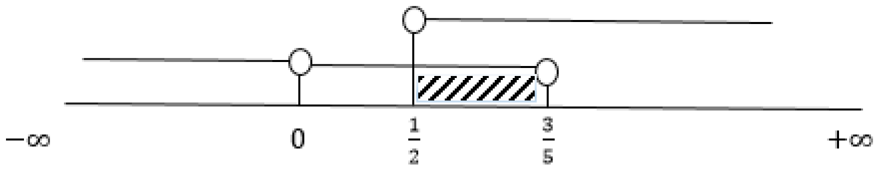
Resolvendo a inequação: $\frac{5x-3}{3x} < 0$

$\begin{cases} 5x - 3 = 0 \ \rightarrow x = \frac{3}{5} \\ \ 3x \neq 0 \ \rightarrow x \neq 0 \end{cases}$

$f(x)$	$-\infty$ $+\infty$	0		$\frac{3}{5}$	
$3x$	$-$	||	$+$		$+$
$5x-3$	$-$	||	$-$	O	$+$
s	$+$		$-$		$+$

A solução é: $s_2 = \left]0; \frac{3}{5}\right[$

A solução verdadeira da inequação é encontrada fazendo: $s = s_1 \cap s_2$



$s = \left]\frac{1}{2}; \frac{3}{5}\right[$

22º) (Teste ISTM-2017) Considere as funções reais de variável real

$f(x) = e^x - 1$ e $g(x) = \frac{x}{x+2}$

a) Calcule $\lim\limits_{x\to 0} \frac{f(x)}{g(x)}$
b) Resolva a equação $(fog)(x) = e^{-1} - 1$

Resolução:

a) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim\limits_{x\to 0} \frac{e^x - 1}{\frac{x}{x+2}} = \lim\limits_{x\to 0} \frac{(x+2)(e^x-1)}{x} = \left(\frac{0}{0}\ F.I\right)$

Vamos levantar a indeterminação:

$\lim\limits_{x\to 0} \frac{(x+2)(e^x-1)}{x} = \lim\limits_{x\to 0} (x+2) \lim\limits_{x\to 0} \frac{(e^x-1)}{x}$

Aplicando a regra de L´hospitall para o segundo limite, vem:

$\lim\limits_{x\to 0} (x+2) \lim\limits_{x\to 0} \frac{(e^x-1)'}{(x)'} = \lim\limits_{x\to 0} (x+2) \lim\limits_{x\to 0} e^x$

Substituindo a tendência, vem:

$= (0+2)e^0 = (2)(1) = 2$

b) Vamos primeiro Achar o $(fog)(x)$

$(fog)(x) = e^{\frac{x}{x+2}} - 1$

Resolvendo a equação:

$e^{\frac{x}{x+2}} - 1 = e^{-1} - 1 \rightarrow e^{\frac{x}{x+2}} = e^{-1}$, simplificando as bases, teremos:

$\frac{x}{x+2} = -1$ (condição de existência: $x + 2 \neq 0 \rightarrow x \neq -2$)

$x = -x - 2 \rightarrow 2x = -2 \rightarrow x = -1$; A solução da equação é: $s = \{-1\}$

23º) (Teste ISTM-2017) Seja f a função, de domínio R, definida por

$$f(x) = \begin{cases} \ln(-2x^2 + x + 1) - 3k & se\ x \geq 0 \\ -\frac{2\,sen(x)}{x} & se\ \ x < 0 \end{cases}$$

a) Determine o número real k de modo que a função seja contínua em $x = 0$
b) Calcule a derivada da função, $f'(x)$, para $x > 0$, e determine a equação da recta tangente ao gráfico de f no ponto de abcissa $x = \frac{1}{2}$.

Resolução:

a) Vamos determinar o número real k

Para que a função seja contínua é necessário que os limites laterias sejam iguais, ou seja:

$\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 0^-} f(x)$

$\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 0^+} \ln(-2x^2 + x + 1) - 3k = \ln(-2(0)^2 + (0) + 1) - 3k = -3k$

$\lim\limits_{x\to 0^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 0^-} \left(-\frac{2\,sen(x)}{x}\right) = -2$

Pela condição: $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 0^-} f(x)$

$-3k = -2 \to k = \frac{2}{3}$

b) Vamos calcular a derivada da função para $x > 0$

para $x > 0$; $f(x) = \ln(-2x^2 + x + 1) - 3k$, derivando por tabela:

$f'(x) = [\ln(-2x^2 + x + 1) - 3k]'$

Nota: se $y = \ln u \to y' = \frac{u'}{u}$

$f'(x) = \frac{(-2x^2+x+1)'}{(-2x^2+x+1)} = \frac{(-4x+1)}{(-2x^2+x+1)}$

A equação da recta tangente ao gráfico é determinada pela relação:

$y - y_o = f'(x_o)(x - x_0)$; $x_o = \frac{1}{2}$

$f'(x_o) = \frac{\left(-4\left(\frac{1}{2}\right)+1\right)}{\left(-2\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\right)+1\right)} = -1$

$y_o = \ln\left(-2\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right) + 1\right) - 3\left(\frac{2}{3}\right) = -2$

A equação da recta tangente no ponto $x = \frac{1}{2}$ será:

$y - (-2) = -1\left(x - \frac{1}{2}\right) \to y + 2 = -x + \frac{1}{2} \to 2x + 2y + 3 = 0$

24º) (Teste ISTM-2017) Considere a função real $f(x) = \frac{x^2}{2x^2-8}$, determine:

a) O dominío da função .
b) Os intervalos de crescimento e de descrecimento de f e os seus extremos.
c) As assíntotas do gráfico f.

Resolução:

$f(x) = \frac{x^2}{2x^2-8}$

a) Domínio

O domínio da expressão será determinado:

$2x^2 - 8 \neq 0 \to (2x^2 - 8 = 0 \to 2x^2 = 8 \to x = \pm 2)$

$D_f = R - (\pm 2)$

b) Intervalos de crescimento e decrescimento.

1º) Passo: Achar a primeira derivada de f

$$f'(x) = \frac{(x^2)'(2x^2-8)-(x^2)(2x^2-8)'}{(2x^2-8)^2} = \frac{2x(2x^2-8)-x^2(4x)}{(2x^2-8)^2} = \frac{4x^3-16x-4x^3}{(2x^2-8)^2} = -\frac{16x}{(2x^2-8)^2}$$

2º) Passo: Achas os zeros da primeira derivada; $f'(x) = 0$

$-16x = 0 \rightarrow x = 0$

3º) Passo: Estudar o sinal da primeira derivada:

$f(x)$	$-\infty$ $+\infty$	-2	0	2
$f'(x)$	(-3)	(-1)	(1)	(3)
	$\nearrow$	$\nearrow$	$\searrow$	$\searrow$

$f'(-3) > 0;\ f'(-1) > 0\ ;\ f'(1) < 0\ ;\ f'(3) < 0$

f cresce no intervalo de $]0;2[\ \cup\ ]2;\infty[$

f decrece no intervalo de $]-\infty;\ -2[\ \cup\ ]-2;0[$

c) Assintotas:

Assintotas verticais: $\lim_{x\to a} f(x) = \infty$

$\lim_{x\to 2}\left(\frac{x^2}{2x^2-8}\right) = \infty\ e\ \lim_{x\to -2}\left(\frac{x^2}{2x^2-8}\right) = \infty$

$x = \pm 2$ é a assintota vertical

Assintota oblíqua: $y = kx + b$

$k = \lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to\infty}\frac{x^2}{2x^3-8x} = 0$

Como $k = 0$, a função não tem assintota oblíqua

$b = \lim_{x\infty}[f(x) - kx] = \lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^2}{2x^2-8}\right) = \frac{1}{2}$

$y = 0(x) + \frac{1}{2} \rightarrow y = \frac{1}{2}$

$y = \frac{1}{2}$ é a assintota vertical de f

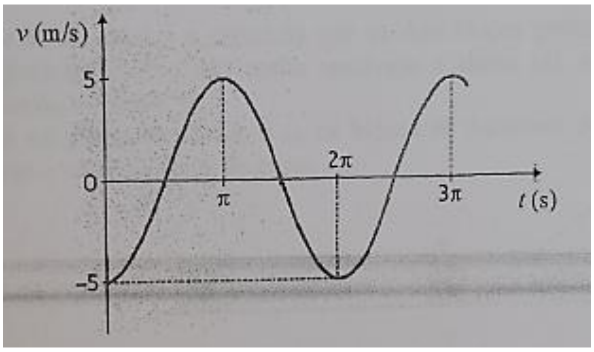
25º) (Teste ISTM-2017) Classifique as seguintes afirmações em verdadieras (V) ou falsas (F):

a) Quando duas esferas de massas iguais, que deslocam sem atrito com velocidades simétricas, colidem , a velocidade do centro de massa do sistema é nula___V___
b) Numa colisaõ elástica , as velocidades dos corpos variam, mas a energia cinética permanece constante__V___
c) Numa colisão inelástica, os corpos têm a mesma velocidade ao se separarem-se__F___
d) Numa colisão inelástica o momento linear varia__F___
e) Numa colisão perfeitamente inelástica, os corpos permanecem juntos após o choque __V___

Justificação:

a) A velocidade do centro de massa é dada pela relação: $v_{CM} = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$, pois, se o corpos tiverem a mesma massa e velocidades simétricas $(v_2 = -v_1)$ o centro de massa será nulo;
b) A colisão é dita elástica quando ocorre conservação da energia e do momento linear dos corpos envolvidos, a principal característica desse tipo de colisão é que, após o choque, a velocidade das partículas muda de direcção;
c) Os corpos só possuem as mesmas velocidade numa colisão completamente inelástica, e após o choque obrigatoriamente movem-se juntos;
d) Numa colisão inelástica o momento linear do sistema sempre se conserva;
e) Uma das características das colisões perfeitamente elástica é que o corpos se movem com as mesmas velocidades depois do choque.

26º) (Teste ISTM-2017) O gráfico em baixo representa a variação da velocidade, em função do tempo, de uma partícula de massa 200 g em MHS. Classifique as afirmações em Verdadeiras (V) ou Falsas (F)



1) A frequência angular do movimento é 1,0 rad^{-1}
   a) A amplitude do movimento é de 5,0 m
   b) A equação da elongação da partícula é: $x = 10\ sen\left(t + \frac{\pi}{6}\right)$
   c) No instante $t = \pi\ s$, a elongação tem o seu valor máximo posetivo.
   d) A energia mecânica do oscilador é 5 J.

Resolução:

a) A frequência angular é dado por: $\omega = \frac{2\pi}{T}$ onde T é o periodo

Conforme o gráfico acima, o periodo é $T = 2\,\pi$ (o tempo no qual o corpo levou para descrever uma volta completa.

Assim temos: $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2\pi} = 1{,}0\ rad.s^{-1}$, Linea a) verdadeira (V)

b) É fácil notar pelo gráfico que a amplitude (o deslocamento máximo) é A =5 ,0 m. A Línea b) é verdadeira (V).

c) A equação da elonganção de uma partícula é dada por : $x = Asen(\omega t + \varphi)$

Vamos achar a fase inicial: a partícula começou o seu movimento na posição $x = -5\ m$, para o instante $t = 0s$

$x = Asen(\omega t + \varphi) \rightarrow\ -5 = 5\ sen(1.0 + \varphi) \rightarrow\ -1 = sen(\varphi) \rightarrow \varphi = arsen(-1)$

$\varphi = \frac{3\pi}{2}$; a amplitude das oscilações é: $A = 5{,}0\ m,\ \ \omega = 1\ rad.s^{-1}$

A equação da elongação da partícula é:

$x = Asen(\omega t + \varphi) \rightarrow x = 5\ sen\left(t + \frac{3\pi}{2}\right)$, Linea c) Falsa (F)

d) A equação de elongação da partícula é:

$x = 5\ sen\left(t + \frac{3\pi}{2}\right)$, para o instante $t = \pi$, teremos:

$x = 5\ sen\left(\pi + \frac{3\pi}{2}\right)\ \rightarrow x = 5\left(\frac{2\pi+3\pi}{2}\right) \rightarrow x = 5sen\left(\frac{5\pi}{2}\right)$, nota: $sen\left(\frac{5\pi}{2}\right) = 1$

$x = 5(1) \rightarrow x = 5\ m$, como a elongação é igual a amplitude, a elongação tem oseu valor máximo no instante $t = \pi$. Línea d) Verdadeira (V)

e) A energia mecância de um oscilador harmônico é determinado pela relação:

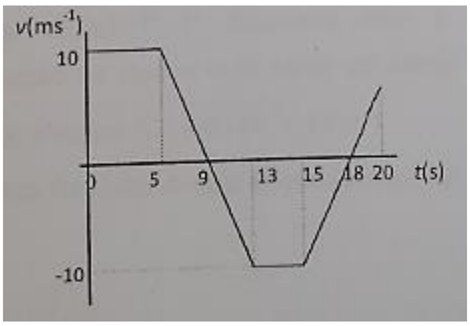
$w = \frac{1}{2}\ k\ A^2$, onde $k = m\,\omega^2$; $w = \frac{1}{2}\ m\,\omega^2\ A^2$

Onde: $A = 5{,}0\ m,\ \ \omega = 1\ rad.s^{-1}\ , m = 200\ g = 0{,}2\ kg$

Colocando na fórmula, vem:

$w = \frac{1}{2}\ (0{,}2)(1)^2\ (5)^2 = 2{,}5\ J$, Línea e) Falsa (F)

27º) (Teste ISTM-2017) A variação da velocidade em função do tempo de um corpo que descreve um movimento rectilíneo é dada pelo gráfico da figura. Indique, justificando:



a) Os intervalos de tempo em que o movimento é uniforme , acelerado e retardado.

b) A posição do corpo para $t = 13\ s$, sabendo que para $t = 0\ s$ o corpo se encontra na posição $x_o = 2\ m$.

c) A velocidade média e a aceleração média no intervalo $[0\ ;13\ s]$

Resolução:

a) No intervalo de tempo de 0 s até 5 e de 13 s até 15s , a velocidade do corpo permanece inalterável, logo nestes intervalos de tempo o corpo tem um movimento uniforme. No intervalo de tempo de 5s até 13s a velocidade do corpo decresce com o tempo, o que ocasiona uma aceleração negativa, neste intervalo de tempo o corpo terá um movimento retardado. No intervalo de tempo de 15 s até 20s a velocidade do corpo cresce com o tempo o que ocasiona uma aceleração posetiva, neste intervalo de tempo o corpo terá um movimento acelerado.

b) A equação da posição do corpo em função do tempo é dado por:

$x = x_o + v_o t + \frac{1}{2}\ at^2$ onde: $x_o = 2\ m\ ; v_o = 10\ m/s$

$a = \frac{-10-10}{13-5} \rightarrow a = -2{,}5\ m/s^2$

$x = 2 + 10t - 2{,}5t^2$, para o instante $t = 13\ s$

$x = 2 + 10(13) - 2{,}5(13)^2 \ \rightarrow x = -290{,}5\ m\ \approx 291\ , x = -291\ m$

c) A velocidade média é dada por: $v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}, \Delta t = 13\ s$

No intervalo de 0 a 5 s o corpo percorre a distância: $\Delta s_1 = \frac{(5+9)10}{2} \rightarrow \Delta s_1 = 70\ m$

No intervalo de 5 a 13 o corpo percorre uma ditância: $\Delta s_2 = \frac{(13-9)10}{2} \rightarrow \Delta s_2 = 20\ m$

No intervalo de 0 a 13 s o corpo percorre a distância: $\Delta s = \Delta s_1 + \Delta s_2 \rightarrow\ \ \Delta s = 90\ m$

$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} \rightarrow\ v_m = \frac{90}{13} \rightarrow v_m = 6{,}92\ m/s$

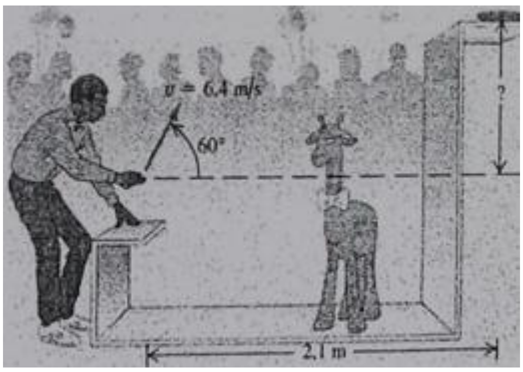
A aceleração média é dada por: $a_{méd} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$

Para o instante $t = 0\ s, v_o = 10\ m/s$

Para o instante $t = 13\ \ , v = -10\ m/s$

$a_{méd} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow a_{méd} = -\frac{-10-10}{13} \ \rightarrow\ a_{méd} = -1{,}5\ \ m/s^2$

28º) (Teste ISTM-2017) Num parque de diversões, uma pessoa pode ganhar uma girafa de peluche se conseguir encaixar uma moeda num prato pequeno. O prato está sobre uma prateleira acima do ponto em que a pessoa deixa a mão, a uma distância horizontal de 2,1 m. Uma pessoa lança a moeda com uma velocidade de 6,4 m/s formando um ângulo de 60º acima da horizontal, encaixando a moeda no prato.



a) Qual é a altura da prateleira, em relação ao nível da mão?
b) Qual foi a altura máxima, em relação ao nível da mão , atingida pela moeda?

Dados:

$x = 2{,}1\ m$

$v_o = 6{,}4\ m/s$

$\alpha = 60\ ^o$

$h = ?$

$h_{máx} = ?$

Resolução:

a) Pela figura nota-se que a moeda é lançada obliquamente, as equações do movimento da moeda em função ao tempo é dada por:

$\begin{cases} h = h_o + v_o sen\alpha\ t - \frac{1}{2}\ g\ t^2 \\ x = v_o\ cos\alpha\ t \end{cases}$, considerando nível referencial a mão da pessoa; $h_o = 0$, logo:

$$\begin{cases} h = v_o sen\alpha\ t - \frac{1}{2}\ g\ t^2 \quad (1) \\ x = v_o\ cos\alpha\ t \quad (2) \end{cases}$$

Se a bola atingir a prateleira, a distância contada na horizontal será o alcance, logo, pela segunda equação: $x = v_o\ cos\alpha\ t \ \rightarrow t = \frac{x}{v_o\ cos\alpha}$, substituindo em (1), vem:

$$h = v_o sen\alpha \left(\frac{x}{v_o\ cos\alpha}\right) - \frac{1}{2}\ g\ \left(\frac{x}{v_o\ cos\alpha}\right)^2 \rightarrow h = xtg\alpha - \frac{gx^2}{2(vo\ cos\alpha)^2}$$

Colocando os dados, vem:

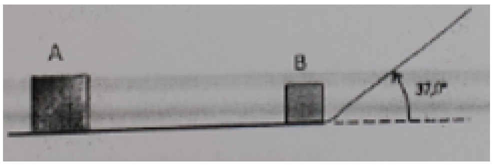
$$h = (2{,}1)tg60° - \frac{9{,}8\ (2{,}1)^2}{2(6{,}4\times\ cos60°)^2} \rightarrow h = \ 1{,}527\ \approx 1{,}53\ m\ ;\ h = 1{,}53\ m$$

b) A altura máxima em relação ao nível da mão alcançada pela moeda será determina da pela relação:

$h_{máx} = \frac{(v_o sen\alpha)^2}{2g}$, colocando os dados, vem:

$$h_{máx} = \frac{(6{,}4\times sen60)^2}{2\times 9{,}8} \rightarrow h_{máx} = 0{,}2827\ \approx 0{,}3\ m\ ,\ h_{máx} = 0{,}3\ m$$

29º) (Teste ISTM-2017) Um bloco A, de massa 1,0 kg foi lançada com velocidade de 4 m/s contra um bloco B, de massa 0,5 kg, que estava em repouso , seguindo juntos após o choque e subindo um plano inclinado de 37º (ver figura) Despreze as dimensões dos blocos.



a) Na ausência de atrito, qual é a velocidade com que os dois blocos iniciam a subida do plano inclinado?
b) Na ausência de atrito, qual é a distância que os dois blocos percorrem ao longo do plano inclinado até pararem?(caso não tenha resolvido a alínea (a) , considere o resultado da mesma sendo $v = 3\ m/s$)
c) Havendo atrito no plano inclinado, e se os blocos se deslocam de 30 cm ao longo desse plano, determine o valor da força de atrito.

Dados:

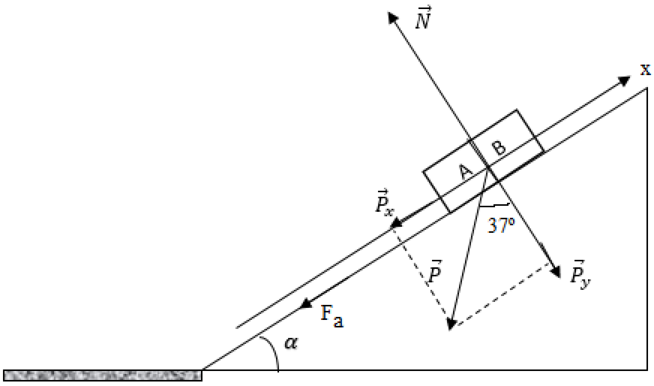
$m_A = 1{,}0\ kg$

$v_A = 4\ m/s$

$m_B = 0{,}5\ kg$

$v_B = 0\ m/s$

$\alpha = 37°$



a) $v = ?$
b) $s = ?\ \ (v = 3\ m/s)$
c) $F_a = ?\ (d = 30cm = 0{,}3\ m)$

Resolução:

a) Os blocos A e B ao chocarem-se, movem-se juntos como um todo, logo, há conservação do momento linear: $Q_o = Q_f$

Q_o – quantidade de movimento no incio; $Q_o = m_A\ v_A + m_B\ v_B$

Q_f – quanrtidade de movimento no fim; $Q_f = v(m_A + m_B)$

$m_A\ v_A + m_B\ v_B = v(m_A + m_B)$; sabe-se que: $v_B = 0\ m/s$

$m_A\ v_A = v(m_A + m_B) \rightarrow v = \frac{m_A\ v_A}{(m_A + m_B)}$, colocando os dados, vem:

$v = \frac{(1{,}0 \times 4)}{(1 + 0{,}5)} \rightarrow v = 2{,}66\ m/s \approx 3\ m/s$; $v = 3\ m/s$

b) Na ausência de atrito, haverá conservação da energia mecância. A distância que os dois corpos percorrem ao longo do plano inlcinado equivale ao comprimento do plano inclinado. Pela lei da conservação da energia mecância teremos:

$E_{Mo} = E_{Mf}$ (1)

E_{Mo} –energia mecânica no início (na base do plano inclinado)

$E_{Mo} = E_{co} + E_{po}$, na base do plano inclinado; $E_{po} = 0$, $E_{Mo} = E_{co} = \frac{1}{2}\, m\, v^2$ (2)

E_{Mf} – energia mecânica no fim (topo do plano inclinado) ;

$E_{Mf} = E_{cf} + E_{pf}$, no topo do plano inclinado (quando o bloco atinge o repouso), $E_{cf} = 0$

$E_{Mf} = E_{pf} = mg\, h$ (3) , h é a altura do plano inclinado

Substituindo (2) e (3) em (1), vem:

$\frac{1}{2}\, m\, v^2 = m\, gh \rightarrow v^2 = 2\, g\, h$ (4)

A altura do plano inclinado será encontrado pela relação:

$\sin(\alpha) = \frac{h}{s} \rightarrow h = s\, \sin(\alpha)$ (5) ; onde s – é o comprimento do plano inclinado

Substituindo (5) em (4), vem:

$v^2 = 2\, g\, s\, \sin(\alpha) \rightarrow s = \frac{v^2}{2\, g\, \sin(\alpha)}$, colocando os dados, vem:

$s = \frac{(3)^2}{2 \times 9{,}8\, \sin(37°)} \rightarrow s = 0{,}7629\, m \approx 0{,}763\, m$; $s = 0{,}763\, m$

c) Havendo atrito ocasionará a variação da energia mecânica dos blocos. Sobre os blocos actuará as seguintes forças (ver figura: a força de atrito F_a e o peso P_x para baixo)

ox: $-F_a - P_x = m\, a \rightarrow F_a = -(P_x + ma)$, onde $P_x = P\, sen\alpha = m\, g\, \sin\alpha$

$F_a = -(m\, g\, \sin\alpha + ma)$ (1)

Nota: m é a massa total dos blocos $m = 1{,}5\, kg$

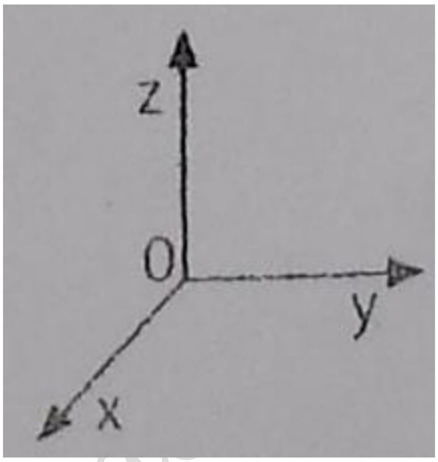
Aplicando a equação de torricel para achar a aceleração teremos:

$a = \frac{v^2}{2d} \rightarrow a = \frac{(3)^2}{2(0{,}3)} \rightarrow a = 15\, m/s^2$

Substituindo os dados em (1), vem:

$F_a = -(\, 9{,}8 \times \sin 37° + 1{,}5 \times 15) \rightarrow F_a = -28{,}39 \approx -28{,}4\, N, F_a = -28{,}4\, N$

30º) (Teste ISTM-2017) Uma partícula com a carga $+3,0 \times 10^{-11}\ C$ desloca-se com velocidade $\vec{v} = 3,0 \times 10^{6}{}_{\overrightarrow{ey}}(m/s)$, numa região do espaço onde existe um campo magnético $\vec{B} = 2,0 \times 10^{-2}{}_{\overrightarrow{ex}}(T)$ e um campo eléctrico $\vec{E} = 4,0 \times 10^{3}{}_{\overrightarrow{ez}}(V/m)$. Determine a força electromagnética (módulo ,direccção e sentido) qua actua sobre a partícula.



Dados:

$q = +3,0 \times 10^{-11}\ C$

$\vec{v} = 3,0 \times 10^{6}{}_{\overrightarrow{ey}}(m/s)$

$\vec{B} = 2,0 \times 10^{-2}{}_{\overrightarrow{ex}}(T)$

$\vec{E} = 4,0 \times 10^{3}{}_{\overrightarrow{ez}}(V/m)$

$\vec{B}\ \perp\ \vec{v}, 90°$

F_{Em} =?

Resolução:

A força electromagnética é determinada pela relação:

$F_{Em} = F_E + F_m$

Onde F_E é a força eléctrica, $F_E = Eq$

F_m é força magnética $F_m = |q|\ B\ v\ \sin\alpha$

A força electromagnética , será:

$F_{Em} = Eq + |q|\ B\ v\ \sin\alpha \ \rightarrow\ F_{Em} = q(E + B\ v\ \sin\alpha)$ (1)

$\vec{v} = 3,0 \times 10^{6}{}_{\overrightarrow{ey}}(m/s)$

O módulo da velocidade é:

$|v| = \sqrt{v^2{}_x + v^2{}_y + v^2{}_z}$ onde: $v_x = 0\ ;\ v_z = 0\ e\ v_y = 3,0 \times 10^{6}$ m/s

$|v| = \sqrt{(3,0 \times 10^{6})^2} \rightarrow v = 3,0 \times 10^{6}\ m/s$

$\vec{B} = 2,0 \times 10^{-2}{}_{\overrightarrow{ex}}(T)$

O módulo da indução magnética do campo é:

$|B| = \sqrt{B^2{}_x + B^2{}_y + B^2{}_z}$ onde: $B_x = 2,0 \times 10^{-2}\ T\ ;\ B_z = 0\ e\ B_y = 0$

$|B| = \sqrt{(2,0 \times 10^{-2}\ T)^2} \rightarrow B = 2,0 \times 10^{-2}\ T$

$\vec{E} = 4,0 \times 10^{3}{}_{\overrightarrow{ez}}(V/m)$

O módulo da intensidade docampo eléctrico é:

$|E| = \sqrt{E^2{}_x + E^2{}_y + E^2{}_z}$ onde: $E_x = 0\ ;\ E_z = 4,0 \times 10^{3}\ V/m\ e\ E_y = 0$

$|E| = \sqrt{(4{,}0 \times 10^3)^2} \rightarrow E = 4{,}0 \times 10^3 \ V/m$

Substituindo em (1), temos:

$F_{Em} = 3{,}0 \times 10^{-11}(4{,}0 \times 10^3 + \ 2{,}0 \times 10^{-2} \times 3{,}0 \times 10^6 \ \sin 90°)$

$F_{Em} = 1{,}92 \times 10^{-6} N \ , F_{Em} = 1{,}92 \ \mu N$

Como $q \ > 0, \vec{B} \ e \vec{E} \ \ \text{têm a mesma direccçaõ e sentido de } F_{Em}$

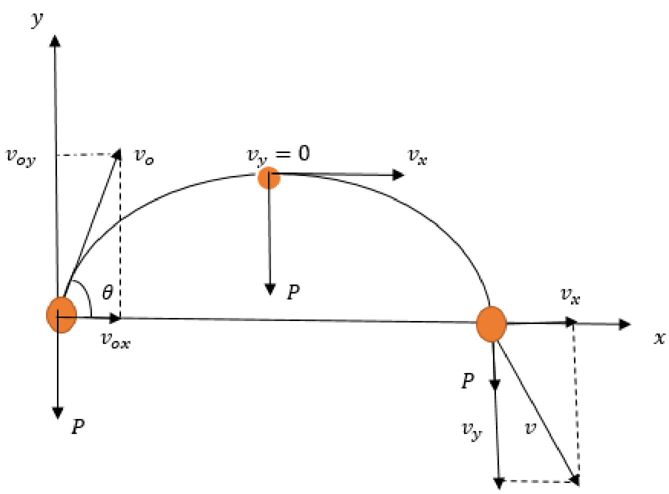
31º) (Teste ISTM-2017) Um projéctil é lançado obliquamente para cima com velocidade v_o segundo um ângulo θ com a horizontal. Despreza-se a resistência do ar. Classifique as afirmações seguintes com verdadeiras (V) ou falsas (F):

a) A componente horizontal da velocidade mantém-se constante durante o movimento__V___
b) A aceleração diminui na subida e aumenta na descida__V___
c) A força que actua no projéctil é sempre perpendicular a velocidade_F___
d) A velocidade é nula no ponto mais alto da trajectória__F__
e) Quando o projéctil atinge a altura máxima, o raio de curvatura da tragectória é $\frac{v_o{}^2 \cos^2\theta}{g}$ ___V___

Jutificação:

a) A componente horizontal da velocidade mantém-se constante durante o movimento, uma vez que no eixo x o movimento é classificado como rectilíneo e uniforme;
b) Na subida o movimento é classificado como retardado porque a aceleração diminui (o projéctil desloca-se em sentido contrário da aceleração de gravidade: $v \ > 0 \ e \ g \ < 0$) e na descida é classificado como acelerado porque aumenta (o projétil desloca-se no mesmo sentido que a aceleração de gravidade);

c) Como despreza-se a resistência do ar, a única força que actua é o peso P do corpo que está sempre dirigida para o centro da terra, ela é perpendicular apenas a componente horizontal da velocidade;



d) Somente a componente vertical $(v_y = 0)$ da velocidade é nula no ponto mais alto, como é ilustrado na figura abaixo;

e) A aceleração centrípeta é dada por: $a_c = \frac{v^2}{R}$

No ponto mais alto da tragecória a velocidade resultante é: $v^2 = {v_x}^2 + {v_y}^2$

Neste mesmo ponto $v_y = 0$, $v^2 = {v_x}^2$, logo temos; $a_c = \frac{{v_x}^2}{R}$

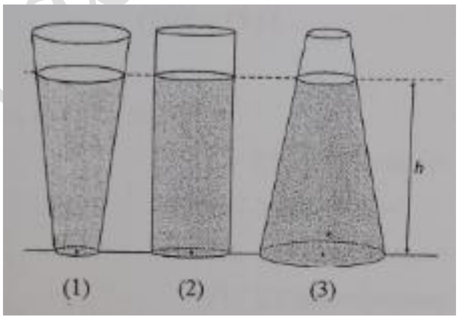
Além do mais, como o corpo é acelerado pela gravidade, no ponto mais alto da trajectória a resultante da aceleração é centrípeta ou seja: $a_c = g$, sabe-se que:

$v_x = v_o\ cos\theta$, relacionando com a equação acima, vem:

$g = \frac{{v_o}^2\ cos^2\theta}{R} \rightarrow R = \frac{{v_o}^2\ cos^2\theta}{g}$

32º) (Teste ISTM-2017) Os recipientes representados são abertos e contém mesmo líquido.

classifique as afirmações seguintes como verdadeiras (V) ou falsas (F):



a) A pressão exercida pelos líquidos no fundo do recipiente é $p_3 > p_2 > p_1$ ___F_____
b) A força de pressão no fundo dos recipientes é: $F_1 > F_2 > F_3$ ___F____
c) A pressão exercida pelos líquidos no fundo do recipiente é $p_1 = p_2 = p_3$ ____V____
d) A força de pressão no fundo dos recipientes é: $F_3 > F_2 > F_1$ ____V_____

Resolução:

1º) Vamos encontrar a relação das pressões nos três recipientes.

Se os recipientes contém o mesmo liquído que estão a um mesmo nível, pressão exercida pelos liquídos no fundo do recipinte é a mesma, pelo princípio de Pascal, ou seja; $p_1 = p_2 = p_3$.

2º) Vamos encontrar a das forças de pressão.

A força de pressão é determinada pela relação: $F = P \times A$

P é a pressão no fundo do recipiente e

A é a secção transversal dos recipintes

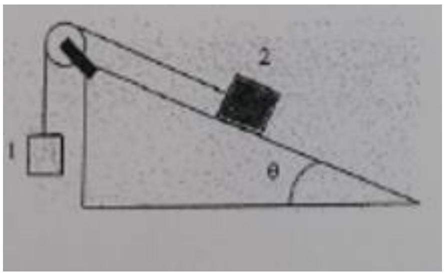
Como a pressão no fundo do recipente é a mesma para os três recipinetes, a força de pressão dependera apenas da secção transversal dos vasos.

É fácil notar pela figura que a seccçã transversal da base do 3º recipiente é o maior, e o menor dos três recipientes é a secção do 1º. Sendo assim teremos:

$A_1 < A_2 < A_3$ e consequentemente teremos para as forças de pressão:

$F_3 > F_2 > F_1$

33º) (Teste ISTM-2017) Dois objectos ,1 e 2, estão ligados por uma corda, que passa sem atrito por uma roldana de massa desprezível (ver figura). A massa do corpo 1 é $m_1 = 10\ kg$. O bloco de massa m_2 está sobre um plano, inclinado de um ângulo $\theta = 30º$, sendo os coeficientes de atrito estático e cinético entre o bloco e o plano inclinado iguais a $\mu_e = 0{,}3$ e $\mu_c = 0{,}2$ respectivamente. Determine :



a) Faça o diagrama de corpo livre para cada um dos corpos (suponha que o sistema tende a deslocar-se para a direita-1 a subir , 2 a descer.
b) Determine a massa que o corpo 2 deve ter para por o sistema em movimento.
c) Determine a aceleração do sistema $m_2 = 60\ kg$.

Dados:

$m_1 = 10\ kg$

$\theta = 30º$

$\mu_e = 0{,}3$

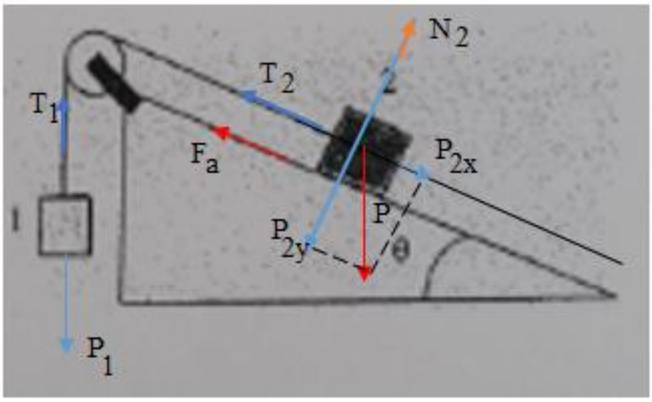
$\mu_c = 0{,}2$

$a)\ Diagrama\ de\ corpo\ livre$

$b)\ m_2 = ?$

$c)\ a = ?$

a)



Resolução:

Vamos considerar que o sistema inicialmente está em equilíbrio estático

$b)$ Corpo de massa m_2

$$\begin{cases} ox: -T_2 + P_{2x} - F_a = m_2 a \ \rightarrow\ -T_2 + m_2 g\ sen\theta - \mu_e\ N_2 = 0 (1) \\ oy: N_2 - P_{2y} = 0 \rightarrow N_2 = P_{2y} = m_2 g\ cos\theta \quad (2) \end{cases}$$

Substituindo (2) em (1) vem:

$$-T_2 + m_2 g\ sen\theta - \mu_e\ m_2\ g\ cos\theta = 0 \qquad (I)$$

Corpo de massa m_1

$$oy: T_1 - P_1 = 0 \rightarrow T_1 - m_1 g = 0 \rightarrow T_1 = m_1 g$$

$$T_1 = 10 \times 9{,}8 \rightarrow T_1 = 98\ N$$

Sabe-se que $T_1 = T_2$, da equação (I) , vem:

$m_2 = \frac{T_2}{g(sen\theta - \mu_e\ cos\theta)}$, colocando os dados: $m_2 = \frac{98}{9{,}8(sen30° - 0{,}3\times\ cos30°)}$

$$m_2 = 42\ kg$$

c) Vamos a determinar a aceleração:

$-T_2 + m_2 g\ sen\theta - \mu_c\, m_2\, g\ cos\theta = m_2 a$ (I)

$T_1 - P_1 = m_1 a$ (II)

Formando um sistema com as equações (I) e (II) , vem:

$$\begin{cases} -T_2 + m_2 g\ sen\theta - \mu_c\, m_2\, g\ cos\theta = m_2 a \\ T_1 - m_1 g = m_1 a \end{cases}$$

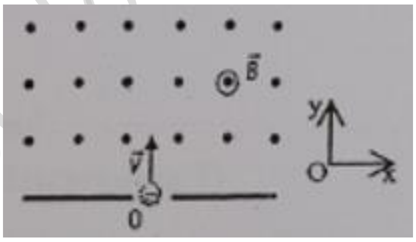
$m_2 g\ sen\theta - \mu_c\, m_2\, g\ cos\theta - m_1 g = m_1 a + m_2 a$

$m_2\, g(sen\theta - \mu_c\, cos\theta) - m_1 g = a(m_1 + m_2)$

$a = \frac{m_2\, g(sen\theta - \mu_c\, cos\theta) - m_1 g}{(m_1 + m_2)}$, colocando os dados:

$a = \frac{60.9{,}8(sen30° - 0{,}2.cos30°) - 10.9{,}8}{(10+60)} \rightarrow a = 1{,}34\ m/s^2$

34º) (Teste ISTM-2017) Um electão é lançado pelo orifício O de um anteparo, com velocidade $\vec{v} = 3{,}0 \times 10^6 \overrightarrow{e_y}(m/s)$, perpendicular a um campo magnético uniforme $\vec{B} = 4{,}0 \times 10^{-3} \overrightarrow{e_z}(T)$. Determine:



a) As caracterísiticas das forças magnéticas (módulo , direccção, e sentido) que actua sobre o electrão ;
b) A que distância do ponto O o electrão bate no anteparo.
c) O intervalo de tempo que decorre desde o instante em que o electrão penetra no campo magnético até atingir o ponto referido na alínea anterior.

Dados:

$\vec{v} = 3{,}0 \times 10^6 \overrightarrow{e_y}(m/s)$

$\vec{B} = 4{,}0 \times 10^{-3} \overrightarrow{e_z}(T)$

$m = 9{,}11 \times 10^{-31}\ kg$

$q = 1{,}60 \times 10^{-19} C$

a) F_m =?
b) D =?
c) T =?

Resolução:

a) Vamos 1º encontrar o módulo da velocidade e da indução magnética:

O módulo da velocidade é:

$|v| = \sqrt{v^2{}_x + v^2{}_y + v^2{}_z}$ onde: $v_x = 0$; $v_z = 0$ e $v_y = 3{,}0 \times 10^6$ m/s

$|v| = \sqrt{(3,0 \times 10^6)^2} \rightarrow v = 3,0 \times 10^6\ m/s$

$\vec{B} = 4,0 \times 10^{-3}{}_{\overrightarrow{ez}}(T)$

O módulo da indução magnética do campo é:

$|B| = \sqrt{B^2{}_x + B^2{}_y + B^2{}_z}$ onde: $B_z = 4,0 \times 10^{-3}\ T\ ;\ B_x = 0\ e\ B_y = 0$

$|B| = \sqrt{(2,0 \times 10^{-2}\ T)^2} \rightarrow B = 4,0 \times 10^{-3}\ T$

O módulo da força magnética é determinada pela relação:

$F_m = |q|B\ v\ sen\theta \rightarrow F_m = 1,60 \times 10^{-19} \times 3,0 \times 10^6 \times 4,0 \times 10^{-3}$

$F_m = 19,2.10^{-16}$

b) Sendo a carga lançada perpendicularmente em relação ao campo a tragectória será circular, no caso até atingir o anteparo será percorrido metade da circunferência. De acordo a regra da mão direita, a distância será igual ao diâmetro da circunferência ou seja:

$D = 2\ R$, onde R é raio da circunferência.

Pela segunda lei de Newton, a resultante é centrípeta:

$F_m = F_c \rightarrow F_m = \frac{mv^2}{R} \rightarrow R = \frac{mv^2}{F_m}$, colocando os dados, vem:

$R = \frac{9,11\times10^{-31}\times(3,0\times10^6)^2}{19,2.10^{-16}} \rightarrow R = 4,27.10^{-3}m$

Sabe-se que: $D = 2\ R\ ;\ D = 2 \times 4,27.10^{-3} \rightarrow D = 8,5 \times 10^{-3}m \rightarrow D = 8,5\ mm$

c) O intervalo de tempo que decorre desde o instante em que o electrão penetra no campo magnético até atingir o ponto referido na alínea anterior corresponde ao periodo para completar a meia volta na circunferência.

$v = \omega R$;

ω é a velocidade angular ; para meia volta: $\omega = \frac{\pi}{T}$

$v = \frac{\pi}{T} R \rightarrow T = \frac{\pi\ R}{T}$, colocando os dados; vem;

$T = \frac{3,14\times4,27.10^{-3}}{3,0\times10^6} \rightarrow T = 4,46 \times 10^{-9}\ s \approx 4,5\ ns$, $T = 4,5\ ns$

35º) (Teste ISTM-2017) Dois projéctis A e B, de igual massa , são lançados horizontalmente, do mesmo lugar, a uma altura h dos solo. A velocidade de lançamento de A é maior do que a de B. Classifique as afirmações seguintes como verdadeiras (V) ou falsas (F).

a) O alcance de A é maior do que o alcance de B____V____
b) Os dois projéctis atingem o solo com velocidades iguais.___F___.
c) O tempo de queda de A é igual ao de B.___V____
d) A aceleração de A é igual à aceleração de B.___V____
e) A energia mecância de A é igual à energia mecância de B. __F___

Justificação das afirmações:

$v_A > v_B$

a) O alcance é determinado pela relação: $x_A = v_A\sqrt{\frac{2h}{g}}$ e $x_B = v_B\sqrt{\frac{2h}{g}}$

Se $v_A > v_B \rightarrow x_A > x_B$, o que quer dizer que o projéctil A tem um alcance mairo que o proj

b) A velocidade de queda é determinada pela relação:

$v_{Aq} = \sqrt{{v_A}^2 + g^2t^2}$ e $v_{Bq} = \sqrt{{v_B}^2 + g^2t^2}$

v_{Aq} Velocidade com que o projéctil A chega ao solo

v_{Bq} Velocidade com que o projéctil B chega ao solo

Se $v_A > v_B \rightarrow v_{Aq} > v_{Bq}$, o que quer dizer que a velocidade com A chega ao solo é maior do que B.

c) O tempo de queda no lançamento horizontal é determinado pela relação:

$t_A = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ e $t_B = \sqrt{\frac{2h}{g}}$; como os corpos são lançados da mesma altura h ,

$t_A = t_B$, o que quer dizer que o tempo de queda de A é igual ao de B.

d) Os dois corpos são acelerados pela gravidade, logo terão a mesma aceleração.
e) A energia mecância é a soma das energias potenciais e cinéticas. Como os corpos são lançados de uma mesma altura eles terão no início a mesma energia potencial, mas a velocidade com que chegam no solo é diferente, logo, eles terão energia cinética diferente ao atingirem o solo. Assim : $E_{MA} \neq E_{MB}$.

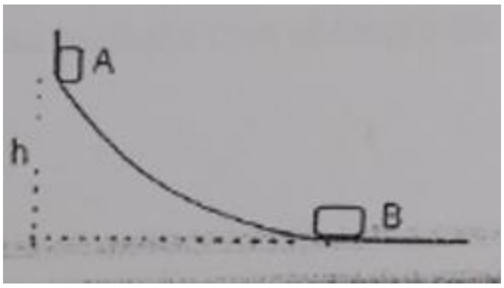
36º) (Teste ISTM-2017) Um corpo descreve um movimento circular com velocidade de módulo constante. Nestas condições, pode afirmar-se que (selecione as afirmações verdadeiras):

a) A resultante das forças que actuam no corpo tem, apenas, componente tangencial.___F___.
b) A resultante das forças que actuam no corpo é nula.__F___.
c) A velocidade é paralela a aceleração.___F___
d) A velocidade angular tem módulo e direcção constante.______
e) A aceleração do movimento é, em cada instante , perpendicular à tangente à trajéctória.___V___

Justificação das respostas:

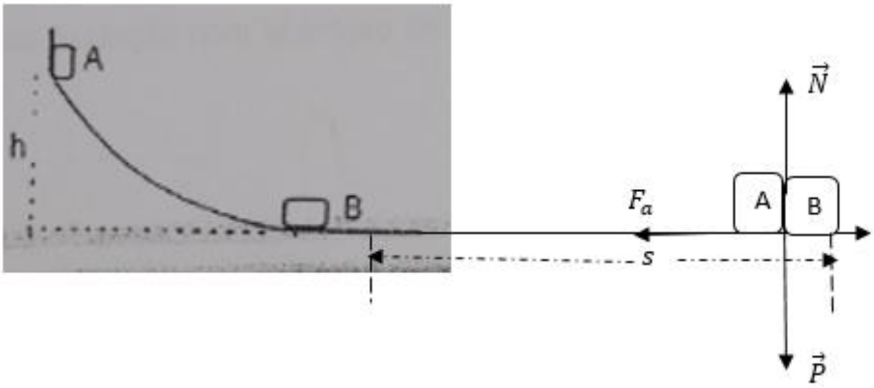
a) Nos movimentos circulares uniformes, o módulo da velocidade vectorial não varia e, portanto a aceleração tangencial é nula, sendo assim a resultante que actuam no corpo tem apenas componente centrípeta.
b) No movimento circular a velocidade pode variar em módulo ou em direcção, mesmo que a velocidade permaneça constante a resultante das forças não será nula.
c) Como a aceleração resultante é centrípeta e está sempre direcionada para o centro da tragectória, a velocidade não será paralela a aceleração.
d) Como o movimento é uniforme, a velocidade angular permanecerá constante.
e) No movimento circular uniforme a aceleração resultante é a própria aceleração centrípeta que é perpendicular à tangente à trajéctória em cada instante.

37º) (Teste ISTM-2017) Um bloco A de massa 5,0 kg , partindo do repouso , é largado numa calha de altura h (ver figura) , e atinge a base da calha com uma energia de 150 J. Aí colide com um outro bloco B de 10 kg , seguindo juntos após o choque. Considerando que o atrito é desprezável na parte curva da calha e que o coeficiente de atrito cinético na parte plana é μ_c=0,25. Determine :



a) A altura de que é largado o bloco A;
b) A velocidade dos dois blocos imediatamente após o choque;
c) A que distância do ponto de choque os dois blocos vão parar.

Dados:



$m_A = 5{,}0\ kg$

$E_{MA} = 150\ J$

$m_B = 10\ kg$

μ_c=0,25

$g = 9{,}8\ m/s^2$

a) h =?
b) v =?
c) s =?

Resolução:

a) Como na parte curva da calha não existe atrito, o corpo ao sair do ponto B até ao ponto A a energia mecânica se conserva, ou seja:

$E_{MA} = E_{MB}$, no ponto B o corpo só tinha energia potencial ; $E_{MB} = m_A\ g\ h$

$E_{MA} = m\ g\ h\ \rightarrow h = \frac{E_{MA}}{m_A g}$; $h = \frac{150}{5\times 9{,}8} \rightarrow h = 3{,}06\ \cong 3$; $h = 3\ m$

b) Como após o choque os corpos seguem juntos, o choque é perfeitamente inelástico, a quantidade de movimento se conserva:

$Q_o = Q_f$ (I) ;

Q_o –quantidade de movimento no incio ; $Q_o = m_A\ v_A + m_B v_B$

Q_f – quantidade de movimento no fim; $Q_f = v(m_A\ + v_B)$, colocando em (I)

$m_A\ v_A + m_B v_B = v(m_A\ + v_B)$,antes do choque o corpo B está em repouso, logo: $v_B = 0$

$m_A\ v_A = v(m_A\ + v_B) \rightarrow v = \frac{m_A\ v_A}{(m_A\ + v_B)}$ (II)

Vamos achar a velocidade v_A

A energia com que o corpo A chega na base da calha é $E_{MA} = 150\ J$ e sabe-se que na base da calha o corpo só tem energia cinética, sendo assim:

$E_{MA} = E_{cA}\ \rightarrow\ E_{MA} = \frac{1}{2}\ m_A\ (v_A)^2 \rightarrow v_A = \sqrt{\frac{2E_{MA}}{m_A}}$, colocando os dados, vem:

$v_A = \sqrt{\frac{2(150)}{5}} \rightarrow v_A = 7{,}75\ m/s$, substituindo em (II):

$v = \frac{5\times\ 7{,}75}{(5\ + 10)} \rightarrow v = 2{,}583\ m/s$

c) Após o choque os corpos terão um MRUR em que: $a < 0$

Pela segunda lei de Newton: a única força que actua na horizontal é a força de atreito, assim temos:

Ox: $F_a = ma$; onde $F_a = \mu_c\, N$

Oy: $N - P = 0 \rightarrow N = P = m\, g$

Ox: $\mu_c\, m\, g = ma \;\rightarrow\; \mu_c\;\, g = a$ (III)

Pela equação de torricel:

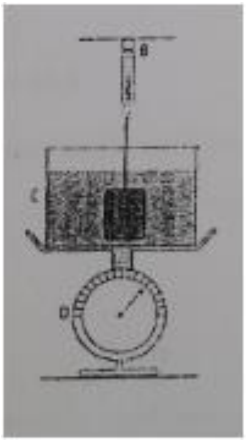
${v_f}^2 = v^2 - 2\, a\, s$, quando os corpos páram $v_f = 0$

$a = \frac{v^2}{2s}$ (substituindo em III), vem:

$\mu_c\;\, g = \frac{v^2}{2s} \rightarrow s = \frac{v^2}{2\mu_c\;\, g}$, colocando os dados:

$s = \frac{(2{,}583)^2}{2\times 0{,}25\times 9{,}8} \rightarrow s = 1{,}36 \;\approx 1{,}4\,;\quad s = 1{,}4\, m$

38º)(Teste ISTM-2017) Um corpo A, de volume 120 cm^3, está suspenso de uma balança de um dinamómetro , B, e mergulhado na água contida num copo C, que está sobre o prato de outra balança – dinamómetro,D. Tanto a balança superior como a inferior indicam 15 N. A massa do copo C é 80 g. Determine:



a) A massa volúmica da substância de que é feito o corpo A;
b) O volume de água contida no copo C.;

Dados:

$V_A = 120\; cm^3 = 120 \times 10^{-6}\; m^3$

$F = 15\; N$

$m_c = 80g = 0{,}08\; kg$

$\rho_{H20} = 1000\; kg/m^3$

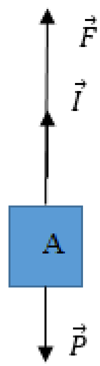
$a)\; \rho_A = ?$

$b)\; V_{H20} = ?$

$g = 9{,}8\; m/s^2$

Resolução:

a) No corpo A atuam as seguintes forças; o peso do prórpio corpo ($P = m_A\; g$), o empuxo ($I = \rho_{H20}\; g\; V_i$) e a força F. O corpo o corpo está em equilíbrio temos:



$I + F - P = 0 \;\rightarrow\; \rho_{H20}\; g\; V_i + F - m_A\; g = 0$, onde $m_A = \rho_A\; V_A$

$\rho_{H20}\; g\; V_i + F - \rho_A\; V_A g = 0$

Como o corpo está totalmente imerso $V_A = V_i$

$\rho_{H20}\; g\; V_A + F - \rho_A\; V_A g = 0 \;\rightarrow \rho_{H20}\; g\; V_A + F = \rho_A\; V_A g$

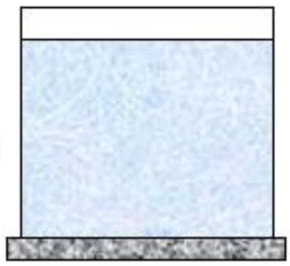
$\rho_A = \frac{\rho_{H20}\, g\, V_A + F}{V_A g}$, colocando os respectivos dados vem:

$\rho_A = \frac{1000\times 9{,}8\times 120\times 10^{-6} + 15}{120\times 10^{-6}\times 9{,}8} \rightarrow \rho_A = 13755\ kg/m^3$

b) O volume da água contida no copo c pode ser calculada mediante a relação:

$V_{H20} = \frac{m_{H20}}{\rho_{H20}} \rightarrow (1)$

c



$V_{H20} = 8 \times 10^{-5}\ m^3\ ou\ V_{H20} = 80\ cm^3$

Vamos encontrar a massa da água contida líquido no copo:

$F_B + F_D - P_{H20} - P_A - P_C = 0$

$F_B + F_D - m_{H20}\, g\ - m_A g\ - m_C g = 0$

$F_B + F_D - m_{H20}\, g\ - \rho_A V_A\, g\ - m_C g = 0$

$m_{H20} = \frac{F_B + F_D - \rho_A V_A\, g - m_C g}{g} = \frac{15+15-13755\times 120\times 10^{-6}\times 9{,}8 - 0{,}08\times 9{,}8}{9{,}8}$

$m_{H20} = 1{,}33\ kg$

Substituindo em (1) vem: $V_{H20} = \frac{1{,}33}{1000} \rightarrow V_{H20} = 1{,}33 \times 10^{-3}\ cm^3$