

t - test

t-test



guo233

24 人赞了该文章

作者写在前面：

本人是搞生物信息的在读硕士研究生，接触生物信息的有两年时间，学习 R，Linux 命令行。- 始沉迷于各种软件的安装和运行，慢慢发现，程序是现成的，代码也是现成的，稍微修改就能甚至有的直接可以用。但是软件，程序的结果却看得一脸懵逼。绕了一个大圈子才发现统计学核心，而那些软件、程序只是一个工具，会用就行了。平时遇到什么不懂的东西，各种谷歌，想到的问题几乎都能找到答案。用的时候找一下，不用的时候就放下，导致下次用的时候再找费大量时间。所以本人在这里尽可能全面的将我遇到的统计知识整理出来，方便巩固学习，也家交流讨论，不对的地方请批评指正。

什么是 t-test?

t-test 也称为 Student's T Test，用来比较两样本平均值之间是否具有显著性差异；

换句话说，t-test 让你知道这些差异是不是偶然发生的。

赞同 24

5 条评论

分享



t-test 的类型:

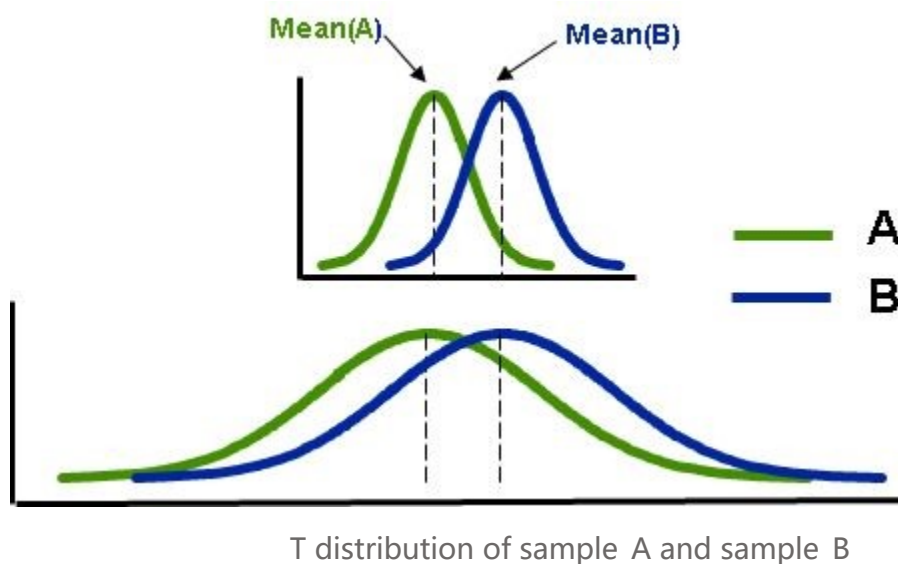
知乎



首发于
R语言中文社区

- one-sample t-test, 用来比较单个样本平均值和一个给定的平均值 (理论值) ;
- independent samples t-test (unpaired two sample t-test) , 用来比较两组独立样本平均值;
- paired t-test, 用来比较两个相关样本组之间的平均值;

t-value:



上面的两个图是A、B两组的两种情况的 t 分布图，两种情况中A组样本和B组样本的平均值一样，只是图1中曲线比图2中曲线偏瘦。学过统计的人都知道，瘦表示方差小，胖表示方差大。图1中A、B的曲线都很瘦，表示A、B的方差 (variance) 小，组内的离散程度/变异程度小。不过为了方便这里用方差的开方~标准差 (standard deviation) 来举例说明，如果A表示一组女生的身高，B表示一组男生的身高， $\text{mean}(A)=155\text{cm}$, $\text{mean}(B)=170\text{cm}$, $\text{sd}(A) = 5$, $\text{sd}(B) = 10$, 那么说明女生的身高在 $155 \pm 5\text{cm}$ 之间波动，男生的身高在 $170 \pm 10\text{cm}$ 之间波动，相比较来说男生的身高波动性较大，变异程度大。

t-value 就是组间差异 (difference between two groups) 与组内差异 (the difference within the groups) 的比值。

$$t = \frac{\bar{X}_A - \bar{X}_B}{SE(\bar{X}_A - \bar{X}_B)}$$

$\bar{X}_A - \bar{X}_B$: 两组样本均值的差值;

▲ 赞同 24 ▼

● 5 条评论

➤ 分享



$SE(\bar{X}_A - \bar{X}_B)$: standard error of the difference, 均值差的标准误 (均值标准误的差)。



R语言中文社区

单样本T检验 (one-sample t-test)

$$t = \frac{m - \mu}{s/\sqrt{n}}$$

m : 样本的均值

μ : 一个已知的均值 (理论值)

s : 样本的标准差 (standard deviation)

n : 样本量

R 中的单样本 t-test:

假如我们使用机器制造直径为 **10.01mm** 的零件, 最近制造的一批零件有**20**个, 我们想要知道这批零件均值 (m) 和理论均值 $\mu=10.01$ 是否有明显差异, 也就是说生成的这批零件是否符合规格。

#R中使用 rnorm 函数生成符合正态分布的一组随机数

`rnorm(n, mean, sd)`

n: 要生成随机数的数量

mean: 要生成该组随机数的平均值

sd: 要生成改组随机数的标准差

`set.seed(233)`

`sample <- rnorm(30, mean = 10, sd = 0.05)`

`head(sample)`

`[1] 10.044807 10.036622 9.984592 9.952429 9.982188 10.065807`

原假设 (Null hypothesis):

$H_0: m = \mu$ 该批零件均值 m 等于理论均值 μ 。

▲ 赞同 24 ▼

💬 5 条评论

➦ 分享



备择假设 (Alternative hypothesis)

H1: $m \neq \mu$ 该批零件均值不等于理论均值 μ ;

H1: $m > \mu$ 该批零件均值大于理论均值 μ ;

H1: $m < \mu$ 该批零件均值小于理论均值 μ 。

首发于

R语言中文社区

H0: $m = \mu$; H1: $m \neq \mu$ (双尾)

```
t.test(sample, mu = 10.01)
```

从结果中可以看出 $t = 0.47$, 自由度 $df = n-1 = 29$, 因为 $p\text{-value} = 0.64$ 大于 0.05 , 所以差不显著, 所以接受原假设, 认为该批零件直径的均值与理论均值相等, 生产的零件符合标准。

H0: $m = \mu$; H1: $m > \mu$ (单尾)

从上面的双尾 t-test 看出, 如果理论均值 $\mu = 10.01$, 那么该批零件符合标准。这里我们进行 t-test, 备择假设该批零件直径的均值 m 大于理论均值 μ , 设置理论均值为 $\mu = 9.9$ 。

```
t.test(sample, mu = 9.9, alternative = "greater")
```

结果中 $p\text{-value} < 0.05$, 所以拒绝原假设, 认为该批零件直径均值显著大于理论均值 9.9 。

H0: $m = \mu$ H1: $m < \mu$ (单尾)

▲ 赞同 24 ▼

● 5 条评论

➤ 分享



这里的备则假设该批零件直径的均值 μ 小于理论均值 μ ，设置理论均值为 $\mu = 10.1$ 。

知乎



R语言中文社区

```
t.test(sample, mu = 10.1, alternative = "less")
```

p-value < 0.05，拒绝原假设，接受备则假设认为该批零件直径的均值 m 小于理论均值 10.1，批零件不合格。

独立样本T检验 (independent samples t-test)

独立样本 T 检验，首先要服从正态分布。根据两组数据的方差是否相同，分为 pooled variance 和 separate variances。

• 同方差 (pooled variances) t-test

$$t = \frac{m_A - m_B}{\sqrt{\frac{S^2}{n_A} + \frac{S^2}{n_B}}}$$

A 和 B 代表两组要比较的数据；

m_A : A 组数据的均值；

m_B : B 组数据的均值；

S^2 是 A 和 B 两组数据共同方差的估计值：

$$S^2 = \frac{\sum (x - m_A)^2 + \sum (x - m_B)^2}{n_A + n_B - 2}$$

▲ 赞同 24 ▼

● 5 条评论

➤ 分享



n_A : A 组数据的样本量;

知乎



首发于
R语言中文社区

n_B : B 组数据的样本量。

• 异方差 (separate variance) t-test

$$t = \frac{m_A - m_B}{\sqrt{\frac{S_A^2}{n_A} + \frac{S_B^2}{n_B}}}$$

S_A^2 : A 组数据的方差;

S_B^2 : B 组数据的方差。

方差的计算方法如下:

$$S^2 = \frac{\sum (x - m)^2}{n - 1}$$

R 中的独立样本 t-test (同方差)

假如我们使用两台机器生产零件, 要比较两台机器生产的零件直径的平均值有没有差异, 用 R 随机生成符合正态分布的两组数据 A, B, 分别表示 A 机器, B 机器。

```
set.seed(233)
sample_A <- rnorm(30, mean = 10, sd = 0.05 )
head(sample_A)
[1] 10.044807 10.036622 9.984592 9.952429 9.982188 10.065807
```

```
set.seed(333)
sample_B <- rnorm(30, mean = 10.01, sd = 0.05)
head(sample_B)
[1] 10.005859 10.106734 9.907436 10.023887 9.933702 9.996542
```

我们在这里只进行双尾检验, 单尾检验可参考单样本 T 检验, 假设如下:

原假设 (H_0): 两台机器生产的零件直径相同

备则假设 (H_1): 两台机器生产的零件直径不同

$H_0 : m_A = m_B$; $H_1 : m_A \neq m_B$ (同方差)

▲ 赞同 24 ▼

● 5 条评论

➤ 分享



自由度 $df = n_A + n_B - 2 = 58$, 因为 $p\text{-value} > 0.05$, 所以不能拒绝原假设, 两台机器生产件直径相同。

R 中的独立样本 t-test (异方差)

我们随机产生服从正态分布的方差不同的两组数据:

```
set.seed(233)
sample_A <- rnorm(30, mean = 10, sd = 0.05 )
head(sample_A)
[1] 10.044807 10.036622  9.984592  9.952429  9.982188 10.065807

set.seed(333)
sample_B <- rnorm(30, mean = 10.01, sd = 1)
head(sample_B)
[1]  9.927188 11.944681  7.958710 10.287739  8.484039  9.740836
```

$H_0 : m_A = m_B$; $H_1 : m_A \neq m_B$ (异方差)

```
t.test(sample_A, sample_B, var.equal = F)
```

异方差独立样本 t-test 的自由度是一个估计值。



p-value > 0.05, 不能拒绝原假设, 两台机器生成的零件直径均值相同。

配对样本 T 检验 (paired t-test)

如果对相同的人或事, 有两个测量值 (before/after) 选择配对 T 检验。

要比较配对样本的均值, 首先要计算出所有配对的差值 d , 下面两个公式是等价的。

$$t = \frac{m}{s/\sqrt{n}};$$

$$t = \frac{\sum d}{\sqrt{\frac{n(\sum d^2) - (\sum d)^2}{n-1}}}$$

m : d 的平均值;

s : d 的标准差;

n : d 的数量。

自由度 $df = n_d - 1$

首先, 在 Excel 中举一个例子, 看配对 T 检验是怎么算的:

比较一个学习小组中的10名同学的语文成绩的均值和数学成绩的均值是否不同:

在 R 中进行配对 t-test:

```
Math <- c(80, 90, 85, 75, 87, 78, 84, 88)
```

```
Chinese <- c(70, 80, 70, 85, 70, 88, 70, 80)
```

```
t.test(A, B, paired = T)
```

```
# 一般配对样本的方差都是不同的，但如果模拟数据，方差相等则 var.equal = T, R 默认的是 var
```

<

可以看出，我们得到的结果是相同的，t-value 都等于 1.775，p-value > 0.05，接受原假设，为数学成绩和语文成绩的均值相同。

t-test 首先要服从正态分布，如果不服从正态分布，可以使用非参数检验，同时对于独立样本要检验方差是否相同，对于配对样本，方差一般是不同的，这就涉及到了从如何检验服从正态和方差同质性了。

知乎



首发于
R语言中文社区

参考文章:

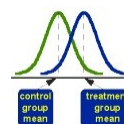
t test formula - Easy Guides - Wiki - STHDA

www.sthda.com



Social Research Methods - Knowledge Base - The T-Test

www.socialresearchmethods.net



赞同 24



	97.5%	99%	99.5%	99.95%	1
05	0.025	0.01	0.005	0.0005	0.0001
10	0.05	0.02	0.01	0.001	0.0001
11.81	12.7062	11.8275	11.0507	10.4915	10.2571
1200	4.3527	4.3668	4.3745	4.3812	4.3871

5 条评论

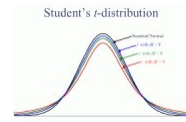
分享



104	0.1824	0.4807	5.8809	12.9240
110	2.2754	3.7609	4.6941	8.6101
1150	2.5795	3.3609	4.6321	6.8688
132	2.4469	3.1427	3.7074	5.9588

T Test (Student's T-Test): Definition and Examples

www.statisticshowto.com



<https://researchbasics.education.uconn.edu/t-test>

researchbasics.education.uconn.edu

<https://math.tutorvista.com/statistics/paired-t-test.html>

math.tutorvista.com

编辑于 2018-06-23

数据统计 R (编程语言) 生物统计学

文章被以下专栏收录



R语言中文社区

R语言全球资讯、实战案例、视频直播分享，欢迎投稿分享

进入专

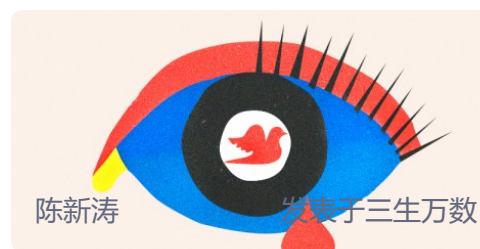
推荐阅读

赞同 24

5 条评论

分享





5 条评论

⇌ 切换为时间

评论由作者筛选后显示



严锋

4 个月前

就最后总结那张图有点用

👍 赞



guo233 (作者) 回复 严锋

4 个月前

图只是为了方便记忆，理解计算过程还是很重要的

👍 赞



严锋 回复 guo233 (作者)

4 个月前

我是觉得前面讲的略有点啰嗦了，当然看对于什么读者了 = =

👍 1



知乎用户

4 个月前

谢谢了

👍 1



guo233 (作者) 回复 知乎用户

4 个月前

不客气不客气

▲ 赞同 24 ▼

💬 5 条评论

➦ 分享

📌 4 个月前



赞

知乎



首发于

R语言中文社区

▲ 赞同 24 ▼

● 5 条评论

🔗 分享



1