

Unidade I:


Introdução - Noções de Complexidade



PUC Minas

Instituto de Ciências Exatas e Informática
Departamento de Ciência da Computação

- Exercícios iniciais
- Contagem de operações
- Noção sobre as notações O , Ω e Θ

- **Exercícios iniciais** 
- Contagem de operações
- Noção sobre as notações O , Ω e Θ

Exercício (1)

- Resolva as equações abaixo:

a) $2^0 =$

d) $2^3 =$

g) $2^6 =$

j) $2^9 =$

b) $2^1 =$

e) $2^4 =$

h) $2^7 =$

k) $2^{10} =$

c) $2^2 =$

f) $2^5 =$

i) $2^8 =$

l) $2^{11} =$

Exercício (2)

- Resolva as equações abaixo:

| | | | |
|------------------|-----------------|----------------|---------------|
| a) $\lg(2048) =$ | d) $\lg(256) =$ | g) $\lg(32) =$ | j) $\lg(4) =$ |
| b) $\lg(1024) =$ | e) $\lg(128) =$ | h) $\lg(16) =$ | k) $\lg(2) =$ |
| c) $\lg(512) =$ | f) $\lg(64) =$ | i) $\lg(8) =$ | l) $\lg(1) =$ |

Nota: $\lg(n)$ é a mesma coisa que o logaritmo de n na base dois, ou seja, $\log_2(n)$

Exercício (3)

- Resolva as equações abaixo:

a) $\lceil 4,01 \rceil =$

d) $\lfloor 4,99 \rfloor =$

g) $\lg(17) =$

j) $\lg(15) =$

b) $\lfloor 4,01 \rfloor =$

e) $\lceil \lg(16) \rceil =$

h) $\lceil \lg(17) \rceil =$

k) $\lceil \lg(15) \rceil =$

c) $\lceil 4,99 \rceil =$

f) $\lfloor \lg(16) \rfloor =$

i) $\lfloor \lg(17) \rfloor =$

l) $\lfloor \lg(15) \rfloor =$

Exercício (4)

- Plote um gráfico com todas as funções abaixo:

a) $f(n) = n$

b) $f(n) = n^2$

c) $f(n) = n^3$

d) $f(n) = \text{sqrt}(n)$

e) $f(n) = \lg(n) = \log_2(n)$


f) $f(n) = 3n^2 + 5n - 3$

g) $f(n) = -3n^2 + 5n - 3$

h) $f(n) = |-n^2|$

i) $f(n) = 5n^4 + 2n^2$

j) $f(n) = n * \lg(n)$

- Exercícios iniciais
- **Contagem de operações** 
- Noção sobre as notações O , Ω e Θ

Exercício Resolvido (1)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:

```
...  
a--;  
a -= 3;  
a = a - 2;
```

Exercício Resolvido (1)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
...  
a--;  
a -= 3;  
a = a - 2; //três subtrações
```

Exercício Resolvido (2)

- Calcule o número de adições que o código abaixo realiza:

```
...  
if (a + 5 < b + 3){  
    i++;  
    ++b;  
    a += 3;  
} else {  
    j++;  
}
```

Exercício Resolvido (2)

- Calcule o número de adições que o código abaixo realiza:



```
... // Melhor caso
if (a + 5 < b + 3){ // 2
    i++;
    ++b;
    a += 3;
} else {
    j++; // 1
}
```

Exercício Resolvido (2)

- Calcule o número de adições que o código abaixo realiza:



```
... // Pior caso
if (a + 5 < b + 3){ // 2
    i++;
    ++b;           // 3
    a += 3;
} else {
    j++;
}
```

Cenários Possíveis

- **Melhor caso**: menor “tempo de execução” para todas entradas possíveis de tamanho n
- **Pior caso**: maior “tempo de execução” para todas entradas possíveis
- **Caso médio (ou esperado)**: média dos tempos de execução para todas as entradas possíveis (abordado em Grafos / PAA)

Contagem de Operações com Condicional

- Será o custo da condição mais ou o da lista de verdadeira ou o da falsa

```
if ( condição() ){  
    listaVerdadeiro();  
} else {  
    listaFalso();  
}
```

Melhor caso: $\text{condição()} + \min(\text{listaVerdadeiro()}, \text{listaFalso}())$

Pior caso: $\text{condição()} + \max(\text{listaVerdadeiro()}, \text{listaFalso}())$

Exercício Resolvido (3)

- Calcule o número de adições que o código abaixo realiza:

```
...  
if (a + 5 < b + 3 || c + 1 < d + 3){  
    i++;  
    ++b;  
    a += 3;  
} else {  
    j++;  
}
```


Exercício Resolvido (3)

- Calcule o número de adições que o código abaixo realiza:



```
...  
if (a + 5 < b + 3 || c + 1 < d + 3){  
    i++;  
    ++b;  
    a += 3;  
} else {  
    j++;  
}
```

Resposta: O número máximo de adições acontece quando a primeira condição do if é falsa e a segunda, verdadeira. Se a primeira condição for verdadeira, o Java nem executa a segunda condição (ver AND_OR.java)

| A | B | OR |
|---|---|----|
| F | x | x |
| T | x | T |

| A | B | AND |
|---|---|-----|
| F | x | F |
| T | x | x |

Exercício Resolvido (4)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:

```
...  
for (int i = 0; i < 4; i++){  
    a--;  
}
```

Exercício Resolvido (4)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
...  
for (int i = 0; i < 4; i++){ // Faremos as subtrações quando i vale  
    a--; // 0, 1, 2, 3  
}
```

Contagem de Operações com Repetição

- Será o custo da condição mais o número de interações multiplicado pela soma dos custos da condição e da lista a ser repetida

```
while ( condição() ){  
    lista();  
}
```

Custo: $\text{condição()} + n \times (\text{lista()} + \text{condição()})$, onde n é o número de vezes que o laço será repetido

Contagem de Operações com Repetição

- Quando tivermos uma estrutura de repetição em que o contador começa com zero, repete enquanto menor que n e é incrementado em uma unidade, faremos n interações

```
for (int  $i = 0$ ;  $i < n$  ;  $i++$ ){  
    lista();  
}
```

Exercício Resolvido (5)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:

```
...  
for (int i = 0; i < n; i++){  
    a--;  
    b--;  
}
```

Sua resposta deve ser em função de n

Exercício Resolvido (5)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
...  
for (int i = 0; i < n; i++){  
    a--;  
    b--;           // 2n subtrações  
}
```

Sua resposta deve ser em função de n

Exercício Resolvido (6)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:

```
int i = 0, b = 10;
```

```
while (i < 3){
```

```
    i++;
```

```
    b--;
```

```
}
```


Exercício Resolvido (6)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int i = 0, b = 10;      // Faremos subtrações
                        // quando o valor de i igual
while (i < 3){          // a 0, 1 e 2
    i++;
    b--;
}
```

Exercício Resolvido (7)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:

```
...  
for (int i = 3; i < n; i++){  
    a--;  
}
```

Exercício Resolvido (7)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
...  
for (int i = 3; i < n; i++){  
    a--;  
} //n - 3 subtrações
```

Se $n = 6$, temos subtrações quando i vale 3, 4, 5 ($6 - 3 = 3$, vezes)

$n = 7$

3, 4, 5, 6 ($7 - 3 = 4$ vezes)

....

$n = 10$

3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ($10 - 3 = 7$ vezes)

Contagem de Operações com Repetição

- Quando tivermos uma estrutura de repetição em que o contador começa com a , repete enquanto menor que n e é incrementado em uma unidade, faremos $n - a$ interações

```
for (int  $i = a; i < n ; i++$ ){  
    lista();  
}
```

Exercício (5)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:

```
int i = 10;  
  
while (i >= 7){  
    i--;  
}
```

Exercício (6)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:

```
...  
for (int i = 5; i >= 2; i--){  
    a--;  
}
```

Exercício (7)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:

```
...  
for (int i = 0; i < 5; i++){  
    if (i % 2 == 0){  
        a--;  
        b--;  
    } else {  
        c--;  
    }  
}
```

Exercício Resolvido (8)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;  
  
for (int i = 0; i < 3; i++){  
    for (int j = 0; j < 2; j++){  
        a--;  
    }  
}
```


Exercício Resolvido (8)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;  
  
for (int i = 0; i < 3; i++){  
    for (int j = 0; j < 2; j++){  
        a--;  
    }  
}
```

Solução fácil: $3 \times 2 \times 1$

Exercício Resolvido (8)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;  
  
for (int i = 0; i < 3; i++){  
    for (int j = 0; j < 2; j++){  
        a--;  
    }  
}
```

Solução fácil: $3 \times 2 \times 1$

Exercício Resolvido (8)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;  
  
for (int i = 0; i < 3; i++){  
    for (int j = 0; j < 2; j++){  
        a--;  
    }  
}
```

Solução fácil: $3 \times 2 \times 1$

Exercício Resolvido (8)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;  
  
for (int i = 0; i < 3; i++){  
    for (int j = 0; j < 2; j++){  
        a--;  
    }  
}
```

Solução fácil: $3 \times 2 \times 1$

Exercício Resolvido (8)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;  
  
for (int i = 0; i < 3; i++){  
    for (int j = 0; j < 2; j++){  
        a--;  
    }  
}
```

| i | j | sub |
|---|---|-----|
| 0 | 0 | 0 |

Solução difícil

Exercício Resolvido (8)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;                                     true
for (int i = 0; i < 3; i++){
    for (int j = 0; j < 2; j++){
        a--;
    }
}
```

| i | j | sub |
|---|---|-----|
| 0 | | |

Exercício Resolvido (8)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;  
  
for (int i = 0; i < 3; i++){  
    for (int j = 0; j < 2; j++){  
        a--;  
    }  
}
```

| i | j | sub |
|---|---|-----|
| 0 | 0 | |

Exercício Resolvido (8)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;                                     true
for (int i = 0; i < 3; i++){
    for (int j = 0; j < 2; j++){
        a--;
    }
}
```

| i | j | sub |
|---|---|-----|
| 0 | 0 | |

Exercício Resolvido (8)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;  
  
for (int i = 0; i < 3; i++){  
    for (int j = 0; j < 2; j++){  
        a--;  
    }  
}
```

| i | j | sub |
|---|---|-----|
| 0 | 0 | 1 |

Exercício Resolvido (8)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;  
  
for (int i = 0; i < 3; i++){  
    for (int j = 0; j < 2; j++){  
        a--;  
    }  
}
```

| i | j | sub |
|---|---|-----|
| 0 | 1 | 1 |

Exercício Resolvido (8)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;                                     true
for (int i = 0; i < 3; i++){
    for (int j = 0; j < 2; j++){
        a--;
    }
}
```

| i | j | sub |
|---|---|-----|
| 0 | 1 | 1 |

Exercício Resolvido (8)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;  
  
for (int i = 0; i < 3; i++){  
    for (int j = 0; j < 2; j++){  
        a--;  
    }  
}
```

| i | j | sub |
|---|---|-----|
| 0 | 1 | 2 |

Exercício Resolvido (8)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;  
  
for (int i = 0; i < 3; i++){  
    for (int j = 0; j < 2; j++){  
        a--;  
    }  
}
```

| i | j | sub |
|---|---|-----|
| 0 | 2 | 2 |

Exercício Resolvido (8)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;                                     false
for (int i = 0; i < 3; i++){
    for (int j = 0; j < 2; j++){
        a--;
    }
}
```

| i | j | sub |
|---|---|-----|
| 0 | 2 | 2 |

Exercício Resolvido (8)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;  
  
for (int i = 0; i < 3; i++){  
    for (int j = 0; j < 2; j++){  
        a--;  
    }  
}
```

| i | j | sub |
|---|---|-----|
| 1 | | 2 |

Exercício Resolvido (8)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;                                     true
for (int i = 0; i < 3; i++){
    for (int j = 0; j < 2; j++){
        a--;
    }
}
```

| i | j | sub |
|---|---|-----|
| 1 | | 2 |

Exercício Resolvido (8)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;  
  
for (int i = 0; i < 3; i++){  
    for (int j = 0; j < 2; j++){  
        a--;  
    }  
}
```

| i | j | sub |
|---|---|-----|
| 1 | 0 | 2 |

Exercício Resolvido (8)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;                                     true
for (int i = 0; i < 3; i++){
    for (int j = 0; j < 2; j++){
        a--;
    }
}
```

| i | j | sub |
|---|---|-----|
| 1 | 0 | 2 |

Exercício Resolvido (8)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;  
  
for (int i = 0; i < 3; i++){  
    for (int j = 0; j < 2; j++){  
        a--;  
    }  
}
```

| i | j | sub |
|---|---|-----|
| 1 | 0 | 3 |

Exercício Resolvido (8)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;  
  
for (int i = 0; i < 3; i++){  
    for (int j = 0; j < 2; j++){  
        a--;  
    }  
}
```

| i | j | sub |
|---|---|-----|
| 1 | 1 | 3 |

Exercício Resolvido (8)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;                                     true
for (int i = 0; i < 3; i++){
    for (int j = 0; j < 2; j++){
        a--;
    }
}
```

| i | j | sub |
|---|---|-----|
| 1 | 1 | 3 |

Exercício Resolvido (8)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;  
  
for (int i = 0; i < 3; i++){  
    for (int j = 0; j < 2; j++){  
        a--;  
    }  
}
```

| i | j | sub |
|---|---|-----|
| 1 | 1 | 4 |

Exercício Resolvido (8)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;  
  
for (int i = 0; i < 3; i++){  
    for (int j = 0; j < 2; j++){  
        a--;  
    }  
}
```

| i | j | sub |
|---|---|-----|
| 1 | 2 | 4 |

Exercício Resolvido (8)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;                                     false
for (int i = 0; i < 3; i++){
    for (int j = 0; j < 2; j++){
        a--;
    }
}
```

| i | j | sub |
|---|---|-----|
| 1 | 2 | 4 |

Exercício Resolvido (8)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;  
  
for (int i = 0; i < 3; i++){  
    for (int j = 0; j < 2; j++){  
        a--;  
    }  
}
```

| i | j | sub |
|---|---|-----|
| 2 | | 4 |

Exercício Resolvido (8)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;                                     true
for (int i = 0; i < 3; i++){
    for (int j = 0; j < 2; j++){
        a--;
    }
}
```

| i | j | sub |
|---|---|-----|
| 2 | | 4 |

Exercício Resolvido (8)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;  
  
for (int i = 0; i < 3; i++){  
    for (int j = 0; j < 2; j++){  
        a--;  
    }  
}
```

| i | j | sub |
|---|---|-----|
| 2 | 0 | 4 |

Exercício Resolvido (8)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;                                     true
for (int i = 0; i < 3; i++){
    for (int j = 0; j < 2; j++){
        a--;
    }
}
```

| i | j | sub |
|---|---|-----|
| 2 | 0 | 4 |

Exercício Resolvido (8)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;  
  
for (int i = 0; i < 3; i++){  
    for (int j = 0; j < 2; j++){  
        a--;  
    }  
}
```

| i | j | sub |
|---|---|-----|
| 2 | 0 | 5 |

Exercício Resolvido (8)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;  
  
for (int i = 0; i < 3; i++){  
    for (int j = 0; j < 2; j++){  
        a--;  
    }  
}
```

| i | j | sub |
|---|---|-----|
| 2 | 1 | 5 |

Exercício Resolvido (8)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;                                     true
for (int i = 0; i < 3; i++){
    for (int j = 0; j < 2; j++){
        a--;
    }
}
```

| i | j | sub |
|---|---|-----|
| 2 | 1 | 5 |

Exercício Resolvido (8)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;  
  
for (int i = 0; i < 3; i++){  
    for (int j = 0; j < 2; j++){  
        a--;  
    }  
}
```

| i | j | sub |
|---|---|-----|
| 2 | 1 | 6 |

Exercício Resolvido (8)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;  
  
for (int i = 0; i < 3; i++){  
    for (int j = 0; j < 2; j++){  
        a--;  
    }  
}
```

| i | j | sub |
|---|---|-----|
| 2 | 2 | 6 |

Exercício Resolvido (8)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;                                     false
for (int i = 0; i < 3; i++){
    for (int j = 0; j < 2; j++){
        a--;
    }
}
```

| i | j | sub |
|---|---|-----|
| 2 | 2 | 6 |

Exercício Resolvido (8)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;  
  
for (int i = 0; i < 3; i++){  
    for (int j = 0; j < 2; j++){  
        a--;  
    }  
}
```

| i | j | sub |
|---|---|-----|
| 3 | | 6 |

Exercício Resolvido (8)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:



```
int a = 10;                                     false
for (int i = 0; i < 3; i++){
    for (int j = 0; j < 2; j++){
        a--;
    }
}
```

| i | j | sub |
|---|---|-----|
| 3 | | 6 |

Exercício (8)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:

```
...  
for (int i = 0; i < n; i++){  
    for (int j = 0; j < n; j++){  
        a--;  
    }  
}
```

Exercício (9)

- Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:

```
int i = 1, b = 10;
```

```
while (i > 0){  
    b--;  
    i = i >> 1;  
}
```

```
i = 0;
```

```
while (i < 15){  
    b--;  
    i += 2;  
}
```

Exercício (10)

- Calcule o número de multiplicações que o código abaixo realiza:

```
for (int i = 0; i < n; i++)  
    for (int j = 0; j < n - 3; j++)  
        a *= 2;
```

Exercício (11)

- Calcule o número de multiplicações que o código abaixo realiza:

```
for (int i = n - 7; i >= 1; i--)  
    for (int j = 0; j < n; j++)  
        a *= 2;
```


Exercício (12)

- Calcule o número de multiplicações que o código abaixo realiza:

```
for (int i = n; i > 0; i /= 2)  
    a *= 2;
```

Exercício (13)

- Calcule o número de multiplicações que o código abaixo realiza:

```
for (int i = n+4; i > 0; i >>= 1)  
    a *= 2;
```

Exercício (14)

- Calcule o número de multiplicações que o código abaixo realiza:

```
for (int i = n - 7; i >= 1; i--)  
    for (int j = n - 7; j >= 1; j--)  
        a *= 2;
```

Exercício Resolvido (9)

- Calcule o número de multiplicações que o código abaixo realiza:

```
for (int i = n; i > 0; i /= 2)  
    a *= 2;
```

Exercício Resolvido (9)

- Calcule o número de multiplicações que o código abaixo realiza:



```
for (int i = n; i > 0; i /= 2)
    a *= 2;
```

Quando n é uma potência de 2, realizamos $\lg(n) + 1$ multiplicações

Se $n = 8$, efetuamos a multiplicação quando i vale 8, 4, 2, 1

$n = 16$, 16, 8, 4, 2, 1

$n = 32$, 32, 16, 8, 4, 2, 1

Exercício Resolvido (9)



- Calcule o número de multiplicações que o código abaixo realiza:

```
for (int i = n; i > 0; i /= 2)
    a *= 2;
```

Para um valor qualquer de n ,
temos $\lfloor \lg(n) \rfloor + 1$
multiplicações

| | | |
|-------------|---|--------------------|
| $n = 7,$ | | 7, 3, 1 |
| Se $n = 8,$ | efetuamos a multiplicação quando i vale | 8, 4, 2, 1 |
| $n = 9,$ | | 9, 4, 2, 1 |
| $n = 15,$ | | 15, 7, 3, 1 |
| $n = 16,$ | | 16, 8, 4, 2, 1 |
| $n = 17,$ | | 17, 8, 4, 2, 1 |
| $n = 31,$ | | 31, 15, 7, 3, 1 |
| $n = 32,$ | | 32, 16, 8, 4, 2, 1 |
| $n = 33,$ | | 33, 16, 8, 4, 2, 1 |

Contagem de Operações com Repetição

- Quando tivermos uma estrutura de repetição em que o escopo de busca é sistematicamente dividido pela metade, temos um custo logarítmico

```
for (int i = n; i > 0; i /= 2){  
    lista();  
}
```

Exercício (15)

- Calcule o número de multiplicações que o código abaixo realiza:

```
for (int i = n + 1; i > 0; i /= 2)  
    a *= 2;
```


Exercício (16)

- Calcule o número de multiplicações que o código abaixo realiza:

```
for (int i = n; i > 1; i /= 2)  
    a *= 2;
```

Exercício (17)

- Calcule o número de multiplicações que o código abaixo realiza:

```
for (int i = 1; i < n; i *= 2)  
    a *= 2;
```

Exercício (18)

- Calcule o número de multiplicações que o código abaixo realiza:

```
for (int i = 1; i <= n; i *= 2)  
    a *= 2;
```

Exercício Resolvido (10)

- Faça um método que receba um número inteiro n e efetue o número de subtrações pedido em:

a) $3n + 2n^2$

b) $5n + 4n^3$

c) $\lg(n) + n$

d) $2n^3 + 5$

e) $9n^4 + 5n^2 + n/2$

f) $\lg(n) + 5 \lg(n)$

Exercício Resolvido (10)

- Faça um método que receba um número inteiro n e efetue o número de subtrações pedido em:

a) $3n + 2n^2$


b) $5n + 4n^3$

c) $\lg(n) + n$

d) $2n^3 + 5$

e) $9n^4 + 5n^2 + n/2$

f) $\lg(n) + 5 \lg(n)$



```
    ■ ■ ■  
    i = 0;  
  
    while (i < n){  
        i++;  
        a--; b--; c--;  
    }  
  
    for (i = 0; i < n; i++){  
        for (j = 0; j < n; j++){  
            a--; b--;  
        }  
    }
```

Exercício Resolvido (11)

- Encontre o menor valor em um *array* de inteiros

```
int min = array[0];  
  
for (int i = 1; i < n; i++){  
    if (min > array[i]){  
        min = array[i];  
    }  
}
```

1º) Qual é a operação relevante?

2º) Quantas vezes ela será executada?

Exercício Resolvido (11)

- Encontre o menor valor em um *array* de inteiros



```
int min = array[0];  
  
for (int i = 1; i < n; i++){  
    if (min > array[i]){  
        min = array[i];  
    }  
}
```

1º) Qual é a operação relevante?

R: Comparação entre elementos do array

2º) Quantas vezes ela será executada?

Exercício Resolvido (11)

- Encontre o menor valor em um *array* de inteiros



```
int min = array[0];  
  
for (int i = 1; i < n; i++){  
    if (min > array[i]){  
        min = array[i];  
    }  
}
```

1º) Qual é a operação relevante?

R: Comparação entre elementos do *array*

2º) Quantas vezes ela será executada?

R: Se tivermos n elementos: $T(n) = n - 1$


Exercício Resolvido (11)

- Encontre o menor valor em um *array* de inteiros



```
int min = array[0];  
  
for (int i = 1; i < n; i++){  
    if (min > array[i]){  
        min = array[i];  
    }  
}
```

3º) O nosso $T(n) = n - 1$ é para qual dos três casos?

- Exercícios iniciais
- Contagem de operações
- **Noção sobre as notações O , Ω e Θ** 

Noção sobre as Notações O , Ω e Θ

- “Mão na roda” e podem ser lidas como aproximadamente
- Abordadas mais à frente da disciplina (Unidade III)
- Neste ponto, apresentamos “somente” noções sobre as notações

Noção sobre as Notações O , Ω e Θ

- A partir deste ponto, utilizaremos as notações O , Ω e Θ para identificar a complexidade (número de operações) de um algoritmo, assim:
 - Um algoritmo que realiza **1** operação é **$O(1)$, $\Omega(1)$ e $\Theta(1)$**
 - Um algoritmo que realiza **n** operações é **$O(n)$, $\Omega(n)$ e $\Theta(n)$**
 - Um algoritmo que realiza **n^2** operações é **$O(n^2)$, $\Omega(n^2)$ e $\Theta(n^2)$**
 - Um algoritmo que realiza **$\lg(n)$** operações é **$O(\lg(n))$, $\Omega(\lg(n))$ e $\Theta(\lg(n))$**

Noção sobre as Notações O , Ω e Θ

- Nas notações, ignoramos as constantes:
 - Um algoritmo que realiza **2**, **3** ou **5** operações é **$O(1)$** , **$\Omega(1)$** e **$\Theta(1)$**
 - Um algoritmo que realiza **$2n$** , **$3n$** ou **$5n$** operações é **$O(n)$** , **$\Omega(n)$** e **$\Theta(n)$**
 - Um algoritmo que realiza **$2n^2$** , **$3n^2$** ou **$5n^2$** operações é **$O(n^2)$** , **$\Omega(n^2)$** e **$\Theta(n^2)$**
 - Um algoritmo que realiza **$2\lg(n)$** , **$3\lg(n)$** ou **$5\lg(n)$** operações é **$O(\lg(n))$** , **$\Omega(\lg(n))$** e **$\Theta(\lg(n))$**

Noção sobre as Notações O , Ω e Θ

- Nas notações, ignoramos termos com menor crescimento:
 - Um algoritmo que realiza $3n + 2n^2$ operações é $O(n^2)$, $\Omega(n^2)$ e $\Theta(n^2)$
 - Um algoritmo que realiza $5n + 4n^3$ operações é $O(n^3)$, $\Omega(n^3)$ e $\Theta(n^3)$
 - Um algoritmo que realiza $\lg(n) + n$ operações é $O(n)$, $\Omega(n)$ e $\Theta(n)$
 - Um algoritmo que realiza $2n^3 + 5$ operações é $O(n^3)$, $\Omega(n^3)$ e $\Theta(n^3)$
 - Um algoritmo que realiza $9n^4 + 5n^2 + n/2$ operações é $O(n^4)$, $\Omega(n^4)$ e $\Theta(n^4)$
 - Um algoritmo que realiza $\lg(n) + 5 \lg(n)$ operações é $O(\lg(n))$, $\Omega(\lg(n))$ e $\Theta(\lg(n))$

Exercício (19)

- Qual é a diferença entre as notações O , Ω e Θ ?