Unidade IV: Ordenação Interna - Quicksort



Instituto de Ciências Exatas e Informática Departamento de Ciência da Computação

Agenda

· Funcionamento básico

· Algoritmo em C like

Análise dos número de comparações e movimentações

· Escolha do Pivô

Conclusão

Agenda

Funcionamento básico



· Algoritmo em C like

Análise dos número de comparações e movimentações

· Escolha do Pivô

Conclusão

Introdução

Proposto por Hoare em 1960 e publicado em 1962

· Algoritmo de ordenação mais rápido para a maioria das situações

· Provavelmente, ele é o mais utilizado

Algoritmo do tipo dividir para conquistar

Funcionamento Básico

- Divide o array em duas partes que serão independentemente ordenadas e a combinação de seus resultados produz a solução final
 - A parte da esquerda terá elementos menores ou iguais a um pivô
 - A parte da direita terá elementos maiores ou iguais a um pivô

Funcionamento Básico

- Particionamento:
 - Escolha arbitrariamente um pivô
 - Percorra o array a partir da esquerda enquanto array[i] < pivô
 - Percorra o array a partir da direita enquanto array[j] > pivô
 - Se i ≤ j então troque array[i] com array[j]
 - Continue o processo enquanto i ≤ j

Funcionamento Básico

No final do particionamento, o array estará particionado de tal forma que:

Os elementos array[esq], array[esq+1], . . . , array[j] são ≤ que pivô

Os elementos array[i], array[i+1], . . . , array[dir] são ≥ que pivô

Agenda

Funcionamento básico

- Algoritmo em C like



Análise dos número de comparações e movimentações

· Escolha do Pivô

Conclusão

```
void quicksort(int esq, int dir) {
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(esq+dir)/2];
     while (i <= j) {
          while (array[i] < pivo)</pre>
              j++;
          while (array[j] > pivo)
              j--;
          if (i <= j)
            swap(i, j); i++; j--; }
     if (esq < j)
         quicksort(esq, j);
     if (i < dir)
          quicksort(i, dir);
```

0	1	5	3	15	16	9	10	4	3	30	5	20	48	71	82	
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	-

```
void quicksort(int esq, int dir) {
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(esq+dir)/2];
     while (i <= j) {
          while (array[i] < pivo)</pre>
              j++;
          while (array[j] > pivo)
              j--;
          if (i <= j)
            swap(i, j); i++; j--; }
     if (esq < j)
         quicksort(esq, j);
     if (i < dir)
          quicksort(i, dir);
```

0	1	5	3	15	16	9	10	4	3	30	5	20	48	71	82
0 esq	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15 dir

```
void quicksort(int esq, int dir) {
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(esq+dir)/2];
     while (i <= j) {
          while (array[i] < pivo)</pre>
              j++;
         while (array[j] > pivo)
              j--;
          if (i <= j)
            swap(i, j); i++; j--; }
     if (esq < j)
         quicksort(esq, j);
     if (i < dir)
         quicksort(i, dir);
```

_																
		_	_	_					_			_				
	0	1	5	3	15	16	9	10	4	3	30	5	20	48	71	82
Į																
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
	esq															dir

```
void quicksort(int esq, int dir) {
    while (i <= j) {
        while (array[i] < pivo)</pre>
            j++:
        while (array[j] > pivo)
            j--;
        if (i <= j)
            swap(i, j); i++; j--; }
    if (esq < j)
        quicksort(esq, j);
    if (i < dir)
        quicksort(i, dir);
```

dir esq

```
void quicksort(int esq, int dir) {
                                                                                                        10
                                                                                              pivô
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(esq+dir)/2];
                                                             (0 + 15) / 2: 7
     while (i <= j) {
          while (array[i] < pivo)</pre>
               j++:
          while (array[j] > pivo)
               j--;
          if (i <= j)
              swap(i, j); i++; j--; }
     if (esq < j)
          quicksort(esq, j);
     if (i < dir)</pre>
          quicksort(i, dir);
                       3
                             15
                                    16
                                                 10
                                                               3
                                                                     30
                                                                                   20
                                                                                                71
   0
                5
                                           9
                                                         4
                                                                             5
                                                                                          48
                                                                                                       82
          1
                2
                       3
                                     5
                                                  7
                                           6
                                                         8
                                                               9
                                                                            11
                                                                                   12
                                                                                          13
   0
                              4
                                                                      10
                                                                                                 14
                                                                                                       15
                                                                                                       dir
 esq
```

```
void quicksort(int esq, int dir) {
                                                                                                      10
                                                                                             pivô
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(esq+dir)/2];
     while (i <= j)
                                                           0 <= 15: true
         while (array[i] < pivo)
              j++:
         while (array[j] > pivo)
              j--;
          if (i <= j)
              swap(i, j); i++; j--; }
    if (esq < j)
         quicksort(esq, j);
    if (i < dir)</pre>
          quicksort(i, dir);
                      3
                            15
                                   16
                                                10
                                                              3
                                                                    30
                                                                                 20
                                                                                              71
   0
                5
                                          9
                                                       4
                                                                           5
                                                                                        48
                                                                                                     82
          1
                2
                       3
                                    5
                                                 7
                                          6
                                                       8
                                                              9
                                                                           11
                                                                                 12
                                                                                        13
   0
                             4
                                                                    10
                                                                                               14
                                                                                                     15
                                                                                                     dir
 esq
```

```
void quicksort(int esq, int dir) {
                                                                                                     10
                                                                                            pivô
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(esq+dir)/2];
    while (i <= j) {
          while (array[i] < pivo)
                                                           0 < 10: true
              j++:
         while (array[j] > pivo)
              j--;
          if (i <= j)
             swap(i, j); i++; j--; }
    if (esq < j)
         quicksort(esq, j);
    if (i < dir)</pre>
         quicksort(i, dir);
                      3
                            15
                                   16
                                                10
                                                              3
                                                                    30
                                                                                 20
                                                                                              71
   0
                5
                                          9
                                                       4
                                                                           5
                                                                                       48
                                                                                                    82
          1
                2
                      3
                                    5
                                                 7
                                          6
                                                       8
                                                              9
                                                                          11
                                                                                 12
                                                                                        13
   0
                             4
                                                                    10
                                                                                              14
                                                                                                     15
                                                                                                     dir
 esq
```

```
void quicksort(int esq, int dir) {
                                                                                                        10
                                                                                               pivô
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(esq+dir)/2];
     while (i <= j) {
          while (array[i] < pivo)</pre>
               <u>|</u>++:
          while (array[j] > pivo)
               j--;
          if (i <= j)
              swap(i, j); i++; j--; }
     if (esq < j)
          quicksort(esq, j);
     if (i < dir)
          quicksort(i, dir);
                       3
                             15
                                    16
                                                 10
                                                               3
                                                                     30
                                                                                   20
                                                                                                71
   0
                5
                                           9
                                                         4
                                                                             5
                                                                                          48
                                                                                                       82
          1
                2
                       3
                                     5
                                                  7
                                           6
                                                         8
                                                                9
                                                                             11
                                                                                   12
                                                                                          13
   0
                              4
                                                                      10
                                                                                                 14
                                                                                                        15
                                                                                                       dir
 esq
```

```
void quicksort(int esq, int dir) {
                                                                                                     10
                                                                                            pivô
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(esq+dir)/2];
    while (i <= j) {
          while (array[i] < pivo)
                                                           1 < 10: true
              j++:
         while (array[j] > pivo)
          if (i <= j)
            swap(i, j); i++; j--; }
    if (esq < j)
         quicksort(esq, j);
    if (i < dir)</pre>
         quicksort(i, dir);
                      3
                            15
                                   16
                                                10
                                                              3
                                                                   30
                                                                                20
                                                                                             71
   0
                5
                                          9
                                                       4
                                                                           5
                                                                                       48
                                                                                                    82
          1
                2
                      3
                                    5
                                                 7
                                          6
                                                       8
                                                              9
                                                                          11
                                                                                 12
                                                                                       13
   0
                             4
                                                                    10
                                                                                              14
                                                                                                    15
                                                                                                    dir
 esq
```

void quicksort(int esq, int dir) {

esq

Algoritmo em C like

dir

```
10
                                                                                            pivô
 int i = esq, j = dir, pivo = array[(esq+dir)/2];
 while (i <= j) {
      while (array[i] < pivo)</pre>
            <u>|</u>++:
      while (array[j] > pivo)
           j--;
       if (i <= j)
           swap(i, j); i++; j--; }
 if (esq < j)
      quicksort(esq, j);
 if (i < dir)
      quicksort(i, dir);
                    3
                          15
                                 16
                                              10
                                                            3
                                                                  30
                                                                                20
                                                                                             71
0
             5
                                        9
                                                      4
                                                                          5
                                                                                       48
                                                                                                    82
       1
             2
                    3
                                  5
                                               7
                                        6
                                                      8
                                                             9
                                                                          11
                                                                                12
                                                                                       13
0
                           4
                                                                   10
                                                                                              14
                                                                                                     15
```

```
void quicksort(int esq, int dir) {
                                                                                                      10
                                                                                             pivô
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(esq+dir)/2];
     while (i <= j) {
          while (array[i] < pivo)
                                                            5 < 10: true
              j++:
          while (array[j] > pivo)
          if (i <= j)
            swap(i, j); i++; j--; }
     if (esq < j)
         quicksort(esq, j);
     if (i < dir)</pre>
          quicksort(i, dir);
                       3
                             15
                                   16
                                                 10
                                                               3
                                                                    30
                                                                                  20
                                                                                               71
   0
                5
                                           9
                                                        4
                                                                            5
                                                                                        48
                                                                                                      82
          1
                2
                       3
                                    5
                                                 7
                                           6
                                                        8
                                                               9
                                                                           11
                                                                                  12
                                                                                         13
   0
                             4
                                                                     10
                                                                                               14
                                                                                                      15
                                                                                                      dir
 esq
                                Algoritmos e Estruturas de Dados II (19)
```

void quicksort(int esq, int dir) {

esq

Algoritmo em C like

dir

```
10
                                                                                            pivô
 int i = esq, j = dir, pivo = array[(esq+dir)/2];
 while (i <= j) {
      while (array[i] < pivo)</pre>
            <u>|</u>++:
      while (array[j] > pivo)
           j--;
       if (i <= j)
           swap(i, j); i++; j--; }
 if (esq < j)
      quicksort(esq, j);
 if (i < dir)
      quicksort(i, dir);
                          15
                                 16
                                              10
                                                            3
                                                                  30
                                                                                20
                                                                                             71
0
             5
                    3
                                        9
                                                      4
                                                                          5
                                                                                       48
                                                                                                    82
       1
             2
                    3
                                  5
                                               7
                                        6
                                                      8
                                                             9
                                                                          11
                                                                                12
                                                                                       13
0
                           4
                                                                   10
                                                                                              14
                                                                                                     15
```

```
void quicksort(int esq, int dir) {
                                                                                                     10
                                                                                            pivô
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(esq+dir)/2];
    while (i <= j) {
          while (array[i] < pivo)
                                                           3 < 10: true
              j++:
         while (array[j] > pivo)
          if (i <= j)
            swap(i, j); i++; j--; }
    if (esq < j)
         quicksort(esq, j);
    if (i < dir)</pre>
         quicksort(i, dir);
                            15
                                   16
                                                10
                                                             3
                                                                   30
                                                                                20
                                                                                             71
   0
                5
                      3
                                          9
                                                       4
                                                                           5
                                                                                       48
                                                                                                    82
          1
                2
                      3
                                   5
                                                7
                                          6
                                                       8
                                                              9
                                                                          11
                                                                                 12
                                                                                       13
   0
                             4
                                                                    10
                                                                                              14
                                                                                                    15
                                                                                                    dir
 esq
```

```
void quicksort(int esq, int dir) {
                                                                                                        10
                                                                                               pivô
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(esq+dir)/2];
     while (i <= j) {
          while (array[i] < pivo)</pre>
               <u>|</u>++:
          while (array[j] > pivo)
               j--;
          if (i <= j)
              swap(i, j); i++; j--; }
     if (esq < j)
          quicksort(esq, j);
     if (i < dir)
          quicksort(i, dir);
                             15
                                    16
                                                 10
                                                               3
                                                                     30
                                                                                   20
                                                                                                71
   0
                5
                       3
                                           9
                                                         4
                                                                             5
                                                                                          48
                                                                                                       82
          1
                2
                       3
                                     5
                                                  7
                                           6
                                                         8
                                                                9
                                                                             11
                                                                                   12
                                                                                          13
   0
                              4
                                                                      10
                                                                                                 14
                                                                                                        15
                                                                                                       dir
 esq
```

```
void quicksort(int esq, int dir) {
                                                                                                      10
                                                                                             pivô
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(esq+dir)/2];
     while (i <= j) {
          while (array[i] < pivo)
                                                            15 < 10: false
              j++:
          while (array[j] > pivo)
          if (i <= j)
            swap(i, j); i++; j--; }
     if (esq < j)
         quicksort(esq, j);
     if (i < dir)</pre>
          quicksort(i, dir);
                             15
                                   16
                                                10
                                                              3
                                                                    30
                                                                                  20
                                                                                               71
   0
                5
                       3
                                          9
                                                        4
                                                                            5
                                                                                        48
                                                                                                     82
          1
                2
                       3
                                    5
                                                 7
                                          6
                                                        8
                                                              9
                                                                           11
                                                                                  12
                                                                                         13
   0
                             4
                                                                     10
                                                                                               14
                                                                                                      15
                                                                                                      dir
 esq
                                Algoritmos e Estruturas de Dados II (23)
```

```
void quicksort(int esq, int dir) {
                                                                                                       10
                                                                                              pivô
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(esq+dir)/2];
     while (i <= j) {
          while (array[i] < pivo)</pre>
               j++:
          while (array[j] > pivo)
                                                            82 > 10: true
          if (i <= j)
              swap(i, j); i++; j--; }
     if (esq < j)
          quicksort(esq, j);
     if (i < dir)</pre>
          quicksort(i, dir);
                       3
                             15
                                    16
                                                 10
                                                               3
                                                                     30
                                                                                  20
                                                                                               71
   0
                5
                                           9
                                                        4
                                                                            5
                                                                                         48
                                                                                                      82
          1
                2
                       3
                                    5
                                                  7
                                           6
                                                        8
                                                               9
                                                                            11
                                                                                  12
                                                                                         13
   0
                              4
                                                                     10
                                                                                                14
                                                                                                      15
                                                                                                      dir
 esq
```

```
void quicksort(int esq, int dir) {
                                                                                                      10
                                                                                             pivô
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(esq+dir)/2];
     while (i <= j) {
          while (array[i] < pivo)</pre>
               j++:
          while (array[j] > pivo)
          if (i <= j)
              swap(i, j); i++; j--; }
    if (esq < j)
          quicksort(esq, j);
     if (i < dir)
          quicksort(i, dir);
                       3
                            15
                                   16
                                                10
                                                              3
                                                                    30
                                                                                 20
                                                                                              71
   0
                5
                                          9
                                                        4
                                                                           5
                                                                                        48
                                                                                                     82
          1
                2
                       3
                                    5
                                                 7
                                          6
                                                        8
                                                              9
                                                                           11
                                                                                  12
                                                                                        13
   0
                             4
                                                                    10
                                                                                               14
                                                                                                     15
                                                                                                     dir
 esq
```

```
void quicksort(int esq, int dir) {
                                                                                                       10
                                                                                              pivô
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(esq+dir)/2];
     while (i <= j) {
          while (array[i] < pivo)</pre>
               j++:
          while (array[j] > pivo)
                                                            71 > 10: true
          if (i <= j)
              swap(i, j); i++; j--; }
     if (esq < j)
          quicksort(esq, j);
     if (i < dir)</pre>
          quicksort(i, dir);
                             15
                                    16
                                                 10
                                                               3
                                                                     30
                                                                                  20
                                                                                               71
   0
                5
                       3
                                           9
                                                        4
                                                                            5
                                                                                         48
                                                                                                      82
          1
                2
                       3
                                    5
                                                  7
                                           6
                                                        8
                                                               9
                                                                            11
                                                                                   12
                                                                                         13
   0
                              4
                                                                     10
                                                                                                14
                                                                                                       15
                                                                                                      dir
 esq
```

void quicksort(int esq, int dir) {

Algoritmo em C like

pivô

```
int i = esq, j = dir, pivo = array[(esq+dir)/2];
   while (i <= j) {
        while (array[i] < pivo)</pre>
             j++:
        while (array[j] > pivo)
        if (i <= j)
             swap(i, j); i++; j--; }
   if (esq < j)
        quicksort(esq, j);
   if (i < dir)
        quicksort(i, dir);
                           15
                                  16
                                               10
                                                             3
                                                                  30
                                                                                20
                                                                                             71
 0
              5
                     3
                                         9
                                                      4
                                                                          5
                                                                                                    82
        1
                                                                                      48
              2
                     3
                                  5
                                                7
                                         6
                                                      8
                                                             9
                                                                         11
                                                                                12
                                                                                       13
 0
                            4
                                                                   10
                                                                                             14
                                                                                                    15
                                                                                                    dir
esq
```

```
void quicksort(int esq, int dir) {
                                                                                                       10
                                                                                              pivô
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(esq+dir)/2];
     while (i <= j) {
          while (array[i] < pivo)</pre>
               j++:
          while (array[j] > pivo)
                                                            48 > 10: true
          if (i <= j)
              swap(i, j); i++; j--; }
     if (esq < j)
          quicksort(esq, j);
     if (i < dir)</pre>
          quicksort(i, dir);
                             15
                                    16
                                                 10
                                                               3
                                                                     30
                                                                                  20
                                                                                               71
   0
                5
                       3
                                           9
                                                        4
                                                                            5
                                                                                                      82
          1
                                                                                         48
                2
                       3
                                    5
                                                  7
                                           6
                                                        8
                                                               9
                                                                            11
                                                                                  12
                                                                                         13
   0
                              4
                                                                     10
                                                                                                14
                                                                                                       15
                                                                                                      dir
 esq
```

```
void quicksort(int esq, int dir) {
                                                                                                      10
                                                                                             pivô
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(esq+dir)/2];
     while (i <= j) {
          while (array[i] < pivo)</pre>
               j++:
          while (array[j] > pivo)
          if (i <= j)
              swap(i, j); i++; j--; }
    if (esq < j)
          quicksort(esq, j);
     if (i < dir)
          quicksort(i, dir);
                            15
                                   16
                                                10
                                                              3
                                                                    30
                                                                                 20
                                                                                              71
   0
                5
                       3
                                          9
                                                        4
                                                                           5
                                                                                        48
                                                                                                     82
          1
                2
                       3
                                    5
                                                 7
                                          6
                                                        8
                                                              9
                                                                           11
                                                                                  12
                                                                                        13
   0
                             4
                                                                     10
                                                                                               14
                                                                                                     15
                                                                                                     dir
 esq
```

```
void quicksort(int esq, int dir) {
                                                                                                       10
                                                                                              pivô
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(esq+dir)/2];
     while (i <= j) {
          while (array[i] < pivo)</pre>
               j++:
          while (array[j] > pivo)
                                                            20 > 10: true
          if (i <= j)
              swap(i, j); i++; j--; }
     if (esq < j)
          quicksort(esq, j);
     if (i < dir)</pre>
          quicksort(i, dir);
                             15
                                    16
                                                 10
                                                               3
                                                                     30
                                                                                  20
                                                                                               71
   0
                5
                       3
                                           9
                                                        4
                                                                            5
                                                                                         48
                                                                                                      82
          1
                2
                       3
                                    5
                                                  7
                                           6
                                                        8
                                                               9
                                                                            11
                                                                                   12
                                                                                         13
   0
                              4
                                                                     10
                                                                                                14
                                                                                                       15
                                                                                                      dir
 esq
```

```
void quicksort(int esq, int dir) {
                                                                                                      10
                                                                                             pivô
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(esq+dir)/2];
     while (i <= j) {
          while (array[i] < pivo)</pre>
               j++:
          while (array[j] > pivo)
          if (i <= j)
              swap(i, j); i++; j--; }
    if (esq < j)
          quicksort(esq, j);
     if (i < dir)
          quicksort(i, dir);
                            15
                                   16
                                                10
                                                              3
                                                                    30
                                                                                 20
                                                                                              71
   0
                5
                       3
                                          9
                                                        4
                                                                           5
                                                                                        48
                                                                                                     82
          1
                2
                       3
                                    5
                                                 7
                                          6
                                                        8
                                                              9
                                                                           11
                                                                                  12
                                                                                        13
   0
                             4
                                                                     10
                                                                                               14
                                                                                                     15
                                                                                                     dir
 esq
```

```
void quicksort(int esq, int dir) {
                                                                                                       10
                                                                                              pivô
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(esq+dir)/2];
     while (i <= j) {
          while (array[i] < pivo)</pre>
               j++:
          while (array[j] > pivo)
                                                            5 > 10: false
          if (i <= j)
              swap(i, j); i++; j--; }
     if (esq < j)
          quicksort(esq, j);
     if (i < dir)</pre>
          quicksort(i, dir);
                             15
                                    16
                                                 10
                                                               3
                                                                     30
                                                                                  20
                                                                                                71
   0
                5
                       3
                                           9
                                                        4
                                                                            5
                                                                                         48
                                                                                                      82
          1
                2
                       3
                                    5
                                                  7
                                           6
                                                        8
                                                               9
                                                                            11
                                                                                   12
                                                                                         13
   0
                              4
                                                                     10
                                                                                                14
                                                                                                       15
                                                                                                       dir
 esq
```

```
void quicksort(int esq, int dir) {
                                                                                                       10
                                                                                              pivô
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(esq+dir)/2];
     while (i <= j) {
          while (array[i] < pivo)</pre>
               j++:
          while (array[j] > pivo)
          if (i \le i)
                                                            4 <= 11: true
               swap(i, j); i++; j--; }
     if (esq < j)
          quicksort(esq, j);
     if (i < dir)</pre>
          quicksort(i, dir);
                             15
                                    16
                                                 10
                                                               3
                                                                     30
                                                                                  20
                                                                                                71
   0
                5
                       3
                                           9
                                                        4
                                                                             5
                                                                                         48
                                                                                                       82
          1
                2
                       3
                                    5
                                                  7
                                           6
                                                        8
                                                               9
                                                                            11
                                                                                   12
                                                                                          13
   0
                              4
                                                                      10
                                                                                                14
                                                                                                       15
                                                                                                       dir
 esq
```

```
void quicksort(int esq, int dir) {
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(esq+dir)/2];
     while (i <= j) {
          while (array[i] < pivo)</pre>
               j++;
          while (array[j] > pivo)
               j--;
          if (i <= j)
                             j++;
                                     j--; }
               swap(i, j);
    if (esq < j)
          quicksort(esq, j);
     if (i < dir)
          quicksort(i, dir);
                       3
                                                                            15
                                                                                   20
   0
                5
                              5
          1
```

2

0

esq

3

10 pivô

```
void quicksort(int esq, int dir) {
                                                                                                         10
                                                                                                pivô
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(esq+dir)/2];
     while (i <= j) {
          while (array[i] < pivo)</pre>
               j++;
          while (array[j] > pivo)
          if (i <= j)
               swap(i, j);
                             <u>i++;</u>
     if (esq < j)
          quicksort(esq, j);
     if (i < dir)
          quicksort(i, dir);
                       3
                                    16
                                                  10
                                                                3
                                                                      30
                                                                             15
                                                                                    20
                                                                                                  71
   0
          1
                 5
                              5
                                            9
                                                          4
                                                                                           48
                                                                                                         82
                 2
                       3
                                     5
                                                   7
                                            6
                                                          8
                                                                 9
                                                                              11
                                                                                     12
                                                                                           13
   0
                              4
                                                                       10
                                                                                                  14
                                                                                                         15
                                                                                                         dir
 esq
```

```
void quicksort(int esq, int dir) {
                                                                                                         10
                                                                                               pivô
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(esq+dir)/2];
     while (i <= j)
                                                             5 <= 10: true
          while (array[i] < pivo)</pre>
               j++:
          while (array[j] > pivo)
               j--;
          if (i <= j)
               swap(i, j); i++; j--; }
     if (esq < j)
          quicksort(esq, j);
     if (i < dir)</pre>
          quicksort(i, dir);
                       3
                                    16
                                                  10
                                                                3
                                                                      30
                                                                             15
                                                                                    20
                                                                                                 71
   0
                5
                              5
                                            9
                                                         4
                                                                                           48
                                                                                                        82
          1
                2
                       3
                                     5
                                                   7
                                            6
                                                         8
                                                                9
                                                                             11
                                                                                    12
                                                                                           13
   0
                              4
                                                                      10
                                                                                                  14
                                                                                                        15
                                                                                                        dir
 esq
                                 Algoritmos e Estruturas de Dados II (36)
```

```
void quicksort(int esq, int dir) {
                                                                                                   10
                                                                                          pivô
    int i = esq, j = dir, pivo = array[(esq+dir)/2];
    while (i <= j) {
         while (array[i] < pivo)
                                                          16 < 10: false
              j++:
         while (array[j] > pivo)
         if (i <= j)
            swap(i, j); i++; j--; }
    if (esq < j)
         quicksort(esq, j);
    if (i < dir)
         quicksort(i, dir);
                      3
                                  16
                                               10
                                                            3
                                                                  30
                                                                         15
                                                                               20
                                                                                            71
   0
                5
                            5
                                         9
                                                      4
                                                                                                  82
         1
                                                                                      48
                2
                      3
                                   5
                                                7
                                         6
                                                      8
                                                             9
                                                                         11
                                                                               12
                                                                                      13
   0
                            4
                                                                  10
                                                                                            14
                                                                                                   15
                                                                                                   dir
 esq
```

```
void quicksort(int esq, int dir) {
                                                                                                     10
                                                                                            pivô
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(esq+dir)/2];
    while (i <= j) {
         while (array[i] < pivo)</pre>
              j++:
          while (array[j] > pivo)
                                                           30 > 10: true
          if (i <= j)
              swap(i, j); i++; j--; }
    if (esq < j)
         quicksort(esq, j);
    if (i < dir)
         quicksort(i, dir);
                      3
                                   16
                                                10
                                                              3
                                                                    30
                                                                          15
                                                                                 20
                                                                                              71
   0
                5
                             5
                                          9
                                                       4
                                                                                                    82
          1
                                                                                        48
                2
                       3
                                    5
                                                 7
                                          6
                                                       8
                                                              9
                                                                           11
                                                                                 12
                                                                                        13
   0
                             4
                                                                    10
                                                                                              14
                                                                                                     15
                                                                                                     dir
 esq
```

```
void quicksort(int esq, int dir) {
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(esq+dir)/2];
    while (i <= j) {
          while (array[i] < pivo)</pre>
              j++:
          while (array[j] > pivo)
          if (i <= j)
              swap(i, j); i++; j--; }
    if (esq < j)
         quicksort(esq, j);
    if (i < dir)
         quicksort(i, dir);
                      3
                                   16
                                                10
                                                              3
                                                                    30
                                                                           15
                                                                                 20
   0
                5
                             5
                                          9
                                                       4
          1
```

pivô

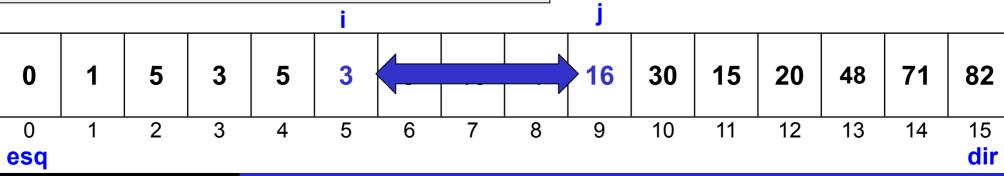
esq

```
void quicksort(int esq, int dir) {
                                                                                                     10
                                                                                            pivô
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(esq+dir)/2];
    while (i <= j) {
         while (array[i] < pivo)</pre>
              j++:
          while (array[j] > pivo)
                                                           3 > 10: false
          if (i <= j)
              swap(i, j); i++; j--; }
    if (esq < j)
         quicksort(esq, j);
    if (i < dir)
         quicksort(i, dir);
                      3
                                   16
                                                10
                                                              3
                                                                    30
                                                                          15
                                                                                 20
                                                                                              71
   0
                5
                             5
                                          9
                                                       4
                                                                                        48
                                                                                                     82
          1
                2
                       3
                                    5
                                                 7
                                          6
                                                       8
                                                              9
                                                                           11
                                                                                 12
                                                                                        13
   0
                             4
                                                                    10
                                                                                              14
                                                                                                     15
                                                                                                     dir
 esq
```

```
void quicksort(int esq, int dir) {
                                                                                                      10
                                                                                             pivô
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(esq+dir)/2];
     while (i <= j) {
          while (array[i] < pivo)</pre>
               j++:
          while (array[j] > pivo)
                                                            5 <= 9: true
          if (i \le i)
              swap(i, j); i++; j--; }
     if (esq < j)
          quicksort(esq, j);
     if (i < dir)
          quicksort(i, dir);
                       3
                                   16
                                                10
                                                              3
                                                                    30
                                                                           15
                                                                                 20
                                                                                              71
   0
                5
                             5
                                          9
                                                        4
                                                                                        48
                                                                                                     82
          1
                2
                       3
                                    5
                                                 7
                                          6
                                                        8
                                                              9
                                                                           11
                                                                                  12
                                                                                        13
   0
                             4
                                                                    10
                                                                                               14
                                                                                                     15
                                                                                                     dir
 esq
```

```
void quicksort(int esq, int dir) {
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(esq+dir)/2];
     while (i <= j) {
          while (array[i] < pivo)</pre>
               j++;
          while (array[j] > pivo)
          if (i <= j)
                              j++;
                                     j--; }
               swap(i, j);
     if (esq < j)
          quicksort(esq, j);
     if (i < dir)
          quicksort(i, dir);
```

10 pivô



```
void quicksort(int esq, int dir) {
                                                                                                          10
                                                                                                 pivô
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(esq+dir)/2];
     while (i <= j) {
          while (array[i] < pivo)</pre>
               j++;
          while (array[j] > pivo)
               j--;
          if (i <= j)
               swap(i, j);
                              <u>i++;</u>
     if (esq < j)
          quicksort(esq, j);
     if (i < dir)
          quicksort(i, dir);
                       3
                                     3
                                                  10
                                                                16
                                                                       30
                                                                              15
                                                                                     20
                                                                                                  71
   0
                 5
                              5
                                            9
                                                          4
                                                                                            48
                                                                                                         82
          1
                 2
                        3
                                     5
                                                   7
                                            6
                                                          8
                                                                 9
                                                                              11
                                                                                     12
                                                                                            13
   0
                              4
                                                                       10
                                                                                                   14
                                                                                                          15
                                                                                                         dir
 esq
```

```
void quicksort(int esq, int dir) {
                                                                                                    10
                                                                                           pivô
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(esq+dir)/2];
     while (i <= j)
                                                          6 <= 8: true
         while (array[i] < pivo)
              j++:
         while (array[j] > pivo)
              j--;
          if (i <= j)
              swap(i, j); i++; j--; }
    if (esq < j)
         quicksort(esq, j);
    if (i < dir)
         quicksort(i, dir);
                      3
                                   3
                                               10
                                                            16
                                                                   30
                                                                         15
                                                                                20
                                                                                             71
   0
                5
                             5
                                          9
                                                       4
                                                                                      48
                                                                                                   82
         1
                2
                      3
                                   5
                                                7
                                          6
                                                       8
                                                             9
                                                                          11
                                                                                12
                                                                                       13
   0
                             4
                                                                   10
                                                                                             14
                                                                                                    15
                                                                                                   dir
 esq
```

```
void quicksort(int esq, int dir) {
                                                                                                   10
                                                                                          pivô
    int i = esq, j = dir, pivo = array[(esq+dir)/2];
    while (i <= j) {
         while (array[i] < pivo)
                                                          9 < 10: true
              j++:
         while (array[j] > pivo)
         if (i <= j)
            swap(i, j); i++; j--; }
    if (esq < j)
         quicksort(esq, j);
    if (i < dir)
         quicksort(i, dir);
                      3
                                   3
                                               10
                                                            16
                                                                  30
                                                                         15
                                                                               20
                                                                                            71
   0
                5
                            5
                                         9
                                                      4
                                                                                      48
                                                                                                  82
         1
                2
                      3
                                   5
                                                7
                                         6
                                                      8
                                                             9
                                                                         11
                                                                               12
                                                                                      13
   0
                            4
                                                                   10
                                                                                            14
                                                                                                   15
                                                                                                   dir
 esq
```

void quicksort(int esq, int dir) {

esq

Algoritmo em C like

dir

```
10
                                                                                            pivô
 int i = esq, j = dir, pivo = array[(esq+dir)/2];
 while (i <= j) {
      while (array[i] < pivo)</pre>
            <u>|</u>++:
      while (array[j] > pivo)
           j--;
       if (i <= j)
           swap(i, j); i++; j--; }
 if (esq < j)
      quicksort(esq, j);
 if (i < dir)
      quicksort(i, dir);
                    3
                                 3
                                              10
                                                            16
                                                                   30
                                                                         15
                                                                                20
                                                                                              71
0
             5
                           5
                                        9
                                                      4
                                                                                       48
                                                                                                    82
       1
             2
                    3
                                  5
                                               7
                                        6
                                                      8
                                                             9
                                                                          11
                                                                                 12
                                                                                       13
0
                           4
                                                                   10
                                                                                              14
                                                                                                     15
```

```
void quicksort(int esq, int dir) {
                                                                                                   10
                                                                                           pivô
    int i = esq, j = dir, pivo = array[(esq+dir)/2];
    while (i <= j) {
         while (array[i] < pivo)
                                                          10 < 10: false
              j++:
         while (array[j] > pivo)
              j--;
         if (i <= j)
            swap(i, j); i++; j--; }
    if (esq < j)
         quicksort(esq, j);
    if (i < dir)
         quicksort(i, dir);
                      3
                                   3
                                               10
                                                            16
                                                                  30
                                                                         15
                                                                               20
                                                                                            71
   0
                5
                            5
                                         9
                                                      4
                                                                                      48
                                                                                                   82
         1
                2
                      3
                                   5
                                                7
                                         6
                                                      8
                                                             9
                                                                         11
                                                                                12
                                                                                      13
   0
                            4
                                                                   10
                                                                                             14
                                                                                                   15
                                                                                                   dir
 esq
```

```
void quicksort(int esq, int dir) {
                                                                                                     10
                                                                                            pivô
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(esq+dir)/2];
    while (i <= j) {
          while (array[i] < pivo)</pre>
              j++:
          while (array[j] > pivo)
                                                           4 > 10: false
          if (i <= j)
              swap(i, j); i++; j--; }
    if (esq < j)
         quicksort(esq, j);
    if (i < dir)
         quicksort(i, dir);
                      3
                                    3
                                                10
                                                             16
                                                                    30
                                                                          15
                                                                                 20
                                                                                              71
   0
                5
                             5
                                          9
                                                       4
                                                                                        48
                                                                                                     82
          1
                2
                       3
                                    5
                                                 7
                                          6
                                                       8
                                                              9
                                                                           11
                                                                                 12
                                                                                        13
   0
                             4
                                                                    10
                                                                                              14
                                                                                                     15
                                                                                                     dir
 esq
```

```
void quicksort(int esq, int dir) {
                                                                                                      10
                                                                                             pivô
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(esq+dir)/2];
     while (i <= j) {
          while (array[i] < pivo)</pre>
               j++:
          while (array[j] > pivo)
          if (i \le i)
                                                            7 <= 8: true
              swap(i, j); i++; j--; }
     if (esq < j)
          quicksort(esq, j);
     if (i < dir)
          quicksort(i, dir);
                       3
                                    3
                                                10
                                                              16
                                                                    30
                                                                           15
                                                                                 20
                                                                                               71
   0
                5
                             5
                                          9
                                                        4
                                                                                        48
                                                                                                     82
          1
                2
                       3
                                    5
                                                 7
                                          6
                                                        8
                                                              9
                                                                           11
                                                                                  12
                                                                                        13
   0
                             4
                                                                     10
                                                                                               14
                                                                                                      15
                                                                                                     dir
 esq
```

void quicksort(int esq, int dir) {

```
10
                                                                                            pivô
   int i = esq, j = dir, pivo = array[(esq+dir)/2];
   while (i <= j) {
        while (array[i] < pivo)</pre>
             j++;
        while (array[j] > pivo)
             j--;
        if (i <= j)
                                    j--; }
             swap(i, j);
                           j++;
   if (esq < j)
        quicksort(esq, j);
   if (i < dir)
        quicksort(i, dir);
                     3
                                   3
                                                             16
                                                                   30
                                                                          15
                                                                                 20
                                                                                              71
 0
              5
                            5
                                         9
                                                                                       48
                                                                                                     82
        1
                                                      MO
              2
                     3
                                   5
                                         6
                                                7
                                                       8
                                                             9
                                                                          11
                                                                                 12
                                                                                        13
 0
                            4
                                                                    10
                                                                                              14
                                                                                                     15
                                                                                                     dir
esq
```

```
void quicksort(int esq, int dir) {
                                                                                                          10
                                                                                                 pivô
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(esq+dir)/2];
     while (i <= j) {
          while (array[i] < pivo)</pre>
               j++;
          while (array[j] > pivo)
               j--;
          if (i <= j)
               swap(i, j);
                              <u>i++;</u>
     if (esq < j)
          quicksort(esq, j);
     if (i < dir)
          quicksort(i, dir);
                       3
                                     3
                                                         10
                                                                16
                                                                       30
                                                                              15
                                                                                     20
                                                                                                  71
   0
                 5
                              5
                                            9
                                                                                            48
                                                                                                         82
          1
                                                   4
                 2
                        3
                                     5
                                                   7
                                            6
                                                          8
                                                                 9
                                                                              11
                                                                                     12
                                                                                            13
   0
                              4
                                                                       10
                                                                                                   14
                                                                                                          15
                                                                                                         dir
 esq
```

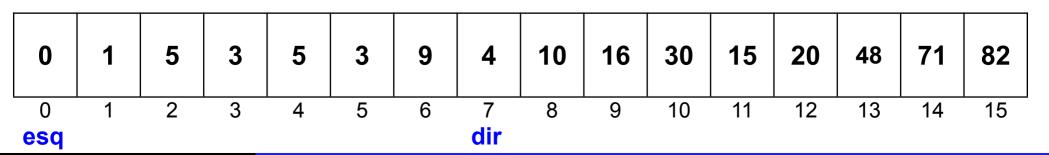
```
void quicksort(int esq, int dir) {
                                                                                                    10
                                                                                           pivô
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(esq+dir)/2];
     while (i <= j)
                                                          8 <= 7: false
         while (array[i] < pivo)
              j++:
         while (array[j] > pivo)
              j--;
          if (i <= j)
              swap(i, j); i++; j--; }
    if (esq < j)
         quicksort(esq, j);
    if (i < dir)
         quicksort(i, dir);
                      3
                                   3
                                                      10
                                                            16
                                                                   30
                                                                         15
                                                                                20
                                                                                             71
   0
                5
                             5
                                          9
                                                                                      48
                                                                                                   82
         1
                                                4
                2
                      3
                                   5
                                                7
                                          6
                                                       8
                                                             9
                                                                          11
                                                                                12
                                                                                       13
   0
                             4
                                                                   10
                                                                                             14
                                                                                                    15
                                                                                                   dir
 esq
```

```
void quicksort(int esq, int dir) {
                                                                                                     10
                                                                                            pivô
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(esq+dir)/2];
    while (i <= j) {
         while (array[i] < pivo)</pre>
              j++:
         while (array[j] > pivo)
              j--;
          if (i <= j)
            swap(i, j); i++; j--; }
    if (esq < j)
                                                           0 < 7: true
         quicksort(esq, j);
    if (i < dir)
         quicksort(i, dir);
                      3
                                    3
                                                       10
                                                             16
                                                                    30
                                                                          15
                                                                                 20
                                                                                              71
   0
          1
                5
                             5
                                          9
                                                 4
                                                                                        48
                                                                                                     82
                2
                       3
                                    5
                                                 7
                                          6
                                                       8
                                                              9
                                                                           11
                                                                                 12
                                                                                        13
   0
                             4
                                                                    10
                                                                                              14
                                                                                                     15
                                                                                                     dir
 esq
```

```
void quicksort(int esq, int dir) {
                                                                                                       10
                                                                                              pivô
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(esq+dir)/2];
     while (i <= j) {
          while (array[i] < pivo)</pre>
               j++;
          while (array[j] > pivo)
          if (i <= j)
             swap(i, j); i++; j--; }
     if (esq < j)
          quicksort(esq, j);
     if (i < dir)</pre>
          quicksort(i, dir);
                       3
                                    3
                                                       10
                                                              16
                                                                     30
                                                                            15
                                                                                  20
                                                                                               71
   0
          1
                5
                              5
                                           9
                                                 4
                                                                                         48
                                                                                                      82
                2
                       3
                                    5
                                                  7
                                                               9
                                           6
                                                        8
                                                                            11
                                                                                   12
                                                                                         13
   0
                              4
                                                                     10
                                                                                                14
                                                                                                       15
                                                                                                      dir
 esq
```

```
void quicksort(int esq, int dir) {
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(esq+dir)/2];
     while (i <= j) {
          while (array[i] < pivo)</pre>
               j++:
          while (array[j] > pivo)
              j--;
          if (i <= j)
              swap(i, j); i++; j--; }
     if (esq < j)
          quicksort(esq, j);
     if (i < dir)
          quicksort(i, dir);
```

pivô 10



```
void quicksort(int esq, int dir) {
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(esq+dir)/2];
     while (i <= j) {
          while (array[i] < pivo)</pre>
              j++;
         while (array[j] > pivo)
              j--;
          if (i <= j)
            swap(i, j); i++; j--; }
     if (esq < j)
         quicksort(esq, j);
     if (i < dir)
         quicksort(i, dir);
```

_																	
	^	4	_	2	_	2	_	A	40	4.0	20	4 5	20	40	74	00	
	U	1	5	3	5	3	9	4	10	16	30	15	20	48	71	82	
_	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
	· ·	•	_	O	•	O	O		O	O	10	• •	12	10	• • •	10	
	esq							dir									

```
void quicksort(int esq, int dir) {
    while (i \le j)
        while (array[i] < pivo)</pre>
            j++:
        while (array[j] > pivo)
            j--;
        if (i <= j)
            swap(i, j); i++; j--; }
    if (esq < j)
        quicksort(esq, j);
    if (i < dir)
        quicksort(i, dir);
                   3
                               3
                                               10
                                                     16
                                                          30
                                                                15
                                                                     20
                                                                                 71
                                                                                      82
  0
              5
                         5
                                    9
        1
                                          4
                                                                           48
              2
                   3
                               5
                                          7
                                    6
                                                8
                                                     9
                                                                11
                                                                      12
  0
                         4
                                                           10
                                                                           13
                                                                                 14
                                                                                       15
                                         dir
 esq
```

```
void quicksort(int esq, int dir) {
                                                                                                     3
                                                                                             pivô
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(esq+dir)/2];
                                                           (0 + 7) / 2: 3
     while (i <= j) {
          while (array[i] < pivo)</pre>
              j++:
          while (array[j] > pivo)
              j--;
          if (i <= j)
              swap(i, j); i++; j--; }
     if (esq < j)
         quicksort(esq, j);
     if (i < dir)
          quicksort(i, dir);
                       3
                                    3
                                                       10
                                                              16
                                                                    30
                                                                           15
                                                                                 20
                                                                                              71
   0
                5
                             5
                                          9
                                                                                                     82
          1
                                                 4
                                                                                        48
                2
                       3
                                    5
                                                 7
                                          6
                                                        8
                                                              9
                                                                           11
                                                                                  12
   0
                             4
                                                                     10
                                                                                        13
                                                                                               14
                                                                                                     15
                                                dir
 esq
```

```
void quicksort(int esq, int dir) {
                                                                                                     3
                                                                                            pivô
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(esq+dir)/2];
     while (i <= j)
                                                           0 <= 7: true
         while (array[i] < pivo)
              j++:
         while (array[j] > pivo)
              j--;
          if (i <= j)
              swap(i, j); i++; j--; }
    if (esq < j)
         quicksort(esq, j);
    if (i < dir)</pre>
         quicksort(i, dir);
                      3
                                    3
                                                       10
                                                             16
                                                                    30
                                                                          15
                                                                                 20
                                                                                              71
   0
                5
                             5
                                          9
                                                                                        48
                                                                                                     82
          1
                                                 4
                2
                       3
                                    5
                                                 7
                                          6
                                                       8
                                                              9
                                                                           11
                                                                                 12
   0
                             4
                                                                    10
                                                                                        13
                                                                                               14
                                                                                                     15
                                                dir
 esq
```

```
void quicksort(int esq, int dir) {
                                                                                                    3
                                                                                            pivô
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(esq+dir)/2];
    while (i <= j) {
          while (array[i] < pivo)
                                                           0 < 3: true
              j++:
         while (array[j] > pivo)
          if (i <= j)
            swap(i, j); i++; j--; }
    if (esq < j)
         quicksort(esq, j);
    if (i < dir)</pre>
         quicksort(i, dir);
                      3
                                   3
                                                      10
                                                             16
                                                                   30
                                                                          15
                                                                                20
                                                                                             71
   0
                5
                             5
                                          9
                                                                                       48
                                                                                                    82
          1
                                                4
                2
                      3
                                    5
                                                 7
                                                       8
                                          6
                                                              9
                                                                          11
                                                                                 12
   0
                             4
                                                                    10
                                                                                       13
                                                                                              14
                                                                                                    15
                                               dir
 esq
```

```
void quicksort(int esq, int dir) {
                                                                                                    3
                                                                                           pivô
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(esq+dir)/2];
    while (i <= j) {
         while (array[i] < pivo)
              j++:
         while (array[j] > pivo)
              j--;
          if (i <= j)
              swap(i, j); i++; j--; }
    if (esq < j)
         quicksort(esq, j);
    if (i < dir)
         quicksort(i, dir);
                      3
                                   3
                                                      10
                                                            16
                                                                   30
                                                                         15
                                                                                20
                                                                                             71
                                                                                                   82
   0
                5
                             5
                                          9
                                                                                      48
         1
                                                4
                2
                      3
                                   5
                                                7
                                                       8
                                          6
                                                             9
                                                                          11
                                                                                12
   0
                             4
                                                                   10
                                                                                       13
                                                                                             14
                                                                                                    15
                                               dir
 esq
```

```
void quicksort(int esq, int dir) {
                                                                                                    3
                                                                                            pivô
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(esq+dir)/2];
    while (i <= j) {
          while (array[i] < pivo)
                                                           1 < 3: true
              j++:
         while (array[j] > pivo)
          if (i <= j)
            swap(i, j); i++; j--; }
    if (esq < j)
         quicksort(esq, j);
    if (i < dir)</pre>
         quicksort(i, dir);
                      3
                                   3
                                                      10
                                                             16
                                                                   30
                                                                          15
                                                                                20
                                                                                             71
   0
                5
                             5
                                          9
                                                                                       48
                                                                                                    82
          1
                                                4
                2
                      3
                                    5
                                                 7
                                                       8
                                          6
                                                              9
                                                                          11
                                                                                 12
   0
                             4
                                                                    10
                                                                                       13
                                                                                              14
                                                                                                    15
                                               dir
 esq
```

```
void quicksort(int esq, int dir) {
                                                                                                    3
                                                                                           pivô
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(esq+dir)/2];
    while (i <= j) {
         while (array[i] < pivo)
              j++:
         while (array[j] > pivo)
              j--;
          if (i <= j)
              swap(i, j); i++; j--; }
    if (esq < j)
         quicksort(esq, j);
    if (i < dir)
         quicksort(i, dir);
                      3
                                   3
                                                      10
                                                            16
                                                                   30
                                                                         15
                                                                                20
                                                                                             71
                                                                                                   82
   0
                5
                             5
                                          9
                                                                                      48
         1
                                                4
                2
                      3
                                   5
                                                7
                                                       8
                                          6
                                                             9
                                                                          11
                                                                                12
   0
                             4
                                                                   10
                                                                                       13
                                                                                             14
                                                                                                    15
                                               dir
 esq
```

```
void quicksort(int esq, int dir) {
                                                                                                    3
                                                                                            pivô
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(esq+dir)/2];
    while (i <= j) {
          while (array[i] < pivo)
                                                           5 < 3: false
              j++:
         while (array[j] > pivo)
          if (i <= j)
            swap(i, j); i++; j--; }
    if (esq < j)
         quicksort(esq, j);
    if (i < dir)</pre>
         quicksort(i, dir);
                      3
                                   3
                                                      10
                                                             16
                                                                   30
                                                                          15
                                                                                20
                                                                                             71
   0
                5
                             5
                                          9
                                                                                       48
                                                                                                    82
          1
                                                4
                2
                      3
                                    5
                                                 7
                                                       8
                                          6
                                                              9
                                                                          11
                                                                                 12
   0
                             4
                                                                    10
                                                                                       13
                                                                                              14
                                                                                                    15
                                               dir
 esq
```

```
void quicksort(int esq, int dir) {
                                                                                                      3
                                                                                              pivô
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(esq+dir)/2];
     while (i <= j) {
          while (array[i] < pivo)</pre>
               j++:
          while (array[j] > pivo)
                                                            4 > 3: true
          if (i <= j)
              swap(i, j); i++; j--; }
     if (esq < j)
          quicksort(esq, j);
     if (i < dir)</pre>
          quicksort(i, dir);
                       3
                                    3
                                                       10
                                                              16
                                                                     30
                                                                            15
                                                                                  20
                                                                                               71
   0
                5
                              5
                                           9
                                                                                         48
                                                                                                      82
          1
                                                 4
                2
                       3
                                    5
                                                  7
                                                        8
                                           6
                                                               9
                                                                            11
                                                                                  12
   0
                              4
                                                                     10
                                                                                         13
                                                                                                14
                                                                                                      15
                                                dir
 esq
```

```
void quicksort(int esq, int dir) {
                                                                                                     3
                                                                                             pivô
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(esq+dir)/2];
    while (i <= j) {
          while (array[i] < pivo)</pre>
              j++;
         while (array[j] > pivo)
          if (i <= j)
              swap(i, j); i++; j--; }
    if (esq < j)
         quicksort(esq, j);
    if (i < dir)
         quicksort(i, dir);
                      3
                                    3
                                                       10
                                                             16
                                                                    30
                                                                           15
                                                                                 20
                                                                                              71
                                                                                                     82
   0
                5
                             5
                                          9
                                                                                        48
          1
                                                 4
                2
                       3
                                    5
                                                 7
                                                       8
                                          6
                                                              9
                                                                           11
                                                                                 12
                                                                                        13
   0
                             4
                                                                    10
                                                                                               14
                                                                                                     15
                                                dir
 esq
```

```
void quicksort(int esq, int dir) {
                                                                                                      3
                                                                                              pivô
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(esq+dir)/2];
     while (i <= j) {
          while (array[i] < pivo)</pre>
               j++:
          while (array[j] > pivo)
                                                            9 > 3: true
          if (i <= j)
              swap(i, j); i++; j--; }
     if (esq < j)
          quicksort(esq, j);
     if (i < dir)</pre>
          quicksort(i, dir);
                       3
                                    3
                                                       10
                                                              16
                                                                     30
                                                                            15
                                                                                  20
                                                                                               71
   0
                5
                              5
                                           9
                                                                                         48
                                                                                                      82
          1
                                                 4
                2
                       3
                                    5
                                                  7
                                                        8
                                           6
                                                               9
                                                                            11
                                                                                  12
   0
                              4
                                                                     10
                                                                                         13
                                                                                                14
                                                                                                      15
                                                dir
 esq
```

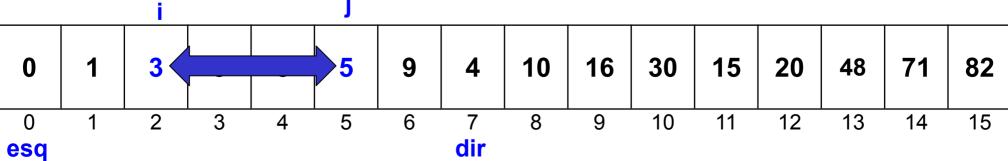
```
void quicksort(int esq, int dir) {
                                                                                                     3
                                                                                             pivô
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(esq+dir)/2];
    while (i <= j) {
          while (array[i] < pivo)</pre>
              j++;
         while (array[j] > pivo)
          if (i <= j)
              swap(i, j); i++; j--; }
    if (esq < j)
         quicksort(esq, j);
    if (i < dir)
         quicksort(i, dir);
                      3
                                    3
                                                       10
                                                             16
                                                                    30
                                                                           15
                                                                                 20
                                                                                              71
                                                                                                     82
   0
                5
                             5
                                          9
                                                                                        48
          1
                                                 4
                2
                       3
                                    5
                                                 7
                                                       8
                                          6
                                                              9
                                                                           11
                                                                                 12
                                                                                        13
   0
                             4
                                                                    10
                                                                                               14
                                                                                                     15
                                                dir
 esq
```

```
void quicksort(int esq, int dir) {
                                                                                                       3
                                                                                              pivô
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(esq+dir)/2];
     while (i <= j) {
          while (array[i] < pivo)</pre>
               j++:
          while (array[j] > pivo)
                                                            3 > 3: false
          if (i <= j)
              swap(i, j); i++; j--; }
     if (esq < j)
          quicksort(esq, j);
     if (i < dir)</pre>
          quicksort(i, dir);
                       3
                                    3
                                                       10
                                                              16
                                                                     30
                                                                            15
                                                                                  20
                                                                                               71
   0
                5
                              5
                                           9
                                                                                         48
                                                                                                      82
          1
                                                 4
                2
                       3
                                    5
                                                  7
                                                        8
                                           6
                                                               9
                                                                            11
                                                                                  12
   0
                              4
                                                                     10
                                                                                         13
                                                                                                14
                                                                                                       15
                                                dir
 esq
```

```
void quicksort(int esq, int dir) {
                                                                                                     3
                                                                                             pivô
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(esq+dir)/2];
    while (i <= j) {
         while (array[i] < pivo)</pre>
              j++:
         while (array[j] > pivo)
          if (i \le i)
                                                           2 <= 5: true
              swap(i, j); i++; j--; }
    if (esq < j)
         quicksort(esq, j);
    if (i < dir)
         quicksort(i, dir);
                      3
                                    3
                                                       10
                                                             16
                                                                    30
                                                                           15
                                                                                 20
                                                                                              71
   0
                5
                             5
                                          9
                                                                                                     82
          1
                                                 4
                                                                                        48
                2
                       3
                                    5
                                                 7
                                          6
                                                       8
                                                              9
                                                                           11
                                                                                 12
   0
                             4
                                                                    10
                                                                                        13
                                                                                               14
                                                                                                     15
                                                dir
 esq
```

```
void quicksort(int esq, int dir) {
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(esq+dir)/2];
     while (i <= j) {
          while (array[i] < pivo)</pre>
               j++;
          while (array[j] > pivo)
          if (i <= j)
              swap(i, j); i++;
                                   j--; }
    if (esq < j)
          quicksort(esq, j);
     if (i < dir)
          quicksort(i, dir);
```

pivô 3



```
void quicksort(int esq, int dir) {
                                                                                                         3
                                                                                                pivô
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(esq+dir)/2];
     while (i <= j) {
          while (array[i] < pivo)</pre>
               j++;
          while (array[j] > pivo)
          if (i <= j)
               swap(i, j);
                             <u>i++;</u>
     if (esq < j)
          quicksort(esq, j);
     if (i < dir)
          quicksort(i, dir);
                 3
                       3
                                                         10
                                                                16
                                                                       30
                                                                              15
                                                                                    20
                                                                                                  71
                                                                                                         82
   0
                              5
                                     5
                                            9
                                                                                           48
          1
                                                   4
                 2
                       3
                                     5
                                                   7
                                            6
                                                          8
                                                                 9
                                                                              11
                                                                                     12
                                                                                           13
   0
                              4
                                                                       10
                                                                                                  14
                                                                                                         15
                                                  dir
 esq
```

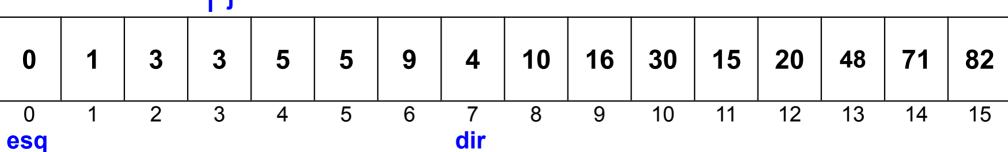
```
void quicksort(int esq, int dir) {
                                                                                                     3
                                                                                            pivô
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(esq+dir)/2];
     while (i <= j)
                                                           3 <= 4: true
         while (array[i] < pivo)
              j++:
         while (array[j] > pivo)
              j--;
          if (i <= j)
              swap(i, j); i++; j--; }
    if (esq < j)
         quicksort(esq, j);
    if (i < dir)</pre>
         quicksort(i, dir);
                3
                      3
                                                       10
                                                             16
                                                                    30
                                                                          15
                                                                                 20
                                                                                              71
   0
          1
                             5
                                    5
                                          9
                                                                                        48
                                                                                                     82
                                                 4
                2
                       3
                                    5
                                                 7
                                          6
                                                       8
                                                              9
                                                                           11
                                                                                 12
   0
                             4
                                                                    10
                                                                                        13
                                                                                               14
                                                                                                     15
                                                dir
 esq
```

```
void quicksort(int esq, int dir) {
                                                                                                    3
                                                                                            pivô
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(esq+dir)/2];
    while (i <= j) {
          while (array[i] < pivo)
                                                           3 < 3: false
              j++:
         while (array[j] > pivo)
          if (i <= j)
            swap(i, j); i++; j--; }
    if (esq < j)
         quicksort(esq, j);
    if (i < dir)</pre>
         quicksort(i, dir);
                3
                      3
                                                      10
                                                             16
                                                                   30
                                                                          15
                                                                                20
                                                                                             71
   0
                             5
                                   5
                                          9
                                                                                       48
                                                                                                    82
          1
                                                4
                2
                      3
                                    5
                                                 7
                                                       8
                                          6
                                                              9
                                                                          11
                                                                                 12
   0
                             4
                                                                    10
                                                                                       13
                                                                                              14
                                                                                                    15
                                               dir
 esq
```

```
void quicksort(int esq, int dir) {
                                                                                                       3
                                                                                              pivô
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(esq+dir)/2];
     while (i <= j) {
          while (array[i] < pivo)</pre>
               j++:
          while (array[j] > pivo)
                                                            5 > 3: true
          if (i <= j)
              swap(i, j); i++; j--; }
     if (esq < j)
          quicksort(esq, j);
     if (i < dir)</pre>
          quicksort(i, dir);
                3
                       3
                                                       10
                                                              16
                                                                     30
                                                                            15
                                                                                  20
                                                                                               71
   0
                              5
                                    5
                                           9
                                                                                         48
                                                                                                      82
          1
                                                 4
                2
                       3
                                    5
                                                  7
                                                        8
                                           6
                                                               9
                                                                            11
                                                                                   12
   0
                              4
                                                                     10
                                                                                         13
                                                                                                14
                                                                                                       15
                                                dir
 esq
```

```
void quicksort(int esq, int dir) {
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(esq+dir)/2];
     while (i <= j) {
          while (array[i] < pivo)</pre>
               j++:
          while (array[j] > pivo)
          if (i <= j)
              swap(i, j); i++; j--; }
     if (esq < j)
          quicksort(esq, j);
     if (i < dir)
          quicksort(i, dir);
```

pivô 3

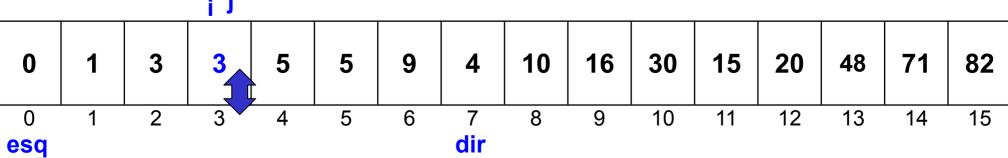


```
void quicksort(int esq, int dir) {
                                                                                                       3
                                                                                              pivô
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(esq+dir)/2];
     while (i <= j) {
          while (array[i] < pivo)</pre>
               j++:
          while (array[j] > pivo)
                                                            3 > 3: false
          if (i <= j)
              swap(i, j); i++; j--; }
     if (esq < j)
          quicksort(esq, j);
     if (i < dir)</pre>
          quicksort(i, dir);
                3
                       3
                                                       10
                                                              16
                                                                     30
                                                                            15
                                                                                  20
                                                                                               71
   0
                              5
                                    5
                                           9
                                                                                         48
                                                                                                      82
          1
                                                 4
                2
                       3
                                    5
                                                  7
                                                        8
                                           6
                                                               9
                                                                            11
                                                                                   12
   0
                              4
                                                                     10
                                                                                         13
                                                                                                14
                                                                                                       15
                                                dir
 esq
```

```
void quicksort(int esq, int dir) {
                                                                                                     3
                                                                                             pivô
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(esq+dir)/2];
    while (i <= j) {
         while (array[i] < pivo)</pre>
              j++:
         while (array[j] > pivo)
          if (i \le i)
                                                           3 <= 3: true
              swap(i, j); i++; j--; }
    if (esq < j)
         quicksort(esq, j);
    if (i < dir)
         quicksort(i, dir);
                3
                      3
                                                       10
                                                             16
                                                                    30
                                                                           15
                                                                                 20
                                                                                              71
   0
                             5
                                    5
                                          9
                                                                                                     82
          1
                                                 4
                                                                                        48
                2
                       3
                                    5
                                                 7
                                          6
                                                       8
                                                              9
                                                                           11
                                                                                 12
   0
                             4
                                                                    10
                                                                                        13
                                                                                               14
                                                                                                     15
                                                dir
 esq
```

```
void quicksort(int esq, int dir) {
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(esq+dir)/2];
     while (i <= j) {
          while (array[i] < pivo)</pre>
               j++;
          while (array[j] > pivo)
          if (i <= j)
                            j++;
                                     j--; }
               swap(i, j);
    if (esq < j)
          quicksort(esq, j);
     if (i < dir)
          quicksort(i, dir);
```

pivô 3



```
void quicksort(int esq, int dir) {
                                                                                                         3
                                                                                                pivô
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(esq+dir)/2];
     while (i <= j) {
          while (array[i] < pivo)</pre>
               j++;
          while (array[j] > pivo)
          if (i <= j)
               swap(i, j);
                             <u>i++;</u>
     if (esq < j)
          quicksort(esq, j);
     if (i < dir)
          quicksort(i, dir);
                 3
                       3
                                                         10
                                                                16
                                                                      30
                                                                             15
                                                                                    20
                                                                                                  71
                                                                                                         82
   0
                              5
                                     5
                                            9
          1
                                                   4
                                                                                           48
                 2
                       3
                                     5
                                                   7
                                            6
                                                          8
                                                                9
                                                                              11
                                                                                     12
                                                                                           13
   0
                              4
                                                                       10
                                                                                                  14
                                                                                                         15
                                                  dir
 esq
```

```
void quicksort(int esq, int dir) {
                                                                                                     3
                                                                                            pivô
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(esq+dir)/2];
     while (i <= j)
                                                           4 <= 2: false
         while (array[i] < pivo)
              j++:
         while (array[j] > pivo)
              j--;
          if (i <= j)
              swap(i, j); i++; j--; }
    if (esq < j)
         quicksort(esq, j);
    if (i < dir)</pre>
         quicksort(i, dir);
                3
                      3
                                                       10
                                                             16
                                                                    30
                                                                          15
                                                                                 20
                                                                                              71
   0
                             5
                                    5
                                          9
                                                                                        48
                                                                                                     82
          1
                                                 4
                2
                       3
                                    5
                                                 7
                                          6
                                                       8
                                                              9
                                                                           11
                                                                                 12
   0
                             4
                                                                    10
                                                                                        13
                                                                                               14
                                                                                                     15
                                                dir
 esq
```

```
void quicksort(int esq, int dir) {
                                                                                                      3
                                                                                             pivô
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(esq+dir)/2];
     while (i <= j) {
          while (array[i] < pivo)</pre>
              j++:
          while (array[j] > pivo)
          if (i <= j)
            swap(i, j); i++; j--; }
    if (esq < j)
                                                            0 < 2: true
          quicksort(esq, j);
     if (i < dir)</pre>
          quicksort(i, dir);
                3
                       3
                                                       10
                                                              16
                                                                    30
                                                                           15
                                                                                  20
                                                                                               71
   0
                             5
                                    5
                                           9
                                                                                                      82
          1
                                                 4
                                                                                         48
                2
                       3
                                    5
                                                 7
                                           6
                                                        8
                                                               9
                                                                           11
                                                                                  12
   0
                             4
                                                                     10
                                                                                         13
                                                                                               14
                                                                                                      15
                                                dir
 esq
```

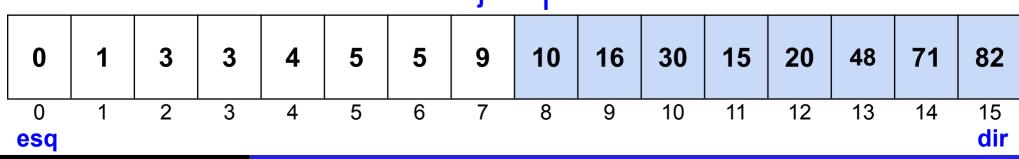
```
void quicksort(int esq, int dir) {
                                                                                                    3
                                                                                            pivô
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(esq+dir)/2];
    while (i <= j) {
          while (array[i] < pivo)</pre>
              j++;
         while (array[j] > pivo)
          if (i <= j)
            swap(i, j); i++; j--; }
    if (esq < j)
         quicksort(esq, j);
    if (i < dir)
          quicksort(i, dir);
                3
                      3
                                                      10
                                                             16
                                                                   30
                                                                          15
                                                                                20
                                                                                             71
                                                                                                    82
   0
          1
                             5
                                   5
                                          9
                                                4
                                                                                       48
                2
                      3
                                    5
                                                 7
                                                       8
                                                              9
                                          6
                                                                          11
                                                                                 12
                                                                                       13
   0
                             4
                                                                    10
                                                                                              14
                                                                                                    15
                                               dir
 esq
```

```
void quicksort(int esq, int dir) {
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(esq+dir)/2];
    while (i <= j) {
         while (array[i] < pivo)</pre>
              j++:
         while (array[j] > pivo)
          if (i <= j)
            swap(i, j); i++; j--; }
     if (esq < j)
         quicksort(esq, j);
     if (i < dir)
         quicksort(i, dir);
```

pivô 10

Voltando para a primeira chamada do Quicksort

8 < 15: true



```
void quicksort(int esq, int dir) {
     int i = esq, j = dir, pivo = array[(esq+dir)/2];
    while (i <= j) {
         while (array[i] < pivo)</pre>
              j++:
         while (array[j] > pivo)
          if (i <= j)
            swap(i, j); i++; j--; }
    if (esq < j)
         quicksort(esq, j);
    if (i < dir)
          quicksort(i, dir);
```

pivô 10

Voltando para a primeira chamada do Quicksort

dir esq

Agenda

· Funcionamento básico

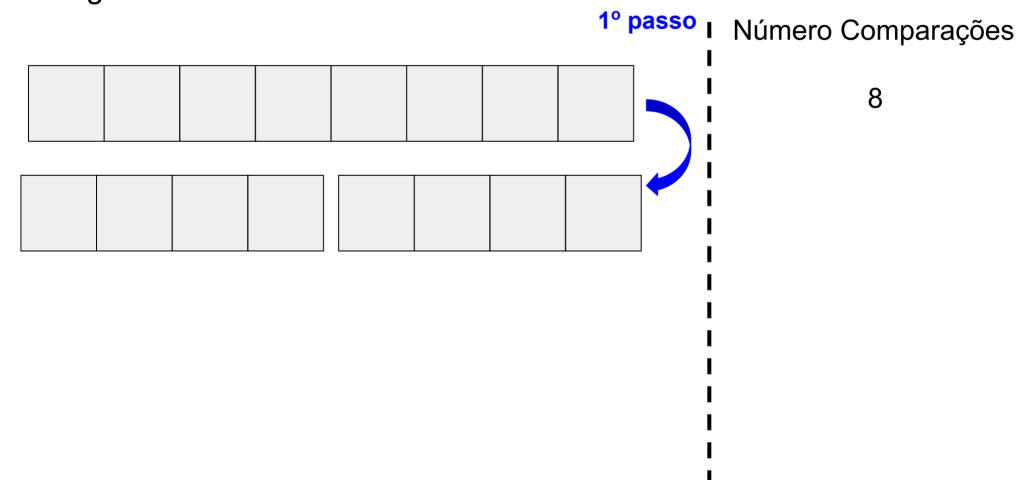
· Algoritmo em C like

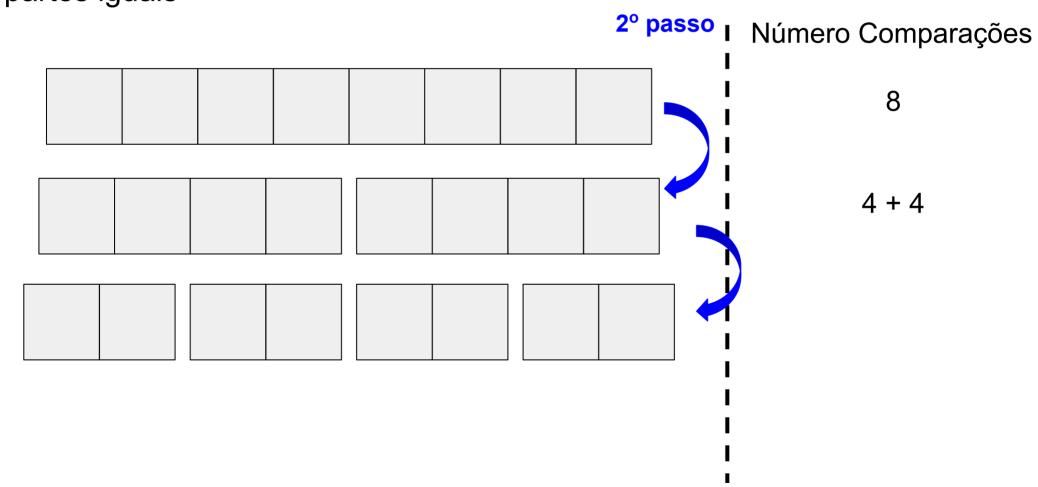
· Análise dos número de comparações e movimentações

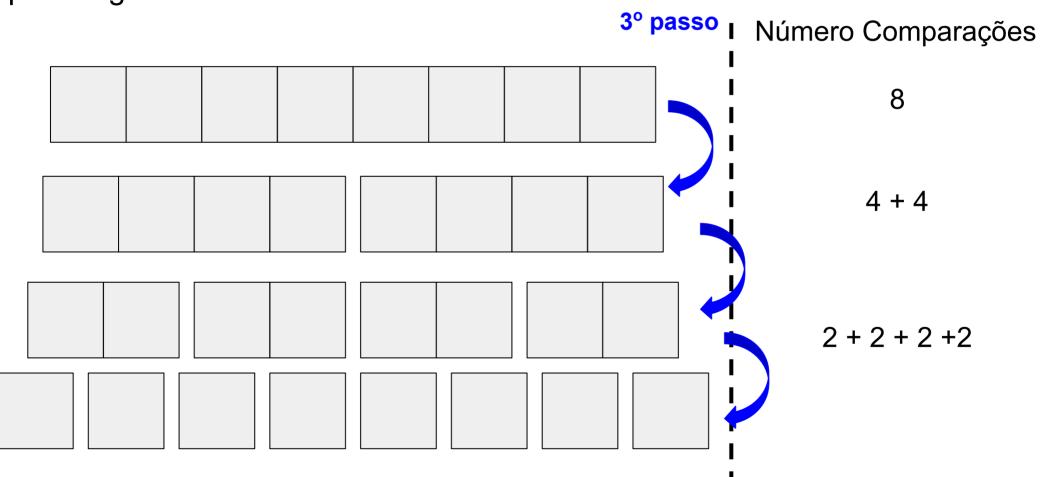


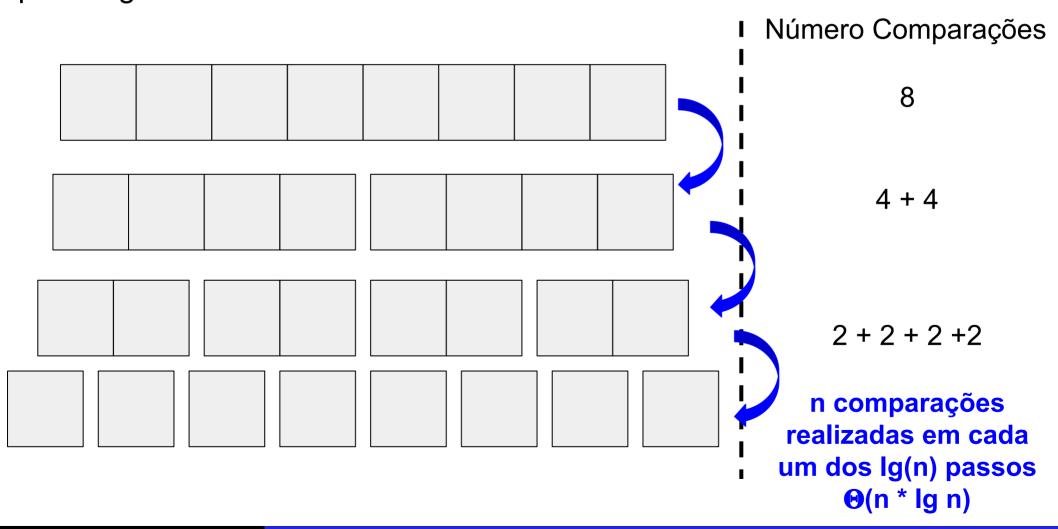
· Escolha do Pivô

Conclusão





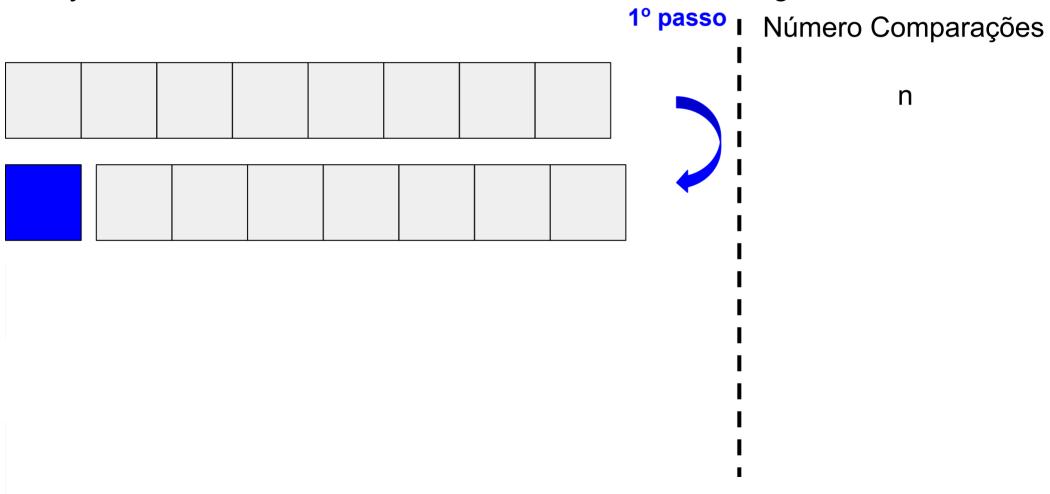


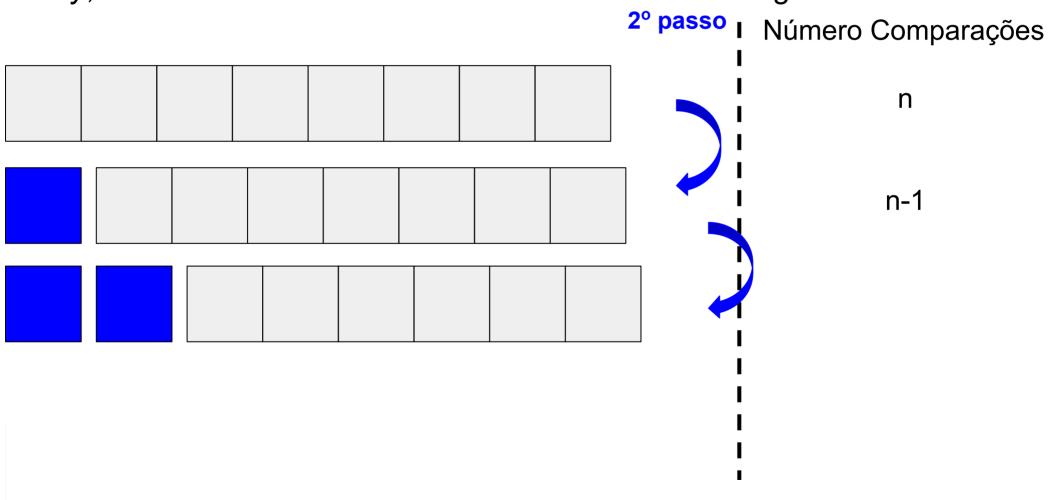


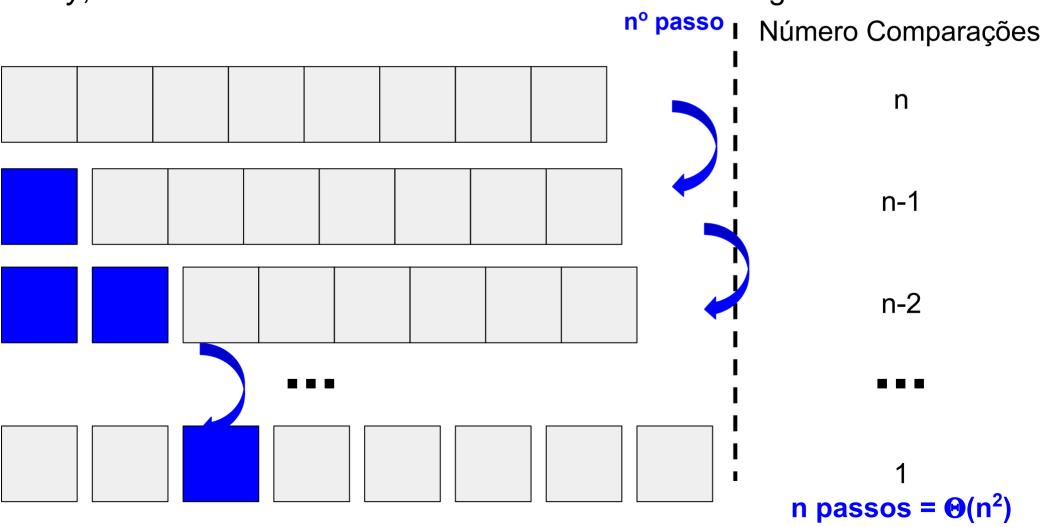
 Melhor caso: Sistematicamente, cada partição divide o arquivo em duas partes iguais

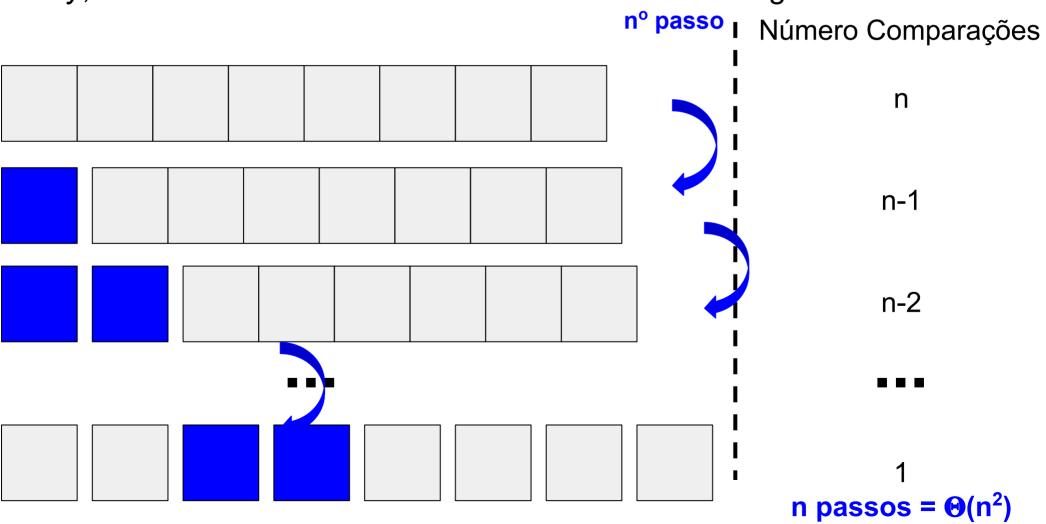
$$C(n) = 2 * C(\frac{n}{2}) + n = n * lg(n) - n + 1$$

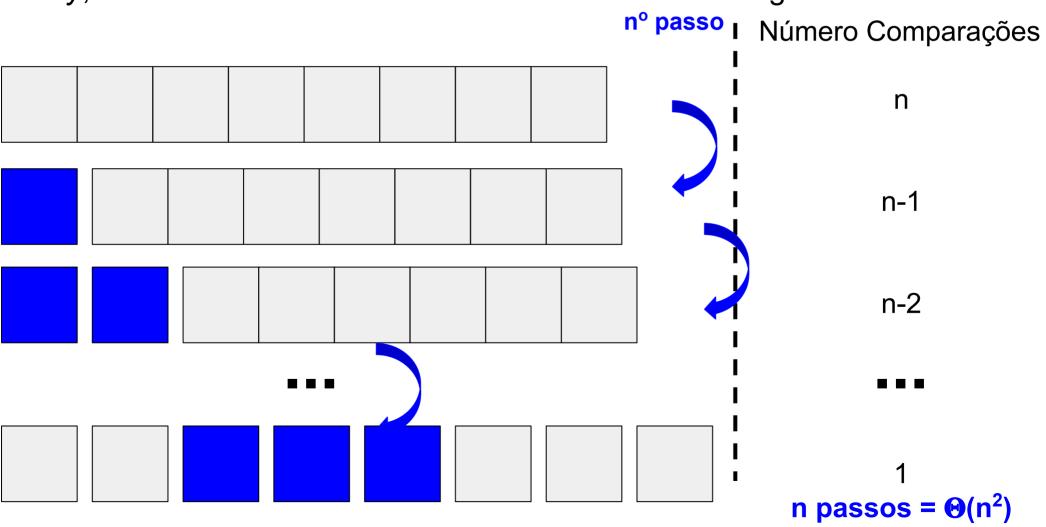
A análise de complexidade do Quicksort depende de equação de recorrência (vista nas disciplinas Teoria dos Grafos e Computabilidade e Projeto e Análise de Algoritmos)

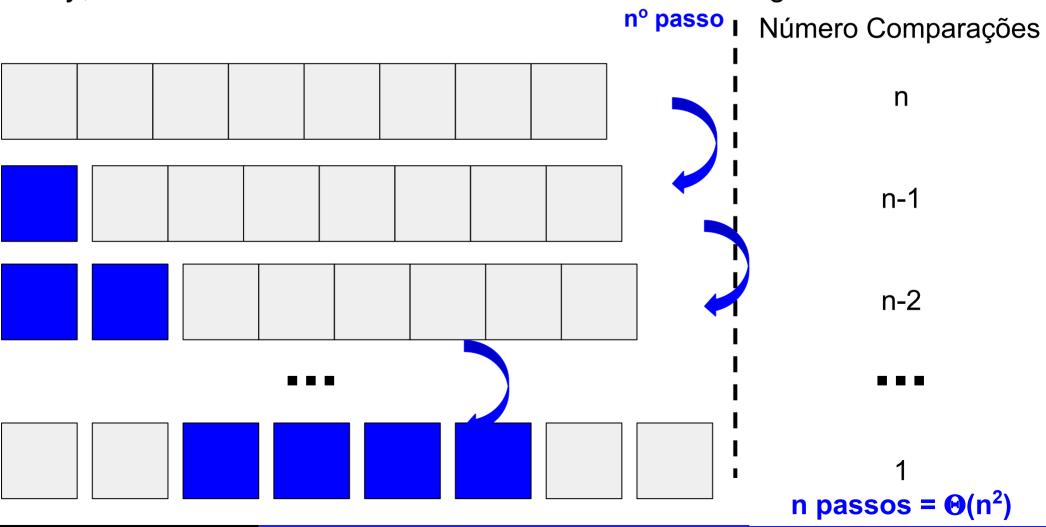


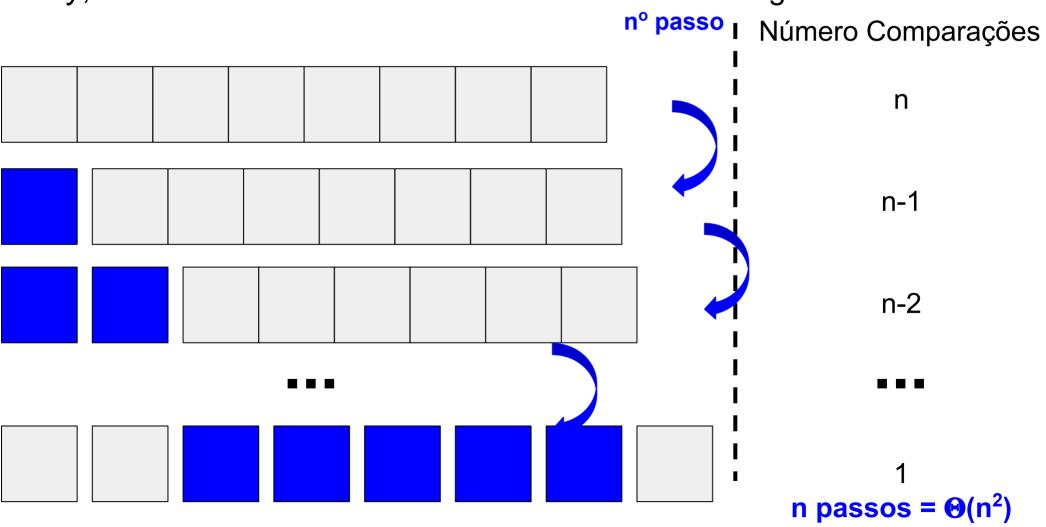


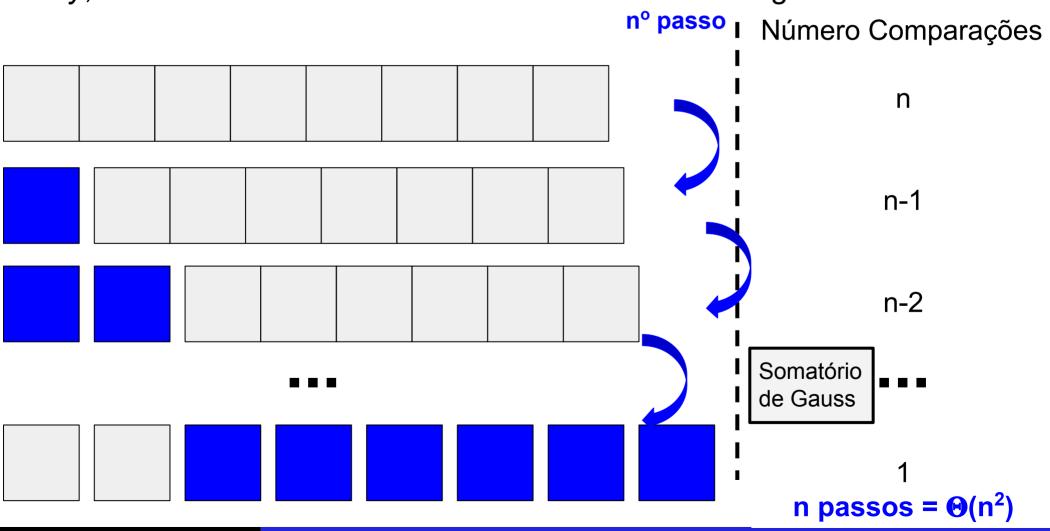




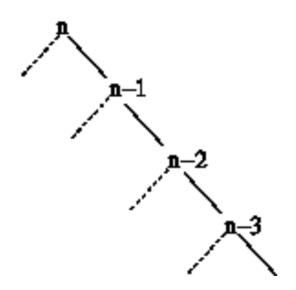








• Pior caso: Sistematicamente, o pivô é o menor ou o maior elemento do array, eliminando um elemento em cada chamada do algoritmo



$$C(n) = \Theta(n^2)$$

• Existem diversas técnicas para evitar o pior caso como, por exemplo, fazer com que o pivô seja a mediana de três elementos do *array*

Caso Médio: Sedgewick e Flajolet (1996, p. 17):

$$C(n) \approx 1,386 * n * lg(n) - 0,846 * n$$

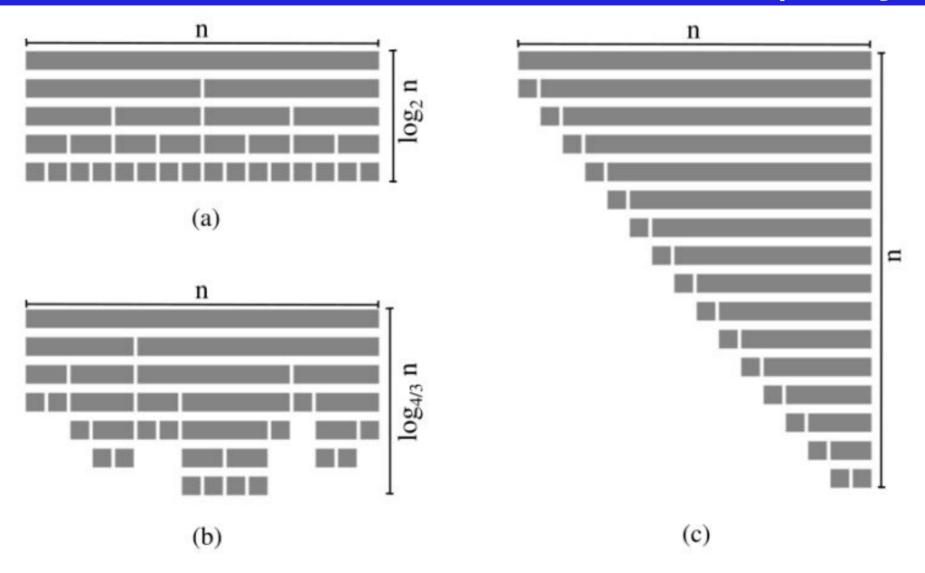


Figura: (a) Melhor caso. (b) Caso médio. (c) Pior caso.

Análise do Número de Movimentações

- No pior caso, há $\lceil n/2 \rceil$ trocas em cada execução da função de partição

 Nesse caso, o pivô está no meio do array e os elementos superiores estão sistematicamente no início da lista e; os inferiores, no fim

Lembrando que em cada troca temos 3 movimentações

Análise do Número de Movimentações

 No melhor caso, temos apenas a troca do (i == j), logo, teremos uma troca (três movimentações) por chamada recursiva

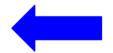
Agenda

Funcionamento básico

· Algoritmo em C like

Análise dos número de comparações e movimentações

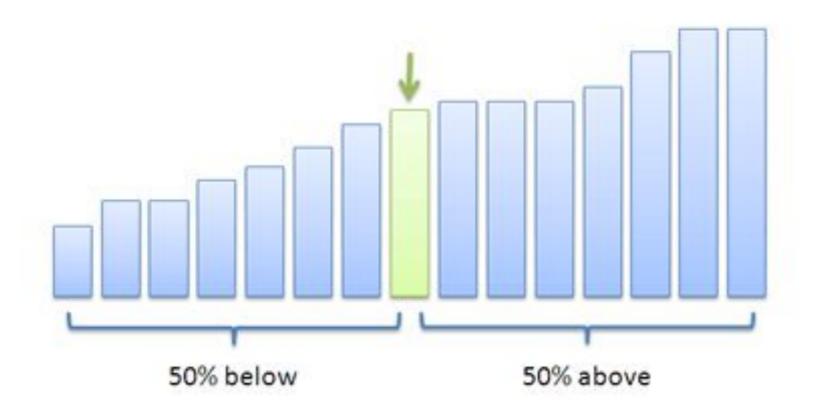
Escolha do Pivô



Conclusão

Mediana, o Pivô Perfeito

Median



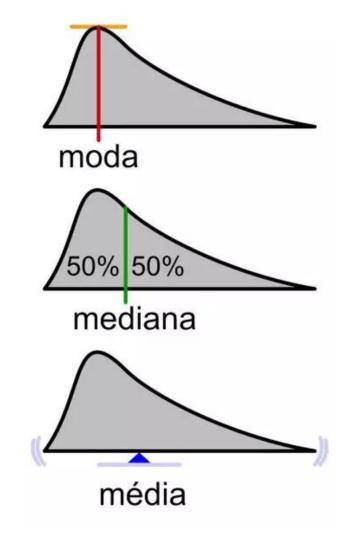
Mediana depende da Ordenação



Média como Pivô

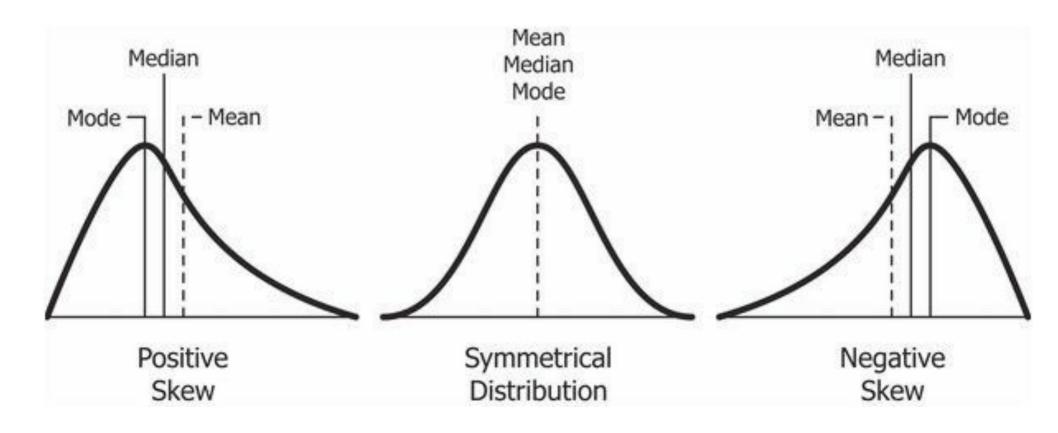
Moda: custo $\Theta(n)$

Média: custo $\Theta(n)$



Informação Privilegiada

 Quando conhecemos a distribuição dos dados, podemos utilizar a estratégia de escolha do pivô mais adequada àquela distribuição



Escolha Aleatória

Escolher aleatoriamente um item da lista como pivô

Na média, teremos uma partição da lista na proporção: ¼ e ¾

 Se a partição da lista ocorrer pelo menos metade das vezes nessa proporção, o tempo de execução esperado é Θ(n * log n)

Mediana de Três

Escolhemos três elementos aleatoriamente

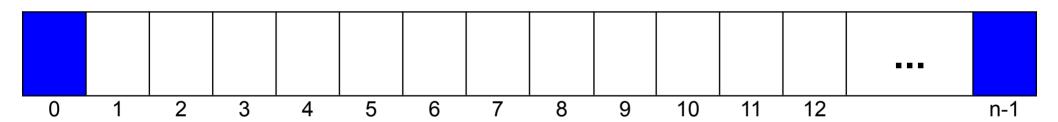
A mediana dos três será o pivô

Esta estratégia aumenta ainda mais as chances de se obter o caso médio
 Θ(n * log n)

 Como existe um custo para se obter três elementos aleatórios e obter a mediana, essa estratégia é utilizada apenas em listas "grandes". Em listas menores, a escolha aleatória simples é mais adequada

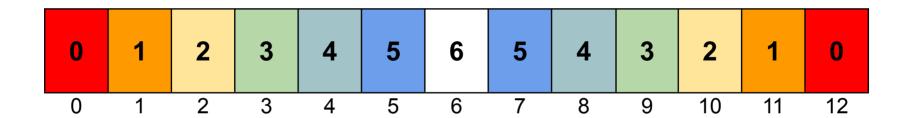
Primeiro ou Último Elemento

• É uma técnica simples, contudo, se os elementos estiverem em ordem crescente ou decrescente teremos o pior caso do Quicksort



Elemento do Meio

• É uma técnica simples em que o pior caso do Quicksort acontece se, sistematicamente, os elementos formarem uma espécie de triângulo



Agenda

· Funcionamento básico

· Algoritmo em C like

Análise dos número de comparações e movimentações

· Escolha do Pivô

Conclusão



Conclusão

A razão de sua velocidade é a simplicidade do seu anel interno

- Vantagens:
 - Extremamente eficiente
 - Necessita de apenas uma pequena pilha como memória auxiliar
 - Faz em média Θ(n*lg(n)) comparações

Conclusão

- Desvantagens:
 - Seu pior caso para comparações é quadrático
 - Sua implementação é delicada e difícil
 - Método não estável

Exercício (1)

 Mostre todas as comparações e movimentações do algoritmo anterior para o array abaixo:

12	4	8	2	14	17	6	18	10	16	15	5	13	9	1	11	7	3
1000	•		A Parent		S-12-7-115	10.00	100				100		55	(Total	STATE VALL	7/1	-