

$$d) (x^{2k} - y^{2k}) : \frac{x^{k+1} - y^{k+1}}{x^k y + y^{k+1}} \quad R: \frac{y}{x} (x^k + y^k)^2 = L.A.$$

$$e) \frac{a-c}{a^2+ac+c^2} - \frac{a^2-c^2}{a^2b-bc^2} \left(1 + \frac{c}{a-c} - \frac{1+c}{c}\right) : \frac{c(1+c)-a}{bc} \quad R: (a+c)^4$$

3) Simplifique as seguintes expressões.

$$a) \left(\frac{1}{a+\sqrt{ab}} + \frac{1}{a-\sqrt{ab}} \right) : \left(\frac{a^3 b^3}{a^2+ab+b^2} \right)^{-1} \quad R: 2 \quad L.A.$$

$$b) (2 + 2\sqrt{1-x^2} - x^2) : \left(\frac{1}{\sqrt{1+x}} + \sqrt{1-x} \right)^2 - x \quad R: 1$$

$$c) \left(\frac{7}{\sqrt{b}+7} + \frac{\sqrt[3]{b}+34}{\sqrt[3]{b}-49} - \frac{7}{\sqrt{b}-7} \right) \frac{\sqrt[3]{b}-14\sqrt[6]{b}+49}{(\sqrt[6]{b}-8)(\sqrt[6]{b}+8)} \quad R: \frac{\sqrt[6]{b}-7}{\sqrt[6]{b}+7}$$

$$d) \left(\frac{\sqrt[3]{x+y}}{\sqrt[3]{x-y}} + \frac{\sqrt[3]{x-y}}{\sqrt[3]{x+y}} - 2 \right) : \left(\frac{1}{\sqrt[3]{x-y}} - \frac{1}{\sqrt[3]{x+y}} \right) \quad R: (x+y)^{1/3} - (x-y)^{1/3}$$

$$e) \frac{\sqrt{a}+\sqrt{5}-1}{a+\sqrt{ab}} + \frac{\sqrt{a}-\sqrt{5}}{2\sqrt{ab}} \left(\frac{\sqrt{b}}{a-\sqrt{ab}} + \frac{\sqrt{b}}{a+\sqrt{ab}} \right) \quad R: \frac{1}{\sqrt{a}}$$

$$f) \left(\sqrt[3]{\sqrt{a}} + \frac{\sqrt[3]{\sqrt{ab}} + \sqrt{a}}{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}} \right)^3 - 8\sqrt{a} \quad R: 0$$

$$g) \left(\frac{x^{3/2} - y^{3/2}}{x^{1/2} - y^{1/2}} + \sqrt{xy} \right) \cdot \left(\frac{x^{1/2} - y^{1/2}}{x-y} \right)^2 \quad R: 1$$

$$h) \frac{1}{2+2\sqrt{a}} + \frac{1}{2-2\sqrt{a}} - \frac{a^2+2}{1-a^3} \quad R: -(a^2+a+1)^{-1}$$

$$i) (\sqrt{1-x^2} + 1) : \left(\frac{1}{\sqrt{1+x}} + \sqrt{1-x} \right) \quad R: \sqrt{1+x}$$

$$j) \left(\frac{t\sqrt{t+2}}{\sqrt{t-2}} - \frac{2\sqrt{t-2}}{\sqrt{t+2}} - \frac{4t}{\sqrt{t^2-4}} \right)^{1/2} : \sqrt[4]{t^2-4} \quad R: \sqrt{\frac{t-2}{t+2}}$$

$$k) \frac{\sqrt{x^3} + \sqrt{xy^2} - \sqrt{x^2y} - \sqrt{y^3}}{\sqrt[4]{y^5} + \sqrt[4]{x^4y} - \sqrt[4]{xy^4} - \sqrt[4]{x^5}} \quad R: -\sqrt[4]{x} - \sqrt[4]{y} \quad \text{ISPTEC}$$

$$l) \frac{\sqrt{a^2-4ab+4b^2}}{\sqrt{a^2+4ab+4b^2}} - \frac{8ab}{a^2-4b^2} + \frac{2b}{a-2b} \quad \text{para } a \neq 0, b \neq 0, R: \begin{cases} \frac{a}{2b-a} \text{ se } 0 < a < 2b \\ \frac{a^2-10ab+8b^2}{a^2-4b^2} \text{ se } a > 2b > 1 \end{cases}$$

$$m) (a^3+a^2-2a)/(a|a+2|-a^2+4) \quad R: \begin{cases} -\frac{a}{2}, a \in (-\infty, -2) \\ 0, \text{ se } a(-1), a \in (-2, +\infty) \end{cases}$$

$$n) \frac{5-6\sqrt{2}}{5+6\sqrt{2}} - \frac{7}{4+\sqrt{2}} \quad R: \frac{65}{4}$$

L A

Preparatório do ISPTEC = L.A

1) Decomponha em factores os seguintes polinómios

a) $a^4 + 4$

R: $(a^2 - 2a + 2)(a^2 + 2a + 2)$

b) $a(a+1)(a+2)(a+3)+1$ R: $(a^2+3a+1)^2$

c) $8a^3(b+c) - b^3(2a+c) - c^3(2a+b)$ R: $(b+c)(2a-b)(2a+c)(2a+b-c)$

d) $a^4 - 18a^2 + 81$ R: $(a-3)^2(a+3)^2$

e) $a^4 + 2a^3 - 2a - 1$ R: $(a-1)(a+1)^3$

f) $a^4 + a^2b^2 + b^4$ R: $(a^2+ab+b^2)(a^2-ab+b^2)$

g) $a^4 + 4a^2 - 5$ R: $(a+1)(a-1)(a^2+5)$

2) Simplifique as seguintes expressões.

a) $\frac{a^6 + a^4 + a^2 + 1}{a^3 + a^2 + a + 1} \cdot \frac{a+1}{a^4+1}$ R: 1

b) $\frac{x^2+y^2}{x^2-y^2} \div \left(\frac{x}{x-y} - \frac{y}{x+y} \right)$ R: 1

c) $\frac{a^3+b^3}{a+b} \div (a^2-b^2) + \frac{2b}{a+b} - \frac{ab}{a^2-b^2}$ R: 1

d) $\left(\frac{1}{a^2+2ab+b^2} - \frac{1}{a^2-b^2} - \frac{1}{a^2-2ab+b^2} \right) \div \frac{b^2-4ab-a^2}{a^2-b^2}$ R: $\frac{1}{a^2-b^2}$

e) $\frac{x}{3+x} \left(\frac{9-x^2}{x^2-3x} \right) + \frac{27+x^3}{9-x^2} \div \left(3 + \frac{x^2}{3-x} \right)$ R: 0

f) $\left(\frac{2}{1-x^2} + \frac{x+2}{x-1} \right) \div \frac{x+3}{x^2-1}$ R: x

g) $\left(\frac{a^2-3ab}{a+b} + 1 \right) \div \left(\frac{a}{a+b} - \frac{1}{b-a} - \frac{2ab}{a^2-b^2} \right)$ R: a-b

h) $\left(\frac{1}{x^2+3x+2} + \frac{2x}{x^2+4x+3} + \frac{1}{x^2+5x+6} \right) \cdot \frac{(x-3)^2+12x}{2}$ R: 2

i) $\left(\frac{a-b}{a+b} + \frac{a+b}{a-b} \right) \left(\frac{a^2+b^2}{2ab} + 1 \right) \div \frac{a^2+b^2}{ab}$ R: $\frac{a+b}{a-b}$

L.A

ISPTEC

(A)

$$R: [-2, -1] \cup [3, \sqrt{10}]$$

8. Dados os conjuntos $A = \{x \in \mathbb{Z}^* / 0 \leq x < 4\}$

$B = \{x \in \mathbb{Z} / 0 \leq x \leq 5\}$. Represente A e B em extensão

$$R: A = \{1, 2, 3\} \text{ e } B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$$

9. Represente o conjunto $A = \{x \in \mathbb{N} / -1 \leq x < 3\}$ em extensão. R: $A = \{0, 1, 2\}$.

10. Represente o conjunto $N = \{x \in \mathbb{Z} / x^2 - 4x - 5 = 0\}$, em extensão. R: $N = \{-1, 5\}$

11. Represente o conjunto $A = \{x \in \mathbb{N} / x^2 - x - 6 = 0\}$, em extensão. R: $A = \{3\}$.

12. Represente o conjunto $B = \{x \in \mathbb{R} / 2x^2 + x + 5 = 0\}$, em extensão. R: $B = \emptyset$.

13. Represente o conjunto $N = \{x \in \mathbb{Z} / 2x^2 - x - 1 = 0\}$, em extensão. R: $N = \{1\}$.

14. Sendo $A = \{1, 2, 3, 5, 7, 8\}$ e $B = \{2, 3, 7\}$, determinar o complementar de B em A. R: $\{1, 5, 8\}$

15. Represente o conjunto $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ em compensação

$$R: A = \{x \in \mathbb{N} / 0 \leq x \leq 4\}.$$

CAPÍTULO II - Transformações Algébricas

1º Calcular o valor das seguintes expressões.

a) $\frac{7\sqrt{3} - 5\sqrt{48} + 2\sqrt{192}}{3\sqrt{27}}$ R: $1/3$

b) $\sqrt{5+2\sqrt{6}} \cdot \sqrt{5-2\sqrt{6}}$ R: 1

c) $\sqrt{8 + \sqrt{14 + \sqrt{6 + \sqrt{4}}}}$ R: $2\sqrt{3}$

d) $(\sqrt{32} + \sqrt{45} - \sqrt{98})(\sqrt{72} - \sqrt{500} - \sqrt{8})$ R: $6(7\sqrt{10} - 29)$

e) $\sqrt{2+\sqrt{3}} \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}} \cdot \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}} \sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}}$ R: 1

CAPITULO I - Conjuntos Numéricos

Dados os conjuntos $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{4, 5, 6, 7\}$
 $C = \{4, 5, 6, 8\}$, ache $(A - C) \cap (B - C)$ R: \emptyset

2. Dados os conjuntos $A = \{2, 4, 6, 8, 12, 10\}$, $B = \{1, 4, 9, 16\}$
 $C = \{2, 10\}$. Ache

$$A \cup B \quad R: \{1, 2, 4, 6, 8, 9, 10, 12, 16\}$$

$$B \cup C \quad R: \{1, 2, 4, 9, 10, 16\}$$

$$A \cap B \quad R: \{4\}$$

$$B \cap C \quad R: \emptyset$$

$$B - A \quad R: \{1, 9, 16\}$$

$$C \cap A \quad R: \emptyset$$

$$C \cap B \quad R: \{2, 6, 8, 10, 12\}$$

2 A

Sejam $A = [0, 3]$ e $B = [1, 5]$, conjuntos de números reais, determine:

$$A \cup B \quad R: [0, 5] \text{ ou } 0 \leq x \leq 5$$

$$A \cap B \quad R: [1, 3] \text{ ou } 1 \leq x \leq 3$$

$$A - B \quad R: [0, 1] \text{ ou } 0 \leq x < 1$$

$$B - A \quad R:]3, 5[\text{ ou } 3 < x \leq 5$$

Sejam $A = \{x \in \mathbb{R} / 0 < x < 2\}$ e $B = \{x \in \mathbb{R} / -3 \leq x \leq 1\}$ e determine $(A \cup B) - (A \cap B)$ R: $[-3, 0] \cup]1, 2[$.

Considere os conjuntos $A = \{x \in \mathbb{R} / x > \frac{5}{8}\}$ e $C = \{x \in \mathbb{R} / \frac{5}{8} \leq x \leq \frac{2}{3}\}$, ache $(A \cup C) \cap B$ R: $\frac{5}{8} \leq x < \frac{2}{3}$ ou $[\frac{5}{8}, \frac{2}{3}[$.

Sejam os conjuntos $A = \{x \in \mathbb{R} / 0 \leq x \leq 3\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} / x > 3\}$ e $C = \{x \in \mathbb{R} / -2 \leq x \leq 3\}$, ache $(B - A) \cap C$ R: \emptyset .

São dados os conjuntos $M = \{x \in \mathbb{R} / x < 3\}$ e $P = \{x \in \mathbb{R} / -2 \leq x < \sqrt{10}\}$, ache $P - (M \cap N)$ R: $\{x \in \mathbb{R} / x > -1\}$

NUCLEO DE MATEMÁTICA

CURSO PREPARATÓRIO

DISCIPLINA	Matemática	TARDE
CURSOS	ENGENHARIAS/ GEOCIÊNCIAS	Duração: 1h30
DOCENTE	Joaquim Bumba	Data: 20/08/2021

CRITÉRIOS GERAIS:

Será atribuído uma cotação para cada etapa de resolução sendo:

- 1) Análises corretas e resposta errada -1 Valor.
- 2) 3) A cotação de uma etapa de resolução será zero (0) valores se os passos da etapa anterior não forem apresentados.

Não é permitido o uso de qualquer instrumento de auxílio a cálculo.

1. O conjunto $A = \{x \in \mathbb{R} / x^2 + x + 1 = 0\}$, por extenso, é representado por:

- a) $\{0;1\}$ b) $\{1\}$ c) $\{\}$ X

2. Sendo $a = 2^7 \cdot 3^8$ e $b = 2^5 \cdot 3^6$, então $\frac{a}{b}$ vale:

- a) 252 b) 36 X c) 516

3. O valor da expressão: $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2} - \sqrt{3}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$ é:

- a) $2 + \sqrt{6}$ b) $2 - \sqrt{6}$ c) $\sqrt{6}$ d) $4\sqrt{6}$ X

4. Qual é o valor de "a" real para que o polinómio tenha grau 2?

$$P(x) = (a^2 + 3a + 2)x^3 - (a + 2)x^2 + 2(a + 1) + 50$$

- a) -1 X b) 0 c) 1

5. Qual é a solução da equação $\frac{2}{x^2 - 1} + \frac{1}{x + 1} = -1$:

- a) -1 e 0 X b) 0 c) 1

6. Qual é a solução da inequação $|x - 6| > x^2 - 5x + 9$ é:

- a) $]1;3[$ X b) $]1;3]$ c) $]1;-3[$

7. A solução da equação $3^x - 3^{2-x} = 2^3$, vale:

- a) 2 X b) -2 c) -1

8.

8. Qual é a solução da equação $\log_3(4x - 3) = \log_3(2x - 1)$:

- a) 1 X b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{3}{4}$

DISCIPLINA	MATEMÁTICA	
CURSO	ENGENHARIA/GEOCIÊNCIAS	
DOCENTE		Duração: 120 min
NOME		27/08/2021
		Nº

Na resposta a cada item, apresente todas as justificações.
 Não é permitido o uso de qualquer instrumento de auxílio a cálculo.

1. Resolva as seguintes inequações logarítmicas:

a) $\log_{0,5}(x^2 - 5x + 6) - \log_{0,25}(x^2 - 5x + 6) \geq 1$

b) $\log_4(2x - 3) - \log_4 x < 3$

2. Simplifique as expressões:

a) $\frac{\operatorname{tg}(x) - \cot g(x)}{\operatorname{cosec}^2(x)}$

b) $\sec(x) \cdot \cot g(x)$

3. Resolva as seguintes equações trigonométricas:

a) $9^{4\cos(x)} = \frac{1}{3}$

b) $\sqrt{3}\operatorname{tg}(x) - 1 = 0$

4. Seja S, a soma das raízes da equação $\cos(x) - \operatorname{tg}(x) \cdot \operatorname{sen}(x) = 0$ que pertencem ao intervalo $[0; 2\pi]$. Determine $\frac{S}{\pi}$. $t =$

5. Determine a solução da inequação $\cos(x) \leq -\frac{\sqrt{3}}{2}$

6. Sabendo-se que o ponto P(a;3) é equidistante dos pontos A(2;5) e B(3;4), obter a abscissa do ponto P.

7. Dados os pontos A(2;3) e B(8;5), determinar a equação da recta na forma geral.

8. Em uma praça com formato circular, a distância do centro da praça até a extremidade da praça é de 15,7 m. Qual é a área total dessa praça?

Cotação: 1. a) 2 v; b) 1,5 v; 2. a) 1,5 v; b) 1,5 v; 3. a) 1,5 v; b) 1,5 v; 4. 2 v; 5. 2 v; 6. 3 v; 7. 2 v; 8. 1,5 v