Lista de Exercícios sobre Equações Constitutivas

Data da Aula Original: 18 de Maio 2020
Data da Divulgação do Material Didático: 04 de Junho de 2020
Data para Entrega dos Exercícios Resolvidos: **15 de Junho de 2020**

Nome do Arquivo para entrega da Lista
EM423A_Eq_Const_09**_xxxxxxx@dac**

Onde xxxxxxx é seu RA na DAC

Material Fonte
Arquivo(s) com Material Didático:

- **Capítulo 5: Linear Elastic Behavior do Livro "Shames & Cozzrelli: Elastic and Inelastic Stress Analysis**
- **8 exercícios resolvidos sobre Equações Constitutivas**

Enunciado Geral

Os dois exercícios abaixo são iguais aos exercícios da Análise da Deformação, mas agora complementados, solicitando-se o estado de tensão no ponto e as componentes das forças de superfície em uma orientação fornecida pela normal indicada.

****

****

Exercício eqconst 13

Baseado no **Exercício edeformação 10**

Parte 01: Análise da Deformação

Exercício edeformação 10

Dado o campo de deslocamentos de um contínuo em centímetros (mm),

$u_1 = 0{,}001x_1 + 0{,}009x_2 + 0{,}006x_3$
$u_2 = 0{,}002x_1 + 0{,}007x_2 + 0{,}009x_3$
$u_3 = 0{,}001x_1 + 0{,}001x_2 – 0{,}008x_3$,

determinar:

a) Matriz gradiente.

$$[g_{ij}] = [u_{i,j}] = \left[\frac{\partial u_i}{\partial x_j}\right]$$

b) Tensor de deformações infinitesimais de Cauchy

$$[\varepsilon_{ij}] = \left[\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)\right] =$$

c) Tensor de rotações infinitesimais

$$[\omega_{ij}] = \left[\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)\right]$$

d) Vetor de rotações infinitesimais

$$\Omega_i = \frac{1}{2}\nabla \times \vec{u}$$

e) Dilatação cúbica

$$\Delta = \varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz}$$

Parte 02 – Equações Constitutivas

Assume-se que o material acima considerado possui as seguintes propriedades constitutivas:

- Módulo de elasticidade longitudinal (Young) E=210 kN/mm^2
- Módulo de cisalhamento G=80 kN/mm^2

Para esta material que foi submetido à deformação acima calculada, determine:

f) O tensor de tensões $\left[\sigma_{ij}\right]$ que caracteriza do estado de tensão existente no corpo,

g) O vetor de forças de superfície $t_i^n = \sigma_{ij}\, n_j$ que atua em uma superfície do corpo cuja orientação é fornecida pela normal $\{n\} = \frac{1}{\sqrt{3}}\{-1,+1,-1\}^T$. Determine também as componentes normais e tangenciais da força de superfície atuando no ponto.

****

Exercício eqconst 14

Baseado no **Exercício edeformação 11**

Exercício edeformação 11

Parte 01: Análise da Deformação

Enunciado: Uma peça plana sofre uma deformação. Parte da peça, delimitada inicialmente pelos pontos A, B, C e D, cujas coordenadas são, respectivamente:

Ponto	A	B	C	D
Coordenadas	(0;0)	(1,5;0)	(1,5;1,5)	(0;1,5)

A configuração indeformada está mostrada na figura abaixo. Depois da deformação a parcela originalmente delimitada pelos pontos A, B, C e D se deslocou e se deformou para a nova posição ilustrada na figura pelos pontos E, F, G e H. As coordenadas dos pontos da configuração deformada são, respectivamente:

Ponto	E	F	G	H
Coordenadas	(2,0 ; 2,0)	(3,55; 2,07)	(3,50 ; 3,47))	(1,95 ; 3,40)

Para este parcela do contínuo pede-se:

1) Os deslocamentos dos pontos A, B, C e D, respectivamente, (ua ; va), (ub ; vb), (uc ; vc) e (ud ; vd).

2) Os componentes do tensor de deformações em torno do ponto A.

Obs.: Deve-se assumir que as deformações são pequenas e que somente devem ser calculadas as componentes lineares, de alongamento ou encurtamento ou ainda de distorção angular. Somente ocorrem deformações no plano x-y. Nos demais planos não há deformações. Use a configuração original como referência para as medidas de deformação.

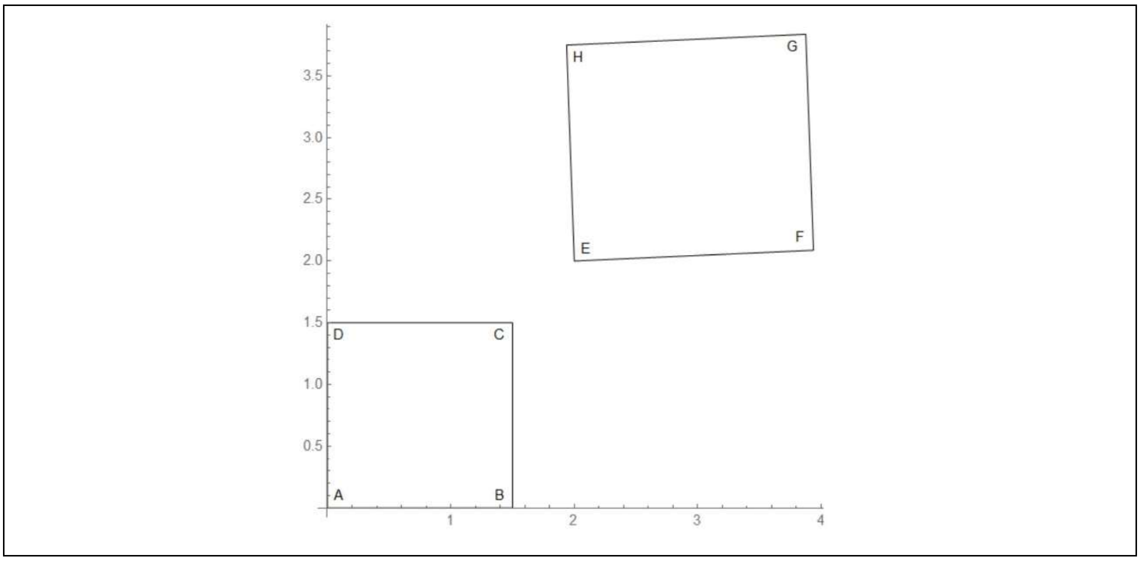

Figura edeformação 11: Parte de um contínuo 2D deslocado e deformado. Obs: As deformações não estão em escala.

Parte 02 – Equações Constitutivas

Assume-se que o material acima considerado possui as seguintes propriedades constitutivas:

- Módulo de elasticidade longitudinal (Young) E=85 kN/mm^2
- Módulo de cisalhamento G=50 kN/mm^2

Assuma que as medidas de deformação calculadas no item anterior (Análise da Deformação) caracterizam o estado de deformação do contínuo no Ponto E. Determine para este ponto E:

3) O tensor de tensões $\left[\sigma_{ij}\right]$ que caracteriza do estado de tensão existente no corpo,

4) O vetor de forças de superfície $t_i^n = \sigma_{ij}\, n_j$ que atua em uma superfície do corpo cuja orientação é fornecida pela normal $\{n\} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}\{-1,+1,0\}^T$. Determine também as componentes normais e tangenciais da força de superfície atuando no ponto.