

Problema del puente de Ambite

LUCÍA ROLDÁN RODRÍGUEZ

March 2023

1 Código

```
1  """
2  Solution to the one-way tunnel
3  LUCÍA ROLDÁN RODRÍGUEZ.
4  VERSIÓN 3 DEFINITIVA. Cumple la seguridad y hay ausencia de
5  deadlock e inanición.
6  El hecho de que los peatones tarden más en cruzar formará
7  filas más largas de coches
8  esperando, pero todos eventualmente cruzarán. La demostración
9  formal de las tres condiciones,
10 así como la especificación del invariante se encuentra en el
11 archivo de LATEX del repositorio.
12 """
13
14 import time
15 import random
16 from multiprocessing import Lock, Condition, Process
17 from multiprocessing import Value
18
19 #directions
20 SOUTH = 1
21 NORTH = 0
22
23 NCARS = 100
24 NPED = 10
25 TIME_CARS_NORTH = 0.5 # a new car enters each 0.5s
26 TIME_CARS_SOUTH = 0.5 # a new car enters each 0.5s
27 TIME_PED = 5 # a new pedestrian enters each 5s
28 TIME_IN_BRIDGE_CARS = (1, 0.5) # normal 1s, 0.5s
29 TIME_IN_BRIDGE_PEDESTRIAN = (30, 10) # normal 1s, 0.5s
```

```

26 class Monitor():
27     def __init__(self):
28         self.mutex = Lock()
29
30         self.cn = Value('i', 0) # Número de coches en sentido
31         norte dentro del puente.
32         self.cs = Value('i', 0) # Número de coches en sentido
33         sur dentro del puente.
34         self.ped = Value('i', 0) # Número de peatones dentro
35         del puente.
36
37         self.cn_waiting = Value('i',0) # Número de coches en
38         sentido norte esperando a entrar.
39         self.cs_waiting = Value('i',0) # Número de coches en
40         sentido sur esperando a entrar.
41         self.ped_waiting = Value('i',0) # Número de peatones
42         esperando a entrar.
43
44         self.turn = Value('i',0) #Turnos de paso.
45         # Turno = 0 marca preferencia de paso a los coches en
46         sentido norte.
47         # Turno = 1 marca preferencia de paso a los coches en
48         sentido sur.
49         # Turno = 2 marca preferencia de paso a los peatones.
50
51         self.nocars = Condition(self.mutex) # Condición que
52         regula el paso de peatones.
53         self.nocn_noped = Condition(self.mutex) # Condición
54         que regula el paso de coches en sentido sur.
55         self.nocs_noped = Condition(self.mutex) # Condición
56         que regula el paso de coches en sentido norte.
57
58     def carnoth_mayenter(self):
59         return (self.cs.value == 0) and (self.ped.value == 0)
60         and\
61             (self.turn.value == 0 or (self.cs_waiting.
62 value == 0 and self.ped_waiting.value == 0))
63     def carsouth_mayenter(self):
64         return (self.cn.value == 0) and (self.ped.value == 0)
65         and\
66             (self.turn.value == 1 or (self.cn_waiting.
67 value == 0 and self.ped_waiting.value == 0))
68     def pedestrian_mayenter(self):
69         return (self.cs.value == 0) and (self.cn.value == 0)
70         and\

```

```

55         (self.turn.value == 2 or (self.cn_waiting.
value == 0 and self.cs_waiting.value == 0))
56
57     def wants_enter_car(self, direction: int) -> None:
58         self.mutex.acquire()
59
60         if direction == 0:
61             self.cn_waiting.value += 1
62             self.nocs_noped.wait_for(self.carnoth_mayenter)
63             self.cn_waiting.value -= 1
64             self.cn.value += 1
65
66         else:
67             self.cs_waiting.value += 1
68             self.nocn_noped.wait_for(self.carsouth_mayenter)
69             self.cs_waiting.value -= 1
70             self.cs.value += 1
71
72         self.mutex.release()
73
74     def leaves_car(self, direction: int) -> None:
75
76         self.mutex.acquire()
77
78         if direction == 0:
79             self.cn.value -= 1
80             if self.cs_waiting.value > 0:
81                 self.turn.value = 1
82                 if self.cn.value == 0 :
83                     self.nocn_noped.notify_all()
84             else:
85                 if self.ped_waiting.value > 0:
86                     self.turn.value = 2
87                     if self.cn.value == 0 :
88                         self.nocars.notify_all()
89                 else:
90                     self.turn.value = 0
91
92         else:
93             self.cs.value -= 1
94             if self.ped_waiting.value > 0:
95                 self.turn.value = 2
96                 if self.cs.value == 0 :
97                     self.nocars.notify_all()
98

```

```

99         else:
100             if self.cn_waiting.value >0:
101                 self.turn.value = 0
102                 if self.cs.value == 0 :
103                     self.nocs_noped.notify_all()
104             else:
105                 self.turn.value = 1
106         self.mutex.release()
107
108     def wants_enter_pedestrian(self) -> None:
109         self.mutex.acquire()
110         self.ped_waiting.value += 1
111         self.nocars.wait_for(self.pedestrian_mayenter)
112         self.ped_waiting.value -= 1
113         self.ped.value += 1
114         self.mutex.release()
115
116     def leaves_pedestrian(self) -> None:
117         self.mutex.acquire()
118         self.ped.value -= 1
119         if self.cn_waiting.value >0:
120             self.turn.value = 0
121             if self.ped.value == 0:
122                 self.nocs_noped.notify_all()
123         else:
124             if self.cs_waiting.value >0:
125                 self.turn.value = 1
126                 if self.ped.value == 0:
127                     self.nocn_noped.notify_all()
128             else:
129                 self.turn.value = 2
130         self.mutex.release()
131
132     def __repr__(self) -> str:
133         return f"M : <cnor:{self.cn.value}, csur:{self.cs.value}, pedestrian:{self.ped.value}, cnor_waiting:{self.cn_waiting.value}, csur_waiting:{self.cs_waiting.value}, pedestrian_waiting:{self.ped_waiting.value}, turn:{self.turn.value}>"
134
135     def delay_car_north() -> None:
136         a = random.normalvariate(1,0.5)
137         time.sleep(max(a,.0))
138
139     def delay_car_south() -> None:

```

```

140     a = random.normalvariate(1,0.5)
141     time.sleep(max(a,.0))
142
143 def delay_pedestrian() -> None:
144     time.sleep(random.normalvariate(30,10))
145
146 def car(cid: int, direction: int, monitor: Monitor) -> None:
147     print(f"car {cid} heading {direction} wants to enter. {
monitor}")
148     monitor.wants_enter_car(direction)
149     print(f"car {cid} heading {direction} enters the bridge.
{monitor}")
150     if direction==NORTH :
151         delay_car_north()
152     else:
153         delay_car_south()
154     print(f"car {cid} heading {direction} leaving the bridge.
{monitor}")
155     monitor.leaves_car(direction)
156     print(f"car {cid} heading {direction} out of the bridge.
{monitor}")
157
158 def pedestrian(pid: int, monitor: Monitor) -> None:
159     print(f"pedestrian {pid} wants to enter. {monitor}")
160     monitor.wants_enter_pedestrian()
161     print(f"pedestrian {pid} enters the bridge. {monitor}")
162     delay_pedestrian()
163     print(f"pedestrian {pid} leaving the bridge. {monitor}")
164     monitor.leaves_pedestrian()
165     print(f"pedestrian {pid} out of the bridge. {monitor}")
166
167
168
169 def gen_pedestrian(monitor: Monitor) -> None:
170     pid = 0
171     plst = []
172     for _ in range(NPED):
173         pid += 1
174         p = Process(target=pedestrian, args=(pid, monitor))
175         p.start()
176         plst.append(p)
177         time.sleep(random.expovariate(1/TIME_PED))
178
179     for p in plst:
180         p.join()

```

```

181
182 def gen_cars(direction: int, time_cars, monitor: Monitor) ->
    None:
183     cid = 0
184     plst = []
185     for _ in range(NCARS):
186         cid += 1
187         p = Process(target=car, args=(cid, direction, monitor
    ))
188         p.start()
189         plst.append(p)
190         time.sleep(random.expovariate(1/time_cars))
191
192     for p in plst:
193         p.join()
194
195 def main():
196     monitor = Monitor()
197     gcars_north = Process(target=gen_cars, args=(NORTH,
    TIME_CARS_NORTH, monitor))
198     gcars_south = Process(target=gen_cars, args=(SOUTH,
    TIME_CARS_SOUTH, monitor))
199     gped = Process(target=gen_pedestrian, args=(monitor,))
200     gcars_north.start()
201     gcars_south.start()
202     gped.start()
203     gcars_north.join()
204     gcars_south.join()
205     gped.join()
206
207
208 if __name__ == '__main__':
209     main()

```

2 Invariante del Monitor

1. $cn \geq 0, cs \geq 0, ped \geq 0, cn_waiting \geq 0, cs_waiting \geq 0, ped_waiting \geq 0, 0 \leq turno \leq 2$
2. $cn > 0 \Rightarrow cs = 0$ and $ped = 0$
3. $cs > 0 \Rightarrow cn = 0$ and $ped = 0$
4. $ped > 0 \Rightarrow cn = 0$ and $cs = 0$

5. $turno = 0$ and $cn = 0$ and $cs = 0$ and $ped = 0 \Rightarrow cn_waiting > 0$ or $(cs_waiting = 0$ and $ped_waiting = 0)$
6. $turno = 1$ and $cn = 0$ and $cs = 0$ and $ped = 0 \Rightarrow cs_waiting > 0$ or $(cn_waiting = 0$ and $ped_waiting = 0)$
7. $turno = 2$ and $cn = 0$ and $cs = 0$ and $ped = 0 \Rightarrow ped_waiting > 0$ or $(cn_waiting = 0$ and $cs_waiting = 0)$

3 Demostración del Invariante

Veamos que las condiciones anteriores son invariantes del monitor.

Al inicializar el mointor $cn = 0$, $cs = 0$, $ped = 0$, $cn_waiting = 0$, $cd_waiting = 0$, $ped_waiting = 0$ y $turno = 0 \Rightarrow$ se cumplen las 7 condiciones del invariante. Las variables se encuentran en los rangos marcados por 1, por otro lado, 2,3 y 4 se cumplen trivialmente puesto que no se cumplen los condicionales y 5,6 y 7 se cumple puesto que $cn_waiting = 0$, $cd_waiting = 0$, $ped_waiting = 0$.

Ahora debemos comprobar, suponiendo cierto que cuando una función del monitor se empieza a ejecutar se cumple el invariante, que se sigue cumpliendo cuando la función acaba o cuando se encuentra bloqueada puesto que abandonará el monitor dando paso a que otro proceso ejecute otra función del mismo. Además se debe verificar que se cumple el invariante antes de llamar a algún notify. Recorramos todas las funciones comprobándolo:

- $wants_enter_car(0)$ cumple al salir INV y $cn > 0$. Como la condición para salir del wait $cs == 0$ and $ped == 0$, la única condición del invariante que se podría violar que es la 2, nos aseguramos que se cumpla.

Por otra parte veamos cuándo se puede bloquear la función en el wait y que se cumple el invariante en el caso de bloquearse. Al entrar en el wait $cn_waiting > 0$ por lo que las únicas condiciones que podría no estar cumpliendo el invariante son la 5,6 y 7.

- Si se bloquea porque $cs > 0$ o $ped > 0$ no estaría incumpliendo ninguna de ellas.

- Si $cs = 0$ y $ped = 0$:
 - * si $turno = 1$ y $cs_waiting > 0$ se cumplen las condiciones
 - * si $turno = 1$ y $cs_waiting = 0$ no se bloquea el wait puesto que al entrar en la función el invariante asegura $ped_waiting = 0$ y esa variable no ha sido modificada.
 - * si $turno = 2$ y $ped_waiting > 0$ se cumplen las condiciones
 - * si $turno = 2$ y $ped_waiting = 0$ no se bloquea el wait puesto que al entrar en la función el invariante asegura $cs_waiting = 0$ y esa variable no ha sido modificada.
 - * si $turno = 0$ no se bloquea el wait.
- $leaves_car(0)$ siempre se ejecuta justo a continuación de $wants_enter_car(0)$ por tanto al empezarse a ejecutar cumple INV y $cn > 0$. Con ello nos aseguramos que al reducir en uno cn , este siga estando dentro del rango de la primera condición del invariante. Por otra parte podría darse $cn = 0$, $cs = 0$ y $ped = 0$ al salir de esta función por tanto veamos que ocurre con las condiciones 5,6,y 7 del invariante. La función comprueba primeramente si $cs_waiting > 0$ de serlo asigna $turno = 1$ con lo que cumpliría las condiciones. De darse el caso $cs_waiting = 0$ se comprueba si $ped_waiting > 0$ en cuyo caso se actualiza el $turno = 2$ con lo que cumpliría las condiciones. Finalmente si $cs_waiting = 0$ y $ped_waiting = 0$ se actualiza $turno = 0$ con lo que se cumplen las condiciones. Podemos asegurar de esta forma que se cumple el invariante al salir de $leaves_car(0)$ y por tanto también antes de ejecutar cualquier notify dentro de esta función pues es la última orden que se ejecuta.
- $wants_enter_car(1)$ cumple al salir INV y $cs > 0$. Como la condición para salir del wait $cn == 0$ and $ped == 0$, la única condición del invariante que se podría violar, que es la 3, nos aseguramos que se cumpla.
 Por otra parte veamos cuándo se puede bloquear la función en el wait y que se cumple el invariante en el caso de bloquearse. Al entrar en el wait $cs_waiting > 0$ por lo que las únicas condiciones que podría no estar cumpliendo el invariante son la 5,6 y 7.
 - Si se bloquea porque $cs > 0$ o $ped > 0$ no estaría incumpliendo ninguna de ellas.
 - Si $cn = 0$ y $ped = 0$:

- * si $\text{turno} = 0$ y $\text{cn_waiting} > 0$ se cumplen las condiciones.
 - * si $\text{turno} = 0$ y $\text{cn_waiting} = 0$ no se bloquea el wait puesto que al entrar en la función, el invariante asegura $\text{ped_waiting} = 0$ y esa variable no ha sido modificada.
 - * si $\text{turno} = 2$ y $\text{ped_waiting} > 0$ se cumplen las condiciones.
 - * si $\text{turno} = 2$ y $\text{ped_waiting} = 0$ no se bloquea el wait puesto que al entrar en la función el invariante asegura $\text{cn_waiting} = 0$ y esa variable no ha sido modificada.
 - * si $\text{turno} = 1$ no se bloquea el wait.
- $\text{leaves_car}(1)$ siempre se ejecuta justo a continuación de $\text{wants_enter_car}(1)$ por tanto al empezarse a ejecutar cumple INV y $\text{cs} > 0$. Con ello nos aseguramos que al reducir en uno cs , este siga estando dentro del rango de la primera condición del invariante. Por otra parte podría darse $\text{cn} = 0$, $\text{cs} = 0$ y $\text{ped} = 0$ al salir de esta función por tanto veamos que ocurre con las condiciones 5,6,y 7 del invariante. La función comprueba primeramente si $\text{ped_waiting} > 0$ de serlo asigna $\text{turno} = 2$ con lo que cumpliría las condiciones. De darse el caso $\text{ped_waiting} = 0$ se comprueba si $\text{cn_waiting} > 0$ en cuyo caso se actualiza el $\text{turno} = 0$ con lo que cumpliría las condiciones. Finalmente si $\text{cn_waiting} = 0$ y $\text{ped_waiting} = 0$ se actualiza $\text{turno} = 1$ con lo que se cumplen las condiciones. Podemos asegurar de esta forma que se cumple el invariante al salir de $\text{leaves_car}(1)$ y por tanto también antes de ejecutar cualquier notify dentro de esta función pues es la última orden que se ejecuta.
 - $\text{wants_enter_pedestrian}()$ cumple al salir INV y $\text{ped} > 0$. Como la condición para salir del wait $\text{cs} == 0$ and $\text{cn} == 0$, la única condición del invariante que se podría violar, que es la 2, nos aseguramos que se cumpla.
 Por otra parte veamos cuándo se puede bloquear la función en el wait y que se cumple el invariante en el caso de bloquearse. Al entrar en el wait $\text{ped_waiting} > 0$ por lo que las únicas condiciones que podría no estar cumpliendo el invariante son la 5,6 y 7.
 - Si se bloquea porque $\text{cs} > 0$ o $\text{cn} > 0$ no estaría incumpliendo ninguna de ellas.
 - Si $\text{cs} = 0$ y $\text{cn} = 0$:
 - * si $\text{turno} = 1$ y $\text{cs_waiting} > 0$ se cumplen las condiciones

- * si $\text{turno} = 1$ y $\text{cs_waiting} = 0$ no se bloquea el wait puesto que al entrar en la función el invariante asegura $\text{cn_waiting} = 0$ y esa variable no ha sido modificada.
 - * si $\text{turno} = 0$ y $\text{cn_waiting} > 0$ se cumplen las condiciones
 - * si $\text{turno} = 0$ y $\text{cn_waiting} = 0$ no se bloquea el wait puesto que al entrar en la función el invariante asegura $\text{cs_waiting} = 0$ y esa variable no ha sido modificada.
 - * si $\text{turno} = 2$ no se bloquea el wait.
- `leaves_pedestrian()` siempre se ejecuta justo a continuación de `wants_enter_pedestrian()` por tanto al empezarse a ejecutar cumple INV y $\text{ped} > 0$. Con ello nos aseguramos que al reducir en uno ped , este siga estando dentro del rango de la primera condición del invariante. Por otra parte podría darse $\text{cn} = 0$, $\text{cs} = 0$ y $\text{ped} = 0$ al salir de esta función por tanto veamos que ocurre con las condiciones 5,6,y 7 del invariante. La función comprueba primeramente si $\text{cn_waiting} > 0$ de serlo asigna $\text{turno} = 0$ con lo que cumpliría las condiciones. De darse el caso $\text{cn_waiting} = 0$ se comprueba si $\text{cs_waiting} > 0$ en cuyo caso se actualiza el $\text{turno} = 1$ con lo que cumpliría las condiciones. Finalmente si $\text{cn_waiting} = 0$ y $\text{cs_waiting} = 0$ se actualiza $\text{turno} = 2$ con lo que se cumplen las condiciones. Podemos asegurar de esta forma que se cumple el invariante al salir de `leaves_pedestrian` y por tanto también antes de ejecutar cualquier notify dentro de esta función pues es la última orden que se ejecuta.
 - `carnorth_mayenter()`, `carsouth_mayenter()`, `pedestrian_mayenter()` son funciones que no modifican las variables, ni tienen funciones wait ni signify por tanto se cumplirá el invariante.

4 Seguridad del Puente

Para demostrar la seguridad del puente comprobaremos que no pueden pasar peatones a la vez que coches y que no pueden pasar simultáneamente coches de sentidos opuestos:

- Si un coche quiere entrar en dirección norte antes de aumentar en uno el número de coches en sentido norte y darle paso a cruzar, la función `wants_enter_car(0)` comprueba entre otras cosas que $\text{cs} == 0$ y $\text{ped} ==$

$0 \Rightarrow$ Un coche en dirección norte sólo puede entrar si el puente está vacío o hay coches pasando en la misma dirección.

- Si un coche quiere entrar en dirección sur antes de aumentar en uno el número de coches en sentido sur y darle paso a cruzar, la función `wants_enter_car(1)` comprueba entre otras cosas que $cn == 0$ y $ped == 0 \Rightarrow$ Un coche en dirección sur sólo puede entrar si el puente está vacío o hay coches pasando en la misma dirección.
- Si un peatón quiere entrar en el puente, antes de aumentar en uno el número de peatones y darle paso a cruzar, la función `wants_enter_ped` comprueba entre otras cosas que $cn == 0$ y $cs == 0 \Rightarrow$ Un peatón sólo puede entrar si en el puente no hay coches, es decir, si el puente está vacío o hay otros peatones cruzando.

Concluyendo así que nunca hay coches y peatones a la vez en el puente, así como no hay simultáneamente coches de sentidos opuestos.

5 Ausencia de deadlocks

Veamos que no se pueden encontrar bloqueados a la vez los coches en sentido norte, los coches en sentido sur y los peatones

Supongamos que los peatones al ejecutar `wants_enter_pedestrian` se encuentran bloqueados en `nocars_waitfor(pedestrian_mayenter) \Rightarrow ped_waiting > 0` and $(cn > 0 \text{ or } cs > 0 \text{ or } (turno \neq 2 \text{ and } (cn_waiting > 0 \text{ or } cs_waiting > 0))$.

Analicemos los diferentes casos en los que se puede bloquear `nocars_waitfor(pedestrian_mayenter)`:

- $cn > 0$ or $cs > 0$ alguno de los sentidos se encuentra activo.
- $cn = 0$ and $cs = 0$ and $(turno \neq 2 \text{ and } (cn_waiting > 0 \text{ or } cs_waiting > 0))$:
 - $ped \neq 0 \Rightarrow$ se consumirán en un tiempo finito sin poder entrar más peatones puesto que se encontrarían bloqueados por hipótesis hasta que se actualiza $ped = 0$ derivándose en el siguiente caso:
 - $ped = 0$

- * $turno = 1 \Rightarrow cs_waiting > 0$ puesto que ($cs = 0$ y $cn = 0$ y $ped = 0$ y $ped_waiting > 0$) y por el invariante no puede bloquearse un proceso en este estado si $cs_waiting = 0$. Concluyendo que si $turno = 1$ y $cs_waiting > 0$ entonces la segunda rama de `wants_enter_car` no se encuentra bloqueada puesto que $ped = 0$, $cn = 0$, $turno = 1$ y $cs_waiting > 0$ dando paso a los coches en dirección sur.
- * $turno = 0 \Rightarrow cn_waiting > 0$ puesto que ($cs = 0$ y $cn = 0$ y $ped = 0$ y $ped_waiting > 0$) y por el invariante no puede bloquearse un proceso en este estado si $cn_waiting = 0$. Concluyendo que si $turno = 0$ y $cn_waiting > 0$ entonces la primera rama de `wants_enter_car` no se encuentra bloqueada puesto que $ped = 0$, $cn = 0$, $turno = 0$ y $cn_waiting > 0$ dando paso a los coches en dirección norte.

Supongamos que los coches en sentido norte al ejecutar `wants_enter_car(0)` se encuentran bloqueados en `nocs_noped_waitfor(carnorth_mayenter) \Rightarrow cn_waiting > 0` and $(ped > 0 \text{ or } cs > 0 \text{ or } (turno \neq 0 \text{ and } (cs_waiting > 0 \text{ or } ped_waiting > 0)))$. Analicemos los diferentes casos en los que se puede bloquear `nocs_noped_waitfor(carnorth_mayenter)`:

- $ped > 0$ or $cs > 0$ alguno de las dos opciones se encuentra activa.
- $ped = 0$ and $cs = 0$ and $(turno \neq 0 \text{ and } (ped_waiting > 0 \text{ or } cs_waiting > 0))$:
 - $cn \neq 0 \Rightarrow$ se consumirán en un tiempo finito sin poder entrar más coches en sentido norte puesto que se encontrarían bloqueados por hipótesis hasta que se actualiza $cn = 0$ derivándose en el siguiente caso:
 - $cn = 0$
 - * $turno = 1 \Rightarrow cs_waiting > 0$ puesto que ($cs = 0$, $cn = 0$, $ped = 0$ y $cn_waiting > 0$) y por el invariante no puede bloquearse un proceso en este estado si $cs_waiting = 0$. Concluyendo que si $turno = 1$ y $cs_waiting > 0$ entonces la segunda rama de `wants_enter_car` no se encuentra bloqueada puesto que $ped = 0$, $cn = 0$, $turno = 1$ y $cs_waiting > 0$ dando paso a los coches en dirección sur.

- * $turno = 2 \Rightarrow ped_waiting > 0$ puesto que ($cs = 0$ y $cn = 0$, $ped = 0$ y $cn_waiting > 0$) y por el invariante no puede bloquearse un proceso en este estado si $ped_waiting = 0$. Concluyendo que si $turno = 2$ y $ped_waiting > 0$ entonces de $wants_enter_ped$ no se encuentra bloqueada puesto que $ped = 0$, $cn = 0$, $turno = 2$ y $cn_waiting > 0$ dando paso a peatones.

Supongamos que los coche en sentido sur al ejecutar $wants_enter_car(1)$ se encuentran bloqueados en $nocs_noped_waitfor(carsouth_mayenter) \Rightarrow cs_waiting > 0$ and $(ped > 0$ or $cn > 0$ or $(turno \neq 1$ and $(cn_waiting > 0$ or $ped_waiting > 0)$). Analicemos los diferentes casos en los que se puede bloquear $nocs_noped_waitfor(carsouth_may_enter)$:

- $ped > 0$ or $cn > 0$ alguno de las dos opciones se encuentra activa.
- $ped = 0$ and $cn = 0$ and $(turno \neq 1$ and $(ped_waiting > 0$ or $cs_waiting > 0)$):
 - $cs \neq 0 \Rightarrow$ se consumirán en un tiempo finito sin poder entrar más coches en sentido norte puesto que se encontrarían bloqueados por hipótesis hasta que se actualiza $cs = 0$ derivándose en el siguiente caso:
 - $cs = 0$
 - * $turno = 0 \Rightarrow cn_waiting > 0$ puesto que ($cs = 0$ y $cn = 0$ y $ped = 0$ y $cs_waiting > 0$) y por el invariante no puede bloquearse un proceso en este estado si $cn_waiting = 0$. Concluyendo que si $turno = 0$ y $cn_waiting > 0$ entonces la primera rama de $wants_enter_car$ no se encuentra bloqueada puesto que $ped = 0$, $cs = 0$, $turno = 0$ y $cn_waiting > 0$ dando paso a los coches en dirección norte.
 - * $turno = 2 \Rightarrow ped_waiting > 0$ puesto que ($cs = 0$ y $cn = 0$ y $ped = 0$ y $cn_waiting > 0$) y por el invariante no puede bloquearse un proceso en este estado si $ped_waiting = 0$. Concluyendo que si $turno = 2$ y $ped_waiting > 0$ entonces de $wants_enter_ped$ no se encuentra bloqueada puesto que $ped = 0$, $cn = 0$, $turno = 2$ y $cn_waiting > 0$ dando paso a peatones.

6 Ausencia de inanición

- Ausencia de inanición en los peatones: Veamos que el peaton no se queda indefinidamente bloqueado en `nocars.wait_for`. Supongamos que un peaton se encuentra bloqueado veamos que eventualmente se llama a un `nocars.notify_all()` que será capaz de dar paso a un peaton esperando y por hipótesis de justicia dará paso a todos los peatones en algún momento.
 - si $ped > 0$ or $cn > 0$ or $cs > 0$ se terminarán de consumir los coches o peatones existentes fijando el turno correspondiente 0,1 o 2 y actualizando, tras el paso del último coche o peatón $ped = 0$ and $cn = 0$ and $cs = 0$ lo que llevará al siguiente subapartado.
 - si $ped = 0$ and $cn = 0$ and $cs = 0$
 - * si $turno = 2$, hay dos opciones o el proceso no se encontraba bloqueado o tras actualizar el turno a 2 y consumirse todos los coches que había en la carretera se ha hecho un `nocar_notify_all()`, en cualquier caso dará paso a algún peatón esperando (puesto que $cs = 0$, $cn = 0$ y $turno = 2$).
 - * si el $turno = 1 \Rightarrow cs_waiting > 0$ (puesto que $ped_waiting > 0$), hay dos opciones o el proceso no se encontraba bloqueado o tras actualizar el turno a 1 y consumirse todos los coches que había en la carretera se ha hecho un `nocn_noped_notify_all()`, en cualquier caso algunos de los coches que se encontraban esperando en sentido sur pasarán y tras ello actualizarán el turno a 2 y $cs = 0$ haciendo un `nocar_notify_all()` dando paso a algún peatón esperando (puesto que $cs = 0$, $cn = 0$ y $turno = 2$).
 - * si el $turno = 0 \Rightarrow cn_waiting > 0$ (puesto que $ped_waiting > 0$) algunos de los cuales pasarán y tras ello actualizarán $cn = 0$ y el turno a 1, en caso de existir coches esperando en sentido sur y haciendo un `nocs_noped_notify_all()`, se llevará a cabo el proceso del apartado anterior. En caso de no haber coches esperando en sentido sur, se actualizará el turno a 2 y haciendo un `nocar_notify_all()` dará paso a algún peatón esperando (puesto que $cn = 0$, $cs = 0$ y $turno = 2$).

Cabe destacar que en este apartado siempre que se da paso a coches en alguno de los dos sentidos no se quedan indefinidamente dentro de la carretera coches de un mismo sentido:

- si $cs > 0$ en cuanto pase el primero (que lo hará en un tiempo finito) el turno se actualizará a $\text{turno} = 2$ puesto que $\text{ped_waiting} > 0$, lo que evitará que más coches entren en sentido sur pues nocn_noped se encontrará bloqueado puesto que el turno no es 1 y $\text{ped_waiting} > 0$.
- si $cn > 0$ en cuanto pase el primero (que lo hará en un tiempo finito) el turno se actualizará a $\text{turno} = 1$, si hay coches en sentido sur esperando, lo que evitará que más coches entren en sentido norte pues nocs_noped se encontrará bloqueado puesto que el turno no es 0 y $\text{cs_waiting} > 0$. En caso de no existir coches en sentido sur esperando el turno se actualizará a $\text{turno} = 2$ puesto que $\text{ped_waiting} > 0$, lo que evitará que más coches entren en sentido norte pues nocs_noped se encontrará bloqueado puesto que el turno no es 0 y $\text{ped_waiting} > 0$.
- Ausencia de inanición en coches con sentido norte : Veamos que un coche en sentido norte no se queda indefinidamente bloqueado en $\text{nocs_noped.wait_for}$. Supongamos que un coche en sentido norte se encuentra bloqueado veamos que eventualmente se llama a un $\text{nocs_noped.notify_all}()$ que será capaz de dar paso a un coche esperando en sentido norte y por hipótesis de justicia dará paso a todos en algún momento.
 - si $\text{ped} > 0$ or $\text{cn} > 0$ or $\text{cs} > 0$ se terminarán de consumir los coches o peatones existentes fijando el turno correspondiente 0,1 o 2 y actualizando, tras el paso del último coche o peatón $\text{ped} = 0$ and $\text{cn} = 0$ and $\text{cs} = 0$ lo que llevará al siguiente subapartado.
 - si $\text{ped} = 0$ and $\text{cn} = 0$ and $\text{cs} = 0$
 - * si $\text{turno} = 0$, hay dos opciones o el proceso no se encontraba bloqueado o tras actualizar el turno a 0 y consumirse todos los coches o peatones que había en el puente se ejecuta un $\text{nocs_noped.notify_all}()$, en cualquier caso dará paso a algún coche esperando en sentido norte (puesto que $\text{cs} = 0$, $\text{ped} = 0$ y $\text{turno} = 0$).

- * si el $turno = 2 \Rightarrow ped_waiting > 0$ (puesto que $cn_waiting > 0$), hay dos opciones o el proceso no se encontraba bloqueado o tras actualizar el turno a 2 y consumirse todos los coches o peatones que había en el puente se ha hecho un `nocars_notify_all()`, en cualquier caso algunos de los peatones que se encontraban esperando pasarán y tras ello actualizarán el turno a 0 y $ped = 0$, se ejecuta un `nocn_noped_notify_all()` dando paso a algún coche esperando en sentido norte (puesto que $cs = 0$, $ped = 0$ y $turno = 0$).
- * si el $turno = 1 \Rightarrow cs_waiting > 0$ (puesto que $cn_waiting > 0$) algunos de los cuales pasarán y tras ello actualizarán $cs = 0$ y el turno a 2, en caso de existir peatones esperando y haciendo un `nocars_notify_all()` se llevará a cabo el proceso del apartado anterior. En caso de no haber peatones esperando se actualizará el turno a 0 y haciendo un `nocn_noped_notify_all()` dará paso a algún coche esperando en sentido norte (puesto que $ped = 0$, $cs = 0$ y $turno = 0$).

Cabe destacar que en este apartado siempre que se da paso a coches en sentido sur o peatones no se quedan indefinidamente dentro :

- si $ped > 0$ en cuanto pase el primero (que lo hará en un tiempo finito) el turno se actualizará a $turno = 0$ puesto que $cn_waiting > 0$, lo que evitará que más peatones entren `nocars.wait` se encontrará bloqueado puesto que el turno no es 2 y $cn_waiting > 0$.
 - si $cs > 0$ en cuanto pase el primero (que lo hará en un tiempo finito) el turno se actualizará a $turno = 2$, si hay peatones esperando, lo que evitará que más coches entren en sentido sur pues `nocn_noped.wait` no permitirá el paso puesto que el turno no es 1 y $ped_waiting > 0$. En caso de no existir peatones esperando el turno se actualizará a $turno = 0$ puesto que $cn_waiting > 0$, lo que evitará que más coches entren en sentido sur pues `nocn_noped.wait` no dejará paso puesto que el turno no es 1 y $cn_waiting > 0$.
- Ausencia de inanición en coches con sentido sur : Veamos que un coche en sentido sur no se queda indefinidamente bloqueado en `nocn_noped.wait_for`. Supongamos que un coche en sentido sur se encuentra bloqueado veamos que eventualmente se llama a un `nocn_noped_notify_all()` que será capaz de dar paso a un coche esperando en sentido sur y por hipótesis de

justicia dará paso a todos en algún momento.

- si $ped > 0$ or $cn > 0$ or $cs > 0$ se terminarán de consumir los coches o peatones existentes fijando el turno correspondiente 0,1 o 2 y actualizando, tras el paso del último coche o peatón $ped = 0$ and $cn = 0$ and $cs = 0$ lo que llevará al siguiente subapartado.
- si $ped = 0$ and $cn = 0$ and $cs = 0$
 - * si $turno = 1$, hay dos opciones o el proceso no se encontraba bloqueado o tras actualizar el turno a 1 y consumirse todos los coches o peatones que había en el puente se ejecuta un `nocn_noped_notify_all()`, en cualquier caso dará paso a algún coche esperando en sentido sur (puesto que $ped = 0$, $cn = 0$ y $turno = 1$).
 - * si el $turno = 0 \Rightarrow cn_waiting > 0$ (puesto que $cs_waiting > 0$), hay dos opciones o el proceso no se encontraba bloqueado o tras actualizar el turno a 0 y consumirse todos los coches o peatones que había en el puente se ha hecho un `nocs_noped_notify_all()`, en cualquier caso algunos de los coches que se encontraban esperando en sentido norte pasarán y tras ello actualizarán el turno a 1 y $cn = 0$, se ejecuta un `nocn_noped_notify_all()` dando paso a algún coche esperando en sentido sur (puesto que $cn = 0$, $ped = 0$ y $turno = 1$).
 - * si el $turno = 2 \Rightarrow ped_waiting > 0$ (puesto que $cs_waiting > 0$) algunos de los cuales pasarán y tras ello actualizarán $ped = 0$ y el turno a 0, en caso de existir coches esperando en sentido norte y haciendo un `nocs_noped_notify_all()` se llevará a cabo el proceso del apartado anterior. En caso de no haber coches esperando en sentido norte se actualizará el turno a 1 y haciendo un `nocn_noped_notify_all()` dará paso a algún coche esperando en sentido sur (puesto que $ped = 0$, $cn = 0$ y $turno = 1$).

Cabe destacar que en este apartado siempre que se da paso a coches en sentido norte o peatones no se quedan indefinidamente dentro :

- si $cn > 0$ en cuanto pase el primero (que lo hará en un tiempo finito) el turno se actualizará a $turno = 1$ puesto que $cs_waiting >$

0 , lo que evitará que más coches en sentido norte entren ya que `nocs_noped.wait` no permitirá el paso puesto que el turno no es 0 y `cs_waiting > 0`.

- si $ped > 0$ en cuanto pase el primero (que lo hará en un tiempo finito) el turno se actualizará a `turno = 0`, si hay coches esperando en sentido norte, lo que evitará que más peatones entren pues `nocars.wait` no permitirá el paso puesto que el turno no es 2 y `cn_waiting > 0`. En caso de no existir coches en sentido norte esperando el turno se actualizará a `turno = 1` puesto que `cs_waiting > 0` , lo que evitará que más peatones entren ya que `nocars.wait` no les dejará paso puesto que el turno no es 2 y `cs_waiting > 0`.