

2018/6/62 이견영

[1] 총 노드의 개수가 n 개 이므로, 모든 노드를
1차원 배열에 저장했다고 했을 때, 모든 노드를 순회하는 데
걸리는 시간복잡도는 배열의 모든 원소를 순차적으로 접근하면
 $O(n) \dots \textcircled{A}$

이다. 이제 각 노드의 처리 비용이 해당 노드의 레벨
(i 라고 하자) 이고, 각 레벨에는 2^{i-1} 개의 노드가
있으므로 한 레벨의 모든 노드를 처리하는 데 드는 비용은
 $f(i) = i \cdot 2^{i-1}$

이다. 이를 모든 레벨 ($1 \sim K$)에 대해 나타내면
$$\sum_{i=1}^K i \cdot 2^{i-1} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^K i \cdot 2^i = \frac{1}{2} \cdot 2 (2^K \cdot K - 2^K + 1)$$

$$= 2^K \cdot K - 2^K + 1.$$

이고, $n = 2^K - 1$ 이므로 $2^K = n + 1$,

$\log_2(n+1) = K$ 임을 적용하여 n 에 대해 나타내면

$$\begin{aligned} & (n+1) \cdot \log_2(n+1) - (n+1) + 1 \\ &= (n+1) \cdot \log_2(n+1) - n = O(n \log n - n) = O(n \log n) \dots \textcircled{B} \end{aligned}$$

이다. 따라서 모든 과정의 시간복잡도는

$$\begin{aligned} \textcircled{A} + \textcircled{B} &= O(n) + O(n \log n) \\ &= O(n \log n) \end{aligned}$$

이다.

[2]. 1번 문제와 비슷하게 n 개의 노드를 모두 순회하는 데
드는 비용은

$$O(n) \dots \textcircled{C}$$

이다. 각 노드의 처리 비용이 $(K-i)$ 로 바뀌었으므로
한 레벨의 모든 노드를 처리하는 데 드는 비용은

$$f(i) = (K-i) \cdot 2^{i-1}$$

이다. 이를 모든 레벨에 대해 나타내면.

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^K (K-i) \cdot 2^{i-1} &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^K (K-i) \cdot 2^i \\ &= \frac{1}{2} \cdot 2 (-K + 2^K - 1) \\ &= 2^K - K - 1. \end{aligned}$$

이고, 1번과 마찬가지로 $n = 2^K - 1$, $2^K = n + 1$.

$K = \log_2(n+1)$ 을 적용하여 n 에 대해 풀어쓰면

$$\begin{aligned} (n+1) - \log_2(n+1) - 1 &= O(n - n \log n) \\ &= O(n) \dots \textcircled{D} \end{aligned}$$

따라서 총 시간복잡도는

$$\textcircled{C} + \textcircled{D} = O(n) + O(n) = O(n).$$

이다.