Algoritmi di ordinamento - 2 -

Mergesort, divide et impera

Mergesort

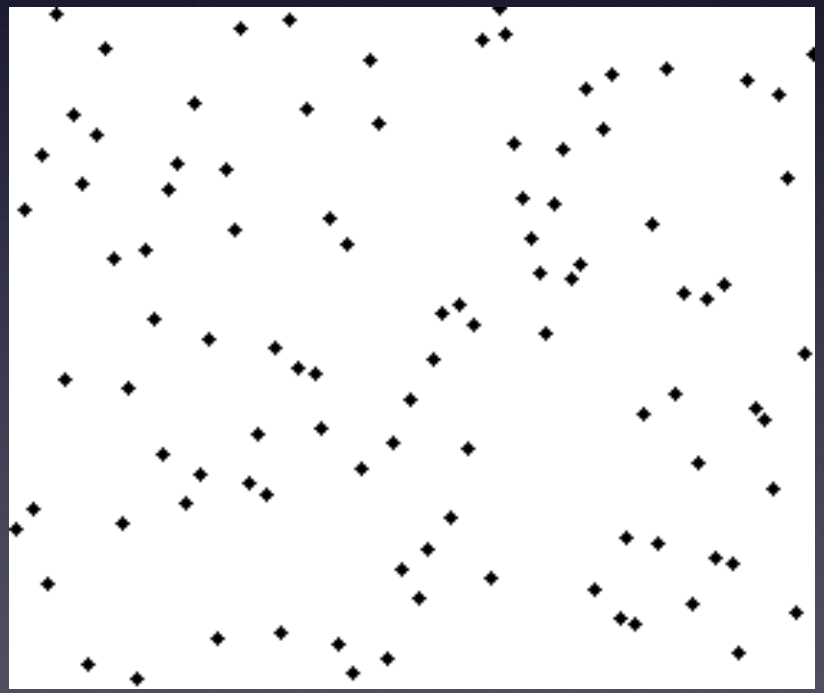
- Inventato da von Neumann nel 1945
- Esempio del paradigma algoritmico del *divide et impera*
- Richiede spazio ausiliario (O(N))
  - Heapsort ha stessa complessità computazionale ma è O(1) per lo spazio ausiliario
- E' implementato come algoritmo standard nelle librerie di alcuni linguaggi (Perl, Java)
- E' facile implementare una versione stabile

Mergesort

- Si divide il vettore dei dati in due parti ordinate separatamente, quindi si fondono le parti per ottenere un vettore ordinato globalmente
  - il problema è la fusione

Mergesort

- Si divide il vettore dei dati in due parti ordinate separatamente, quindi si fondono le parti per ottenere un vettore ordinato globalmente
  - il problema è la fusione



Algoritmo: fusione

- Si deve ordinare un vettore partizionato in due metà ordinate al loro interno
  - il semi-vettore sinistro è copiato su un vettore appoggio
  - si seleziona il minimo tra appoggio e semi-vettore destro e si copia sul vettore complessivo
  - si termina quando tutti gli elementi dell'appoggio sono stati copiati

Fusione: complessità

- I semi-vettori sono ordinati: selezione e copia sono a costo costante
- E' O(N): ad ogni selezione il vettore complessivo cresce di 1
  - c'è un costo iniziale di copia del vettore appoggio (O(N))

Fusione: implementazione

- Si usano due indici: *l* e *r*, che indicano il numero di elementi copiati dal vett. appoggio e dal semi-vettore destro
- si copia il minimo dei due vettori in *l*+*r* nel vettore complessivo
- se *r* raggiunge il massimo prima di *l* allora si continua copiando gli elementi ancora da selezionare dall'appoggio
- se *l* raggiunge il massimo prima di *r* allora si può finire, gli elementi del semi-vettore destro sono già nella posizione giusta

```
void merge(struct data *V, int N, int Nl)
{
  int l,r;
  struct data *tmp;
  int count;

  tmp=(struct data *)malloc(Nl*sizeof(struct data));
  for (count=0; count<Nl; count++)
    tmp[count]=V[count];

  l=r=0; // notare l'uso dell'invariante
  while( l<Nl && r<(N-Nl) ) {
    if( tmp[l]<V[Nl+r] )  {
      V[l+r]=tmp[l];
      l++;
    } else {
      V[l+r]=V[Nl+r];
      r++;
    }
  }
  while ( l<Nl ) {
    V[l+r]=tmp[l];
    l++;
  }
  free(tmp);
}
```

Mergesort: costo

- $\Gamma_{MergeS}(N) = c_1 + 2 \cdot \Gamma_{MergeS}(N/2) + c_2 \cdot N$ se $N>2$, c_3 se $N==2$
- $c_2 \cdot N$: costo di merge
- c_1: costo per decidere se proseguire nel partizionamento

Divide et impera: costo

- $C_N = 2 \cdot C_{N/2} + N$ per $N \geq 2$.
  considerando per semplicità $N=2^n$
- $C_{2^n} = 2 \cdot C_{2^n} + 2^n$
- $\underset{2^n}{C_{2^n}} = \underset{2^{n-1}}{C_{2^{n-1}}} + 1$
- $= \underset{2^{n-2}}{C_{2^{n-2}}} + 1 + 1$

...

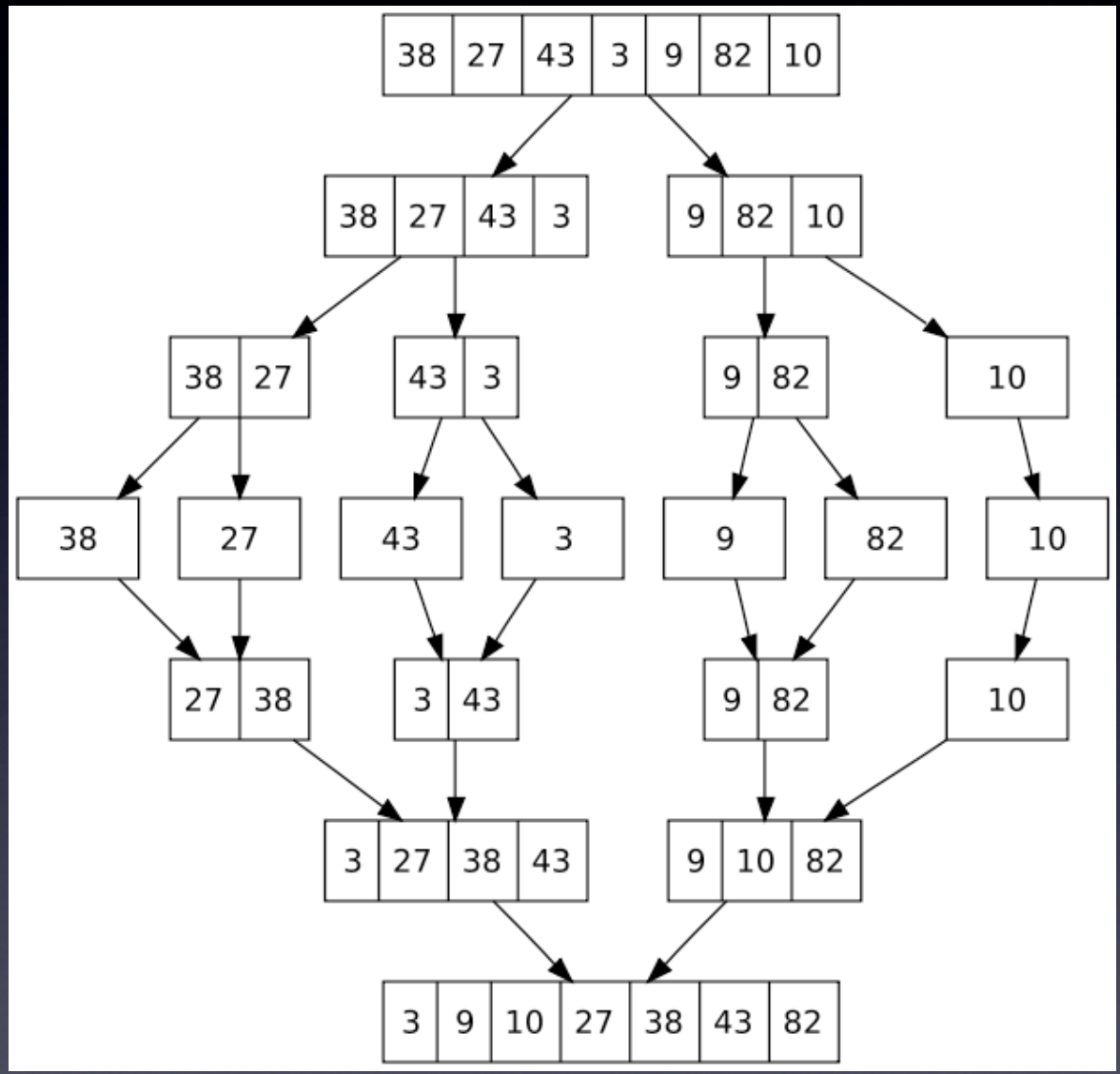
- $= n$
- $= 2^n \cdot n = N \cdot \ln_2 N$

Mergesort: implementazione

```
void _mergesort(struct data *V, int N, struct data *tmp)
{
  if ( N>2 ) {
    _mergesort(V, N/2, tmp);
    _mergesort(&V[N/2], N-N/2, &tmp[N/2];
    merge(V, N, N/2);
  } else {
    if ( V[0]<V[1] )
      swap( V, 0, 1 );
  }
}

void mergesort(struct data *V, int N)
{
  struct data *tmp;
  tmp=(struct data *)malloc(N*sizeof(struct data));
  _mergesort(V, N, tmp);
  free(tmp);
}
```

Esempio


38 27 43 3 9 82 10
38 27 43 3
9 82 10
38 27
43 3
9 82
10
38
27
43
3
9
82
10
27 38
3 43
9 82
10
3 27 38 43
9 10 82
3 9 10 27 38 43 82