# Unidade IV: Ordenação Interna - Quicksort



Instituto de Ciências Exatas e Informática Curso de Ciência da Computação

# Unidade IV: Ordenação Interna - Algoritmo da Bolha



Instituto de Ciências Exatas e Informática Departamento de Ciência da Computação

#### Agenda

· Funcionamento básico

· Algoritmo em C like

Análise dos número de movimentações e comparações

#### Agenda

Funcionamento básico



· Algoritmo em C like

Análise dos número de movimentações e comparações

#### Introdução

Proposto por Hoare em 1960 e publicado em 1962

· Algoritmo de ordenação mais rápido para a maioria das situações

· Provavelmente, ele é o mais utilizado

#### Funcionamento Básico

- Divide o array em duas partes que serão independentemente ordenadas e a combinação de seus resultados produz a solução final
  - A parte da esquerda terá elementos menores ou iguais a um pivô
  - A parte da direita terá elementos maiores ou iguais a um pivô

#### Funcionamento Básico

- Particionamento:
  - Escolha arbitrariamente um pivô
  - Percorra o array a partir da esquerda enquanto array[ i ] < pivô</li>
  - Percorra o array a partir da direita enquanto array[ j ] > pivô
  - Se i ≤ j então troque array[ i ] com array[ j ]
  - Continue o processo enquanto i ≤ j

#### Funcionamento Básico

· No final do particionamento, o array estará particionado de tal forma que:

Os elementos array[esq], array[esq+1], . . . , array[j] são ≤ que x

Os elementos array[i], array[i+1], . . . , array[dir] são ≥ que x

#### Agenda

· Funcionamento básico

- Algoritmo em C like



Análise dos número de movimentações e comparações

```
void quicksort(int esq, int dir) {
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(dir+esq)/2];
    while (i <= j) {
         while (array[i] < pivo)</pre>
              j++;
         while (array[j] > pivo)
              j--;
          if (i <= j)
            swap(i, j); i++; j--; }
    if (esq < j)
         quicksort(esq, j);
    if (i < dir)
         quicksort(i, dir);
```

0	1	5	3	15	16	9	10	4	3	30	5	20	48	71	82
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15

```
void quicksort(int esq, int dir) {
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(dir+esq)/2];
     while (i <= j) {
          while (array[i] < pivo)</pre>
              j++;
          while (array[j] > pivo)
              j--;
          if (i <= j)
            swap(i, j); i++; j--; }
     if (esq < j)
         quicksort(esq, j);
     if (i < dir)
          quicksort(i, dir);
```

	0	1	5	3	15	16	9	10	4	3	30	5	20	48	71	82
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
e	sq															dir

```
void quicksort(int esq, int dir) {
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(dir+esq)/2];
     while (i <= j) {
          while (array[i] < pivo)</pre>
              j++;
         while (array[j] > pivo)
              j--;
          if (i <= j)
            swap(i, j); i++; j--; }
     if (esq < j)
         quicksort(esq, j);
     if (i < dir)
         quicksort(i, dir);
```

	0	1	5	3	15	16	9	10	4	3	30	5	20	48	71	82
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
	esq															dir

dir

```
while (i <= j) {
     while (array[i] < pivo)</pre>
         j++:
     while (array[j] > pivo)
         j--;
     if (i <= j)
         swap(i, j); i++; j--; }
 if (esq < j)
     quicksort(esq, j);
 if (i < dir)
     quicksort(i, dir);
                3
                     15
                           16
                                      10
                                                  3
                                                       30
                                                                  20
                                                                             71
0
     1
           5
                                 9
                                            4
                                                             5
                                                                        48
                3
                                       7
     1
           2
                            5
                                 6
                                            8
                                                  9
                                                             11
                                                                  12
                                                                        13
0
                      4
                                                       10
                                                                              14
```

esq

void quicksort(int esq, int dir) {

dir

```
void quicksort(int esq, int dir) {
                                                                                                      10
                                                                                             pivô
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(dir+esq)/2];
                                                            (0 + 15) / 2: 7
     while (i <= j) {
          while (array[i] < pivo)</pre>
              j++:
          while (array[j] > pivo)
              j--;
          if (i <= j)
              swap(i, j); i++; j--; }
     if (esq < j)
          quicksort(esq, j);
     if (i < dir)
          quicksort(i, dir);
                       3
                             15
                                   16
                                                 10
                                                               3
                                                                    30
                                                                                  20
                                                                                               71
   0
          1
                5
                                           9
                                                        4
                                                                            5
                                                                                         48
                                                                                                      82
                       3
                                                 7
          1
                2
                                    5
                                           6
                                                        8
                                                               9
                                                                            11
                                                                                  12
                                                                                         13
   0
                             4
                                                                     10
                                                                                               14
                                                                                                      15
```

esq

```
void quicksort(int esq, int dir) {
                                                                                                        10
                                                                                              pivô
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(dir+esq)/2];
     while (i <= j)
                                                             0 <= 15: true
          while (array[i] < pivo)</pre>
               j++:
          while (array[j] > pivo)
               j--;
          if (i <= j)
              swap(i, j); i++; j--; }
    if (esq < j)
          quicksort(esq, j);
     if (i < dir)</pre>
          quicksort(i, dir);
                       3
                             15
                                    16
                                                 10
                                                               3
                                                                     30
                                                                                   20
                                                                                                71
   0
          1
                5
                                           9
                                                         4
                                                                             5
                                                                                          48
                                                                                                       82
                       3
                                                  7
                2
                                     5
                                           6
                                                         8
                                                               9
                                                                            11
                                                                                   12
                                                                                          13
   0
          1
                              4
                                                                      10
                                                                                                 14
                                                                                                       15
                                                                                                       dir
 esq
```

```
void quicksort(int esq, int dir) {
                                                                                                       10
                                                                                              pivô
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(dir+esq)/2];
     while (i <= j) {
          while (array[i] < pivo)
                                                            0 < 10: true
               j++:
          while (array[j] > pivo)
               j--;
          if (i <= j)
              swap(i, j); i++; j--; }
     if (esq < j)
          quicksort(esq, j);
     if (i < dir)</pre>
          quicksort(i, dir);
                       3
                             15
                                    16
                                                 10
                                                               3
                                                                     30
                                                                                   20
                                                                                                71
   0
          1
                5
                                           9
                                                        4
                                                                             5
                                                                                         48
                                                                                                       82
                       3
                                                  7
                                     5
                                           6
                                                        8
                                                               9
                                                                            11
                                                                                   12
                                                                                          13
   0
          1
                              4
                                                                      10
                                                                                                14
                                                                                                       15
                                                                                                       dir
 esq
                                 Algoritmos e Estruturas de Dados II (16)
```

```
void quicksort(int esq, int dir) {
                                                                                                        10
                                                                                               pivô
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(dir+esq)/2];
     while (i <= j) {
          while (array[i] < pivo)</pre>
               <u>|</u>++:
          while (array[j] > pivo)
               j--;
          if (i <= j)
              swap(i, j); i++; j--; }
     if (esq < j)
          quicksort(esq, j);
     if (i < dir)
          quicksort(i, dir);
                       3
                             15
                                    16
                                                  10
                                                                3
                                                                      30
                                                                                   20
                                                                                                 71
   0
                5
                                           9
                                                         4
                                                                             5
                                                                                          48
                                                                                                        82
          1
                       3
                                                  7
                2
                                     5
                                           6
                                                         8
                                                                9
                                                                             11
                                                                                    12
                                                                                           13
   0
          1
                              4
                                                                      10
                                                                                                 14
                                                                                                        15
                                                                                                        dir
 esq
```

```
void quicksort(int esq, int dir) {
                                                                                                     10
                                                                                            pivô
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(dir+esq)/2];
    while (i <= j) {
          while (array[i] < pivo)
                                                           1 < 10: true
              j++:
         while (array[j] > pivo)
          if (i <= j)
            swap(i, j); i++; j--; }
    if (esq < j)
         quicksort(esq, j);
    if (i < dir)</pre>
         quicksort(i, dir);
                      3
                            15
                                   16
                                                              3
                                                                    30
                                                                                 20
                                                                                              71
   0
                5
                                          9
                                                10
                                                       4
                                                                           5
                                                                                        48
                                                                                                    82
          1
                       3
                                                 7
                                    5
                                          6
                                                       8
                                                              9
                                                                           11
                                                                                 12
                                                                                        13
   0
          1
                             4
                                                                    10
                                                                                              14
                                                                                                     15
                                                                                                     dir
 esq
```

```
void quicksort(int esq, int dir) {
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(dir+esq)/2];
     while (i <= j) {
          while (array[i] < pivo)</pre>
               <u>i++;</u>
          while (array[j] > pivo)
               j--;
          if (i <= j)
             swap(i, j); i++; j--; }
     if (esq < j)
          quicksort(esq, j);
     if (i < dir)
          quicksort(i, dir);
```

pivô 10

					_			_							J
0	1	5	3	15	16	9	10	4	3	30	5	20	48	71	82
0 esq	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15 dir

dir

```
void quicksort(int esq, int dir) {
                                                                                                     10
                                                                                            pivô
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(dir+esq)/2];
    while (i <= j) {
          while (array[i] < pivo)
                                                           5 < 10: true
              j++:
         while (array[j] > pivo)
          if (i <= j)
            swap(i, j); i++; j--; }
    if (esq < j)
         quicksort(esq, j);
    if (i < dir)</pre>
         quicksort(i, dir);
                      3
                            15
                                   16
                                                10
                                                              3
                                                                    30
                                                                                 20
                                                                                              71
   0
          1
                5
                                          9
                                                       4
                                                                           5
                                                                                        48
                                                                                                     82
                       3
                                                 7
                                    5
                                          6
                                                       8
                                                              9
                                                                           11
                                                                                 12
                                                                                        13
   0
          1
                             4
                                                                    10
                                                                                              14
                                                                                                     15
```

esq

```
void quicksort(int esq, int dir) {
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(dir+esq)/2];
     while (i <= j) {
          while (array[i] < pivo)</pre>
               <u>i++:</u>
          while (array[j] > pivo)
               j--;
          if (i <= j)
             swap(i, j); i++; j--; }
     if (esq < j)
          quicksort(esq, j);
     if (i < dir)
          quicksort(i, dir);
```

pivô 10

				_							_		_		J
0	1	5	3	15	16	9	10	4	3	30	5	20	48	71	82
0 esq	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15 dir

```
void quicksort(int esq, int dir) {
                                                                                                     10
                                                                                            pivô
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(dir+esq)/2];
    while (i <= j) {
          while (array[i] < pivo)
                                                           3 < 10: true
              j++:
         while (array[j] > pivo)
          if (i <= j)
            swap(i, j); i++; j--; }
    if (esq < j)
         quicksort(esq, j);
    if (i < dir)</pre>
         quicksort(i, dir);
                      3
                            15
                                   16
                                                10
                                                              3
                                                                    30
                                                                                 20
                                                                                              71
   0
          1
                5
                                          9
                                                       4
                                                                           5
                                                                                       48
                                                                                                    82
                       3
                                                 7
                                    5
                                          6
                                                       8
                                                              9
                                                                           11
                                                                                 12
                                                                                        13
   0
          1
                             4
                                                                    10
                                                                                              14
                                                                                                     15
                                                                                                     dir
 esq
```

dir

```
void quicksort(int esq, int dir) {
                                                                                                         10
                                                                                               pivô
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(dir+esq)/2];
     while (i <= j) {
          while (array[i] < pivo)</pre>
               <u>|</u>++:
          while (array[j] > pivo)
               j--;
          if (i <= j)
              swap(i, j); i++; j--; }
     if (esq < j)
          quicksort(esq, j);
     if (i < dir)
          quicksort(i, dir);
                       3
                             15
                                    16
                                                  10
                                                                3
                                                                      30
                                                                                    20
                                                                                                 71
   0
          1
                5
                                            9
                                                         4
                                                                              5
                                                                                          48
                                                                                                        82
                       3
                                                   7
                2
                                     5
                                            6
                                                         8
                                                                9
                                                                             11
                                                                                    12
                                                                                           13
   0
          1
                              4
                                                                      10
                                                                                                  14
                                                                                                        15
```

esq

void quicksort(int esq, int dir) {

esq

#### Algoritmo em C like

dir

```
10
                                                                                         pivô
 int i = esq, j = dir, pivo = array[(dir+esq)/2];
 while (i <= j) {
      while (array[i] < pivo)
                                                        15 < 10: false
           j++:
      while (array[j] > pivo)
           j--;
      if (i <= j)
         swap(i, j); i++; j--; }
 if (esq < j)
      quicksort(esq, j);
 if (i < dir)</pre>
      quicksort(i, dir);
                   3
                         15
                                16
                                             10
                                                           3
                                                                 30
                                                                              20
                                                                                           71
0
      1
             5
                                       9
                                                    4
                                                                        5
                                                                                     48
                                                                                                  82
                   3
                                              7
                                 5
                                       6
                                                    8
                                                           9
                                                                        11
                                                                              12
                                                                                     13
0
      1
                          4
                                                                 10
                                                                                           14
                                                                                                  15
```

```
void quicksort(int esq, int dir) {
                                                                                                         10
                                                                                               pivô
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(dir+esq)/2];
     while (i <= j) {
          while (array[i] < pivo)</pre>
               j++:
          while (array[j] > pivo)
                                                             82 > 10: true
          if (i <= j)
              swap(i, j); i++; j--; }
     if (esq < j)
          quicksort(esq, j);
     if (i < dir)</pre>
          quicksort(i, dir);
                       3
                             15
                                    16
                                                                3
                                                                      30
                                                                                    20
                                                                                                 71
   0
          1
                5
                                            9
                                                  10
                                                         4
                                                                              5
                                                                                           48
                                                                                                        82
                       3
                                                   7
                2
                                     5
                                            6
                                                         8
                                                                9
                                                                             11
                                                                                    12
                                                                                           13
   0
          1
                              4
                                                                      10
                                                                                                  14
                                                                                                        15
                                                                                                        dir
 esq
                                 Algoritmos e Estruturas de Dados II (25)
```

dir

```
void quicksort(int esq, int dir) {
                                                                                                      10
                                                                                             pivô
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(dir+esq)/2];
     while (i <= j) {
          while (array[i] < pivo)</pre>
               j++:
          while (array[j] > pivo)
          if (i <= j)
              swap(i, j); i++; j--; }
    if (esq < j)
          quicksort(esq, j);
     if (i < dir)
          quicksort(i, dir);
                       3
                             15
                                   16
                                                 10
                                                               3
                                                                    30
                                                                                  20
                                                                                               71
   0
          1
                5
                                           9
                                                        4
                                                                            5
                                                                                         48
                                                                                                      82
                2
                       3
                                                 7
                                    5
                                           6
                                                        8
                                                               9
                                                                            11
                                                                                  12
                                                                                         13
   0
          1
                             4
                                                                     10
                                                                                               14
                                                                                                      15
```

esq

```
void quicksort(int esq, int dir) {
                                                                                                       10
                                                                                              pivô
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(dir+esq)/2];
     while (i <= j) {
          while (array[i] < pivo)</pre>
               j++:
          while (array[j] > pivo)
                                                            71 > 10: true
          if (i <= j)
              swap(i, j); i++; j--; }
     if (esq < j)
          quicksort(esq, j);
     if (i < dir)</pre>
          quicksort(i, dir);
                       3
                             15
                                    16
                                                               3
                                                                     30
                                                                                  20
                                                                                                71
   0
          1
                5
                                           9
                                                 10
                                                        4
                                                                            5
                                                                                         48
                                                                                                       82
                       3
                                                  7
                2
                                     5
                                           6
                                                        8
                                                               9
                                                                            11
                                                                                   12
                                                                                          13
   0
          1
                              4
                                                                      10
                                                                                                14
                                                                                                       15
                                                                                                       dir
 esq
```

```
void quicksort(int esq, int dir) {
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(dir+esq)/2];
     while (i <= j) {
          while (array[i] < pivo)</pre>
              j++:
          while (array[j] > pivo)
          if (i <= j)
              swap(i, j); i++; j--; }
     if (esq < j)
         quicksort(esq, j);
     if (i < dir)
          quicksort(i, dir);
```

pivô 10

											J							
	0	1	5	3	15	16	9	10	4	3	30	5	20	48	71	82		
	0 <b>esq</b>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15 dir		

```
void quicksort(int esq, int dir) {
                                                                                                       10
                                                                                              pivô
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(dir+esq)/2];
     while (i <= j) {
          while (array[i] < pivo)</pre>
               j++:
          while (array[j] > pivo)
                                                            48 > 10: true
          if (i <= j)
              swap(i, j); i++; j--; }
     if (esq < j)
          quicksort(esq, j);
     if (i < dir)</pre>
          quicksort(i, dir);
                       3
                             15
                                    16
                                                               3
                                                                     30
                                                                                  20
                                                                                                71
   0
          1
                5
                                           9
                                                 10
                                                        4
                                                                            5
                                                                                                      82
                                                                                         48
                       3
                                                  7
                2
                                     5
                                           6
                                                        8
                                                               9
                                                                            11
                                                                                   12
                                                                                         13
   0
          1
                              4
                                                                     10
                                                                                                14
                                                                                                       15
                                                                                                       dir
 esq
```

Algoritmos e Estruturas de Dados II (29)

dir

```
void quicksort(int esq, int dir) {
                                                                                                      10
                                                                                             pivô
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(dir+esq)/2];
     while (i <= j) {
          while (array[i] < pivo)</pre>
               j++;
          while (array[j] > pivo)
          if (i <= j)
              swap(i, j); i++; j--; }
    if (esq < j)
          quicksort(esq, j);
     if (i < dir)
          quicksort(i, dir);
                       3
                             15
                                   16
                                                 10
                                                              3
                                                                    30
                                                                                  20
                                                                                               71
   0
          1
                5
                                           9
                                                        4
                                                                            5
                                                                                        48
                                                                                                      82
                       3
                                                 7
                2
                                    5
                                           6
                                                        8
                                                               9
                                                                           11
                                                                                  12
                                                                                         13
   0
          1
                             4
                                                                     10
                                                                                               14
                                                                                                      15
```

esq

```
void quicksort(int esq, int dir) {
                                                                                                       10
                                                                                              pivô
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(dir+esq)/2];
     while (i <= j) {
          while (array[i] < pivo)</pre>
               j++:
          while (array[j] > pivo)
                                                            20 > 10: true
          if (i <= j)
              swap(i, j); i++; j--; }
     if (esq < j)
          quicksort(esq, j);
     if (i < dir)</pre>
          quicksort(i, dir);
                       3
                             15
                                    16
                                                 10
                                                               3
                                                                     30
                                                                                  20
                                                                                                71
   0
          1
                5
                                           9
                                                        4
                                                                            5
                                                                                         48
                                                                                                       82
                       3
                                                  7
                2
                                     5
                                           6
                                                        8
                                                               9
                                                                            11
                                                                                   12
                                                                                          13
   0
          1
                              4
                                                                      10
                                                                                                14
                                                                                                       15
                                                                                                       dir
 esq
```

void quicksort(int esq, int dir) {

esq

## Algoritmo em C like

dir

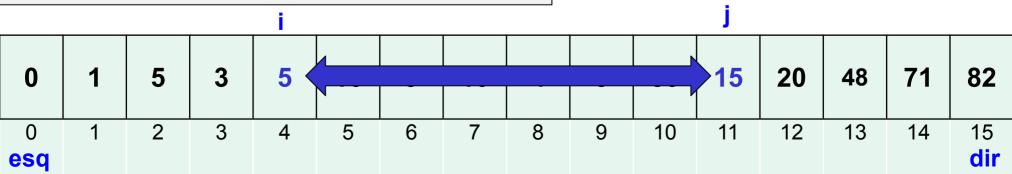
```
10
                                                                                          pivô
 int i = esq, j = dir, pivo = array[(dir+esq)/2];
 while (i <= j) {
      while (array[i] < pivo)</pre>
           j++;
      while (array[j] > pivo)
       if (i <= j)
           swap(i, j); i++; j--; }
 if (esq < j)
      quicksort(esq, j);
 if (i < dir)
      quicksort(i, dir);
                   3
                          15
                                16
                                             10
                                                           3
                                                                 30
                                                                               20
                                                                                            71
0
      1
             5
                                       9
                                                     4
                                                                         5
                                                                                     48
                                                                                                   82
                    3
                                              7
             2
                                 5
                                       6
                                                     8
                                                           9
                                                                        11
                                                                               12
                                                                                      13
0
       1
                          4
                                                                  10
                                                                                            14
                                                                                                   15
```

```
void quicksort(int esq, int dir) {
                                                                                                         10
                                                                                                pivô
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(dir+esq)/2];
     while (i <= j) {
          while (array[i] < pivo)</pre>
               j++:
          while (array[j] > pivo)
                                                             5 > 10: false
          if (i <= j)
              swap(i, j); i++; j--; }
     if (esq < j)
          quicksort(esq, j);
     if (i < dir)</pre>
          quicksort(i, dir);
                       3
                             15
                                    16
                                                                3
                                                                      30
                                                                                    20
                                                                                                 71
   0
          1
                5
                                            9
                                                  10
                                                         4
                                                                              5
                                                                                           48
                                                                                                        82
                       3
                                                   7
                2
                                     5
                                            6
                                                         8
                                                                9
                                                                             11
                                                                                    12
                                                                                           13
   0
          1
                              4
                                                                       10
                                                                                                  14
                                                                                                        15
                                                                                                        dir
 esq
                                 Algoritmos e Estruturas de Dados II (33)
```

```
void quicksort(int esq, int dir) {
                                                                                                        10
                                                                                               pivô
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(dir+esq)/2];
     while (i <= j) {
          while (array[i] < pivo)</pre>
               j++:
          while (array[j] > pivo)
          if (i \le i)
                                                             4 <= 11: true
               swap(i, j); i++; j--; }
     if (esq < j)
          quicksort(esq, j);
     if (i < dir)</pre>
          quicksort(i, dir);
                       3
                             15
                                    16
                                                 10
                                                               3
                                                                     30
                                                                                   20
                                                                                                71
   0
          1
                5
                                           9
                                                         4
                                                                             5
                                                                                          48
                                                                                                       82
                       3
                                                  7
                2
                                     5
                                           6
                                                         8
                                                               9
                                                                             11
                                                                                   12
                                                                                          13
   0
          1
                              4
                                                                      10
                                                                                                 14
                                                                                                       15
                                                                                                       dir
 esq
```

```
void quicksort(int esq, int dir) {
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(dir+esq)/2];
     while (i <= j) {
          while (array[i] < pivo)</pre>
               j++;
          while (array[j] > pivo)
               j--;
          if (i <= j)
                             j++;
                                     j--; }
               swap(i, j);
     if (esq < j)
          quicksort(esq, j);
     if (i < dir)
          quicksort(i, dir);
```

pivô 10



```
void quicksort(int esq, int dir) {
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(dir+esq)/2];
     while (i <= j) {
          while (array[i] < pivo)</pre>
               j++;
          while (array[j] > pivo)
               j--;
          if (i <= j)
              swap(i, j);
                            <u>i++;</u>
     if (esq < j)
          quicksort(esq, j);
     if (i < dir)
          quicksort(i, dir);
```

pivô 10

	<u> </u>								J						
0	1	5	3	5	16	9	10	4	3	30	15	20	48	71	82
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
esq															dir

```
void quicksort(int esq, int dir) {
                                                                                                        10
                                                                                              pivô
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(dir+esq)/2];
     while (i <= j)
                                                             5 <= 10: true
          while (array[i] < pivo)</pre>
               j++:
          while (array[j] > pivo)
               j--;
          if (i <= j)
              swap(i, j); i++; j--; }
    if (esq < j)
          quicksort(esq, j);
     if (i < dir)</pre>
          quicksort(i, dir);
                       3
                                    16
                                                 10
                                                               3
                                                                     30
                                                                            15
                                                                                   20
                                                                                                71
   0
          1
                5
                              5
                                           9
                                                         4
                                                                                          48
                                                                                                       82
                2
                       3
                                                  7
                                     5
                                           6
                                                         8
                                                               9
                                                                            11
                                                                                   12
                                                                                          13
   0
          1
                              4
                                                                      10
                                                                                                 14
                                                                                                       15
                                                                                                       dir
 esq
```

dir

```
void quicksort(int esq, int dir) {
                                                                                                     10
                                                                                            pivô
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(dir+esq)/2];
    while (i <= j) {
          while (array[i] < pivo)
                                                           16 < 10: false
              j++:
         while (array[j] > pivo)
          if (i <= j)
            swap(i, j); i++; j--; }
    if (esq < j)
         quicksort(esq, j);
    if (i < dir)</pre>
         quicksort(i, dir);
                      3
                                   16
                                                10
                                                              3
                                                                   30
                                                                          15
                                                                                 20
                                                                                              71
   0
          1
                5
                             5
                                          9
                                                       4
                                                                                       48
                                                                                                    82
                      3
                                                 7
                                    5
                                          6
                                                       8
                                                              9
                                                                          11
                                                                                 12
                                                                                        13
   0
          1
                             4
                                                                    10
                                                                                              14
                                                                                                     15
```

esq

```
void quicksort(int esq, int dir) {
                                                                                                       10
                                                                                              pivô
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(dir+esq)/2];
     while (i <= j) {
          while (array[i] < pivo)</pre>
               j++:
          while (array[j] > pivo)
                                                            30 > 10: true
          if (i <= j)
              swap(i, j); i++; j--; }
     if (esq < j)
          quicksort(esq, j);
     if (i < dir)</pre>
          quicksort(i, dir);
                       3
                                    16
                                                 10
                                                               3
                                                                     30
                                                                            15
                                                                                  20
                                                                                                71
   0
          1
                5
                              5
                                           9
                                                        4
                                                                                         48
                                                                                                      82
                       3
                                                  7
                2
                                     5
                                           6
                                                        8
                                                               9
                                                                            11
                                                                                   12
                                                                                         13
   0
          1
                              4
                                                                     10
                                                                                                14
                                                                                                       15
                                                                                                       dir
 esq
```

```
void quicksort(int esq, int dir) {
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(dir+esq)/2];
     while (i <= j) {
          while (array[i] < pivo)</pre>
               j++:
          while (array[j] > pivo)
          if (i <= j)
              swap(i, j); i++; j--; }
     if (esq < j)
         quicksort(esq, j);
     if (i < dir)
          quicksort(i, dir);
```

pivô 10

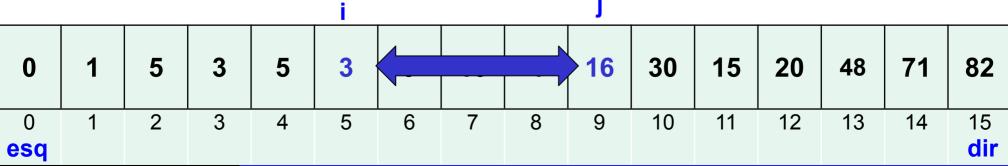
									J						
0	1	5	3	5	16	9	10	4	3	30	15	20	48	71	82
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
esq															dir

```
void quicksort(int esq, int dir) {
                                                                                                       10
                                                                                              pivô
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(dir+esq)/2];
     while (i <= j) {
          while (array[i] < pivo)</pre>
               j++:
          while (array[j] > pivo)
                                                            3 > 10: false
          if (i <= j)
              swap(i, j); i++; j--; }
     if (esq < j)
          quicksort(esq, j);
     if (i < dir)</pre>
          quicksort(i, dir);
                       3
                                    16
                                                 10
                                                               3
                                                                     30
                                                                            15
                                                                                  20
                                                                                                71
   0
          1
                5
                              5
                                           9
                                                        4
                                                                                         48
                                                                                                       82
                       3
                                                  7
                2
                                     5
                                           6
                                                        8
                                                               9
                                                                            11
                                                                                   12
                                                                                          13
   0
          1
                              4
                                                                      10
                                                                                                14
                                                                                                       15
                                                                                                       dir
 esq
```

```
void quicksort(int esq, int dir) {
                                                                                                      10
                                                                                             pivô
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(dir+esq)/2];
     while (i <= j) {
          while (array[i] < pivo)</pre>
              j++:
          while (array[j] > pivo)
                                                            5 <= 9: true
          if (i \le i)
              swap(i, j); i++; j--; }
     if (esq < j)
          quicksort(esq, j);
     if (i < dir)
          quicksort(i, dir);
                       3
                                   16
                                                10
                                                              3
                                                                    30
                                                                           15
                                                                                 20
                                                                                               71
   0
          1
                5
                             5
                                          9
                                                        4
                                                                                        48
                                                                                                     82
                       3
                                                 7
                2
                                    5
                                          6
                                                        8
                                                              9
                                                                           11
                                                                                  12
                                                                                        13
   0
          1
                             4
                                                                     10
                                                                                               14
                                                                                                      15
                                                                                                      dir
 esq
```

```
void quicksort(int esq, int dir) {
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(dir+esq)/2];
     while (i <= j) {
          while (array[i] < pivo)</pre>
               j++;
          while (array[j] > pivo)
               j--;
          if (i <= j)
                              j++;
                                      j--; }
               swap(i, j);
     if (esq < j)
          quicksort(esq, j);
     if (i < dir)
          quicksort(i, dir);
```

pivô 10



```
void quicksort(int esq, int dir) {
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(dir+esq)/2];
     while (i <= j) {
          while (array[i] < pivo)</pre>
               j++;
          while (array[j] > pivo)
               j--;
          if (i <= j)
               swap(i, j);
                             j++;
     if (esq < j)
          quicksort(esq, j);
     if (i < dir)
          quicksort(i, dir);
```

pivô 10

dir esq

```
void quicksort(int esq, int dir) {
                                                                                                      10
                                                                                             pivô
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(dir+esq)/2];
     while (i <= j)
                                                           6 <= 8: true
          while (array[i] < pivo)
              j++:
          while (array[j] > pivo)
              j--;
          if (i <= j)
              swap(i, j); i++; j--; }
    if (esq < j)
         quicksort(esq, j);
     if (i < dir)</pre>
          quicksort(i, dir);
                       3
                                    3
                                                10
                                                              16
                                                                    30
                                                                           15
                                                                                 20
                                                                                              71
   0
          1
                5
                             5
                                          9
                                                        4
                                                                                        48
                                                                                                     82
                2
                       3
                                                 7
                                                        8
                                    5
                                          6
                                                              9
                                                                           11
                                                                                  12
                                                                                        13
   0
          1
                             4
                                                                    10
                                                                                               14
                                                                                                     15
                                                                                                     dir
 esq
```

```
void quicksort(int esq, int dir) {
                                                                                                     10
                                                                                            pivô
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(dir+esq)/2];
    while (i <= j) {
          while (array[i] < pivo)
                                                           9 < 10: true
              j++:
         while (array[j] > pivo)
          if (i <= j)
            swap(i, j); i++; j--; }
    if (esq < j)
         quicksort(esq, j);
    if (i < dir)</pre>
         quicksort(i, dir);
                      3
                                   3
                                                10
                                                             16
                                                                   30
                                                                          15
                                                                                 20
                                                                                              71
   0
          1
                5
                             5
                                          9
                                                       4
                                                                                       48
                                                                                                    82
                      3
                                                 7
                                                       8
                                    5
                                          6
                                                              9
                                                                          11
                                                                                 12
                                                                                       13
   0
          1
                             4
                                                                    10
                                                                                              14
                                                                                                     15
                                                                                                    dir
 esq
```

```
void quicksort(int esq, int dir) {
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(dir+esq)/2];
     while (i <= j) {
          while (array[i] < pivo)</pre>
               <u>i++;</u>
          while (array[j] > pivo)
               j--;
          if (i <= j)
             swap(i, j); i++; j--; }
     if (esq < j)
          quicksort(esq, j);
     if (i < dir)
          quicksort(i, dir);
```

pivô 10

0	1	5	3	5	3	9	10	4	16	30	15	20	48	71	82
0 esq	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15 dir

```
void quicksort(int esq, int dir) {
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(dir+esq)/2];
    while (i <= j) {
          while (array[i] < pivo)
                                                           10 < 10: false
              j++:
         while (array[j] > pivo)
              j--;
          if (i <= j)
            swap(i, j); i++; j--; }
    if (esq < j)
         quicksort(esq, j);
    if (i < dir)</pre>
         quicksort(i, dir);
```

pivô 10

dir esq

```
void quicksort(int esq, int dir) {
                                                                                                       10
                                                                                              pivô
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(dir+esq)/2];
     while (i <= j) {
          while (array[i] < pivo)</pre>
               j++:
          while (array[j] > pivo)
                                                            4 > 10: false
          if (i <= j)
              swap(i, j); i++; j--; }
     if (esq < j)
          quicksort(esq, j);
     if (i < dir)</pre>
          quicksort(i, dir);
                       3
                                    3
                                                 10
                                                              16
                                                                     30
                                                                            15
                                                                                  20
                                                                                                71
   0
          1
                5
                              5
                                           9
                                                        4
                                                                                         48
                                                                                                       82
                       3
                                                  7
                                                        8
          1
                2
                                     5
                                           6
                                                               9
                                                                            11
                                                                                   12
                                                                                          13
   0
                              4
                                                                      10
                                                                                                14
                                                                                                       15
                                                                                                       dir
 esq
```

```
void quicksort(int esq, int dir) {
                                                                                                        10
                                                                                               pivô
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(dir+esq)/2];
     while (i <= j) {
          while (array[i] < pivo)</pre>
               j++:
          while (array[j] > pivo)
          if (i \le i)
                                                             7 <= 8: true
               swap(i, j); i++; j--; }
     if (esq < j)
          quicksort(esq, j);
     if (i < dir)</pre>
          quicksort(i, dir);
                       3
                                    3
                                                 10
                                                               16
                                                                     30
                                                                            15
                                                                                   20
                                                                                                71
   0
          1
                5
                              5
                                           9
                                                         4
                                                                                          48
                                                                                                       82
                       3
                                                  7
                2
                                     5
                                           6
                                                         8
                                                               9
                                                                            11
                                                                                   12
                                                                                          13
   0
          1
                              4
                                                                      10
                                                                                                 14
                                                                                                       15
                                                                                                       dir
 esq
```

```
void quicksort(int esq, int dir) {
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(dir+esq)/2];
     while (i <= j) {
          while (array[i] < pivo)</pre>
               j++;
          while (array[j] > pivo)
               j--;
          if (i <= j)
                                        j--; }
               swap(i, j);
                             j++;
     if (esq < j)
          quicksort(esq, j);
     if (i < dir)
          quicksort(i, dir);
```

pivô 10

3 3 9 16 30 15 20 71 0 1 5 5 48 82 MO 3 2 5 6 7 8 9 11 12 13 0 1 4 10 14 15 dir esq

dir

```
void quicksort(int esq, int dir) {
                                                                                                          10
                                                                                                 pivô
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(dir+esq)/2];
     while (i <= j) {
          while (array[i] < pivo)</pre>
               j++;
          while (array[j] > pivo)
               j--;
          if (i <= j)
               swap(i, j);
                              <u>i++;</u>
     if (esq < j)
          quicksort(esq, j);
     if (i < dir)
          quicksort(i, dir);
                        3
                                     3
                                                         10
                                                                16
                                                                       30
                                                                              15
                                                                                     20
                                                                                                   71
   0
          1
                 5
                               5
                                            9
                                                                                            48
                                                                                                          82
                                                   4
                        3
                                                   7
                                                          8
          1
                 2
                                      5
                                            6
                                                                 9
                                                                               11
                                                                                     12
                                                                                            13
   0
                               4
                                                                        10
                                                                                                   14
                                                                                                          15
```

esq

```
void quicksort(int esq, int dir) {
                                                                                                      10
                                                                                             pivô
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(dir+esq)/2];
     while (i <= j)
                                                           8 <= 7: false
          while (array[i] < pivo)
              j++:
          while (array[j] > pivo)
              j--;
          if (i <= j)
              swap(i, j); i++; j--; }
    if (esq < j)
         quicksort(esq, j);
     if (i < dir)</pre>
          quicksort(i, dir);
                       3
                                    3
                                                       10
                                                              16
                                                                    30
                                                                           15
                                                                                 20
                                                                                              71
   0
          1
                5
                             5
                                          9
                                                 4
                                                                                        48
                                                                                                     82
                2
                       3
                                                 7
                                    5
                                          6
                                                        8
                                                              9
                                                                           11
                                                                                  12
                                                                                        13
   0
          1
                             4
                                                                     10
                                                                                               14
                                                                                                     15
                                                                                                     dir
 esq
```

```
void quicksort(int esq, int dir) {
                                                                                                       10
                                                                                              pivô
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(dir+esq)/2];
     while (i <= j) {
          while (array[i] < pivo)</pre>
               j++:
          while (array[j] > pivo)
          if (i <= j)
            swap(i, j); i++; j--; }
     if (esq < j)
                                                            0 < 7: true
          quicksort(esq, j);
     if (i < dir)</pre>
          quicksort(i, dir);
                       3
                                    3
                                                       10
                                                              16
                                                                     30
                                                                           15
                                                                                  20
                                                                                               71
   0
          1
                5
                             5
                                           9
                                                 4
                                                                                         48
                                                                                                      82
                       3
                                                  7
                                                        8
          1
                2
                                    5
                                           6
                                                               9
                                                                            11
                                                                                  12
                                                                                         13
   0
                             4
                                                                     10
                                                                                                14
                                                                                                      15
                                                                                                      dir
 esq
```

```
void quicksort(int esq, int dir) {
                                                                                                       10
                                                                                              pivô
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(dir+esq)/2];
     while (i <= j) {
          while (array[i] < pivo)</pre>
               j++;
          while (array[j] > pivo)
          if (i <= j)
             swap(i, j); i++; j--; }
    if (esq < j)
          quicksort(esq, j);
     if (i < dir)</pre>
          quicksort(i, dir);
                       3
                                    3
                                                        10
                                                              16
                                                                     30
                                                                            15
                                                                                  20
                                                                                                71
   0
          1
                5
                              5
                                           9
                                                 4
                                                                                         48
                                                                                                      82
                2
                       3
                                                  7
                                                        8
                                                               9
          1
                                     5
                                           6
                                                                            11
                                                                                   12
                                                                                         13
   0
                              4
                                                                     10
                                                                                                14
                                                                                                       15
                                                                                                       dir
 esq
```

```
void quicksort(int esq, int dir) {
                                                                                                      10
                                                                                             pivô
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(dir+esq)/2];
    while (i <= j) {
         while (array[i] < pivo)</pre>
              j++:
         while (array[j] > pivo)
              j--;
          if (i <= j)
             swap(i, j); i++; j--; }
    if (esq < j)
         quicksort(esq, j);
     if (i < dir)
                                                           8 < 15: true
         quicksort(i, dir);
                      3
                                    3
                                                       10
                                                             16
                                                                    30
                                                                           15
                                                                                 20
                                                                                              71
   0
          1
                5
                             5
                                          9
                                                                                        48
                                                                                                     82
                                                 4
                       3
                                                 7
                2
                                    5
                                          6
                                                       8
                                                              9
                                                                           11
                                                                                 12
                                                                                        13
   0
          1
                             4
                                                                    10
                                                                                               14
                                                                                                     15
                                                                                                     dir
 esq
```

```
void quicksort(int esq, int dir) {
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(dir+esq)/2];
     while (i <= j) {
          while (array[i] < pivo)</pre>
              j++;
          while (array[j] > pivo)
              j--;
          if (i <= j)
            swap(i, j); i++; j--; }
     if (esq < j)
         quicksort(esq, j);
     if (i < dir)
          quicksort(i, dir);
```

pivô 10

0	1	5	3	5	3	9	4	10	16	30	15	20	48	71	82
0 <b>esq</b>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15 dir

#### Agenda

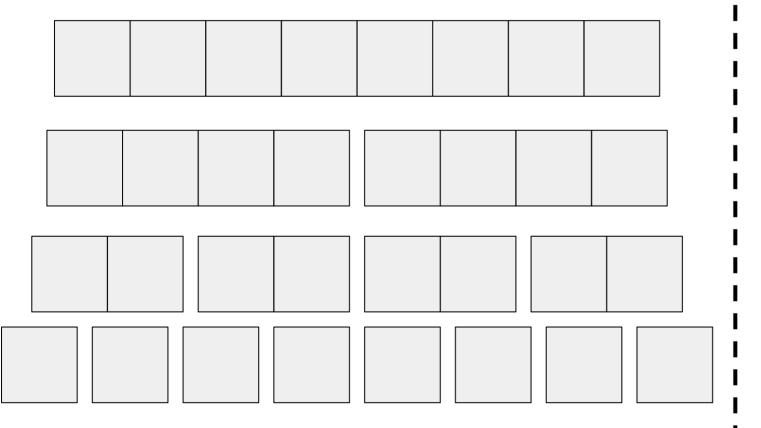
· Funcionamento básico

· Algoritmo em C like

Análise dos número de movimentações e comparações



 Melhor caso: Sistematicamente, cada partição divide o arquivo em duas partes iguais



Número Comparações

8

4 + 4

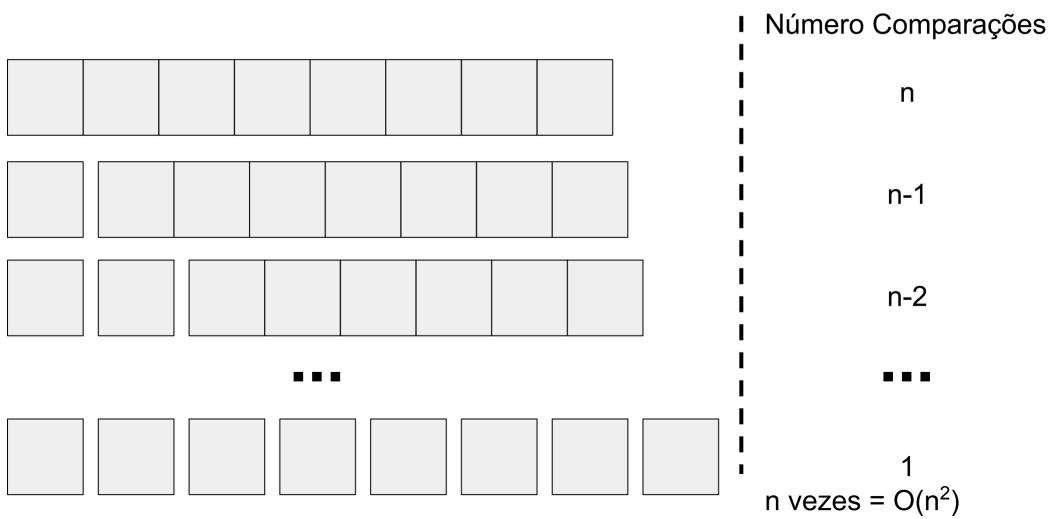
$$2 + 2 + 2 + 2$$

n comparações realizadas lg n vezes O (n \* lg n)

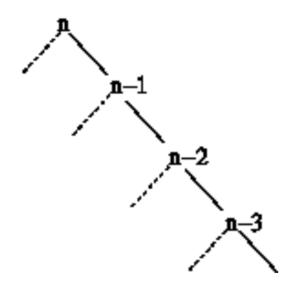
 Melhor caso: Sistematicamente, cada partição divide o arquivo em duas partes iguais

$$C(n) = 2 * C(\frac{n}{2}) + n = n * lg(n) - n + 1$$

 Pior caso: Sistematicamente, o pivô é o menor ou o maior elemento do array, eliminando um elemento em cada chamada do algoritmo



 Pior caso: Sistematicamente, o pivô é o menor ou o maior elemento do array, eliminando um elemento em cada chamada do algoritmo



$$C(n) = \Theta(n^2)$$

• Existem diversas técnicas para evitar o pior caso como, por exemplo, fazer com que o pivô seja a mediana de três elementos do *array* 

· Caso Médio: Sedgewick e Flajolet (1996, p. 17):

$$C(n) \approx 1,386 * n * lg(n) - 0,846 * n$$

# Análise do Número de Movimentações

• No pior caso, há  $\lceil n/2 \rceil$  trocas (  $3*\lceil n/2 \rceil$  movimentações) em cada execução da função de partição

 Corresponde ao caso em que o pivô se coloca no meio do array e os elementos superiores estão sistematicamente no início da lista e os inferiores, no fim

#### Conclusões

A razão de sua velocidade é a simplicidade do seu anel interno

- Vantagens:
  - Extremamente eficiente
  - Necessita de apenas uma pequena pilha como memória auxiliar
  - Faz em média n\*lg(n) comparações O (n\*lg(n))

#### Conclusões

- Desvantagens:
  - Seu pior caso para comparações é quadrático
  - Sua implementação é delicada e difícil
  - Método não estável

#### Exercício

 Mostre todas as comparações e movimentações do algoritmo anterior para o array abaixo:

12	4	8	2	14	17	6	18	10	16	15	5	13	9	1	11	7	3
	•		A Target	ALC: N	Sections	la de	- The Total		Service Control	1000	100		177 h	( ) ( ) ( ) ( ) ( ) ( )	9 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	7.6	. The state of the

#### Exercício

 Implemente o Quicksort paralelo. Em seguida, supondo a existência de um número infinito de processadores, faça a análise de complexidade do algoritmo proposto