

Nom et prénom :

Note : /20

**Préparation n°1**  
30 septembre 2019**Exercice 1.** Pour chacune des propositions suivantes, étudier si elle est vraie ou fausse :

1.  $\forall x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R}, x^2 + yx + 1 = 0$ ,
2.  $\forall x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R}, x^2 + yx + 1 = 0$ ,
3.  $\exists x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R}, x^2 + yx + 1 = 0$ ,
4.  $\exists x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R}, x^2 + yx + 1 = 0$ ,
5.  $\forall y \in \mathbb{R}, \exists x \in \mathbb{R}, x^2 + yx + 1 = 0$ .

**Exercice 2.** Donner la partie réelle et la partie imaginaire du nombre complexe  $\left(\frac{1+i}{\sqrt{3}+i}\right)^{2019}$ .**Exercice 3.** Extraire les racines carrée de  $1 + 7i$ .**Exercice 4.** Extraire les racines  $n$ -ième de  $4i + 4$ .**Exercice 5.** Soit  $g$  l'application définie par  $g(x) = \ln \left( \sqrt{\left| \frac{2+x}{2-x} \right|} \right)$ .

1. Étudier les variations de  $g$  et construire la courbe représentative de  $g$  dans un repère orthonormé.
2. On note  $g_1$  la restriction de  $g$  à  $] -2, 2[$ . Montrer que  $g_1$  est bijective de  $] -2, 2[$  dans un intervalle  $J$  à déterminer.
3. Déterminer la bijection réciproque de  $g_1$ .

**Exercice 6.** Résoudre l'équation  $7\operatorname{ch}(x) + 2\operatorname{sh}(x) = 1$ .**Exercice 7.** Étudier la fonction  $f : x \mapsto \arcsin(2\arctan(x)/\pi)$ .