EM 423 Aula 03

Data: 30 de Março 2020

Capítulo 2: Esforços Internos em Sistemas Isostáticos

Tópico: Método das Equações Diferenciais de Equilíbrio

Arquivos com Material Didático:

- **texto cap 2 parte 3 equações diferenciais de equilíbrio em sist isostáticos versão agosto 2019.pdf**
- **Capítulo 2 Parte 3a exercícios equação dif equil sem funções de singularidade versão março 2020.pdf**

Observações Iniciais

Esta aula 03 é dedicada a apresentar uma metodologia alternativa para que se possa determinar os esforços internos em sistemas isostáticos. No caso vamos resolver os problemas de esforços internos através do Método das Equações Diferenciais de Equilíbrio aplicadas a barras, eixos e vigas. O material didático está apresentado no texto acima indicado.

Pontos chaves da aula 03.

Aqui segue uma breve explicação do que são os pontos mais importantes do texto sobre equações diferenciais de equilíbrio.

O começo diz respeito à análise de uma estrutura simples, sujeita a múltiplos carregamentos, tal como mostrado na figura 2.59, abaixo. Nesta figura estão mostradas a convenção da estática e a convenção de esforços da resistência dos materiais.

Vamos analisar o equilíbrio de uma seção de comprimento Dx. Os possíveis esforços que atuam no elemento de comprimento Dx, estão mostrado na figura 2.60. O texto mostra o equacionamento para esforços para as Forças Normais $N_x(x)$, para Momentos Torsores, $M_x(x)$, para Esforços Cortantes no sentido y, $V_y(x)$ e ainda para Momentos Fletores, $M_z(x)$.

O resultado são um conjunto de equações diferenciais simples, resumidas na Tabela 2.4. O importante aqui é notar que os esforços axiais, de torção e de flexão são desacoplados. Ou seja as barras são resolvidas de forma desacoplada dos eixos e das vigas. Somente os esforços cortantes V_y e momento fletor M_z é que são acoplados no problema de flexão

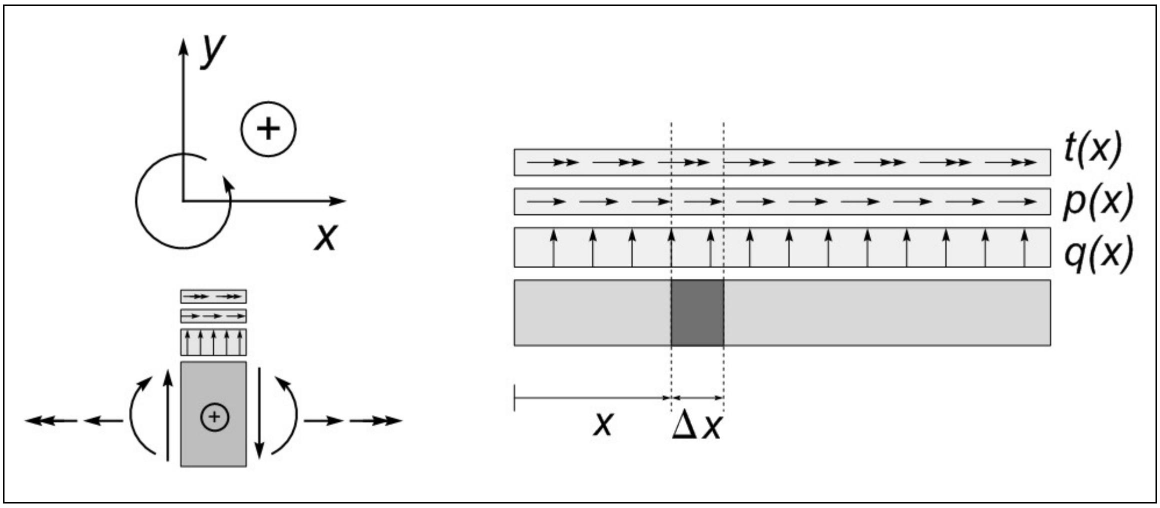

Figura 2.59: Elemento estrutural submetido a múltiplos esforços

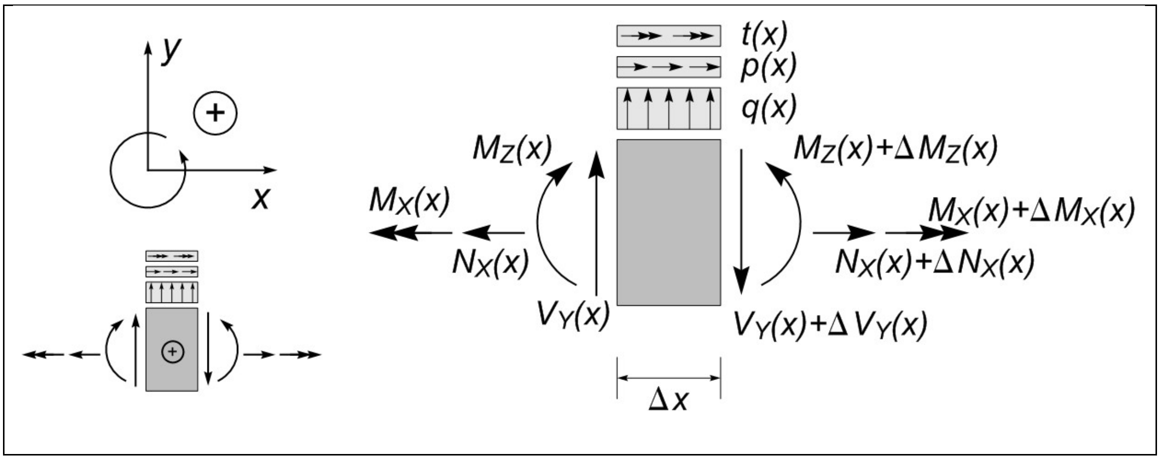

Figura 2.60: Equilíbrio de uma parcela de uma estrutura submetida a múltiplos esforços

As equações diferenciais de equilíbrio mostradas na Tabela 2.4 tem soluções gerais, mostradas no texto e reproduzidas neste resumo. Todas as soluções possuem constantes de integração, cujo número depende da ordem da equação diferencial.

A determinação das constantes de integração vai depender das condições de contorno em termos de esforços para cada problema. Isto está bem explicado no texto. Existem diversos figuras mostrando como se aplicar as condições de contorno em cada tipo de problema.

Um ponto interessante é que as equações diferenciais de equilíbrio foram estabelecidas usando a convenção de esforços mostrada na figura 2.60. Assim esta é a convenção que se deve usar para descrever o sinal dos termos de carregamento edas condições de contorno. Se forem iguais às da figura 2.60, o carregamento e as condições de contorno são consideradas positivas. No sentido contrário, negativas.

Uma lista de exercícios, alguns resolvidos e outros com solução encontra-se no texto de exercícios. Eles complementam o texto teórico e servem de base para se resolver a terceira lista de exercícios.

Tabela 2.4: Resumo das equações diferenciais de equilíbrio.

Tipo de esforço	Equação de equilíbrio utilizada	Equação diferencial resultante
Força Normal $N_X(x)$	$\Sigma N_X(x)=0$	$\frac{dN_X(x)}{dx}=-p(x)$
Momento Torsor $M_X(x)$	$\Sigma M_X(x)=0$	$\frac{dM_X(x)}{dx}=-t(x)$
Esforço Cortante $\Sigma V_Y(x)$	$\Sigma V_Y(x)=0$	$\frac{dV_Y(x)}{dx}=+q(x)$
Momento Fletor $M_Z(x)$	$\Sigma M_Z(x)=0$	$\frac{dM_Z(x)}{dx}=+V_Y(x)$
Momento Fletor + Esforço Cortante + Carregamento transversal	$\Sigma V_Y(x)=0$ + $\Sigma M_Z(x)=0$	$\frac{d^2M_Z(x)}{dx^2}=q(x)$

Carregamento axial

Equação diferencial	Solução Geral
$\frac{dN_X(x)}{dx}=-p(x)$	$N_X(x)=-\int p(x)dx+C_p \qquad (0.1)$

Esforço de torção

Equação diferencial	Solução Geral
$\frac{dM_X(x)}{dx}=-t(x)$	$M_X(x)=-\int t(x)dx+C_t \qquad (0.2)$

Esforço de flexão

Equação diferencial	Solução Geral
$\frac{dV_Y(x)}{dx} = +q(x)$	$V_Y(x) = +\int q(x)dx + C_1$ (0.3)
$\frac{dM_Z(x)}{dx} = +V_Y(x)$	$M_Z(x) = +\int V_Y(x)dx + C_2$ (0.4)
$\frac{d^2M_Z(x)}{dx^2} = q(x)$	$M_Z(x) = +\int\left[\int q(x)dx\right]dx + C_1x + C_2$ (0.5)