

COMO USAR O PACOTE AHPWR PARA A TOMADA DE DECISÃO MULTICRITÉRIO*

Luciane Ferreira Alcoforado

Neste capítulo será apresentado uma breve introdução do método de análise hierárquica (AHP) e os principais comandos do pacote AHPWR para realizar o procedimento que vai desde representar a árvore hierárquica do problema, estabelecer os julgamentos necessários para gerar as matrizes paritárias, avaliar a qualidade dos julgamentos e obter os pesos finais das alternativas para auxiliar o tomador de decisão na melhor escolha entre as alternativas.

Palavras Chave: Tomada de decisão; multicritério; método AHP; pacote AHPWR.

1 Introdução

O método AHP (*Analytic Hierarchy Process*) é uma técnica de apoio à decisão multicritério que permite comparar alternativas com base em critérios qualitativos e quantitativos. O método foi proposto por Thomas Saaty na década de 1970 e consiste em decompor um problema complexo em uma hierarquia de elementos, atribuir pesos aos critérios e às alternativas por meio de comparações pareadas e calcular os escores finais das alternativas. O método AHP também permite verificar a consistência das comparações e realizar análises de sensibilidade, (T. L. Saaty 1980), (L. G. Saaty T. L. and Vargas 2012).

Para facilitar a aplicação do método AHP, foi desenvolvido na linguagem R um pacote denominado AHPWR (*Analytic Hierarchy Process with R*) proposto por (Alcoforado, Sousa, e Longo 2022), que oferece funções para construir a hierarquia do problema, realizar as comparações pareadas, calcular os pesos e os escores das alternativas, verificar a consistência das comparações e gerar gráficos, auxiliando a produção de relatórios. As funções deste pacote tiveram início durante o projeto de iniciação científica da UFF (Universidade Federal Fluminense) em 2018 e posteriormente foram adequadas e submetidas ao CRAN (Comprehensive R Archive Network) em 2022. O pacote AHPWR é uma ferramenta útil para pesquisadores, estudantes e profissionais que desejam utilizar o método AHP em seus projetos de decisão.

*Agradecimentos ao Comitê Organizador do VII SER por tornar essa obra possível.

2 Objetivos

Os objetivos deste capítulo, que versam sobre a apresentação de uma breve introdução ao método AHP e os principais comandos do pacote AHPWR como ferramenta facilitadora da aplicação do método, são:

- Apresentar o conceito e a estrutura do método AHP, bem como suas vantagens e limitações;
- Explicar os passos para a aplicação do método AHP, desde a definição do problema até a obtenção dos resultados;
- Demonstrar o uso do pacote AHPWR para implementar o método AHP na linguagem R, mostrando as funções disponíveis e os exemplos de código;
- Ilustrar a aplicação do método AHP e do pacote AHPWR em um caso prático de seleção de alternativas com base em critérios múltiplos.

3 Aplicação

Um problema de decisão multicritério é um problema que envolve a escolha de uma ou mais alternativas com base em vários critérios, que podem ser de natureza qualitativa ou quantitativa. Pode ser formulado da seguinte forma:

- Dado um conjunto de alternativas $A = A_1, A_2, \dots, A_n$, que representam as possíveis soluções para o problema;
- Dado um conjunto de critérios $C = C_1, C_2, \dots, C_m$, que representam os atributos ou as dimensões relevantes para avaliar as alternativas;
- Dado um conjunto de pesos $W = W_1, W_2, \dots, W_m$, que representam a importância relativa dos critérios;
- Dada uma função de avaliação $f : A \times C \rightarrow R$, que atribui um valor numérico para cada alternativa em relação a cada critério;
- Encontrar uma ou mais alternativas que maximizem (ou minimizem) uma função de agregação $g : A \rightarrow R$, que combina os valores das alternativas em relação aos critérios e aos pesos.

Um exemplo de problema de decisão multicritério é a escolha da profissão, considerando os critérios como afinidade, relação candidato-vaga e mercado de trabalho. Cada critério pode ter um peso diferente na preferência do indivíduo e cada profissão pode ter um valor diferente em relação a cada critério. O objetivo é encontrar a profissão que melhor atenda às expectativas do indivíduo.

3.1 A estrutura do método AHP

O método AHP é uma das abordagens possíveis para auxiliar o tomador de decisão. Começa por dividir os componentes de um problema em uma estrutura hierárquica. Depois, realiza-se comparações aos pares entre os componentes de um mesmo nível, considerando o critério do nível acima. Essas comparações definem as prioridades e, por meio de uma síntese, as prioridades globais. Avalia-se também a consistência e o tratamento da interdependência. Esses são os passos básicos do método.

A estrutura do método AHP envolve algumas etapas especificadas a seguir:

- Definição do problema e do objetivo (*goal*) da decisão;
- Construção da hierarquia do problema (*hierarchical tree of decision*), identificando os critérios (*criteria*) e as alternativas (*choices*) relevantes;
- Realização das comparações pareadas entre os elementos da hierarquia, usando uma escala numérica ou verbal;
- Cálculo dos pesos e dos escores das alternativas, bem como da consistência das comparações.

As vantagens do método AHP permitem:

- Lidar com problemas complexos e multidimensionais de forma estruturada e sistemática;
- Incorporar tanto dados objetivos quanto julgamentos subjetivos na tomada de decisão;
- Avaliar a consistência das comparações e corrigir as inconsistências;
- Realizar análises de sensibilidade para testar a robustez dos resultados.

As limitações do método AHP estão ligadas as seguintes requisições:

- Um número elevado de comparações pareadas quando o número de elementos da hierarquia é grande, o que pode gerar fadiga ou erro nos julgamentos;
- Um conhecimento prévio dos critérios e das alternativas, o que pode limitar a criatividade ou a inovação na tomada de decisão;
- Um software específico para realizar os cálculos e as análises, o que pode dificultar o acesso ou a compreensão dos usuários.

Resumidamente, podemos dizer que a estrutura hierárquica do problema é composta de três níveis, conforme Figura 1:

- Nível 1: Objetivo (*goal*) a ser atingido.
- Nível 2: Critérios (*criteria*) a serem considerados. Cada critério pode ser subdividido em subcritérios, que representam aspectos mais específicos ou detalhados do critério.

- Nível 3: Alternativas (*choices*) a serem ponderadas.

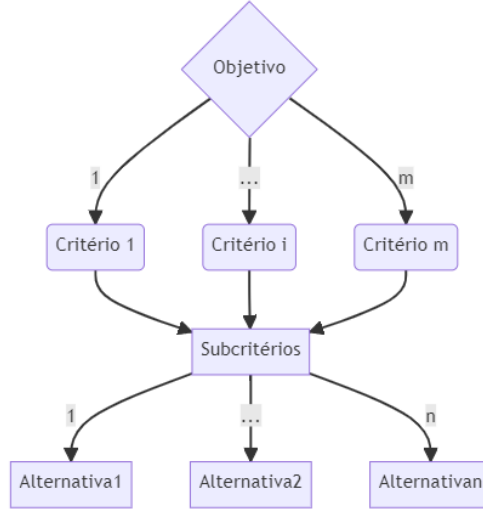


Figura 1: Estrutura Hierárquica de um problema. Fonte: Autora, 2023.

A possibilidade de considerar subcritérios na formulação do problema, permite uma maior refinamento e precisão na análise dos critérios, mas também aumenta a complexidade e o número de comparações necessárias para o método AHP. Os subcritérios podem ter pesos diferentes dentro do critério, e devem ser comparados entre si em relação às alternativas. O pacote AHPWR lida com problemas desse tipo, maiores detalhes devem ser vistos na documentação do pacote, consultando o tutorial elaborado por (Alcoforado e Longo 2022).

Após a estruturação do problema, o próximo passo é obter os julgamentos que podem ser feitos por um especialista ou um grupo de especialistas.

Por simplificação vamos considerar um único julgador. Caso haja mais de um, cada julgador deverá realizar o mesmo procedimento.

Será necessário obter $m + 1$ matrizes paritárias, sendo m o número de critérios do problema.

A primeira matriz será $m \times m$ comparando os m critérios par a par; as demais matrizes serão $n \times n$ comparando as n alternativas à luz de cada critério.

Para realizar as comparações, (T. L. Saaty 1980) propôs uma escala, conhecida como escala fundamental de Saaty, conforme Figura 2.

Outra possibilidade para construir os julgamentos é utilizando a proposta de (Godoi 2014) que consiste no método do julgamento holístico que visa dar auxílio à construção da matriz de julgamentos paritários. O método propõe uma regra de atribuição de pesos aos elementos da hierarquia, usando uma escala de 0 a 10 (ou de 0 a 100), de forma que todos os itens a serem avaliados sejam colocados lado a lado, cabendo ao julgador atribuir um peso relativo de forma

Escala numérica	Escala Conceitual	Descrição
1	Igual	Os dois elementos comparados contribuem igualmente para o objetivo.
3	Moderada	O elemento comparado é ligeiramente importante ao outro.
5	Forte	A experiência e o julgamento favorecem fortemente o elemento em relação ao outro.
7	Muito Forte	O elemento comparado é muito mais forte em relação ao outro, e tal importância pode ser observada na prática.
9	Absoluta	O elemento comparado apresenta o mais alto nível de evidência possível a seu favor.
2,4,6,8	Valores intermediários entre dois julgamentos, utilizados quando o decisor sentir dificuldade ao escolher entre dois graus de importância adjacentes.	

Figura 2: Escala Fundamental de Saaty. Fonte: Adaptado de T. L. Saaty (1980).

a ser possível ordená-los, do menos importante ao mais importante. Após atribuído os pesos w_1, \dots, w_k aos k itens a serem comparados, são aplicadas fórmulas para a obtenção da matriz paritária, fazendo:

$$a_{ij} = w_i - w_j + 1$$

, se $w_i \geq w_j$ (isto é, se o item i tem importância maior ou igual ao item j); caso contrário

$$a_{ij} = \frac{1}{(w_j - w_i + 1)}$$

, se $w_i < w_j$.

Todas as matrizes paritárias devem ser verificadas quanto a sua consistência, isto é, deve ser realizado o teste de consistência.

O teste de consistência de Saaty é uma forma de verificar se os julgamentos paritários feitos pelo decisor no método AHP são coerentes e confiáveis. O teste consiste em calcular a razão de consistência (RC) dos julgamentos, que é uma medida que compara o índice de consistência (IC) dos julgamentos com o índice aleatório (IR) esperado para uma matriz de julgamentos aleatórios. A fórmula para calcular a RC é:

$$RC = \frac{IR}{IC}$$

Onde:

IC é o índice de consistência, que é dado por

$$IC = \frac{\lambda_{max} - n}{n - 1}$$

λ_{max} é o maior autovalor da matriz de julgamentos;

n é a ordem da matriz de julgamentos;

IR é o índice aleatório, que é obtido a partir de uma tabela fornecida por Saaty, consultar (T. L. Saaty 1980).

O teste de consistência de Saaty considera que os julgamentos são consistentes e aceitáveis se a RC for menor ou igual a 0,1. Caso contrário, os julgamentos devem ser revisados pelo decisor para eliminar as inconsistências.

O peso de cada elemento da hierarquia é obtido após o teste de consistência usando o método dos autovetores. Esse método consiste em calcular o autovetor associado ao maior autovalor da matriz de julgamentos. O autovetor representa os pesos relativos dos elementos em relação ao critério do nível superior. Para obter os pesos normalizados, basta dividir cada elemento do autovetor pela soma de todos os elementos. Os pesos normalizados devem somar 1 e refletir as preferências do decisor.

3.2 Como utilizar o pacote AHPWR

O pacote auxilia na aplicação do método AHP com funções criadas para facilitar sua implementação.

Vamos considerar dois exemplos básicos. No primeiro o objetivo é a escolha da profissão e no segundo caso o objetivo é a escolha do método construtivo de uma ponte.

3.2.1 Exemplo 1

Objetivo: Escolher a profissão

Critérios para a tomada de decisão: C1 - afinidade; C2 - mercado de trabalho; C3 - Relação Candidato-vaga.

Alternativas: A1 - Estatística; A2 - Engenharia Civil; A3 - Computação; A4 - Administração.

A árvore hierárquica é obtida rapidamente utilizando-se o código a seguir, cujo resultado pode ser visto na Figura 3:

```
AHPWR::flow_chart(names=NULL, c=3, a=4)
```

Como temos 3 critérios e 4 alternativas, devemos obter 4 matrizes paritárias sendo M1 - matriz 3×3 comparando os 3 critérios; M2 - matriz 4×4 comparando as 4 alternativas sob a luz do critério 1; M3 - matriz 4×4 comparando as 4 alternativas sob a luz do critério 2; M4 - matriz 4×4 comparando as 4 alternativas sob a luz do critério 3.

A função `matriz_julgamento()` produz perguntas no console do R, conduzindo o julgador a realizar todas as comparações necessárias no modo tradicional do julgamento proposto por

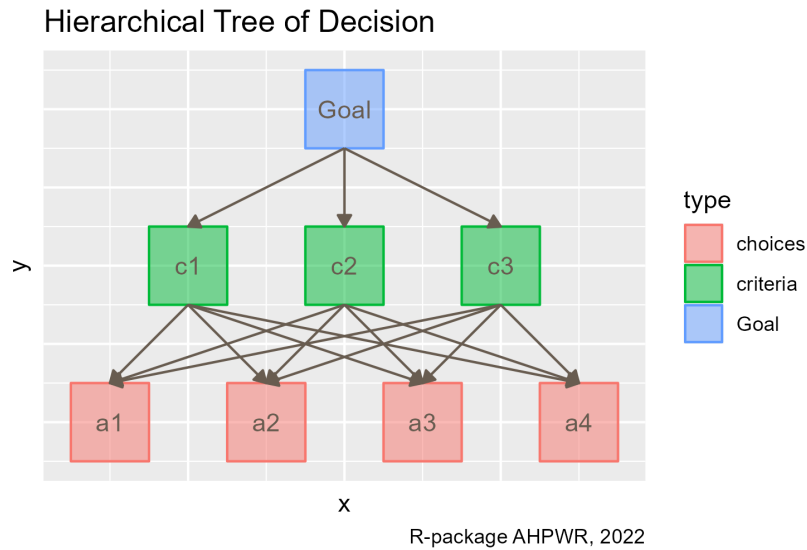


Figura 3: Árvore Hierárquica do exemplo 1. Fonte: Autora, 2023.

Saaty. Cada pergunta deve ser respondida a nível de console, ao final é gerada a matriz e o resultado do teste de consistência, conforme Figura 4.

```
AHPWR::matriz_julgamento(n_comp = 3, n_matrix = 1)

> matriz_julgamento(n_comp = 3, n_matrix = 1)
How important is the criterion? 1 in relation to the criterion 2: 2
How important is the criterion? 1 in relation to the criterion 3: 5
How important is the criterion? 2 in relation to the criterion 3: 1/3
$Matrix
$Matrix[[1]]
      [,1] [,2]      [,3]
[1,]  1.0   2  5.0000000
[2,]  0.5   1  0.3333333
[3,]  0.2   3  1.0000000

$CR
[1] 0.4037127
```

Figura 4: Console do R para obter matriz de julgamento. Fonte: Autora, 2023

Vemos que o $CR < 0.1$, indicando uma inconsistência nos julgamentos, ou seja, os julgamentos devem ser refeitos.

Vamos refazer os julgamentos, aplicando agora o método proposto por (Godoi 2014). Agora, o julgador deve atribuir os pesos relativos da importância dos critérios. Supondo que foi atribuído $w_1 = 7, w_2 = 1, w_3 = 2$, ou seja, o critério 1 foi julgado o mais importante, depois o

critério 3 bem menos importante que o 1 e por fim o critério 2 um pouco menos importante que o 3.

```
x=paste0("C",1:3) #nomes dos critérios C1, C2, C3
y=c(7, 1, 2) #julgamento holístico dos critérios
m1=AHPWR::matrix_ahp(x,y) #matriz paritária de julgamentos dos critérios
m1
```

```
      C1 C2 C3
C1 1.0000000 7 6.0
C2 0.1428571 1 0.5
C3 0.1666667 2 1.0
```

```
AHPWR::CR(m1)
```

```
[1] 0.02790226
```

Para cada critério do nível 2 o julgador deve realizar a comparação das alternativas do nível 3.

Considerando o **critério 1**, a afinidade na escolha da profissão, o julgador deve atribuir os pesos para cada curso. supondo que foi atribuído $w_1 = 4, w_2 = 5, w_3 = 3, w_4 = 2$, ou seja, a alternativa 2 foi julgada mais importante, depois a alternativa 1 um pouco menos importante seguida da alternativa 3 e a menos importante foi a alternativa 4. Esses julgamentos possibilitam a criação da matriz m_2 :

```
x=paste0("A",1:4) #nomes das alternativas A1, A2, A3, A4
y=c(4, 5, 3, 2) #julgamento holístico das alternativas para o critério 1
m2=AHPWR::matrix_ahp(x,y)
m2
```

```
      A1      A2 A3 A4
A1 1.0000000 0.5000000 2.0 3
A2 2.0000000 1.0000000 3.0 4
A3 0.5000000 0.3333333 1.0 2
A4 0.3333333 0.2500000 0.5 1
```

```
AHPWR::CR(m2)
```


[1] 0.01147537

Considerando o **critério 2**, o mercado de trabalho na escolha da profissão, o julgador deve atribuir os pesos para cada curso. supondo que foi atribuído $w_1 = 2, w_2 = 4, w_3 = 3, w_4 = 7$, ou seja, a alternativa 4 foi julgada mais importante, depois a alternativa 2 menos importante seguida da alternativa 3 e a menos importante foi a alternativa 1. Esses julgamentos possibilitam a criação da matriz m_3 :

```
x=paste0("A",1:4) #nomes das alternativas A1, A2, A3, A4
y=c(2, 4, 3, 7) #julgamento holístico das alternativas para o critério 2
m3=AHPWR::matrix_ahp(x,y)
m3
```

	A1	A2	A3	A4
A1	1	0.33333333	0.5	0.16666667
A2	3	1.00000000	2.0	0.25000000
A3	2	0.50000000	1.0	0.20000000
A4	6	4.00000000	5.0	1.00000000

```
AHPWR::CR(m3)
```

[1] 0.02436116

Considerando o **critério 3**, a relação candidato-vaga na escolha da profissão, o julgador deve atribuir os pesos para cada curso. supondo que foi atribuído $w_1 = 4.9, w_2 = 5, w_3 = 3.3, w_4 = 1$, ou seja, a alternativa 2 foi julgada mais importante, depois a alternativa 1 um pouco menos importante seguida da alternativa 3 e a menos importante foi a alternativa 4. Esses julgamentos possibilitam a criação da matriz m_4 :

```
x=paste0("A",1:4) #nomes das alternativas A1, A2, A3, A4
y=c(4.9, 5, 3.3, 1) #julgamento holístico das alternativas para o critério 3
m4=AHPWR::matrix_ahp(x,y)
m4
```

	A1	A2	A3	A4
A1	1.00000000	0.9090909	2.60000000	4.9
A2	1.10000000	1.00000000	2.70000000	5.0
A3	0.3846154	0.3703704	1.00000000	3.3
A4	0.2040816	0.20000000	0.3030303	1.0

```
AHPWR::CR(m4)
```

```
[1] 0.01529812
```

Após o estabelecimento dos julgamentos, devemos organizar todas as matrizes numa base de dados.

O pacote AHPWR oferece duas opções, podemos organizar todas as matrizes em uma lista ou podemos organizar todas as matrizes em um arquivo de planilhas de tal forma que cada planilha corresponda a cada matriz.

```
#Organizando em lista
base = list(m1, m2, m3, m4)
base
```

```
[[1]]
```

	C1	C2	C3
C1	1.0000000	7	6.0
C2	0.1428571	1	0.5
C3	0.1666667	2	1.0

```
[[2]]
```

	A1	A2	A3	A4
A1	1.0000000	0.5000000	2.0	3
A2	2.0000000	1.0000000	3.0	4
A3	0.5000000	0.3333333	1.0	2
A4	0.3333333	0.2500000	0.5	1

```
[[3]]
```

	A1	A2	A3	A4
A1	1	0.3333333	0.5	0.1666667
A2	3	1.0000000	2.0	0.2500000
A3	2	0.5000000	1.0	0.2000000
A4	6	4.0000000	5.0	1.0000000

```
[[4]]
```

	A1	A2	A3	A4
A1	1	0.3333333	0.5	0.1666667
A2	3	1.0000000	2.0	0.2500000
A3	2	0.5000000	1.0	0.2000000
A4	6	4.0000000	5.0	1.0000000

```
#Organizando em arquivo denominado Exemplo_1.xlsx
file1 = AHPWR::xlsx_ahp(m1, file = "Exemplo_1.xlsx", sheet = "M1", append = FALSE)
file2 = AHPWR::xlsx_ahp(m2, file = "Exemplo_1.xlsx", sheet = "M2", append = TRUE)
file3 = AHPWR::xlsx_ahp(m3, file = "Exemplo_1.xlsx", sheet = "M3", append = TRUE)
file4 = AHPWR::xlsx_ahp(m4, file = "Exemplo_1.xlsx", sheet = "M4", append = TRUE)
```

Ao optar por armazenar as matrizes no arquivo Exemplo_1.xlsx, o mesmo deve ter sido criado na pasta de trabalho corrente, após rodar os comandos acima, Figura 5.

	A	B	C	D
1		C1	C2	C3
2	C1	1	7	6
3	C2	0,142857	1	0,5
4	C3	0,166667	2	1

	A	B	C	D	E
1		A1	A2	A3	A4
2	A1	1	0,5	2	3
3	A2	2	1	3	4
4	A3	0,5	0,333333	1	2
5	A4	0,333333	0,25	0,5	1
6					

Figura 5: Arquivo contendo as matrizes de julgamento em planilhas. Fonte: Autora, 2023.

Para obter o resultado final do método, isto é, os pesos globais das alternativas, utilizamos a função `ahp_geral()`:

```
#Nomes das alternativas no vetor x
x
```

```
[1] "A1" "A2" "A3" "A4"
```

```
#aplicando o método na base de dados
AHPWR::ahp_geral(base, nomes_alternativas = x)
```

```
# A tibble: 4 x 7
  Criteria      Weights    A1    A2    A3    A4    CR
  <chr>      <dbl>  <dbl> <dbl> <dbl> <dbl> <dbl>
1 ---Alternatives 1      0.228 0.403 0.151 0.218 0.0279
2 --C1          0.758 0.210 0.354 0.121 0.0724 0.0115
3 --C2          0.0905 0.00673 0.0182 0.0109 0.0547 0.0244
4 --C3          0.151 0.0112 0.0304 0.0183 0.0914 0.0244
```

Podemos formatar a tabela de resultados, através do comando `formata_tabela()`, que possui três versões, sendo a versão padrão exibida na Figura 6:

```
tabela = AHPWR::ahp_geral(base, nomes_alternativas = x)
AHPWR::formata_tabela(tabela)
```

Criteria	Weights	A1	A2	A3	A4	CR
---	100%	22.81%	40.29%	15.06%	21.84%	2.79%
Alternatives						
--C1	75.82%	21.02%	35.43%	12.14%	7.24%	1.15%
--C2	9.05%	0.67%	1.82%	1.09%	5.47%	2.44%
--C3	15.12%	1.12%	3.04%	1.83%	9.14%	2.44%

Figura 6: Tabela Final com os pesos globais, versão padrão. Fonte: Autora, 2023.

```
AHPWR::formata_tabela(tabela, cores = "GRAY")
AHPWR::formata_tabela(tabela, cores = "WHITE")
```

As versões GRAY e WHITE podem ser conferidas em Figura 7 e Figura 8 respectivamente.

Criteria	Weights	A1	A2	A3	A4	CR
---	100%	22.81%	40.29%	15.06%	21.84%	2.79%
Alternatives						
--C1	75.82%	21.02%	35.43%	12.14%	7.24%	1.15%
--C2	9.05%	0.67%	1.82%	1.09%	5.47%	2.44%
--C3	15.12%	1.12%	3.04%	1.83%	9.14%	2.44%

Figura 7: Tabela Final com os pesos globais, versão GRAY. Fonte: Autora, 2023.

3.2.2 Exemplo 2

Objetivo: Escolher o método construtivo de uma ponte

Critérios para a tomada de decisão: C1 - Custo de Construção; C2 - Desenho; C3 - Custo de Manutenção; C4 - Resistência ao Vento; C5 - Resistência ao Tráfego; C6 - Vida Útil.

Alternativas: A1 - Ponte Pensil; A2 - Ponte Estaiada; A3 - Ponte Treliçada; A4 - Ponte em Arco.

Criteria	Weights	A1	A2	A3	A4	CR
---	100%	22.81%	40.29%	15.06%	21.84%	2.79%
Alternatives						
--C1	75.82%	21.02%	35.43%	12.14%	7.24%	1.15%
--C2	9.05%	0.67%	1.82%	1.09%	5.47%	2.44%
--C3	15.12%	1.12%	3.04%	1.83%	9.14%	2.44%

Figura 8: Tabela Final com os pesos globais, versão WHITE. Fonte: Autora, 2023.

A árvore hierárquica é obtida rapidamente utilizando-se o código a seguir, cujo resultado pode ser visto na Figura 9:

```
AHPWR::flow_chart(names=NULL, c=6, a=4)
```

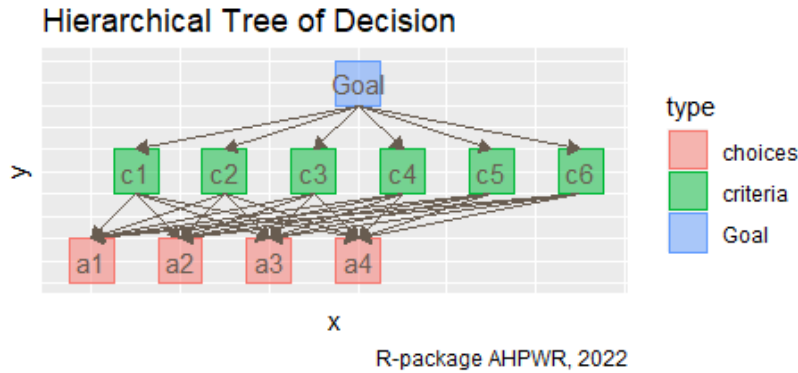


Figura 9: Árvore Hierárquica do exemplo 2. Fonte: Autora, 2023.

Como temos 6 critérios e 4 alternativas, devemos obter 7 matrizes paritárias sendo M1 - matriz 6×6 comparando os 6 critérios; M2 - matriz 4×4 comparando as 4 alternativas sob a luz do critério 1; M3 - matriz 4×4 comparando as 4 alternativas sob a luz do critério 2; M4 - matriz 4×4 comparando as 4 alternativas sob a luz do critério 3; M5 - matriz 4×4 comparando as 4 alternativas sob a luz do critério 4; M6 - matriz 4×4 comparando as 4 alternativas sob a luz do critério 5; M7 - matriz 4×4 comparando as 4 alternativas sob a luz do critério 6.

Vamos aplicar o julgamento holístico proposto por (Godoi 2014). Agora, o julgador deve atribuir os pesos relativos da importância dos critérios. Supondo que foi atribuído $w_1 = 7, w_2 = 9, w_3 = 2.5, w_4 = 10, w_5 = 9.5, w_6 = 2$, ou seja, o critério 4 foi julgado o mais importante, depois o critério 5 e assim sucessivamente até o menos importante que foi o critério 6.

```
x=paste0("C",1:6) #nomes dos critérios C1, C2, ..., C6
y=c(7, 9, 2.5, 10, 9.5, 2) #julgamento holístico dos critérios
m1=AHPWR::matrix_ahp(x,y) #matriz paritária de julgamentos dos critérios
m1
```

	C1	C2	C3	C4	C5	C6
C1	1.0000000	0.3333333	5.5000000	0.2500000	0.2857143	6.0
C2	3.0000000	1.0000000	7.5000000	0.5000000	0.6666667	8.0
C3	0.1818182	0.1333333	1.0000000	0.1176471	0.1250000	1.5
C4	4.0000000	2.0000000	8.5000000	1.0000000	1.5000000	9.0
C5	3.5000000	1.5000000	8.0000000	0.6666667	1.0000000	8.5
C6	0.1666667	0.1250000	0.6666667	0.1111111	0.1176471	1.0

```
AHPWR::CR(m1)
```

```
[1] 0.03020855
```

Para cada critério do nível 2 o julgador deve realizar a comparação das alternativas do nível 3.

Considerando o **critério 1**, o custo de construção da ponte, o julgador deve atribuir os pesos para cada tipo. Supondo que foi atribuído $w_1 = 4, w_2 = 5, w_3 = 4.5, w_4 = 4.9$, ou seja, a alternativa 2 foi julgado mais importante, ou seja, seu custo é o mais importante a ser considerado na tomada de decisão, é o que deverá pesar mais nesse quesito. Esses julgamentos possibilitam a criação da matriz m_2 :

```
x=paste0("A",1:4) #nomes das alternativas A1, A2, A3, A4
y=c(4, 5, 4.5, 4.9) #julgamento holístico das alternativas para o critério 1
m2=AHPWR::matrix_ahp(x,y)
m2
```

	A1	A2	A3	A4
A1	1.0	0.5000000	0.6666667	0.5263158
A2	2.0	1.0000000	1.5000000	1.1000000
A3	1.5	0.6666667	1.0000000	0.7142857
A4	1.9	0.9090909	1.4000000	1.0000000

```
AHPWR::CR(m2)
```

[1] 0.0006140235

Considerando o **critério 2**, o desenho da ponte, o julgador deve atribuir os pesos para cada alternativa. Supondo que foi atribuído $w_1 = 2, w_2 = 4, w_3 = 3, w_4 = 5$, ou seja, a alternativa 4 foi julgada mais importante, depois a alternativa 2 menos importante seguida da alternativa 3 e a menos importante foi a alternativa 1. Esses julgamentos possibilitam a criação da matriz m_3 :

```
x=paste0("A",1:4) #nomes das alternativas A1, A2, A3, A4
y=c(2, 4, 3, 5) #julgamento holístico das alternativas para o critério 2
m3=AHPWR::matrix_ahp(x,y)
m3
```

	A1	A2	A3	A4
A1	1	0.3333333	0.5	0.2500000
A2	3	1.0000000	2.0	0.5000000
A3	2	0.5000000	1.0	0.3333333
A4	4	2.0000000	3.0	1.0000000

```
AHPWR::CR(m3)
```

[1] 0.01147537

Considerando o **critério 3**, custo de manutenção, o julgador deve atribuir os pesos para cada alternativa. Supondo que foi atribuído $w_1 = 3, w_2 = 3.1, w_3 = 3.3, w_4 = 3.5$, esses julgamentos possibilitam a criação da matriz m_4 :

```
x=paste0("A",1:4) #nomes das alternativas A1, A2, A3, A4
y=c(3, 3.1, 3.3, 3.4) #julgamento holístico das alternativas para o critério 3
m4=AHPWR::matrix_ahp(x,y)
m4
```

	A1	A2	A3	A4
A1	1.0	0.9090909	0.7692308	0.7142857
A2	1.1	1.0000000	0.8333333	0.7692308
A3	1.3	1.2000000	1.0000000	0.9090909
A4	1.4	1.3000000	1.1000000	1.0000000

```
AHPWR::CR(m4)
```

```
[1] 3.160346e-05
```

Considerando o **critério 4**, resistência ao vento, o julgador deve atribuir os pesos para cada alternativa. Supondo que foi atribuído $w_1 = 2, w_2 = 5, w_3 = 4, w_4 = 1$, esses julgamentos possibilitam a criação da matriz m_5 :

```
x=paste0("A",1:4) #nomes das alternativas A1, A2, A3, A4
y=c(2, 5, 4, 1) #julgamento holístico das alternativas para o critério 3
m5=AHPWR::matrix_ahp(x,y)
m5
```

	A1	A2	A3	A4
A1	1.0	0.25	0.3333333	2
A2	4.0	1.00	2.0000000	5
A3	3.0	0.50	1.0000000	4
A4	0.5	0.20	0.2500000	1

```
AHPWR::CR(m5)
```

```
[1] 0.01791141
```

Considerando o **critério 5**, resistência ao tráfego, o julgador deve atribuir os pesos para cada alternativa. Supondo que foi atribuído $w_1 = 3, w_2 = 3.5, w_3 = 6, w_4 = 5.5$, esses julgamentos possibilitam a criação da matriz m_6 :

```
x=paste0("A",1:4) #nomes das alternativas A1, A2, A3, A4
y=c(3, 3.5, 6, 5.5) #julgamento holístico das alternativas para o critério 3
m6=AHPWR::matrix_ahp(x,y)
m6
```

	A1	A2	A3	A4
A1	1.0	0.6666667	0.2500000	0.2857143
A2	1.5	1.0000000	0.2857143	0.3333333
A3	4.0	3.5000000	1.0000000	1.5000000
A4	3.5	3.0000000	0.6666667	1.0000000

```
AHPWR::CR(m6)
```

```
[1] 0.006356667
```


Considerando o **critério 6**, a vida útil, o julgador deve atribuir os pesos para cada alternativa. Supondo que foi atribuído $w_1 = 3, w_2 = 4, w_3 = 6, w_4 = 8$, esses julgamentos possibilitam a criação da matriz m_7 :

```
x=paste0("A",1:4) #nomes das alternativas A1, A2, A3, A4
y=c(3, 4, 6, 8) #julgamento holístico das alternativas para o critério 3
m7=AHPWR::matrix_ahp(x,y)
m7
```

	A1	A2	A3	A4
A1	1	0.5	0.2500000	0.1666667
A2	2	1.0	0.3333333	0.2000000
A3	4	3.0	1.0000000	0.3333333
A4	6	5.0	3.0000000	1.0000000

```
AHPWR::CR(m7)
```

```
[1] 0.02917912
```

Após o estabelecimento dos julgamentos, devemos organizar todas as matrizes numa base de dados.

O pacote AHPWR oferece duas opções, podemos organizar todas as matrizes em uma lista ou podemos organizar todas as matrizes em um arquivo de planilhas de tal forma que cada planilha corresponda a cada matriz.

```
#Organizando em lista
base = list(m1, m2, m3, m4, m5, m6, m7)
base
```

```
[[1]]
```

	C1	C2	C3	C4	C5	C6
C1	1.0000000	0.3333333	5.5000000	0.2500000	0.2857143	6.0
C2	3.0000000	1.0000000	7.5000000	0.5000000	0.6666667	8.0
C3	0.1818182	0.1333333	1.0000000	0.1176471	0.1250000	1.5
C4	4.0000000	2.0000000	8.5000000	1.0000000	1.5000000	9.0
C5	3.5000000	1.5000000	8.0000000	0.6666667	1.0000000	8.5
C6	0.1666667	0.1250000	0.6666667	0.1111111	0.1176471	1.0

```
[[2]]
```

	A1	A2	A3	A4
A1	1.0	0.5000000	0.6666667	0.5263158
A2	2.0	1.0000000	1.5000000	1.1000000
A3	1.5	0.6666667	1.0000000	0.7142857
A4	1.9	0.9090909	1.4000000	1.0000000

[[3]]

	A1	A2	A3	A4
A1	1	0.3333333	0.5	0.2500000
A2	3	1.0000000	2.0	0.5000000
A3	2	0.5000000	1.0	0.3333333
A4	4	2.0000000	3.0	1.0000000

[[4]]

	A1	A2	A3	A4
A1	1.0	0.9090909	0.7692308	0.7142857
A2	1.1	1.0000000	0.8333333	0.7692308
A3	1.3	1.2000000	1.0000000	0.9090909
A4	1.4	1.3000000	1.1000000	1.0000000

[[5]]

	A1	A2	A3	A4
A1	1.0	0.25	0.3333333	2
A2	4.0	1.00	2.0000000	5
A3	3.0	0.50	1.0000000	4
A4	0.5	0.20	0.2500000	1

[[6]]

	A1	A2	A3	A4
A1	1.0	0.6666667	0.2500000	0.2857143
A2	1.5	1.0000000	0.2857143	0.3333333
A3	4.0	3.5000000	1.0000000	1.5000000
A4	3.5	3.0000000	0.6666667	1.0000000

[[7]]

	A1	A2	A3	A4
A1	1	0.5	0.2500000	0.1666667
A2	2	1.0	0.3333333	0.2000000
A3	4	3.0	1.0000000	0.3333333
A4	6	5.0	3.0000000	1.0000000

```
#Organizando em arquivo denominado Exemplo_2.xlsx
file1 = AHPWR::xlsx_ahp(m1, file = "Exemplo_2.xlsx", sheet = "M1", append = FALSE)
file2 = AHPWR::xlsx_ahp(m2, file = "Exemplo_2.xlsx", sheet = "M2", append = TRUE)
file3 = AHPWR::xlsx_ahp(m3, file = "Exemplo_2.xlsx", sheet = "M3", append = TRUE)
file4 = AHPWR::xlsx_ahp(m4, file = "Exemplo_2.xlsx", sheet = "M4", append = TRUE)
file5 = AHPWR::xlsx_ahp(m5, file = "Exemplo_2.xlsx", sheet = "M5", append = TRUE)
file6 = AHPWR::xlsx_ahp(m6, file = "Exemplo_2.xlsx", sheet = "M6", append = TRUE)
file7 = AHPWR::xlsx_ahp(m7, file = "Exemplo_2.xlsx", sheet = "M7", append = TRUE)
```

Ao optar por armazenar as matrizes no arquivo Exemplo_2.xlsx, o mesmo deve ter sido criado na pasta de trabalho corrente, após rodar os comandos acima.

Para obter o resultado final do método, isto é, os pesos globais das alternativas, utilizamos a função **ahp_geral()**:

```
#Nomes das alternativas no vetor x
x
```

```
[1] "A1" "A2" "A3" "A4"
```

```
#aplicando o método na base de dados
AHPWR::ahp_geral(base, nomes_alternativas = x)
```

```
# A tibble: 7 x 7
  Criteria      Weights      A1      A2      A3      A4      CR
  <chr>      <dbl>    <dbl>    <dbl>    <dbl>    <dbl>    <dbl>
1 ---Alternatives 1      0.115  0.309  0.299  0.276  0.0302
2 --C1          0.109  0.0170 0.0354 0.0241 0.0327 0.000614
3 --C2          0.217  0.0207 0.0602 0.0348 0.102  0.0115
4 --C3          0.0314 0.00653 0.00712 0.00848 0.00924 0.0000316
5 --C4          0.344  0.0429 0.169  0.105  0.0267 0.0179
6 --C5          0.272  0.0262 0.0345 0.120  0.0913 0.00636
7 --C6          0.0263 0.00182 0.00288 0.00678 0.0148 0.0292
```

A tabela formatada pode ser vista na Figura 10

4 Resultados e Discussão

Os exemplos 1 e 2 descrevem o procedimento para aplicar o método AHP, desde sua estrutura hierárquica conforme Figura 3 e Figura 9, todo o procedimento de elaboração das matrizes de

Criteria	Weights	A1	A2	A3	A4
---	100%	14.88%	31.95%	25.16%	28.01%
Alternatives					
--C1	10.92%	1.7%	3.54%	2.41%	3.27%
--C2	21.72%	2.07%	6.02%	3.48%	10.15%
--C3	3.14%	0.3%	0.87%	0.5%	1.47%
--C4	34.37%	7.16%	7.8%	9.29%	10.13%
--C5	27.22%	3.4%	13.39%	8.32%	2.12%
--C6	2.63%	0.25%	0.33%	1.16%	0.88%

Figura 10: Tabela Final com os pesos globais. Fonte: Autora, 2023.

julgamento com base nos julgamentos de especialista, até a obtenção do resultado final que é a tabela com os pesos globais de cada alternativa, conforme Figura 6 e Figura 10.

As tabelas com o peso global facilitam a escolha do tomador de decisão, pois mostram a ordem de preferência das alternativas em relação ao objetivo geral. No exemplo 1, a alternativa A2-Engenharia Civil foi a mais prioritária, com um peso de 40.29%. O critério C1-Afinidade foi o mais relevante para essa decisão, com um peso de 75.82%. As razões de consistência dos julgamentos (CR) foram todas inferiores a 10%, indicando uma boa coerência nas comparações.

No exemplo 2, a alternativa A2-Ponte Estaiada foi a mais prioritária, com um peso de 31.95%. O critério C4-Resistência ao vento foi o mais relevante para essa decisão, com um peso de 34.37%. As razões de consistência dos julgamentos (CR) foram todas inferiores a 10%, indicando uma boa coerência nas comparações.

Note que a soma dos pesos tanto dos critérios como das alternativas resultam em 100%. Os valores intermediários dos critérios versus alternativas mostram a contribuição de cada item na composição final do peso global.

Este método auxilia o tomador de decisão a fazer uma escolha com base no peso global das alternativas ou mesmo obter um ranking de importância dessas alternativas.

5 Considerações Finais

Neste capítulo, apresentamos o método AHP como uma técnica de apoio à decisão que permite comparar e priorizar alternativas com base em critérios múltiplos e subjetivos. O método

consiste em construir uma hierarquia de objetivos, critérios e alternativas, e atribuir pesos (ou importâncias) a cada elemento da hierarquia por meio de comparações pareadas. As tabelas com os pesos globais do método AHP são o resultado da agregação dos pesos locais de cada nível da hierarquia, ponderados pelos pesos dos níveis superiores. Essas tabelas permitem visualizar a ordem de preferência das alternativas em relação ao objetivo geral, bem como a consistência das comparações realizadas. Quanto maior o peso global de uma alternativa, maior é a sua prioridade na decisão. Quanto menor o índice de consistência, maior é a coerência das comparações.

O método AHP tem como vantagens a sua simplicidade, flexibilidade e consistência, mas também possui algumas limitações, como a necessidade de um grande número de comparações, a sensibilidade aos pesos dos critérios e a dificuldade de lidar com incertezas. O método AHP pode ser aplicado em diversas áreas do conhecimento e em diferentes tipos de problemas de decisão, como por exemplo: escolha da melhor localização de uma usina hidrelétrica, seleção do melhor fornecedor de um produto ou serviço, avaliação do desempenho de funcionários ou organizações, definição da melhor estratégia de marketing, alocação de recursos militares em um cenário de conflito, intervenção em uma situação de crise, vulnerabilidade de um sistema de defesa, entre outros. O método AHP pode ajudar os líderes a tomar decisões racionais e consistentes em situações complexas e incertas.

Foram explicados os passos para a aplicação do método AHP, desde a definição do problema até a obtenção dos resultados, destacando a importância de uma boa estruturação da hierarquia, da escolha de uma escala de comparação adequada e da verificação da consistência das comparações. Foi demonstrado o uso do pacote AHPWR para implementar o método AHP na linguagem R, mostrando as funções disponíveis e os exemplos de código. O pacote AHPWR facilita a realização das comparações pareadas, o cálculo dos pesos locais e globais, a verificação da consistência e a visualização dos resultados. Foi ilustrada a aplicação do método AHP e do pacote AHPWR em dois casos práticos de seleção de alternativas com base em critérios múltiplos, um envolvendo a escolha da profissão e outro a escolha do melhor método de construção de uma ponte.

Espera-se que este capítulo possa contribuir para a divulgação e o uso do método AHP e do pacote AHPWR na comunidade acadêmica e profissional, bem como estimular novas pesquisas e aplicações na área de apoio à decisão.

Referências

- Alcoforado, Luciane Ferreira, e Orlando Celso Longo. 2022. *Introduction to AHPWR package*. https://cran.r-project.org/web/packages/AHPWR/vignettes/Intro_to_AHP.html.
- Alcoforado, Luciane Ferreira, Lyncoln Sousa, e Orlando Celso Longo. 2022. *AHPWR: Compute Analytic Hierarchy Process*. <https://CRAN.R-project.org/package=AHPWR>.

- Godoi, Wagner da Costa. 2014. «Método de construção das matrizes de julgamento paritário no AHP – método de julgamento holístico». *Revista Gestão Industrial* 10 (3): 474–93. <https://doi.org/10.3895/gi.v10i3.1970>.
- Saaty, L. G., T. L. and Vargas. 2012. *Models, Methods, Concepts and Applications of the Analytic Hierarchy Process*. New York: Springer.
- Saaty, Thomas L. 1980. *The Analytic Hierarchy Process*. New York: McGraw-Hill.