PTSI 1 : mathématiques année 2019-2020

## Nom et prénom:

Note:

/20

## $\begin{array}{c} \textbf{Pr\'eparation} \ n^{\circ} 3 \\ \text{\tiny 13 novembre 2020} \end{array}$

**Exercice 1.** Étudier la fonciton  $f: x \mapsto \int_{-1+x}^{x^2} \ln(t) dt$ .

**Exercice 2.** Linéariser  $\cos^3(\theta)$ , pour tout nombre réel  $\theta \in \mathbb{R}$ .

**Exercice 3.** Soient f et g définies par l'expression

$$f(x) = \arctan(\sinh(x))$$
 et  $\arccos\left(\frac{1}{\cosh(x)}\right)$ ,

pour tout nombre réel  $x \in \mathbb{R}^+$ . Montrer que f = g.

**Exercice 4.** Résoudre l'équation différentielle  $y'' + y' - 2y = (2x - 1)e^x$ . Déterminer l'unique solution de cette équation telle que y(0) = 2 et y'(0) = 4/9.

**Exercice 5.** Calculer l'intégrale  $\int_0^1 \frac{5x}{2x^2-3x-2} dx$ .

**Exercice 6.** Résoudre l'équation différentielle  $x^2y'' - 2xy' + y = \frac{1}{x} + \sin(\ln(x))$  sur l'intervalle  $\mathbb{R}_+^*$ , en effectuant le changement de variable  $t = \ln(x)$ .