TECNICATURA UNIVERSITARIA
EN PROGRAMACIÓN
A DISTANCIA

Unidad 3: Probabilidad

Variables aleatorias y sus distribuciones

Nombre: Farias, Gustavo
Comisión: M2025-13
Matrícula: 101662
Repositorio GitHub:
https://github.com/Lucenear/UTN-TUPaD-TPs/tree/main/Probabilidad%20y%20Estadistica

Consignas:

Caso 1:

Una empresa de comercialización por correo electrónico tiene una circular que produce un porcentaje de respuesta del 25%. Se eligen al azar 15 personas para enviarles dicha circular.

¿Cuál es la probabilidad de que exactamente 6 de las 15 personas emitan respuesta al recibir la circular?

¿Qué modelo probabilístico utilizarías para calcular la probabilidad solicitada? Justifica la elección del modelo probabilístico empleado.

Expresa la fórmula correspondiente al modelo probabilístico empleado para calcular la probabilidad reemplazando en la misma los valores de los parámetros correspondientes a dicho modelo.

Para cada parámetro correspondiente al modelo utilizado indica el significado que tiene en el caso planteado.

Calcula y expresa el valor de la probabilidad solicitada.

¿Cuál es la probabilidad de que como máximo 4 de las 15 personas emitan respuesta al recibir la circular?

Utiliza R para efectuar el cálculo y expresa el correspondiente código.

Calcula y expresa el valor de la probabilidad solicitada.

Caso 2:

Si otra empresa de la competencia tiene 15 clientes de los cuales 7 siempre emiten respuesta y son seleccionados 5 para enviarles la circular.

¿Cuál es la probabilidad de que 2 de los 5 clientes seleccionados emitan respuesta?

¿Qué modelo probabilístico utilizarías para calcular la probabilidad solicitada?

Justifica la elección del modelo probabilístico empleado.

Para cada parámetro correspondiente al modelo utilizado indica el significado que tiene en el caso planteado.

Calcula y expresa el valor de la probabilidad solicitada.

Caso 3:

Un departamento de reparación de maquinarias recibe un promedio de 12 solicitudes de servicio en 45 minutos. Determina la probabilidad de que se reciban menos 5 solicitudes en media hora.

¿Qué modelo probabilístico utilizarías para calcular la probabilidad solicitada?

Para el o los parámetros correspondientes al modelo utilizado indica el significado que tiene en el caso planteado.

Expresa el significado de la variable para la cual se pide la probabilidad.

Calcula y expresa el valor de la probabilidad solicitada.

Describe el procedimiento seleccionado para calcular la probabilidad.

Respuestas:

Caso 1:

1) El modelo a utilizar será el de distribución binominal

2) La situación cumple las condiciones de un experimento binomial:
    - Hay un número fijo de ensayos: 15 personas.
    - Cada ensayo tiene dos posibles resultados: la persona responde (éxito) o no responde (fracaso).
    - La probabilidad de éxito es constante en cada ensayo: 25% (es decir, p=0.25).
    - Se asume que las respuestas son independientes entre personas (el hecho de que una responda no influye en las demás).
      Por lo tanto, la variable aleatoria "número de respuestas entre las 15 personas" sigue una distribución binomial.

3) Fórmula del modelo empleado:

P(X = k) = {n / k} p^k (1 - p)^{n - k}

4) Parámetros y significado:
    - n = 15 : número total de personas a las que se envía la circular
    - p = 0.25 : probabilidad de que una persona responda
    - X : variable aleatoria que cuenta el número de respuestas
    - k : valor específico de interés

5) ¿Cuál es la probabilidad de que exactamente 6 personas respondan?

```r
# Probabilidad de que 6 personas respondan
prob_exactamente_6 <- dbinom(6, size = 15, prob = 0.25)
prob_exactamente_6
```

```
> # Probabilidad de que 6 personas respondan
> prob_exactamente_6 <- dbinom(6, size = 15, prob = 0.25)
> prob_exactamente_6
[1] 0.09174777
```

La probabilidad de que exactamente 6 de las 15 personas respondan a la circular es 0.0917

6) ¿Cuál es la probabilidad de que como máximo 4 de las 15 personas respondan?

```r
# Probabilidad dee que como maximo 4 personas respondan
pbinom(4, size = 15, prob = 0.25)
```

```
> # Probabilidad dee que como maximo 4 personas respondan
> pbinom(4, size = 15, prob = 0.25)
[1] 0.6864859
```

La probabilidad de que como máximo 4 de las 15 personas respondan a la circular es 0.6865

Caso 2:

1) El modelo a utilizar será el de distribución hipergeometrica.

2) Se justifica porque:
   - La población es finita: solo hay 15 clientes en total.
   - De ellos, 7 son "éxitos" (siempre responden) y 8 son "fracasos" (no responden).
   - Se extrae una muestra de 5 clientes sin reemplazo (una vez seleccionado un cliente, no se vuelve a incluir).
   - Debido al muestreo sin reemplazo, los ensayos no son independientes: la probabilidad de éxito cambia con cada selección.

Estas características no cumplen los supuestos de la distribución binomial, pero sí los de la distribución hipergeométrica, que modela exactamente este tipo de situaciones.

3) Fórmula del modelo:

$$P(X = x) = \frac{\binom{K}{x}\binom{N-K}{n-x}}{\binom{N}{n}}$$

4) Parámetros y significado:

- N = 15 : tamaño total de la población (clientes totales)
- K = 7 : número de éxitos en la población (clientes que responden)
- n = 5 : tamaño de la muestra (clientes seleccionados)
- k = 2 : número de éxitos deseados en la muestra

5) Código de probabilidad de que 2 de los 5 clientes emitan respuesta:

```r
#  2 de los 5 clientes emiten respuesta

# dhyper(x, m, n, k)
# x = numero de exitos en la muestra (k = 2)
# m = numero de exitos en la poblacion (K = 7)
# n = numero de fracasos en la poblacion (N - K = 8)
# k = tamaño de la muestra (5)

dhyper(2, m = 7, n = 8, k = 5)
```

```
> dhyper(2, m = 7, n = 8, k = 5)
[1] 0.3916084
```

La probabilidad de que exactamente 2 de los 5 clientes seleccionados emitan respuesta es 0.3916

Caso 3:

1) El modelo seleccionado será el de distribución de Poisson

2) Dicha selección se base en:

- Las "solicitudes de servicio" son eventos que llegan en el tiempo.
- Se conoce la tasa promedio: 12 solicitudes cada 45 minutos.
- No hay razón para pensar que las solicitudes se influyen entre si.

3) El modelo de Poisson tiene un único parámetro que es lambda, que representa la media (valor esperado) del número de eventos en el intervalo de interés.

4) Fórmula:

$P\ (X < 5) = P\ (X \leq 4)$

5) Código empleado en R:

```
# Probabilidad de recibir menos de 5 solicitudes en 30 minutos
# P(X <= 4) con lambda = 8

ppois(4, lambda = 8)
```

```
> ppois(4, lambda = 8)
[1] 0.0996324
```

La probabilidad de que se reciban menos de 5 solicitudes en media hora es 0.0996

6) Descripción del procedimiento:

a) Identifico el tipo de caso: llegada aleatoria de eventos en el tiempo

b) Obtengo la tasa promedio para el intervalo de interés:
- Dado que la tasa original es de 12 solicitudes cada 45 minutos
- Calculo la tasa proporcional para 30 minutos: $\lambda=8$

c) Defino la variable aleatoria $X= \text{Poisson}(\lambda = 8)$

d) Traduzco la pregunta: "menos de 5" –> $X \leq 4$

e) Uso la función acumulada de Poisson en R: ppois(4, lambda = 8), que calcula $P(X \leq 4)$

f) Obtengo el resultado correspondiente