Ejercicio 10)

Números complejos:

<C, + , * >　　　Álgebra abstracta

<(R,R) , +’ , *’ >　Álgebra concreta

Función de abstracción:

[| |] :: C -> A
[|(n,m) |] = n + m*i donde i es la unidad imaginaria

Demostremos que es surjetiva:

∀ n ϵ C : ∃ m,p ϵ R : n = (m,p)
≡ {Por def de [| |]}
∀ n ϵ C : ∃ m,p ϵ R : n = m + p*i
≡ {Def de C}
∀ n ϵ C : ∃ m,p ϵ R : True
≡ {Término constante}
True

Definimos y demostremos sus operaciones:

+’ :: (R,R) (R,R) -> (R,R)
+’ (n,m) (p,q) -> (n+p,m+q)

Debemos demostrar que: [|(n,m) +’ (p,q) |] = [|(n,m)|] + [|(p.q)|]

D//

[|(n,m) +’ (p,q)|]
≡ {Por def de +’}
[|(n + p, m + q)|]
≡ {Por def de [| |] }
(n + p) + (m + q)*i
≡ {Aritmetica}
(n + p) + m*i + q*i

≡ {Asociatividad}
(n + m*i) + (p + q*i)
≡ {Por def de [| |] }
[|(n,m)|] + [|(p.q)|]