

Práctico 1.

Probabilidad.

Ejercicio 1

De seis chips de computadora, dos son defectuosos. Si se eligen al azar dos chips para la prueba (sin reemplazo), calcule la probabilidad de que ambos sean defectuosos. Listar todos los resultados del espacio muestral.

Ejercicio 2

Un nuevo virus informático puede ingresar al sistema por correo electrónico o por Internet. Hay un 30 % de posibilidades de recibir este virus por correo electrónico y un 40 % a través de Internet. Además, el virus ingresa al sistema simultáneamente a través del correo electrónico e Internet con probabilidad 0.15 . ¿Cuál es la probabilidad de que el virus no ingrese al sistema en absoluto?

Ejercicio 3

Juan, Giulia y Diego se turnan para tirar una moneda (en el orden Juan, Diego, Giulia, Juan, Diego, Giulia, etc). El juego finaliza al salir la primera cara. Si representamos con 1 el evento *que salga cara* y con 0 lo contrario, describir el espacio muestral, Ω , como sucesiones de ceros y unos.

Definir en términos de los elementos de Ω los siguientes eventos: A : “que Giulia gane”, B : “que Juan gane” y $C = (A \cup B)^c$.

Ejercicio 4 *Desigualdad de Bonferroni*

Sea $(\Omega, \mathcal{F}, \mathcal{P})$ un espacio de probabilidad. Probar que si $A_1, \dots, A_n \in \mathcal{F}$ entonces

$$P(A_1 \cup \dots \cup A_n) \leq \sum_{i=1}^n P(A_i).$$

Ejercicio 5

Hay una probabilidad del 1 % para un disco duro se bloquee. Por lo tanto, tiene dos copias de seguridad, cada una con un 2 % de probabilidad de bloquearse, y las tres los componentes son independientes entre sí. La información almacenada se pierde solo en una desafortunada situación cuando los tres dispositivos se bloquean. ¿Cuál es la probabilidad de que la información esté guardada?

Ejercicio 6

Se elige una de todas las posibles nuevas patentes automovilísticas que se pueden construir en Argentina:

- a) describir el espacio muestral Ω
- b) calcular la probabilidad que una de ellas seleccionada al azar:
 - i) no contenga dígrafos con letras iguales
 - ii) que todos los símbolos sean diferentes.
 - iii) que al menos uno de los números sea mayor a cinco y ninguna letra se repita.

Ejercicio 7

Supongamos que después de 10 años de servicio, el 40 % de las computadoras tienen problemas con las placas base (MB), el 30 % tiene problemas con los discos duros (HD) y el 15 % tiene problemas con ambos MB y HD. ¿Cuál es la probabilidad de que una computadora de 10 años todavía tenga MB y HD en pleno funcionamiento?

Ejercicio 8

Supongamos que de un mazo de naipes de estilo español, bien barajado, se extraen al azar y sin reposición 7 cartas. ¿Cuál es la probabilidad de que:

- a) haya 5 espadas y 2 bastos?
- b) haya 3 espadas, 2 bastos y 2 oros?
- c) haya exactamente 5 espadas?

Ejercicio 9

Si contamos con las letras “a, b, a, c, l, o, l” y consideremos el espacio muestral compuesto por todas las palabras diferentes de 7 letras que puede formar con las dadas. Si cada una de esas palabras tiene las mismas chances de ser elegidas, ¿cuál es la probabilidad de que, al seleccionar al azar una palabra, resulte la palabra “caballo”?

Ejercicio 10

Consideremos el evento “ E_k : al menos dos estudiantes en una clase con k estudiantes cumplan años el mismo día” con $2 \leq k < 365$ (asumimos que todos nacieron en años no bisieptos)

- a) Mostrar que la probabilidad del evento E_k es

$$1 - \frac{365 \cdot 364 \cdots (365 - k + 1)}{365^k}.$$

- b) En R escribir un script que permita, dado $k_{\max} > 2$, computar la secuencia de valores de probabilidad $P(E_2), \dots, P(E_{k_{\max}})$. Sugerencia: utilizar la función “prod()”.

c) Dado $k_{\max} = 50$ dibujar la curva de $P(E_k)$ versus k para $k = 3, 2, \dots, k_{\max}$.

Ejercicio 11

Sean $A_1, A_2, \dots, B_1, B_2, \dots$ eventos de un espacio de probabilidad tales que

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P(A_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} P(B_n) = 1.$$

Probar que $\lim_{n \rightarrow \infty} P(A_n \cap B_n) = 1$.

Ejercicio 12

Una mano de póquer consiste de 5 cartas (el mazo tiene 52, clasificadas en cuatro grupos de 13 cartas: pique, corazón, trébol y diamante). Si las cartas tienen valores consecutivos y no todas son del mismo palo decimos que la mano es una escalera (por ejemplo, una mano consistente de: el 5, 6, 7 y 8 de diamantes y el 9 de corazón es una escalera). ¿Cuál es la probabilidad de que en una mano resulte una escalera?

Ejercicio 13

Sean A y B sucesos tales que $P(A) = 1/2$, $P(B) = 1/3$ y $P(A \cap B) = 1/4$. Calcular $P(A^c|B^c)$.

Ejercicio 14 Teorema de Bayes

Sea B_1, \dots, B_n una partición de Ω con $B_i \in \mathcal{F}$ y $P(B_i) > 0$, $\forall i = 1, \dots, n$. Probar que, si A es un evento con probabilidad positiva, entonces

$$P(B_j|A) = \frac{P(A|B_j)P(B_j)}{\sum_{i=1}^n P(A|B_i)P(B_i)}.$$

Ejercicio 15

Un fabricante de computadoras recibe partes de tres proveedores, $S1$, $S2$ y $S3$. El cincuenta por ciento viene desde $S1$, veinte por ciento desde $S2$ y treinta por ciento desde $S3$. Entre todas las piezas suministradas por $S1$, 5 % son defectuosas. Para $S2$ y $S3$, la porción de piezas defectuosas es 3 % y 6 % respectivamente.

- ¿Qué porcentaje de todas las partes es defectuosa?
- Un cliente se queja de que cierta parte de su computadora comprada recientemente es defectuosa. ¿Cuál es la probabilidad de que haya sido suministrada por $S1$?

Ejercicio 16

En R el siguiente script simula el resultado de $L = 20$ lanzamientos de una moneda equilibrada y calcula la frecuencia relativa de “cara” y “cruz”.

```
L <- 20
lanzamientos<-sample(c("cara", "cruz"), L, replace = TRUE)
table(lanzamientos)/L
```

Estudiar el comportamiento de la frecuencia relativa cuando L crece.

Ejercicio 17

Evelyn y Matías apuestan caramelos en el siguiente juego. Se tira una moneda, Evelyn le gana un caramelo a Matías si sale cara, de lo contrario gana un caramelo Matías. ¿qué describe el siguiente script? ¿qué significa un valor negativo de

```
Ntot<- 100
x<- sample ( c ( 1 , - 1 ) , Ntot, replace = T)
suma<- vector()
suma[1] <- x[1]
for (i in 2 : Ntot) {suma[i] <- suma[i-1] + x[i] }
tiradas <- 1:Ntot
plot(tiradas, suma, type = "o", xlab = "Nro de tiradas", ylab = "Resultados")
abline( 0 , 0 )
```