Unidade VII: Árvore Binária - Inserção



Instituto de Ciências Exatas e Informática Departamento de Ciência da Computação

Agenda

- Funcionamento básico
- Exemplo
- Inserção em Java com retorno de referência
- Inserção em Java com passagem de pai
- Análise de complexidade

Agenda

Funcionamento básico



- Exemplo
- Inserção em Java com retorno de referência
- Inserção em Java com passagem de pai
- Análise de complexidade

Funcionamento Básico da Inserção

- (1) Se a raiz estiver vazia, insere-se o elemento nela
- (2) Senão, se o novo elemento for menor que o da raiz, chama-se recursivamente a inserção para a subárvore da esquerda
- (3) Senão, se o novo elemento for maior que o da raiz, chama-se recursivamente a inserção para a subárvore da direita

(4) Senão, se o novo elemento for igual ao da raiz, não inserir um elemento repetido

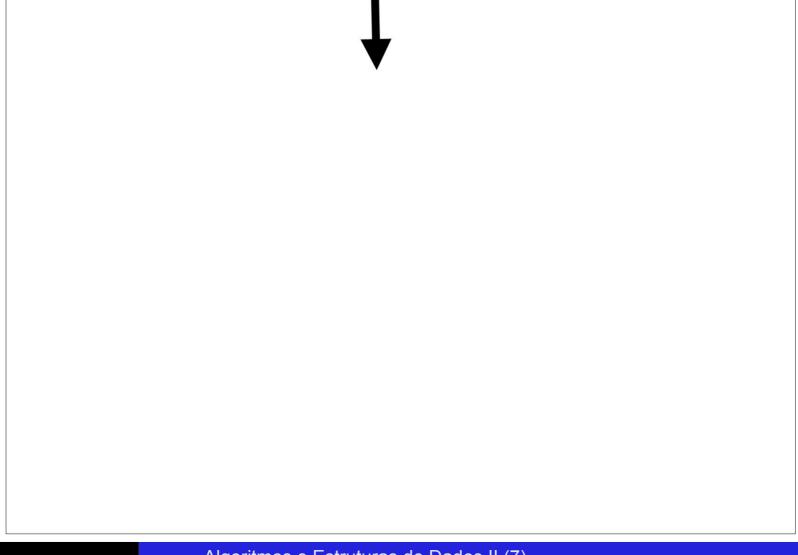
Agenda

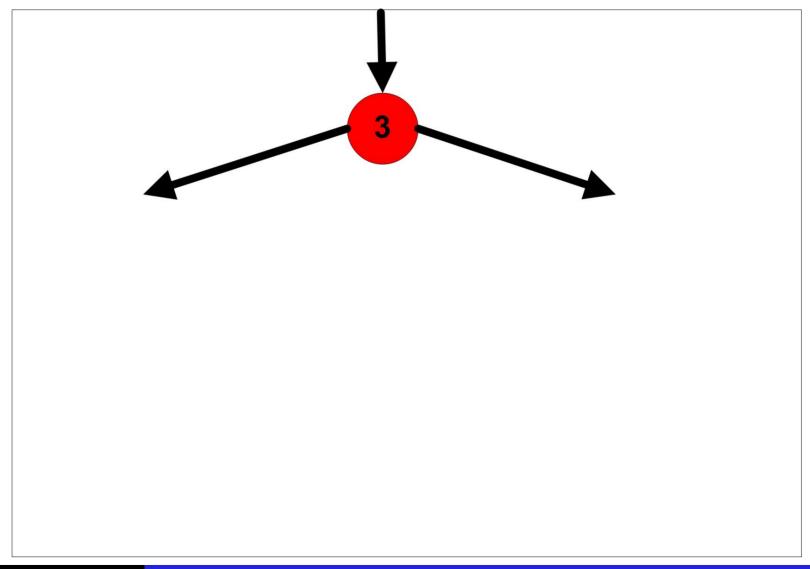
Funcionamento básico

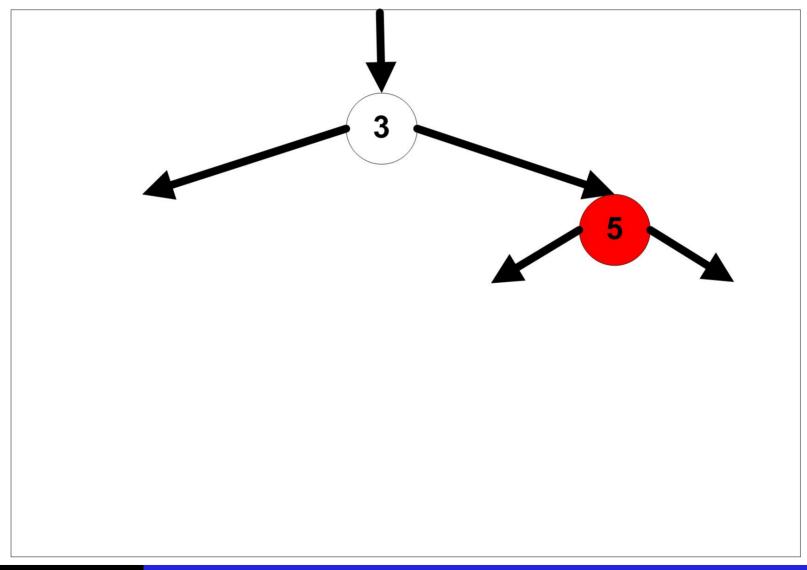
• Exemplo

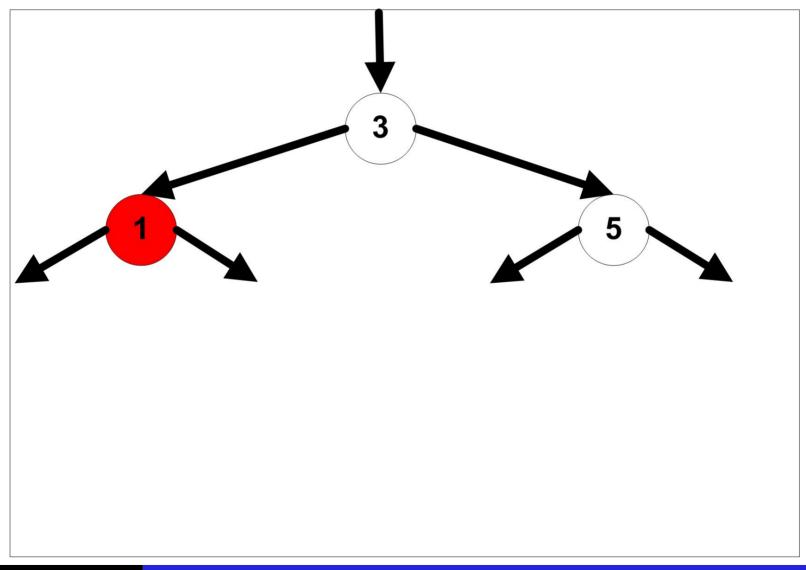


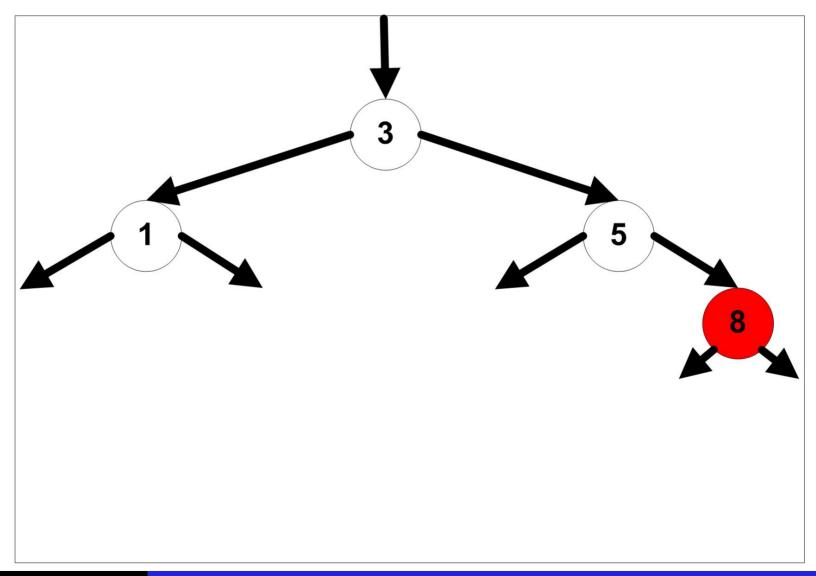
- Inserção em Java com retorno de referência
- Inserção em Java com passagem de pai
- Análise de complexidade

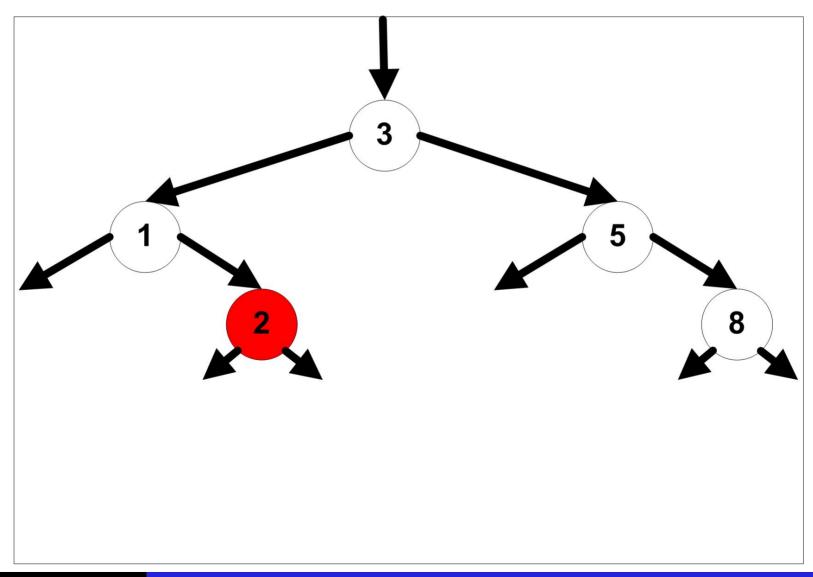


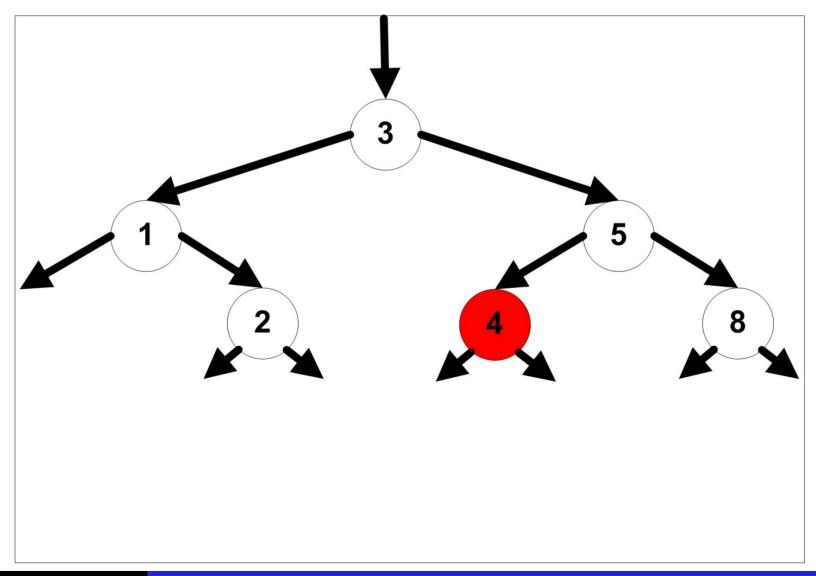


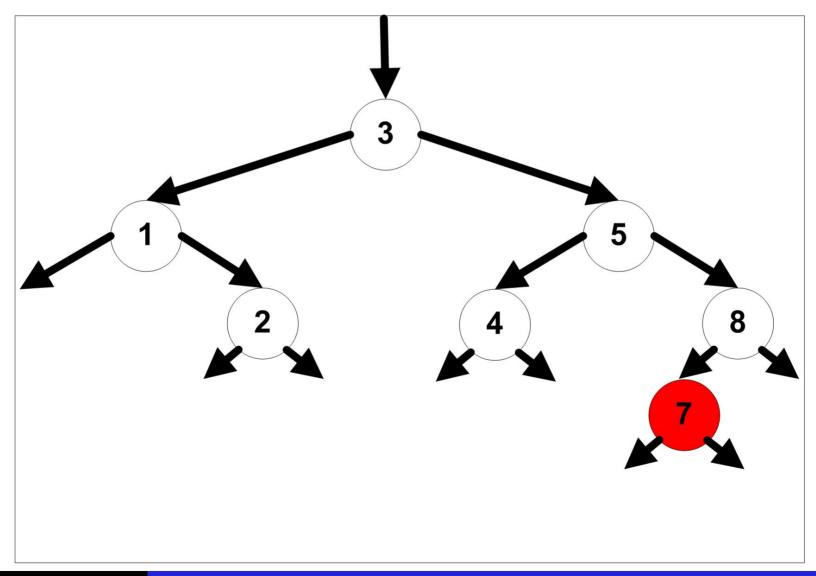


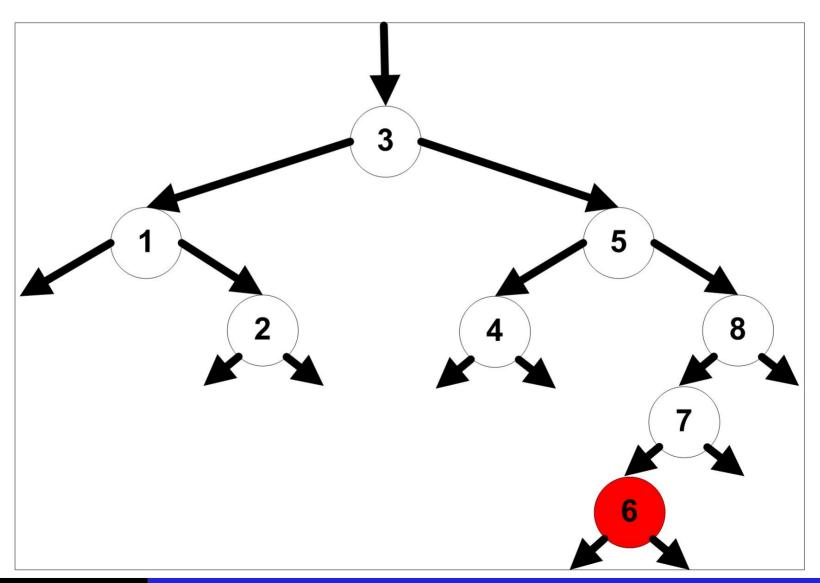












Agenda

- Funcionamento básico
- Exemplo
- Inserção em Java com retorno de referência



- Inserção em Java com passagem de pai
- Análise de complexidade

```
class ArvoreBinaria {
   No raiz;
   ArvoreBinaria() { raiz = null; }

   void inserir(int x) { }

   void inserirPai(int x) { }

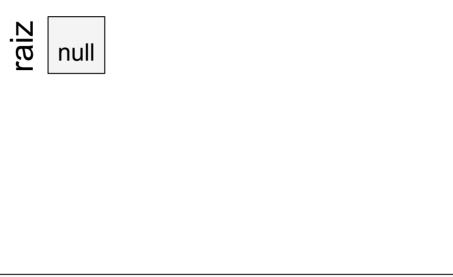
   boolean pesquisar(int x) { }

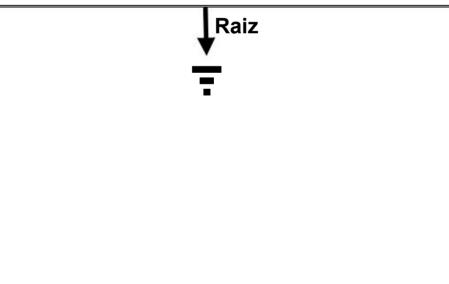
   void caminharCentral() { }

   void caminharPre() { }

   void caminharPos() { }

   void remover(int x) { }
}
```





```
class ArvoreBinaria {
   No raiz;
   ArvoreBinaria() { raiz = null; }

   void inserir(int x) { }

   void inserirPai(int x) { }

   boolean pesquisar(int x) { }

   void caminharCentral() { }

   void caminharPre() { }

   void caminharPos() { }

   void remover(int x) { }
}
```

Inul Ä

Vamos inserir os elementos 3, 5, 1, 8, 2, 4, 7 e 6 (várias chamadas do inserir)



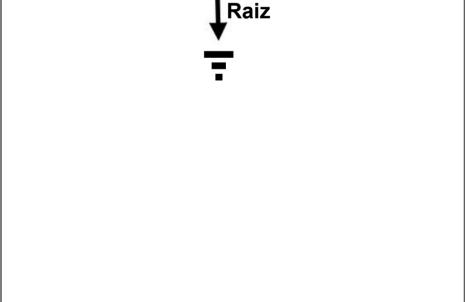
```
//Inserir 3, 5, 1, 8, 2, 4, 7 e 6
void inserir(int x) throws Exception {
  raiz = inserir(x, raiz);
No inserir(int x, No i) throws Exception {
  if (i == null) {
    i = new No(x);
 } else if (x < i.elemento) {
    i.esq = inserir(x, i.esq);
 } else if (x > i.elemento) {
    i.dir = inserir(x, i.dir);
 } else {
    throw new Exception("Erro!");
  return i:
```

```
.ag

null

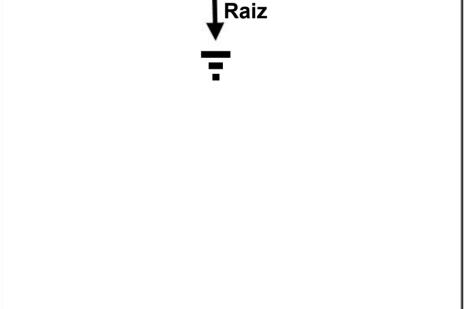
x

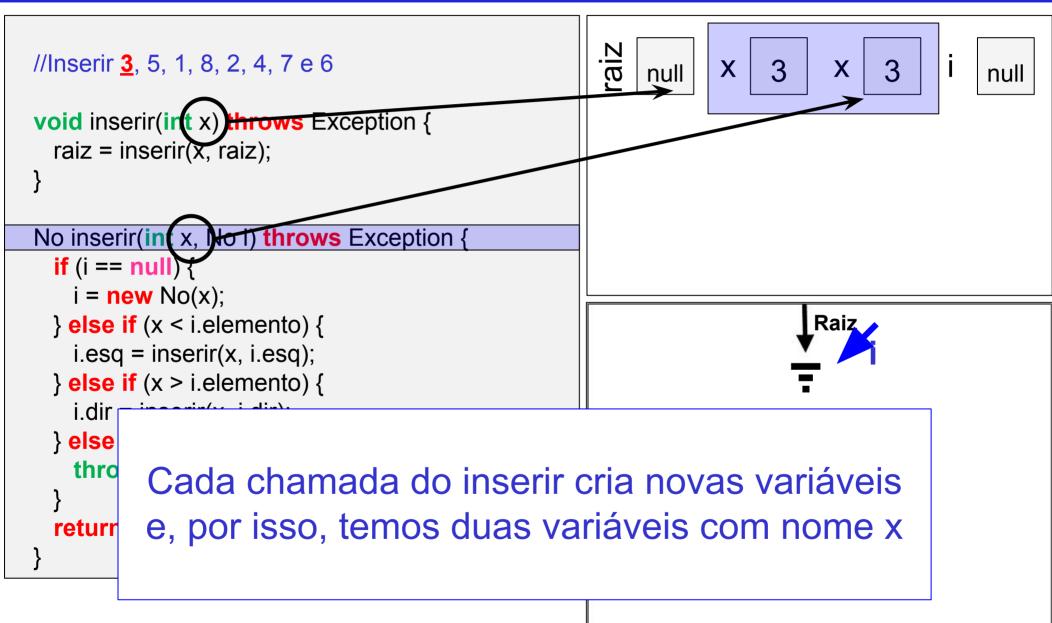
3
```

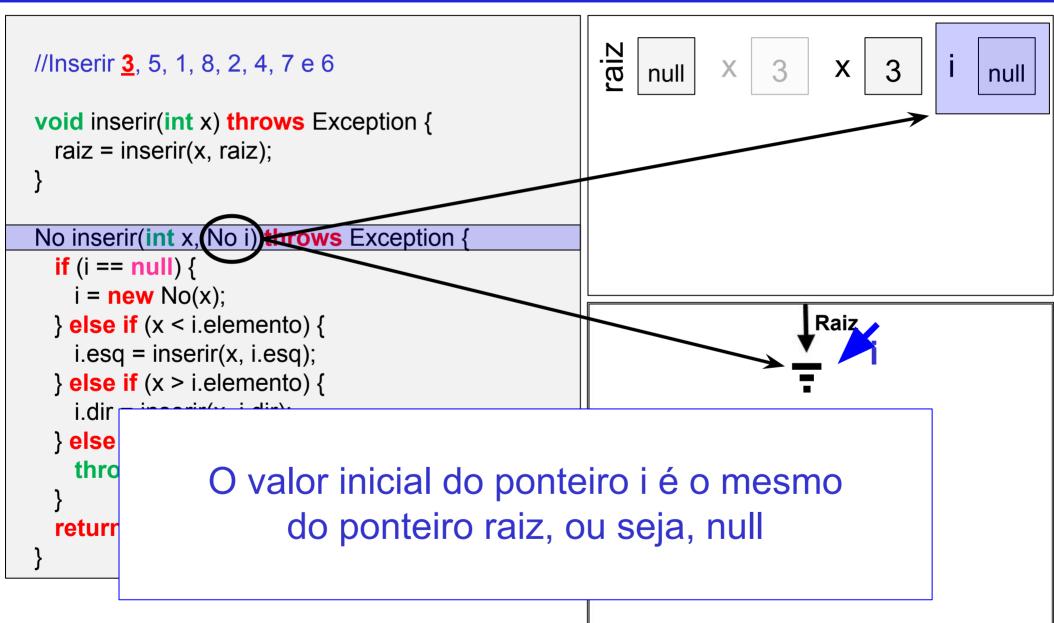


```
//Inserir 3, 5, 1, 8, 2, 4, 7 e 6
void inserir(int x) throws Exception {
  raiz = inserir(x, raiz);
No inserir(int x, No i) throws Exception {
  if (i == null) {
    i = new No(x);
 } else if (x < i.elemento) {
    i.esq = inserir(x, i.esq);
 } else if (x > i.elemento) {
    i.dir = inserir(x, i.dir);
 } else {
    throw new Exception("Erro!");
  return i:
```

```
Image: Sign of the property of the
```

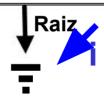






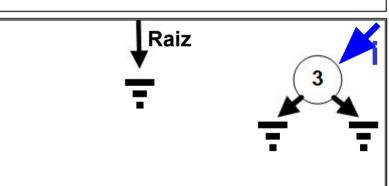
```
//Inserir 3, 5, 1, 8, 2, 4, 7 e 6
void inserir(int x) throws Exception {
  raiz = inserir(x, raiz);
No inserir(int x, No i) throws Exception {
  if (i == null) {
    i = new No(x);
 } else if (x < i.elemento) {
    i.esq = inserir(x, i.esq);
 } else if (x > i.elemento) {
    i.dir = inserir(x, i.dir);
 } else {
    throw new Exception("Erro!");
  return i;
              true: null == null
```

```
Illun X 3 X 3 i null
```



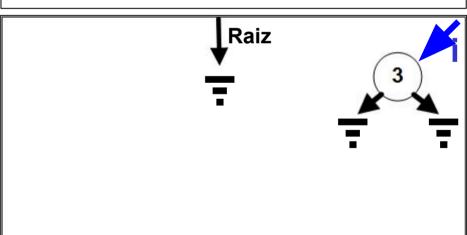
```
//Inserir 3, 5, 1, 8, 2, 4, 7 e 6
void inserir(int x) throws Exception {
  raiz = inserir(x, raiz);
No inserir(int x, No i) throws Exception {
  if (i == null) {
    i = new No(x);
 } else if (x < i.elemento) {
    i.esq = inserir(x, i.esq);
 } else if (x > i.elemento) {
    i.dir = inserir(x, i.dir);
 } else {
    throw new Exception("Erro!");
  return i:
```

```
\frac{1}{2} null X 3 X 3 I \frac{1}{2}
```



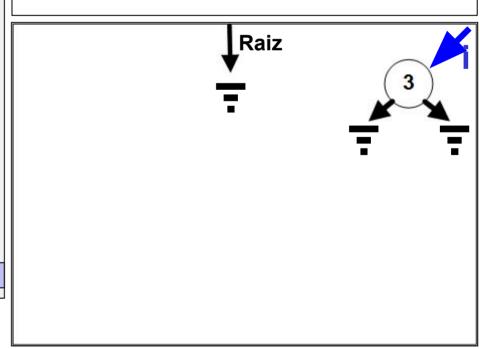
```
//Inserir 3, 5, 1, 8, 2, 4, 7 e 6
void inserir(int x) throws Exception {
  raiz = inserir(x, raiz);
No inserir(int x, No i) throws Exception {
  if (i == null) {
    i = new No(x);
 } else if (x < i.elemento) {
    i.esq = inserir(x, i.esq);
 } else if (x > i.elemento) {
    i.dir = inserir(x, i.dir);
 } else {
    throw new Exception("Erro!");
  return i:
              retorna o endereço de n(3)
```

```
\frac{1}{2} null x 3 x 3 i \frac{1}{n(3)}
```



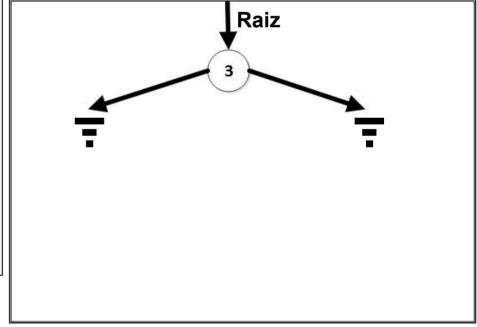
```
//Inserir 3, 5, 1, 8, 2, 4, 7 e 6
void inserir(int x) throws Exception {
  raiz = inserir(x, raiz);
No inserir(int x, No i) throws Exception {
  if (i == null) {
    i = new No(x);
 } else if (x < i.elemento) {
    i.esq = inserir(x, i.esq);
 } else if (x > i.elemento) {
    i.dir = inserir(x, i.dir);
 } else {
    throw new Exception("Erro!");
  return i;
```

```
Name
Image: square of the content of the conte
```

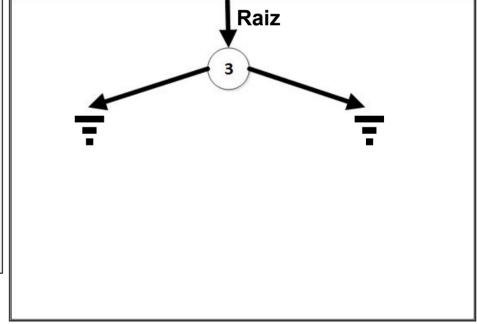


```
//Inserir 3, 5, 1, 8, 2, 4, 7 e 6
void inserir(int x) throws Exception {
  raiz = inserir(x, raiz);
No inserir(int x, No i) throws Exception {
  if (i == null) {
    i = new No(x);
 } else if (x < i.elemento) {
    i.esq = inserir(x, i.esq);
 } else if (x > i.elemento) {
    i.dir = inserir(x, i.dir);
 } else {
    throw new Exception("Erro!");
  return i;
```

```
<u>\dec{\alpha}</u> <u>n(3)</u> x <u>3</u>
```

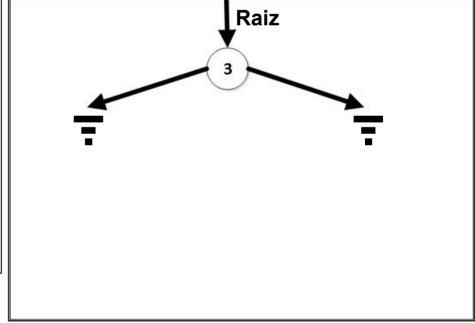


```
//Inserir 3, 5, 1, 8, 2, 4, 7 e 6
void inserir(int x) throws Exception {
  raiz = inserir(x, raiz);
No inserir(int x, No i) throws Exception {
  if (i == null) {
    i = new No(x);
 } else if (x < i.elemento) {
    i.esq = inserir(x, i.esq);
 } else if (x > i.elemento) {
    i.dir = inserir(x, i.dir);
 } else {
    throw new Exception("Erro!");
  return i;
```

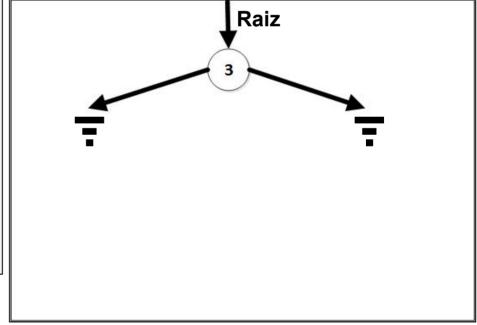


```
//Inserir 3, 5, 1, 8, 2, 4, 7 e 6
void inserir(int x) throws Exception {
  raiz = inserir(x, raiz);
No inserir(int x, No i) throws Exception {
  if (i == null) {
    i = new No(x);
 } else if (x < i.elemento) {
    i.esq = inserir(x, i.esq);
 } else if (x > i.elemento) {
    i.dir = inserir(x, i.dir);
 } else {
    throw new Exception("Erro!");
  return i;
```

```
.<u>B</u> ((E) (n(3)) X 5
```

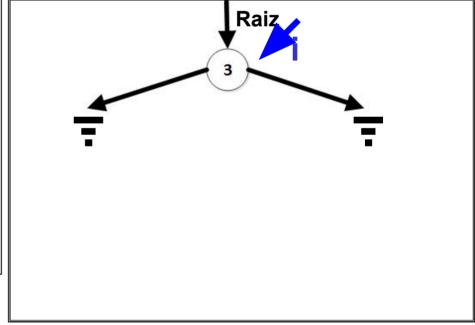


```
//Inserir 3, 5, 1, 8, 2, 4, 7 e 6
void inserir(int x) throws Exception {
  raiz = inserir(x, raiz);
No inserir(int x, No i) throws Exception {
  if (i == null) {
    i = new No(x);
 } else if (x < i.elemento) {
    i.esq = inserir(x, i.esq);
 } else if (x > i.elemento) {
    i.dir = inserir(x, i.dir);
 } else {
    throw new Exception("Erro!");
  return i;
```



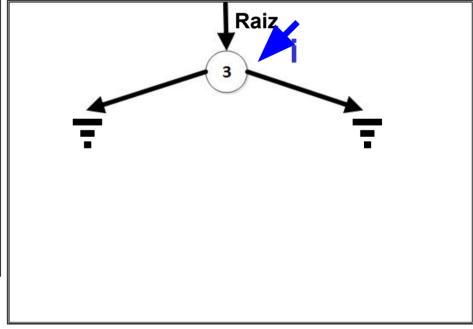
```
//Inserir 3, 5, 1, 8, 2, 4, 7 e 6
void inserir(int x) throws Exception {
  raiz = inserir(x, raiz);
No inserir(int x, No i) throws Exception {
  if (i == null) {
    i = new No(x);
 } else if (x < i.elemento) {
    i.esq = inserir(x, i.esq);
 } else if (x > i.elemento) {
    i.dir = inserir(x, i.dir);
 } else {
    throw new Exception("Erro!");
  return i;
```

```
\frac{N}{2} \begin{bmatrix} n(3) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i & n(3) \end{bmatrix}
```



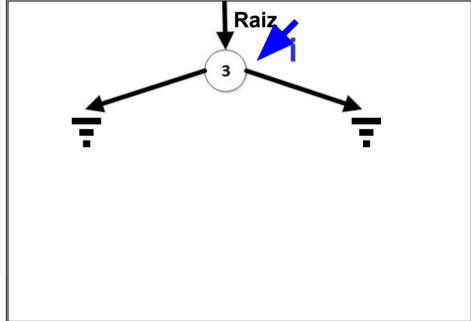
```
//Inserir 3, 5, 1, 8, 2, 4, 7 e 6
void inserir(int x) throws Exception {
  raiz = inserir(x, raiz);
No inserir(int x, No i) throws Exception {
  if (i == null) {
    i = new No(x);
 } else if (x < i.elemento) {
    i.esq = inserir(x, i.esq);
 } else if (x > i.elemento) {
    i.dir = inserir(x, i.dir);
 } else {
    throw new Exception("Erro!");
  return i;
              false: n(3) == null
```

```
\frac{N}{2} \begin{bmatrix} n(3) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i & n(3) \end{bmatrix}
```



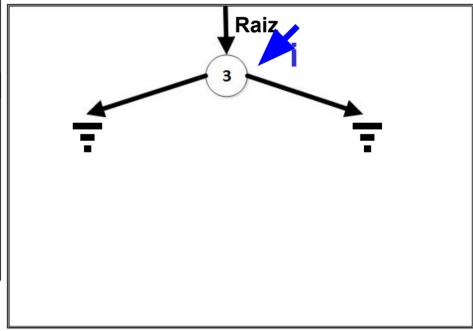
```
//Inserir 3, 5, 1, 8, 2, 4, 7 e 6
void inserir(int x) throws Exception {
  raiz = inserir(x, raiz);
No inserir(int x, No i) throws Exception {
  if (i == null) {
    i = new No(x);
   else if (x < i.elemento) {
    i.esq = inserir(x, i.esq);
 } else if (x > i.elemento) {
    i.dir = inserir(x, i.dir);
 } else {
    throw new Exception("Erro!");
  return i;
              false: 5 < 3
```

```
·<u>R</u> (8) X 5 X 5 i n(3)
```



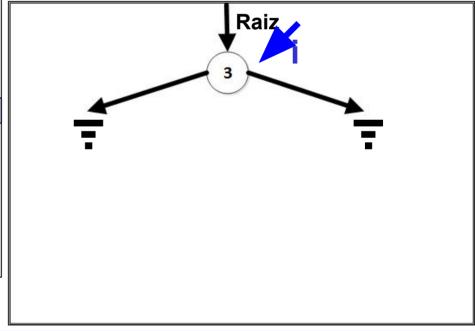
```
//Inserir 3, 5, 1, 8, 2, 4, 7 e 6
void inserir(int x) throws Exception {
  raiz = inserir(x, raiz);
No inserir(int x, No i) throws Exception {
  if (i == null) {
    i = new No(x);
 } else if (x < i.elemento) {
    i.esq = inserir(x, i.esq);
   else if (x > i.elemento) {
   i.dir = inserir(x, i.dir);
 } else {
    throw new Exception("Erro!");
  return i;
              true: 5 > 3
```

```
·<u>B</u> n(3) X 5 X 5 i n(3)
```



```
//Inserir 3, 5, 1, 8, 2, 4, 7 e 6
void inserir(int x) throws Exception {
  raiz = inserir(x, raiz);
No inserir(int x, No i) throws Exception {
  if (i == null) {
    i = new No(x);
 } else if (x < i.elemento) {
    i.esq = inserir(x, i.esq);
 } else if (x > i.elemento) {
    i.dir = inserir(x, i.dir);
 } else {
    throw new Exception("Erro!");
  return i:
```

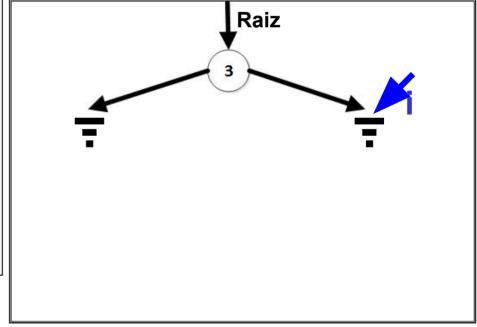
```
·<u>N</u> (a) x 5 x 5 i (a)
```



```
//Inserir 3, 5, 1, 8, 2, 4, 7 e 6
void inserir(int x) throws Exception {
  raiz = inserir(x, raiz);
No inserir(int x, No i) throws Exception {
  if (i == null) {
    i = new No(x);
 } else if (x < i.elemento) {
    i.esq = inserir(x, i.esq);
 } else if (x > i.elemento) {
    i.dir = inserir(x, i.dir);
 } else {
    throw new Exception("Erro!");
  return i;
```

```
      Name
      n(3)
      x
      5
      x
      5
      i
      n(3)

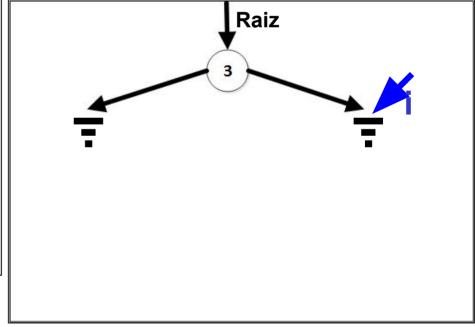
      x
      5
      i
      null
```



```
//Inserir 3, 5, 1, 8, 2, 4, 7 e 6
void inserir(int x) throws Exception {
  raiz = inserir(x, raiz);
No inserir(int x, No i) throws Exception {
  if (i == null) {
    i = new No(x);
 } else if (x < i.elemento) {
    i.esq = inserir(x, i.esq);
 } else if (x > i.elemento) {
    i.dir = inserir(x, i.dir);
 } else {
    throw new Exception("Erro!");
  return i;
              true: null == null
```

```
      Name
      n(3)
      x
      5
      x
      5
      i
      n(3)

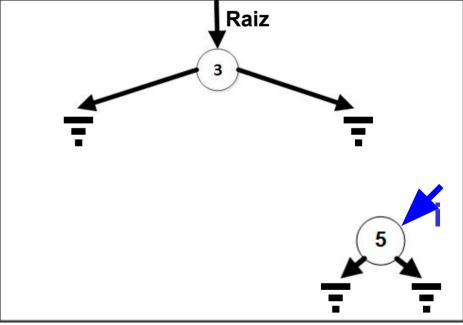
      x
      5
      i
      null
```



```
//Inserir 3, 5, 1, 8, 2, 4, 7 e 6
void inserir(int x) throws Exception {
  raiz = inserir(x, raiz);
No inserir(int x, No i) throws Exception {
  if (i == null) {
    i = new No(x);
 } else if (x < i.elemento) {
    i.esq = inserir(x, i.esq);
 } else if (x > i.elemento) {
    i.dir = inserir(x, i.dir);
 } else {
    throw new Exception("Erro!");
  return i;
```

```
      Name
      n(3)
      x
      5
      x
      5
      i
      n(3)

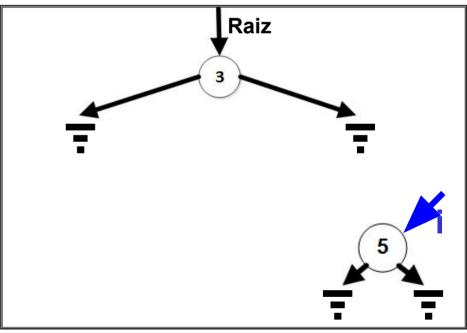
      x
      5
      i
      n(5)
```



```
//Inserir 3, 5, 1, 8, 2, 4, 7 e 6
void inserir(int x) throws Exception {
  raiz = inserir(x, raiz);
No inserir(int x, No i) throws Exception {
  if (i == null) {
    i = new No(x);
 } else if (x < i.elemento) {
    i.esq = inserir(x, i.esq);
 } else if (x > i.elemento) {
    i.dir = inserir(x, i.dir);
 } else {
    throw new Exception("Erro!");
  return i.
              retorna o endereço de n(5)
```

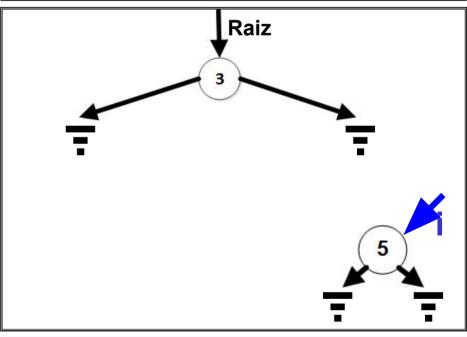
```
      Yeta
      n(3)
      x
      5
      x
      5
      i
      n(3)

      x
      5
      i
      n(5)
```



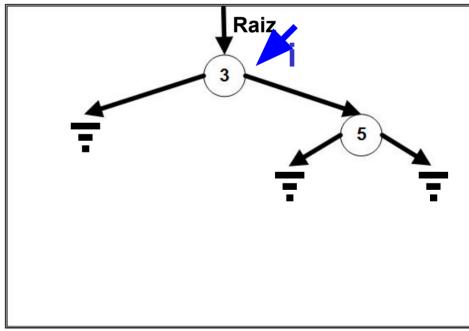
```
//Inserir 3, 5, 1, 8, 2, 4, 7 e 6
void inserir(int x) throws Exception {
  raiz = inserir(x, raiz);
No inserir(int x, No i) throws Exception {
  if (i == null) {
    i = new No(x);
 } else if (x < i.elemento) {
    i.esq = inserir(x, i.esq);
 } else if (x > i.elemento) {
    i.dir = inserir(x, i.dir);
 } else {
    throw new Exception("Erro!");
  return i;
```

```
      No. 10
      No. 10
```



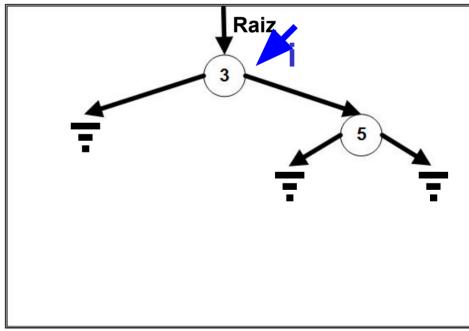
```
//Inserir 3, 5, 1, 8, 2, 4, 7 e 6
void inserir(int x) throws Exception {
  raiz = inserir(x, raiz);
No inserir(int x, No i) throws Exception {
  if (i == null) {
    i = new No(x);
 } else if (x < i.elemento) {
    i.esq = inserir(x, i.esq);
 } else if (x > i.elemento) {
    i.dir = inserir(x, i.dir);
 } else {
    throw new Exception("Erro!");
  return i;
```

```
·필 n(3) X 5 X 5 i n(3)
```



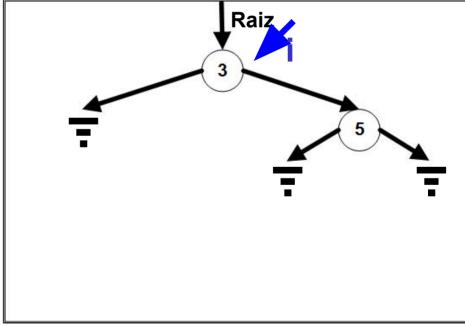
```
//Inserir 3, 5, 1, 8, 2, 4, 7 e 6
void inserir(int x) throws Exception {
  raiz = inserir(x, raiz);
No inserir(int x, No i) throws Exception {
  if (i == null) {
    i = new No(x);
 } else if (x < i.elemento) {
    i.esq = inserir(x, i.esq);
 } else if (x > i.elemento) {
    i.dir = inserir(x, i.dir);
 } else {
    throw new Exception("Erro!");
  return i:
              retorna o endereço de n(3)
```

```
<u>원</u> n(3) X 5 X 5 i n(3)
```



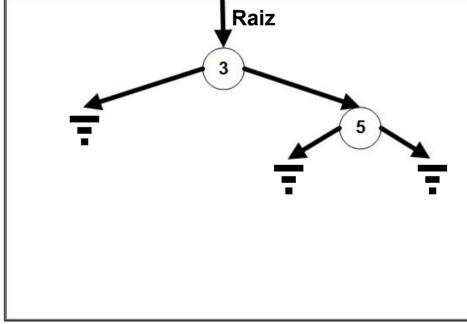
```
//Inserir 3, 5, 1, 8, 2, 4, 7 e 6
void inserir(int x) throws Exception {
  raiz = inserir(x, raiz);
No inserir(int x, No i) throws Exception {
  if (i == null) {
    i = new No(x);
 } else if (x < i.elemento) {
    i.esq = inserir(x, i.esq);
 } else if (x > i.elemento) {
    i.dir = inserir(x, i.dir);
 } else {
    throw new Exception("Erro!");
  return i;
```

```
·<u>전</u> n(3) X 5 X 5 i n(3)
```



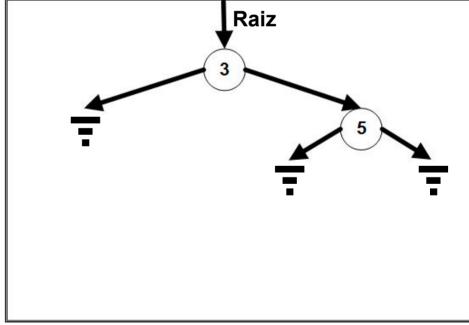
```
//Inserir 3, 5, 1, 8, 2, 4, 7 e 6
void inserir(int x) throws Exception {
  raiz = inserir(x, raiz);
No inserir(int x, No i) throws Exception {
  if (i == null) {
    i = new No(x);
 } else if (x < i.elemento) {
    i.esq = inserir(x, i.esq);
 } else if (x > i.elemento) {
    i.dir = inserir(x, i.dir);
 } else {
    throw new Exception("Erro!");
  return i;
```

```
.<u>B</u> (a) x 5
```



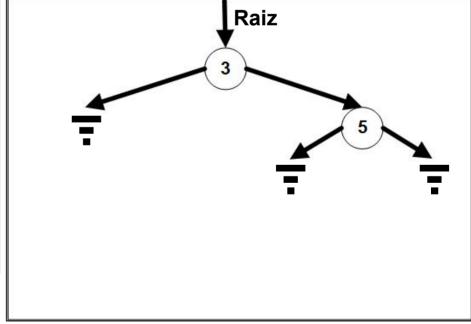
```
//Inserir 3, 5, 1, 8, 2, 4, 7 e 6
void inserir(int x) throws Exception {
  raiz = inserir(x, raiz);
No inserir(int x, No i) throws Exception {
  if (i == null) {
    i = new No(x);
 } else if (x < i.elemento) {
    i.esq = inserir(x, i.esq);
 } else if (x > i.elemento) {
    i.dir = inserir(x, i.dir);
 } else {
    throw new Exception("Erro!");
  return i;
```

```
.<u>B</u> n(3)
```



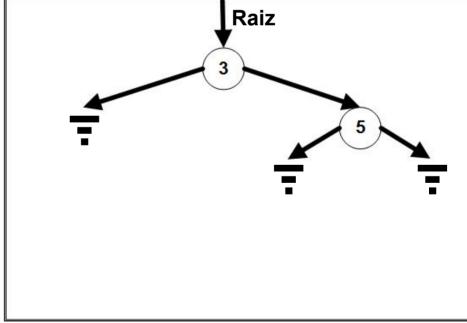
```
//Inserir 3, 5, <u>1</u>, 8, 2, 4, 7 e 6
void inserir(int x) throws Exception {
  raiz = inserir(x, raiz);
No inserir(int x, No i) throws Exception {
  if (i == null) {
    i = new No(x);
  } else if (x < i.elemento) {
    i.esq = inserir(x, i.esq);
  } else if (x > i.elemento) {
    i.dir = inserir(x, i.dir);
  } else {
    throw new Exception("Erro!");
  return i;
```

```
·<u>B</u> (n(3) x 1
```



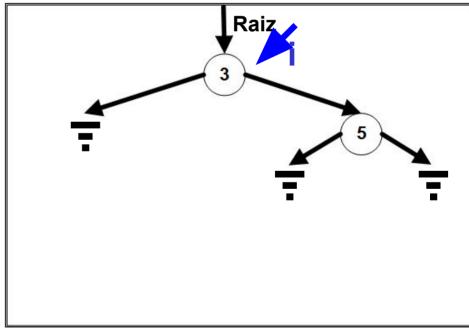
```
//Inserir 3, 5, <u>1</u>, 8, 2, 4, 7 e 6
void inserir(int x) throws Exception {
  raiz = inserir(x, raiz);
No inserir(int x, No i) throws Exception {
  if (i == null) {
    i = new No(x);
  } else if (x < i.elemento) {
    i.esq = inserir(x, i.esq);
  } else if (x > i.elemento) {
    i.dir = inserir(x, i.dir);
  } else {
    throw new Exception("Erro!");
  return i;
```

```
. ☑ n(3) X 1
```



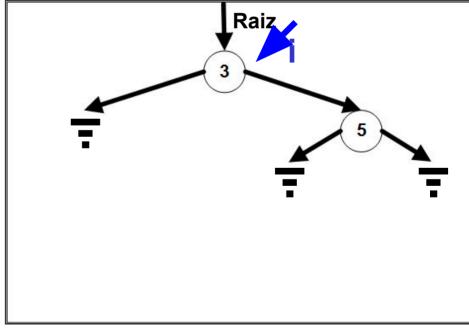
```
//Inserir 3, 5, <u>1</u>, 8, 2, 4, 7 e 6
void inserir(int x) throws Exception {
  raiz = inserir(x, raiz);
No inserir(int x, No i) throws Exception {
  if (i == null) {
    i = new No(x);
  } else if (x < i.elemento) {
    i.esq = inserir(x, i.esq);
  } else if (x > i.elemento) {
    i.dir = inserir(x, i.dir);
  } else {
    throw new Exception("Erro!");
  return i;
```

```
.<u>ष</u> (n(3) x 1 x 1 i n(3)
```



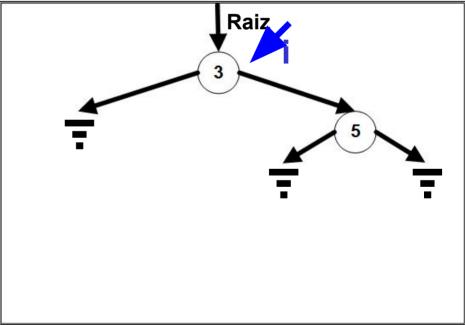
```
//Inserir 3, 5, <u>1</u>, 8, 2, 4, 7 e 6
void inserir(int x) throws Exception {
  raiz = inserir(x, raiz);
No inserir(int x, No i) throws Exception {
  if (i == null) {
    i = new No(x);
 } else if (x < i.elemento) {
    i.esq = inserir(x, i.esq);
 } else if (x > i.elemento) {
    i.dir = inserir(x, i.dir);
 } else {
    throw new Exception("Erro!");
  return i;
               false: n(3) == null
```

```
·<u>전</u> n(3) X 1 X 1 i n(3)
```



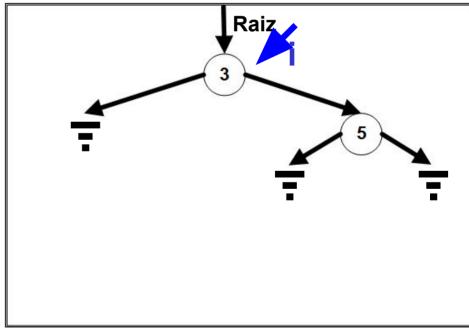
```
//Inserir 3, 5, <u>1</u>, 8, 2, 4, 7 e 6
void inserir(int x) throws Exception {
  raiz = inserir(x, raiz);
No inserir(int x, No i) throws Exception {
  if (i == null) {
    i = new No(x);
   else if (x < i.elemento) {
    i.esq = inserir(x, i.esq);
 } else if (x > i.elemento) {
    i.dir = inserir(x, i.dir);
 } else {
    throw new Exception("Erro!");
  return i;
               true: 1 < 3
```

```
·<u>B</u> n(3) X 1 X 1 i n(3)
```



```
//Inserir 3, 5, <u>1</u>, 8, 2, 4, 7 e 6
void inserir(int x) throws Exception {
  raiz = inserir(x, raiz);
No inserir(int x, No i) throws Exception {
  if (i == null) {
    i = new No(x);
  } else if (x < i.elemento) {
    i.esq = inserir(x, i.esq);
  } else if (x > i.elemento) {
    i.dir = inserir(x, i.dir);
  } else {
    throw new Exception("Erro!");
  return i;
```

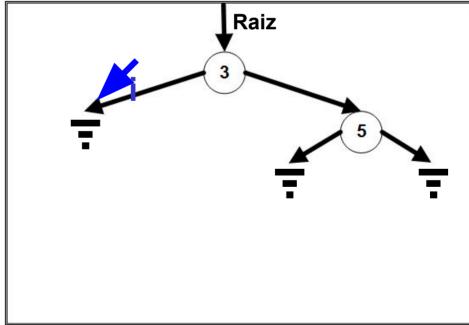
```
·<u>형</u> n(3) X 1 X 1 i n(3)
```



```
//Inserir 3, 5, <u>1</u>, 8, 2, 4, 7 e 6
void inserir(int x) throws Exception {
  raiz = inserir(x, raiz);
No inserir(int x, No i) throws Exception {
  if (i == null) {
    i = new No(x);
  } else if (x < i.elemento) {
    i.esq = inserir(x, i.esq);
  } else if (x > i.elemento) {
    i.dir = inserir(x, i.dir);
  } else {
    throw new Exception("Erro!");
  return i:
```

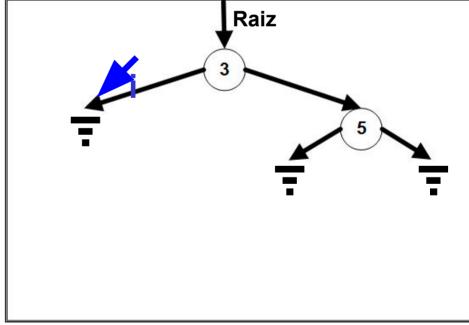
```
        . E
        n(3)
        x
        1
        x
        1
        i
        n(3)

        x
        1
        i
        null
```



```
//Inserir 3, 5, <u>1</u>, 8, 2, 4, 7 e 6
void inserir(int x) throws Exception {
  raiz = inserir(x, raiz);
No inserir(int x, No i) throws Exception {
  if (i == null) {
    i = new No(x);
 } else if (x < i.elemento) {
    i.esq = inserir(x, i.esq);
 } else if (x > i.elemento) {
    i.dir = inserir(x, i.dir);
 } else {
    throw new Exception("Erro!");
  return i;
               true: null == null
```

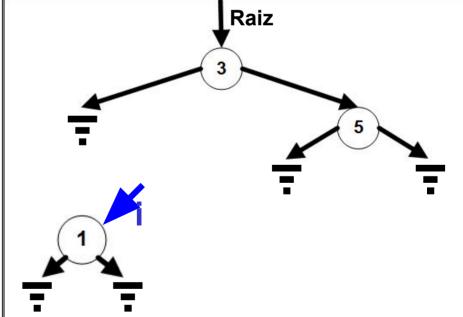
```
        No.
        No.</td
```



```
//Inserir 3, 5, <u>1</u>, 8, 2, 4, 7 e 6
void inserir(int x) throws Exception {
  raiz = inserir(x, raiz);
No inserir(int x, No i) throws Exception {
  if (i == null) {
    i = new No(x);
  } else if (x < i.elemento) {
    i.esq = inserir(x, i.esq);
  } else if (x > i.elemento) {
    i.dir = inserir(x, i.dir);
  } else {
    throw new Exception("Erro!");
  return i;
```

```
      No.
      n(3)
      x
      1
      x
      1
      i
      n(3)

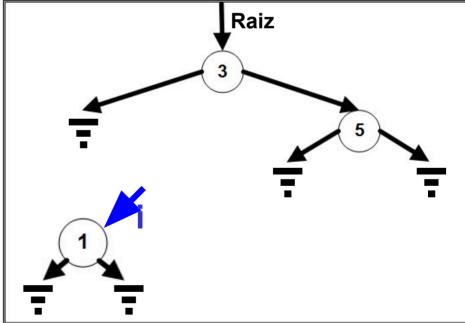
      x
      1
      i
      n(1)
```



```
//Inserir 3, 5, <u>1</u>, 8, 2, 4, 7 e 6
void inserir(int x) throws Exception {
  raiz = inserir(x, raiz);
No inserir(int x, No i) throws Exception {
  if (i == null) {
    i = new No(x);
 } else if (x < i.elemento) {
    i.esq = inserir(x, i.esq);
 } else if (x > i.elemento) {
    i.dir = inserir(x, i.dir);
 } else {
    throw new Exception("Erro!");
  return i:
               retorna o endereço de n(1)
```

```
      Yet
      n(3)
      x
      1
      x
      1
      i
      n(3)

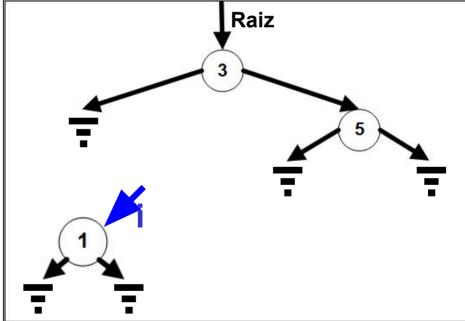
      x
      1
      i
      n(1)
```



```
//Inserir 3, 5, <u>1</u>, 8, 2, 4, 7 e 6
void inserir(int x) throws Exception {
  raiz = inserir(x, raiz);
No inserir(int x, No i) throws Exception {
  if (i == null) {
    i = new No(x);
  } else if (x < i.elemento) {
    i.esq = inserir(x, i.esq);
  } else if (x > i.elemento) {
    i.dir = inserir(x, i.dir);
  } else {
    throw new Exception("Erro!");
  return i;
```

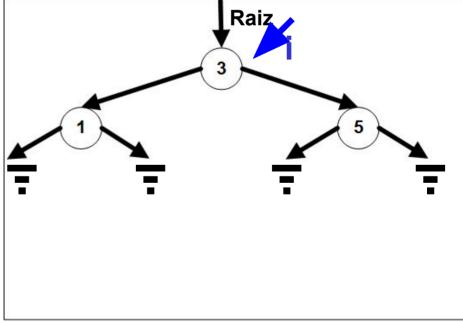
```
        No.
        n(3)
        x
        1
        x
        1
        i
        n(3)

        x
        1
        i
        null
```



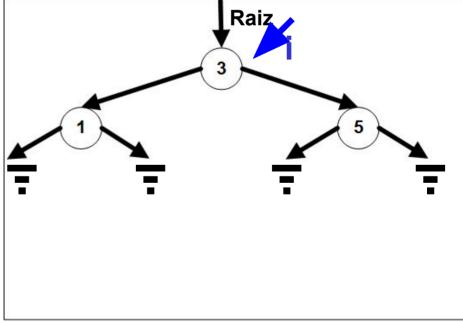
```
//Inserir 3, 5, <u>1</u>, 8, 2, 4, 7 e 6
void inserir(int x) throws Exception {
  raiz = inserir(x, raiz);
No inserir(int x, No i) throws Exception {
  if (i == null) {
    i = new No(x);
  } else if (x < i.elemento) {
    i.esq = inserir(x, i.esq);
  } else if (x > i.elemento) {
    i.dir = inserir(x, i.dir);
  } else {
    throw new Exception("Erro!");
  return i;
```

```
·할 n(3) X 1 X 1 i n(3)
```



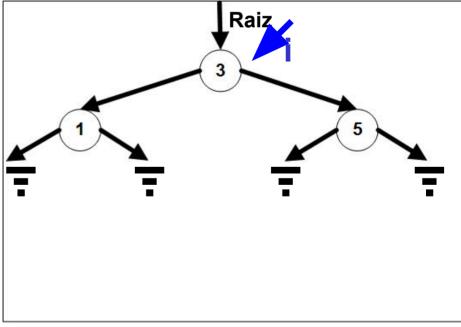
```
//Inserir 3, 5, <u>1</u>, 8, 2, 4, 7 e 6
void inserir(int x) throws Exception {
  raiz = inserir(x, raiz);
No inserir(int x, No i) throws Exception {
  if (i == null) {
    i = new No(x);
 } else if (x < i.elemento) {
    i.esq = inserir(x, i.esq);
 } else if (x > i.elemento) {
    i.dir = inserir(x, i.dir);
 } else {
    throw new Exception("Erro!");
  return i:
               retorna o endereço de n(3)
```

```
. 전 n(3) X 1 X 1 i n(3)
```



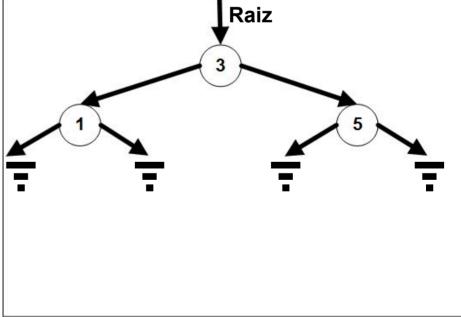
```
//Inserir 3, 5, <u>1</u>, 8, 2, 4, 7 e 6
void inserir(int x) throws Exception {
  raiz = inserir(x, raiz);
No inserir(int x, No i) throws Exception {
  if (i == null) {
    i = new No(x);
  } else if (x < i.elemento) {
    i.esq = inserir(x, i.esq);
  } else if (x > i.elemento) {
    i.dir = inserir(x, i.dir);
  } else {
    throw new Exception("Erro!");
  return i;
```

```
·<u>N</u> (n(3) X 1 X 1 i (n(3)
```



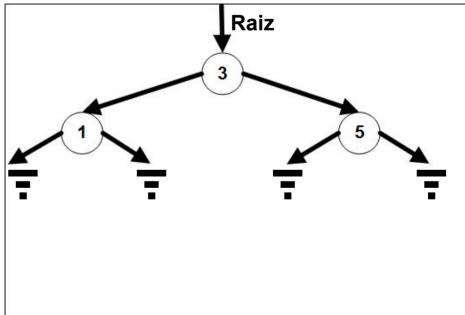
```
//Inserir 3, 5, <u>1</u>, 8, 2, 4, 7 e 6
void inserir(int x) throws Exception {
  raiz = inserir(x, raiz);
No inserir(int x, No i) throws Exception {
  if (i == null) {
    i = new No(x);
  } else if (x < i.elemento) {
    i.esq = inserir(x, i.esq);
  } else if (x > i.elemento) {
    i.dir = inserir(x, i.dir);
  } else {
    throw new Exception("Erro!");
  return i;
```

```
.<u>B</u> n(3) X 1
```



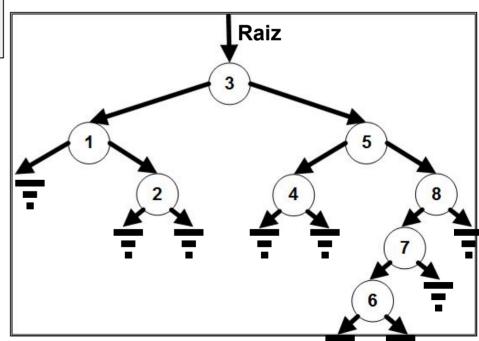
```
//Inserir 3, 5, <u>1</u>, 8, 2, 4, 7 e 6
void inserir(int x) throws Exception {
  raiz = inserir(x, raiz);
No inserir(int x, No i) throws Exception {
  if (i == null) {
    i = new No(x);
  } else if (x < i.elemento) {
    i.esq = inserir(x, i.esq);
  } else if (x > i.elemento) {
    i.dir = inserir(x, i.dir);
  } else {
    throw new Exception("Erro!");
  return i;
```

```
<u>\delta</u> <u>\delta</u> <u>n(3)</u>
```



```
class ArvoreBinaria {
   No raiz;
   ArvoreBinaria() { raiz = null; }
   void inserir(int x) { }
   void inserirPai(int x) { }
   boolean pesquisar(int x) { }
   void caminharCentral() { }
   void caminharPre() { }
   void caminharPos() { }
   void remover(int x) { }
}
```

Após a inserção do 8, 2, 4, 7 e 6, temos:



Agenda

- Funcionamento básico
- Exemplo
- Inserção em Java com retorno de referência
- Inserção em Java com passagem de pai



Análise de complexidade

```
class ArvoreBinaria {
   No raiz;
   ArvoreBinaria() { raiz = null; }
   void inserir(int x) { }

   void inserirPai(int x) { }

   boolean pesquisar(int x) { }

   void caminharCentral() { }

   void caminharPre() { }

   void caminharPos() { }

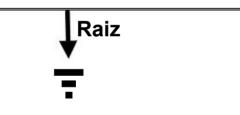
   void remover(int x) { }
}
```

null B null

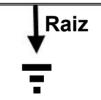
Vamos inserir os elementos 3, 5, 1 e 8 (várias chamadas do inserir)



```
//Inserir <u>3</u>, 5, 1, 8
void inserirPai(int x) throws Exception {
  if (raiz == null) {
    raiz = new No(x);
  } else if (x < raiz.elemento) {</pre>
    inserirPai(x, raiz.esq, raiz);
 } else if (x > raiz.elemento) {
    inserirPai(x, raiz.dir, raiz);
  } else {
    throw new Exception("Erro!");
void inserirPai(int x, No i, No pai) throws Exception {
```



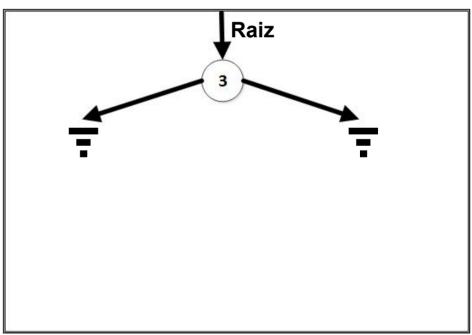
```
//Inserir <u>3</u>, 5, 1, 8
void inserirPai(int x) throws Exception {
  if (raiz == null) {
    raiz = new No(x);
  } else if (x < raiz.elemento) {
    inserirPai(x, raiz.esq, raiz);
  } else if (x > raiz.elemento) {
    inserirPai(x, raiz.dir, raiz);
  } else {
    throw new Exception("Erro!");
void inserirPai(int x, No i, No pai) throws Exception {
```



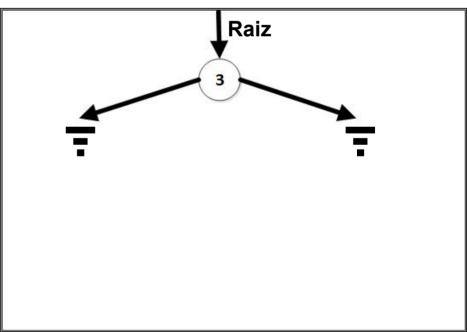
```
//Inserir <u>3</u>, 5, 1, 8
void inserirPai(int x) throws Exception {
  if (raiz == null) {
    raiz = new No(x);
  } else if (x < raiz.elemento) {</pre>
    inserirPai(x, raiz.esq, raiz);
  } else if (x > raiz.elemento) {
    inserirPai(x, raiz.dir, raiz);
  } else {
    throw new Exception("Erro!");
               true: null == null
void inserirPai(int x, No i, No pai) throws Exception {
```



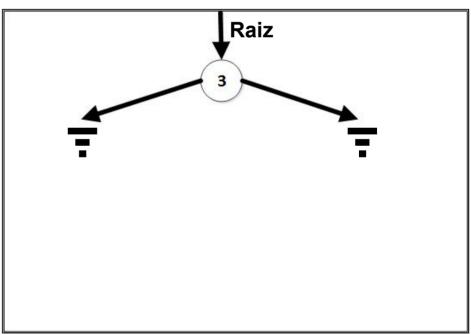
```
//Inserir <u>3</u>, 5, 1, 8
void inserirPai(int x) throws Exception {
  if (raiz == null) {
    raiz = new No(x);
  } else if (x < raiz.elemento) {</pre>
    inserirPai(x, raiz.esq, raiz);
  } else if (x > raiz.elemento) {
    inserirPai(x, raiz.dir, raiz);
  } else {
    throw new Exception("Erro!");
void inserirPai(int x, No i, No pai) throws Exception {
```



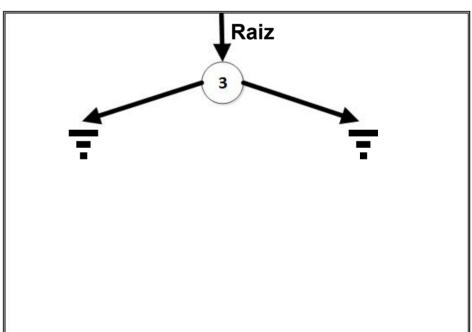
```
//Inserir <u>3</u>, 5, 1, 8
void inserirPai(int x) throws Exception {
  if (raiz == null) {
    raiz = new No(x);
  } else if (x < raiz.elemento) {</pre>
    inserirPai(x, raiz.esq, raiz);
  } else if (x > raiz.elemento) {
    inserirPai(x, raiz.dir, raiz);
  } else {
    throw new Exception("Erro!");
void inserirPai(int x, No i, No pai) throws Exception {
```



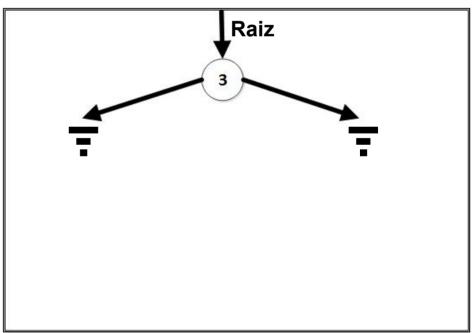
```
//Inserir 3, <u>5</u>, 1, 8
void inserirPai(int x) throws Exception {
  if (raiz == null) {
    raiz = new No(x);
  } else if (x < raiz.elemento) {</pre>
    inserirPai(x, raiz.esq, raiz);
  } else if (x > raiz.elemento) {
    inserirPai(x, raiz.dir, raiz);
  } else {
    throw new Exception("Erro!");
void inserirPai(int x, No i, No pai) throws Exception {
```



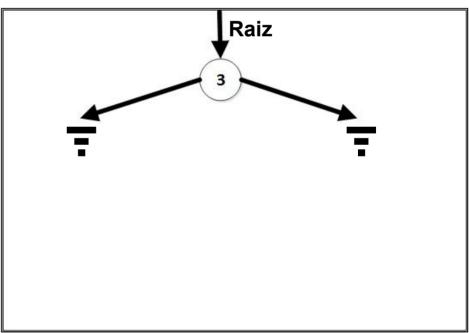
```
//Inserir 3, <u>5</u>, 1, 8
void inserirPai(int x) throws Exception {
  if (raiz == null)
    raiz = new No(x);
 } else if (x < raiz.elemento) {
    inserirPai(x, raiz.esq, raiz);
 } else if (x > raiz.elemento) {
    inserirPai(x, raiz.dir, raiz);
 } else {
    throw new Exception("Erro!");
               false: n(3) \neq null
void inserirPai(int x, No i, No pai) throws Exception {
```



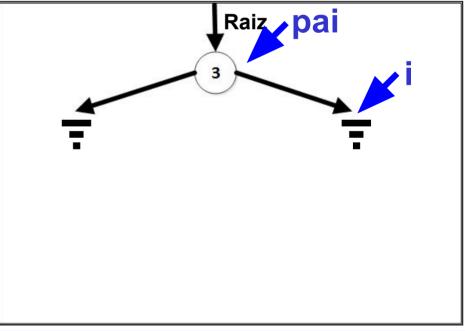
```
//Inserir 3, <u>5</u>, 1, 8
void inserirPai(int x) throws Exception {
  if (raiz == null) {
    raiz = new No(x);
   else if (x < raiz.elemento) {
    inserirPai(x, raiz.esq, raiz);
 } else if (x > raiz.elemento) {
    inserirPai(x, raiz.dir, raiz);
 } else {
    throw new Exception("Erro!");
               false: 5 < 3
void inserirPai(int x, No i, No pai) throws Exception {
```



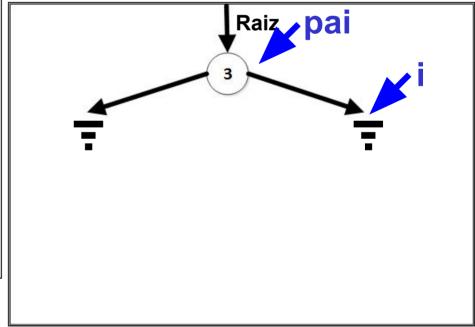
```
//Inserir 3, <u>5</u>, 1, 8
void inserirPai(int x) throws Exception {
  if (raiz == null) {
    raiz = new No(x);
  } else if (x < raiz.elemento) {</pre>
    inserirPai(x, raiz.esq, raiz);
   else if (x > raiz.elemento)
    inserirPai(x, raiz.dir, raiz);
  } else {
    throw new Exception("Erro!");
               true: 5 > 3
void inserirPai(int x, No i, No pai) throws Exception {
```



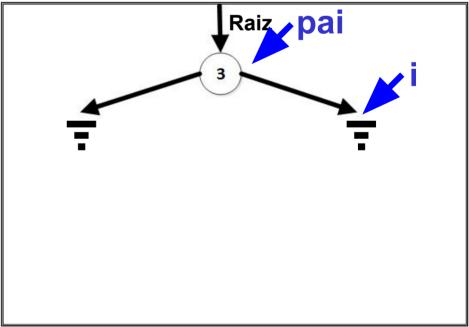
```
//Inserir 3, <u>5</u>, 1, 8
void inserirPai(int x) throws Exception {
  if (raiz == null) {
    raiz = new No(x);
  } else if (x < raiz.elemento) {</pre>
    inserirPai(x, raiz.esq, raiz);
  } else if (x > raiz.elemento) {
    inserirPai(x, raiz.dir, raiz);
  } else {
    throw new Exception("Erro!");
void inserirPai(int x, No i, No pai) throws Exception {
```



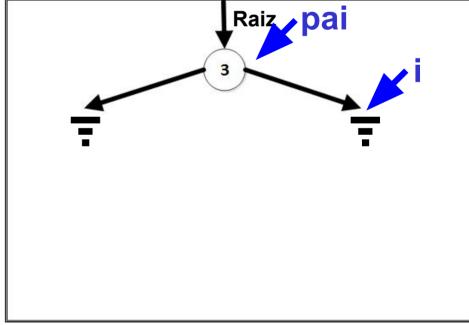
```
//Inserir 3, <u>5</u>, 1, 8
void inserirPai(int x, No i, No pai) throws Exception {
  if (i == null) {
    If (x < pai.elemento){</pre>
      pai.esq = new No(x);
    } else {
      pai.dir = new No(x);
  } else if (x < i.elemento) {
    inserirPai(x, i.esq, i);
  } else if (x > i.elemento) {
    inserirPai(x, i.dir, i);
  } else {
    throw new Exception("Erro!");
```



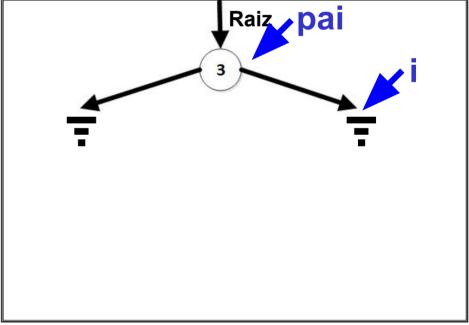
```
//Inserir 3, <u>5</u>, 1, 8
void inserirPai(int x, No i, No pai) throws Exception {
  if (i == null)
    If (x < pai.elemento){
      pai.esq = new No(x);
    } else {
      pai.dir = new No(x);
 } else if (x < i.elemento) {
    inserirPai(x, i.esq, i);
 } else if (x > i.elemento) {
    inserirPai(x, i.dir, i);
 } else {
    throw new Exception("Erro!");
               true: null == null
```



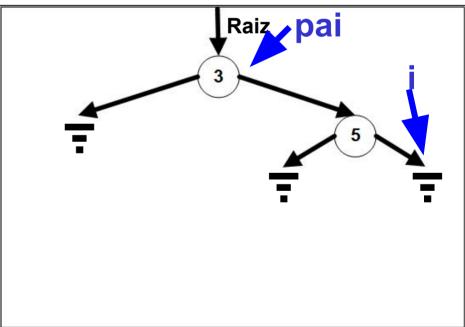
```
//Inserir 3, <u>5</u>, 1, 8
void inserirPai(int x, No i, No pai) throws Exception {
  if (i == null) {
    If (x < pai.elemento){
      pai.esq = new No(x);
    } else {
      pai.dir = new No(x);
 } else if (x < i.elemento) {
    inserirPai(x, i.esq, i);
 } else if (x > i.elemento) {
    inserirPai(x, i.dir, i);
 } else {
    throw new Exception("Erro!");
               false: 5 < 3
```



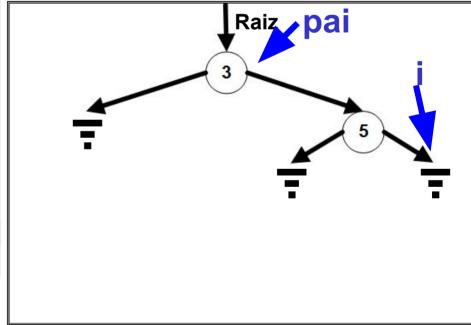
```
//Inserir 3, <u>5</u>, 1, 8
void inserirPai(int x, No i, No pai) throws Exception {
  if (i == null) {
    If (x < pai.elemento){</pre>
      pai.esq = new No(x);
     else {
      pai.dir = new No(x);
  } else if (x < i.elemento) {
    inserirPai(x, i.esq, i);
  } else if (x > i.elemento) {
    inserirPai(x, i.dir, i);
  } else {
    throw new Exception("Erro!");
               true: 5 > 3
```



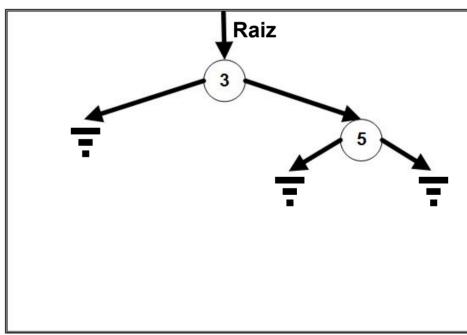
```
//Inserir 3, <u>5</u>, 1, 8
void inserirPai(int x, No i, No pai) throws Exception {
  if (i == null) {
    If (x < pai.elemento){</pre>
      pai.esq = new No(x);
    } else {
      pai.dir = new No(x);
  } else if (x < i.elemento) {
    inserirPai(x, i.esq, i);
  } else if (x > i.elemento) {
    inserirPai(x, i.dir, i);
  } else {
    throw new Exception("Erro!");
```



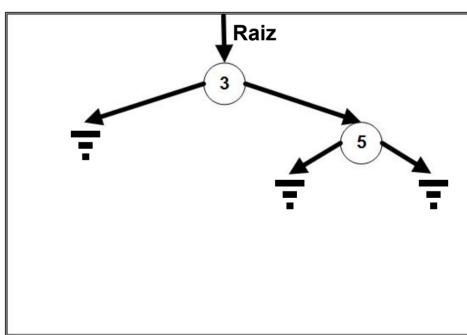
```
//Inserir 3, <u>5</u>, 1, 8
void inserirPai(int x, No i, No pai) throws Exception {
  if (i == null) {
    If (x < pai.elemento){</pre>
      pai.esq = new No(x);
    } else {
      pai.dir = new No(x);
  } else if (x < i.elemento) {
    inserirPai(x, i.esq, i);
  } else if (x > i.elemento) {
    inserirPai(x, i.dir, i);
  } else {
    throw new Exception("Erro!");
```



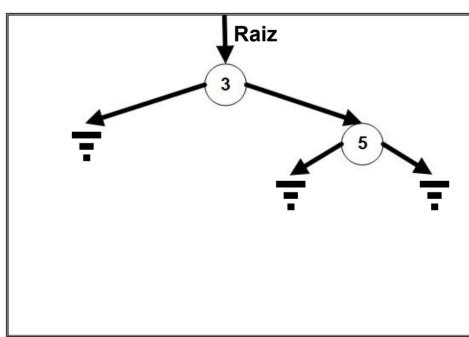
```
//Inserir 3, 5, <u>1</u>, 8
void inserirPai(int x) throws Exception {
  if (raiz == null) {
    raiz = new No(x);
  } else if (x < raiz.elemento) {</pre>
    inserirPai(x, raiz.esq, raiz);
  } else if (x > raiz.elemento) {
    inserirPai(x, raiz.dir, raiz);
  } else {
    throw new Exception("Erro!");
void inserirPai(int x, No i, No pai) throws Exception {
```



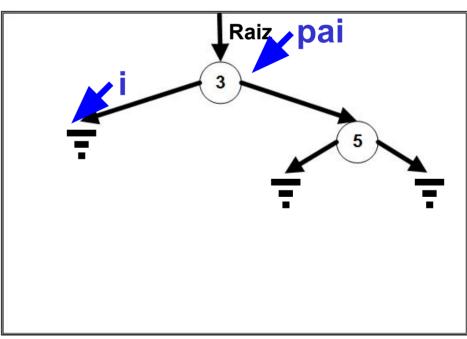
```
//Inserir 3, 5, <u>1</u>, 8
void inserirPai(int x) throws Exception {
  if (raiz == null)
    raiz = new No(x);
  } else if (x < raiz.elemento) {</pre>
    inserirPai(x, raiz.esq, raiz);
  } else if (x > raiz.elemento) {
    inserirPai(x, raiz.dir, raiz);
  } else {
    throw new Exception("Erro!");
               false: n(3) \neq null
void inserirPai(int x, No i, No pai) throws Exception {
```



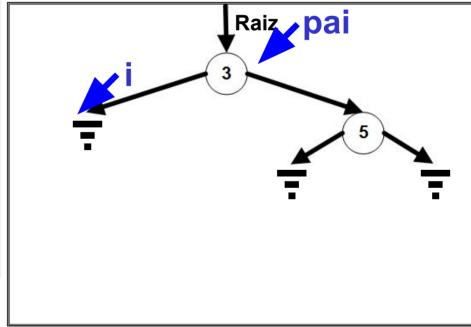
```
//Inserir 3, 5, <u>1</u>, 8
void inserirPai(int x) throws Exception {
  if (raiz == null) {
    raiz = new No(x);
   else if (x < raiz.elemento)
    inserirPai(x, raiz.esq, raiz);
 } else if (x > raiz.elemento) {
    inserirPai(x, raiz.dir, raiz);
 } else {
    throw new Exception("Erro!");
               true: 1 < 3
void inserirPai(int x, No i, No pai) throws Exception {
```



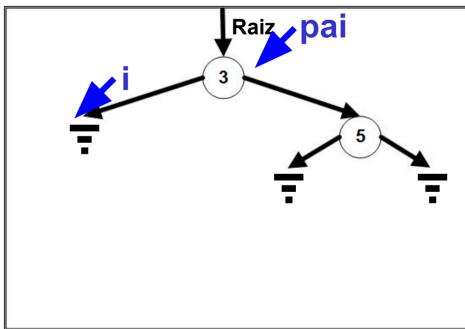
```
//Inserir 3, 5, <u>1</u>, 8
void inserirPai(int x) throws Exception {
  if (raiz == null) {
    raiz = new No(x);
  } else if (x < raiz.elemento) {</pre>
    inserirPai(x, raiz.esq, raiz);
  } else if (x > raiz.elemento) {
    inserirPai(x, raiz.dir, raiz)
  } else {
    throw new Exception("Erro!");
void inserirPai(int x, No i, No pai) throws Exception {
```



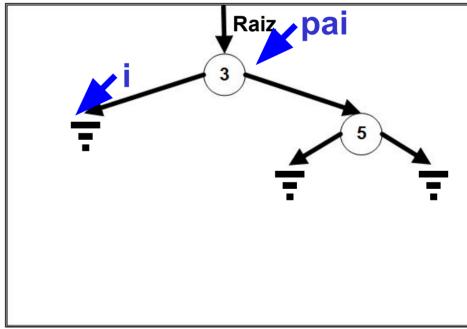
```
//Inserir 3, 5, <u>1</u>, 8
void inserirPai(int x, No i, No pai) throws Exception {
  if (i == null) {
    If (x < pai.elemento){</pre>
      pai.esq = new No(x);
    } else {
      pai.dir = new No(x);
  } else if (x < i.elemento) {
    inserirPai(x, i.esq, i);
  } else if (x > i.elemento) {
    inserirPai(x, i.dir, i);
  } else {
    throw new Exception("Erro!");
```



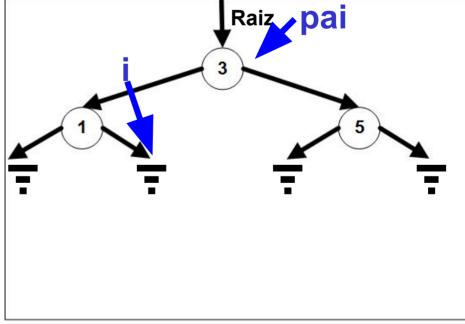
```
//Inserir 3, 5, <u>1</u>, 8
void inserirPai(int x, No i, No pai) throws Exception {
  if (i == null)
    If (x < pai.elemento){</pre>
      pai.esq = new No(x);
    } else {
      pai.dir = new No(x);
  } else if (x < i.elemento) {
    inserirPai(x, i.esq, i);
  } else if (x > i.elemento) {
    inserirPai(x, i.dir, i);
  } else {
    throw new Exception("Erro!");
               true: null == null
```



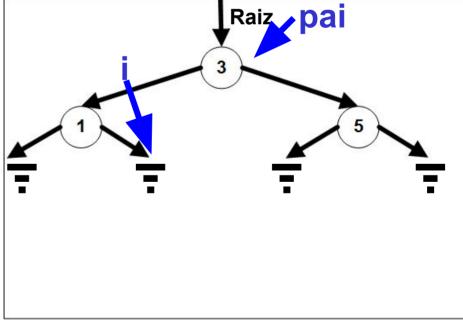
```
//Inserir 3, 5, <u>1</u>, 8
void inserirPai(int x, No i, No pai) throws Exception {
  if (i == null) {
    If (x < pai.elemento){
      pai.esq = new No(x);
    } else {
      pai.dir = new No(x);
 } else if (x < i.elemento) {
    inserirPai(x, i.esq, i);
 } else if (x > i.elemento) {
    inserirPai(x, i.dir, i);
 } else {
    throw new Exception("Erro!");
               true: 1 < 3
```



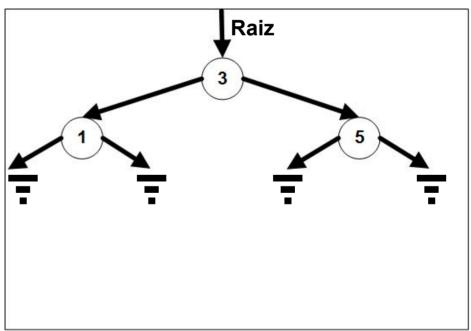
```
//Inserir 3, 5, <u>1</u>, 8
void inserirPai(int x, No i, No pai) throws Exception {
  if (i == null) {
    If (x < pai.elemento){</pre>
      pai.esq = new No(x);
    } else {
      pai.dir = new No(x);
  } else if (x < i.elemento) {
    inserirPai(x, i.esq, i);
  } else if (x > i.elemento) {
    inserirPai(x, i.dir, i);
  } else {
    throw new Exception("Erro!");
```



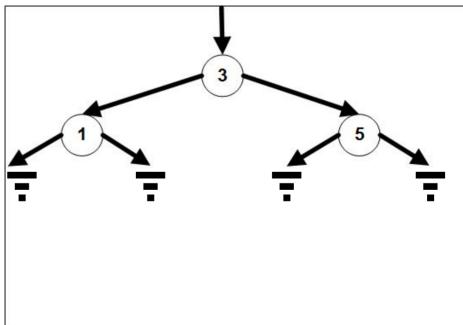
```
//Inserir 3, 5, <u>1</u>, 8
void inserirPai(int x, No i, No pai) throws Exception {
  if (i == null) {
    If (x < pai.elemento){</pre>
      pai.esq = new No(x);
    } else {
      pai.dir = new No(x);
  } else if (x < i.elemento) {
    inserirPai(x, i.esq, i);
  } else if (x > i.elemento) {
    inserirPai(x, i.dir, i);
  } else {
    throw new Exception("Erro!");
```



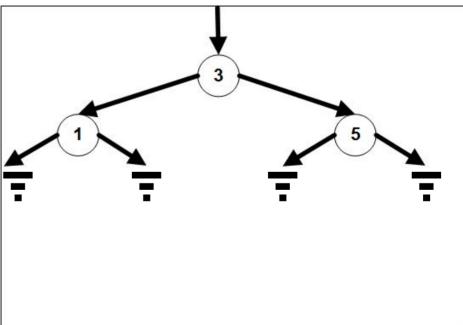
```
//Inserir 3, 5, 1, 8
void inserirPai(int x) throws Exception {
  if (raiz == null) {
    raiz = new No(x);
  } else if (x < raiz.elemento) {</pre>
    inserirPai(x, raiz.esq, raiz);
  } else if (x > raiz.elemento) {
    inserirPai(x, raiz.dir, raiz);
  } else {
    throw new Exception("Erro!");
void inserirPai(int x, No i, No pai) throws Exception {
```



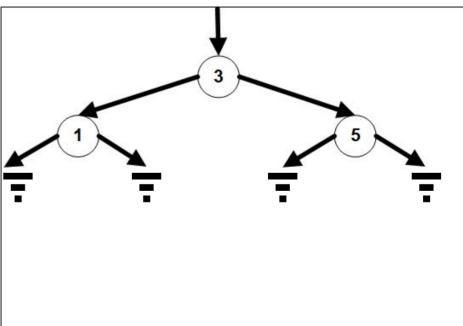
```
//Inserir 3, 5, 1, 8
void inserirPai(int x) throws Exception {
  if (raiz == null)
    raiz = new No(x);
 } else if (x < raiz.elemento) {</pre>
    inserirPai(x, raiz.esq, raiz);
 } else if (x > raiz.elemento) {
    inserirPai(x, raiz.dir, raiz);
 } else {
    throw new Exception("Erro!");
               false: n(3) \neq null
void inserirPai(int x, No i, No pai) throws Exception {
```



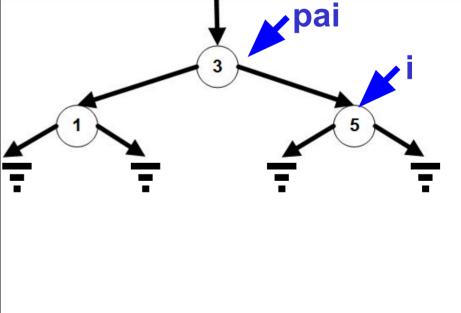
```
//Inserir 3, 5, 1, 8
void inserirPai(int x) throws Exception {
  if (raiz == null) {
    raiz = new No(x);
   else if (x < raiz.elemento)
    inserirPai(x, raiz.esq, raiz);
 } else if (x > raiz.elemento) {
    inserirPai(x, raiz.dir, raiz);
 } else {
    throw new Exception("Erro!");
              false: 8 < 3
void inserirPai(int x, No i, No pai) throws Exception {
```



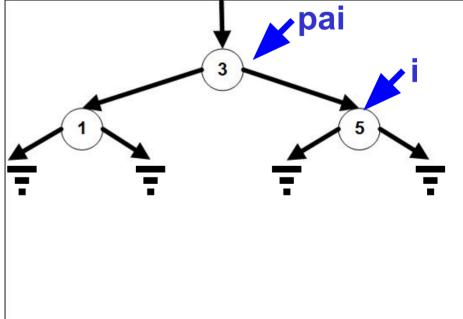
```
//Inserir 3, 5, 1, 8
void inserirPai(int x) throws Exception {
  if (raiz == null) {
    raiz = new No(x);
 } else if (x < raiz.elemento) {</pre>
    inserirPai(x, raiz.esq, raiz);
   else if (x > raiz.elemento)
    inserirPai(x, raiz.dir, raiz);
 } else {
    throw new Exception("Erro!");
               true: 8 > 3
void inserirPai(int x, No i, No pai) throws Exception {
```



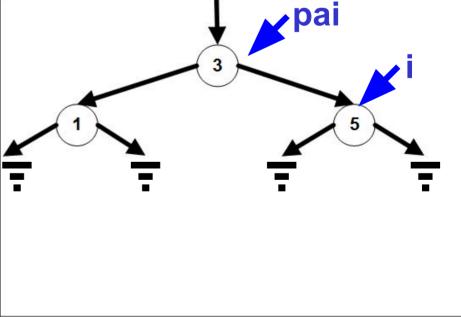
```
//Inserir 3, 5, 1, 8
void inserirPai(int x) throws Exception {
  if (raiz == null) {
    raiz = new No(x);
 } else if (x < raiz.elemento) {</pre>
    inserirPai(x, raiz.esq, raiz);
 } else if (x > raiz.elemento) {
    inserirPai(x, raiz.dir, raiz);
  } else {
    throw new Exception("Erro!");
void inserirPai(int x, No i, No pai) throws Exception {
```



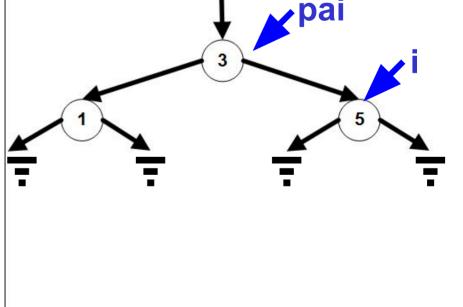
```
//Inserir 3, 5, 1, 8
void inserirPai(int x, No i, No pai) throws Exception {
  if (i == null) {
    If (x < pai.elemento){</pre>
      pai.esq = new No(x);
    } else {
      pai.dir = new No(x);
  } else if (x < i.elemento) {
    inserirPai(x, i.esq, i);
  } else if (x > i.elemento) {
    inserirPai(x, i.dir, i);
  } else {
    throw new Exception("Erro!");
```



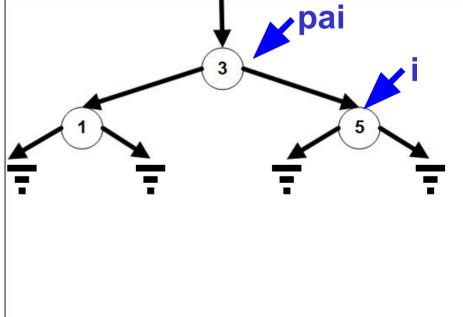
```
//Inserir 3, 5, 1, 8
void inserirPai(int x, No i, No pai) throws Exception {
  if (i == null)
    If (x < pai.elemento){</pre>
      pai.esq = new No(x);
    } else {
      pai.dir = new No(x);
 } else if (x < i.elemento) {
    inserirPai(x, i.esq, i);
 } else if (x > i.elemento) {
    inserirPai(x, i.dir, i);
 } else {
    throw new Exception("Erro!");
               false: n(5) \neq null
```



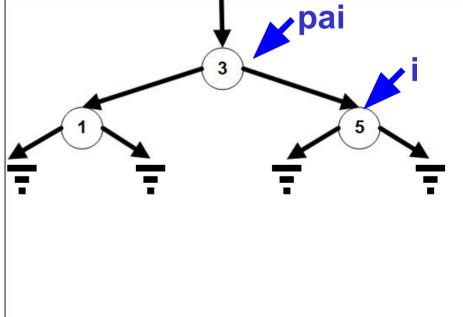
```
//Inserir 3, 5, 1, 8
void inserirPai(int x, No i, No pai) throws Exception {
  if (i == null) {
    If (x < pai.elemento){</pre>
      pai.esq = new No(x);
    } else {
      pai.dir = new No(x);
   else if (x < i.elemento) {
    inserirPai(x, i.esq, i);
 } else if (x > i.elemento) {
    inserirPai(x, i.dir, i);
 } else {
    throw new Exception("Erro!");
               false: 8 < 5
```



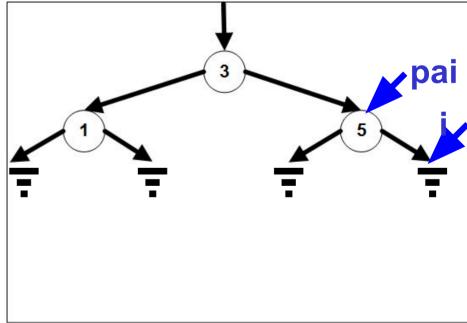
```
//Inserir 3, 5, 1, 8
void inserirPai(int x, No i, No pai) throws Exception {
  if (i == null) {
    If (x < pai.elemento){</pre>
      pai.esq = new No(x);
    } else {
      pai.dir = new No(x);
 } else if (x < i.elemento) {
    inserirPai(x, i.esq, i);
   else if (x > i.elemento) {
    inserirPai(x, i.dir, i);
 } else {
    throw new Exception("Erro!");
               true: 8 > 5
```



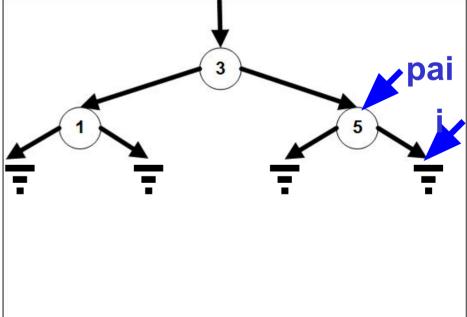
```
//Inserir 3, 5, 1, 8
void inserirPai(int x, No i, No pai) throws Exception {
  if (i == null) {
    If (x < pai.element \phi)
      pai.esq = new No(x);
    } else {
      pai.dir = new No(x)
 } else if (x < i.elemento) {
    inserirPai(x, i.esq, i/s;
 } else if (x > i.elemento) {
    inserirPai(x, i.dir, i);
  } else {
    throw new Exception("Erro!");
```



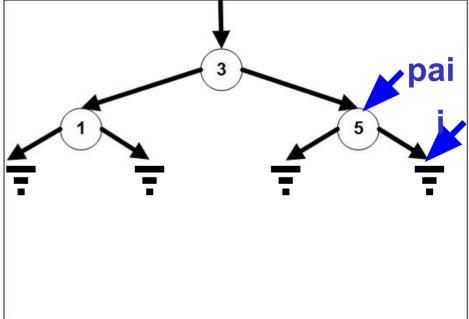
```
//Inserir 3, 5, 1, 8
void inserirPai(int x, No i, No pai) throws Exception {
  if (i == null) {
    If (x < pai.elemento){</pre>
      pai.esq = new No(x);
    } else {
      pai.dir = new No(x);
  } else if (x < i.elemento) {
    inserirPai(x, i.esq, i);
  } else if (x > i.elemento) {
    inserirPai(x, i.dir, i);
  } else {
    throw new Exception("Erro!");
```



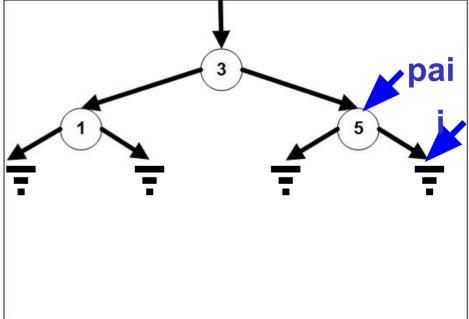
```
//Inserir 3, 5, 1, 8
void inserirPai(int x, No i, No pai) throws Exception {
  if (i == null)
    If (x < pai.elemento){</pre>
      pai.esq = new No(x);
    } else {
      pai.dir = new No(x);
 } else if (x < i.elemento) {
    inserirPai(x, i.esq, i);
 } else if (x > i.elemento) {
    inserirPai(x, i.dir, i);
 } else {
    throw new Exception("Erro!");
               true: null == null
```



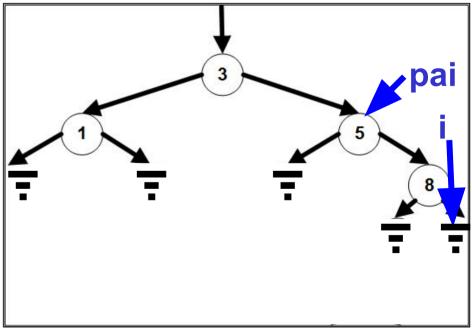
```
//Inserir 3, 5, 1, 8
void inserirPai(int x, No i, No pai) throws Exception {
  if (i == null) {
    If (x < pai.elemento){
      pai.esq = new No(x);
   } else {
      pai.dir = new No(x);
 } else if (x < i.elemento) {
    inserirPai(x, i.esq, i);
 } else if (x > i.elemento) {
    inserirPai(x, i.dir, i);
 } else {
    throw new Exception("Erro!");
              false: 8 < 5
```



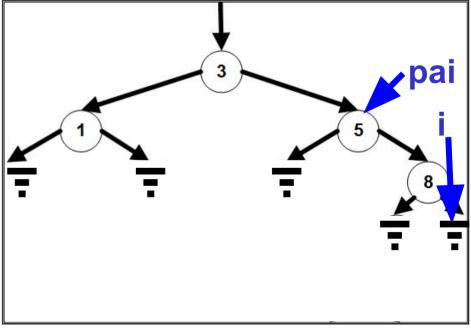
```
//Inserir 3, 5, 1, 8
void inserirPai(int x, No i, No pai) throws Exception {
  if (i == null) {
    If (x < pai.elemento){</pre>
      pai.esq = new No(x);
     else {
      pai.dir = new No(x);
  } else if (x < i.elemento) {
    inserirPai(x, i.esq, i);
  } else if (x > i.elemento) {
    inserirPai(x, i.dir, i);
  } else {
    throw new Exception("Erro!");
```



```
//Inserir 3, 5, 1, 8
void inserirPai(int x, No i, No pai) throws Exception {
  if (i == null) {
    If (x < pai.elemento){</pre>
      pai.esq = new No(x);
    } else {
      pai.dir = new No(x);
  } else if (x < i.elemento) {
    inserirPai(x, i.esq, i);
  } else if (x > i.elemento) {
    inserirPai(x, i.dir, i);
  } else {
    throw new Exception("Erro!");
```



```
//Inserir 3, 5, 1, 8
void inserirPai(int x, No i, No pai) throws Exception {
  if (i == null) {
    If (x < pai.elemento){</pre>
      pai.esq = new No(x);
    } else {
      pai.dir = new No(x);
 } else if (x < i.elemento) {
    inserirPai(x, i.esq, i);
 } else if (x > i.elemento) {
    inserirPai(x, i.dir, i);
 } else {
    throw new Exception("Erro!");
```



Agenda

- Funcionamento básico
- Exemplo
- Inserção em Java com retorno de referência
- Inserção em Java com passagem de pai
- Análise de complexidade



Análise de complexidade da Inserção

- Melhor Caso: $\Theta(1)$ comparações e acontece, por exemplo, inserindo na raiz
- Pior Caso: Θ(n) comparações e acontece, por exemplo, quando inserimos os elementos na ordem crescente ou decrescente

 Caso Médio: Θ(lg(n)) comparações e acontece, por exemplo, quando inserimos um elemento na folha de uma árvore balanceada. Lembrando que a altura da árvore balanceada é Θ(lg(n))

Análise de complexidade da Inserção

- Melhor Caso: $\Theta(1)$ comparações e acontece, por exemplo, inserindo na raiz
- Pior Caso: Θ(n) comparações e acontece, por exemplo, quando inserimos os elementos na ordem crescente ou decrescente

 Caso Médio: Θ(lg(n)) comparações e acontece, por exemplo, quando inserimos um elemento na folha de uma árvore balanceada. Lembrando que

Observação (1): Dependência do formato da árvore

Observação (2): Na inserção aleatória ≈ 1,39 x lg(n) comparações