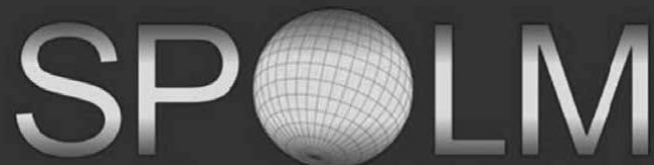


# MODELAGEM DE DADOS EM PAINEL MULTINÍVEL NO R



Fundamentação teórica dos modelos multinível

Modelagem multinível com dados agrupados e  
com medidas repetidas

Estimação de modelos multinível no R

*Prof. Dr. Luiz Paulo Fávero*



MONTVERO.

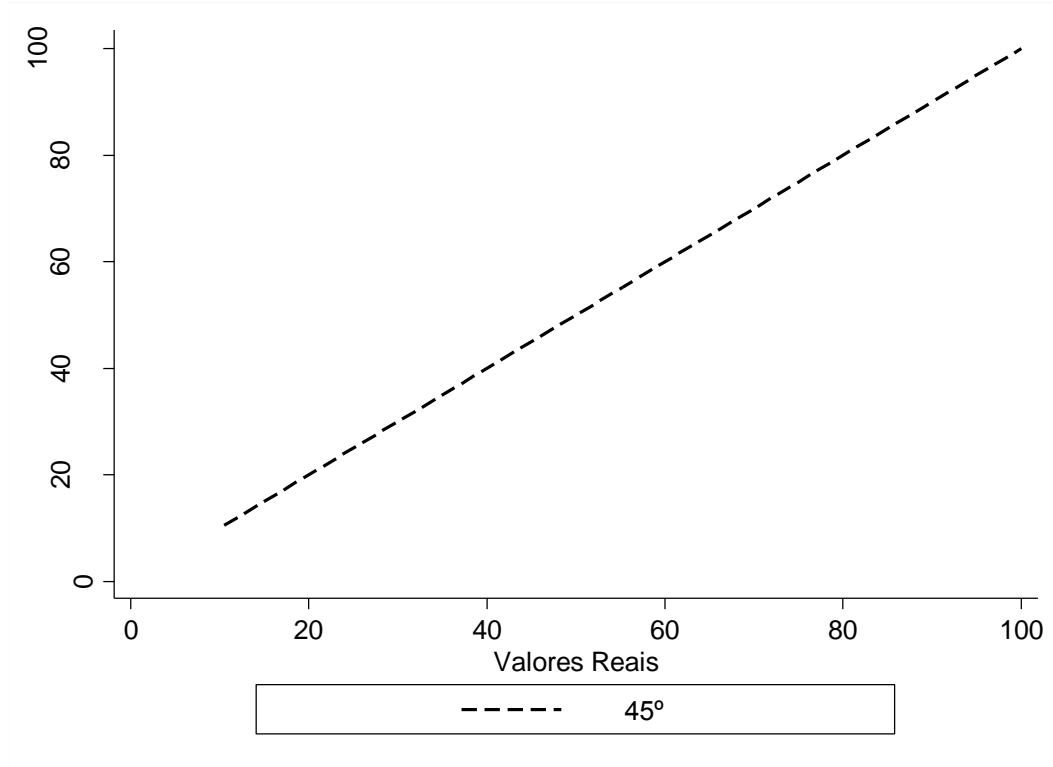
# REFLEXÃO



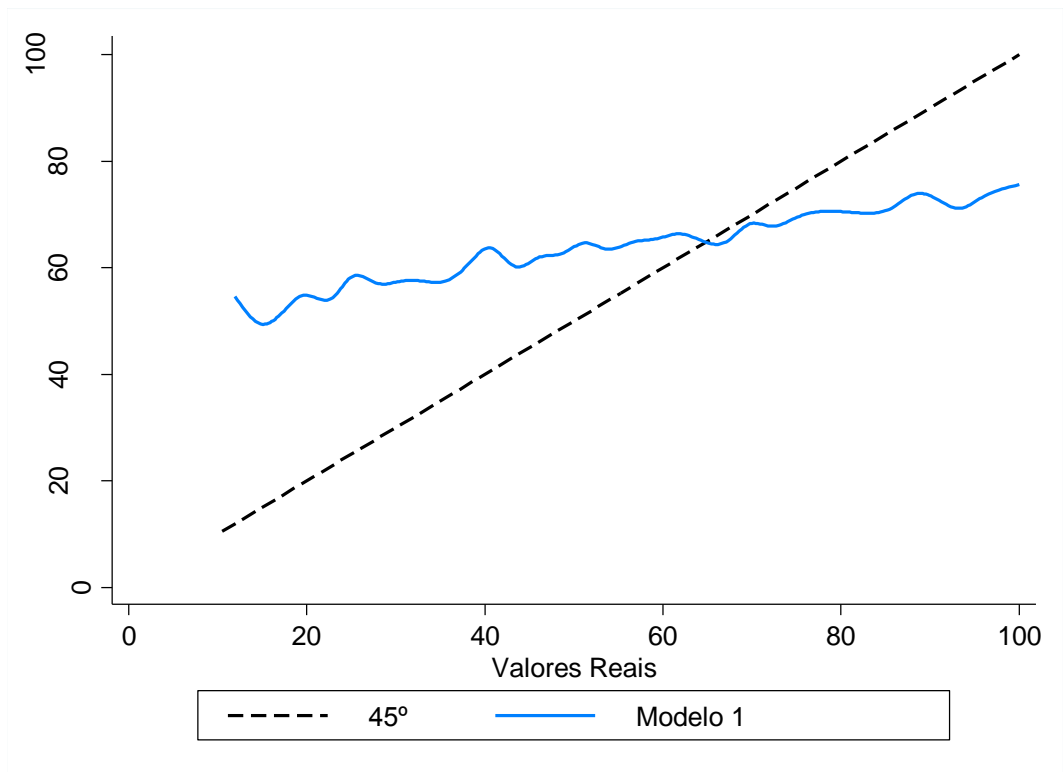
“Diferentes pesquisadores, a partir de uma mesma base de dados, podem estimar diferentes modelos e, consequentemente, obter diferentes valores previstos do fenômeno em estudo. O objetivo é estimar modelos que, embora simplificações da realidade, apresentem a melhor aderência possível entre os valores reais e os valores previstos”.

Silberzahn, R.; Uhlmann, E. L. Many hands make tight work. **Nature**, v. 526, p. 189-191, Out 2015.

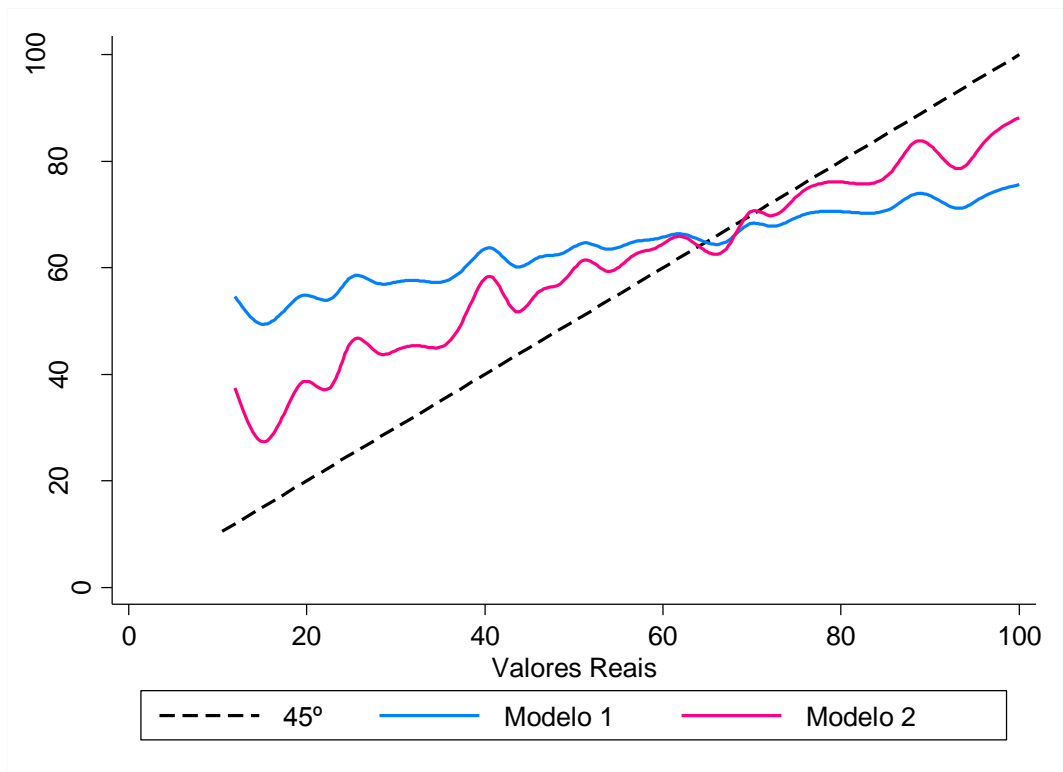
# REFLEXÃO



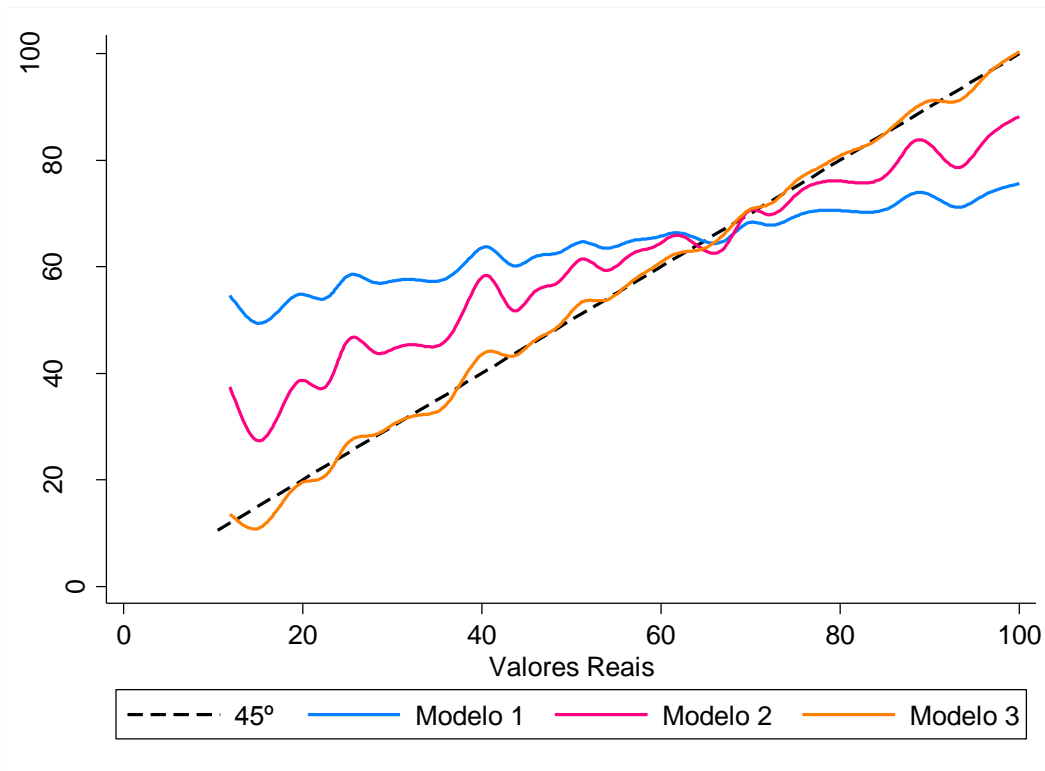
# REFLEXÃO



# REFLEXÃO



# REFLEXÃO



# ANÁLISE DE DADOS

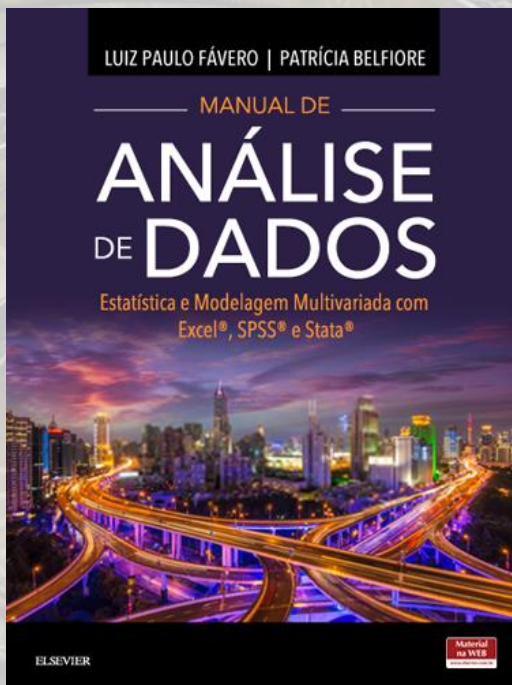
## Análise de Dados

### Técnicas Exploratórias

Análise de  
Conglomerados

Componentes  
Principais

Análise de  
Correspondência



### Técnicas Confirmatórias

Modelos Lineares  
Generalizados (GLM)

Modelos Lineares  
Generalizados  
Multinível (GLLMM)



# ANÁLISE DE DADOS

## Análise de Dados

Técnicas Exploratórias

Análise de  
Conglomerados

Componentes  
Principais

Análise de  
Correspondência

Técnicas Confirmatórias

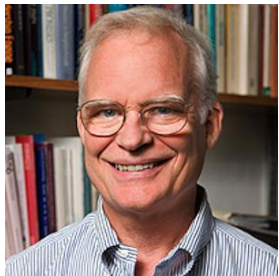
Modelos Lineares  
Generalizados (GLM)

Modelos Lineares  
Generalizados  
Multinível (GLLMM)



# O QUE SÃO MODELOS MULTIÍVEL?

**São modelos que reconhecem a existência de estrutura multinível ou agrupada nos dados.**



**Stephen W. Raudenbush**  
*University of Chicago*

**Hierarchical linear models:** applications and data analysis methods. 2. ed. Thousand Oaks: Sage Publications, 2002.



**Anthony S. Bryk**  
*Stanford University*

# ESTRUTURA MULTINÍVEL

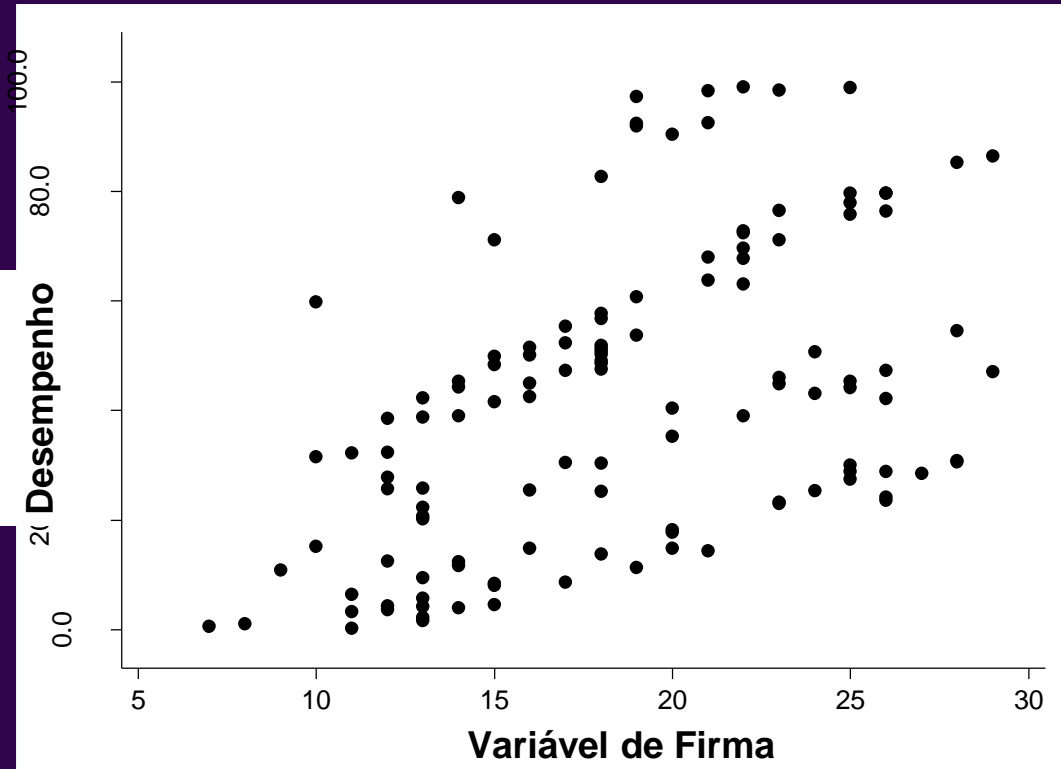
Nível 1  
*Firma*



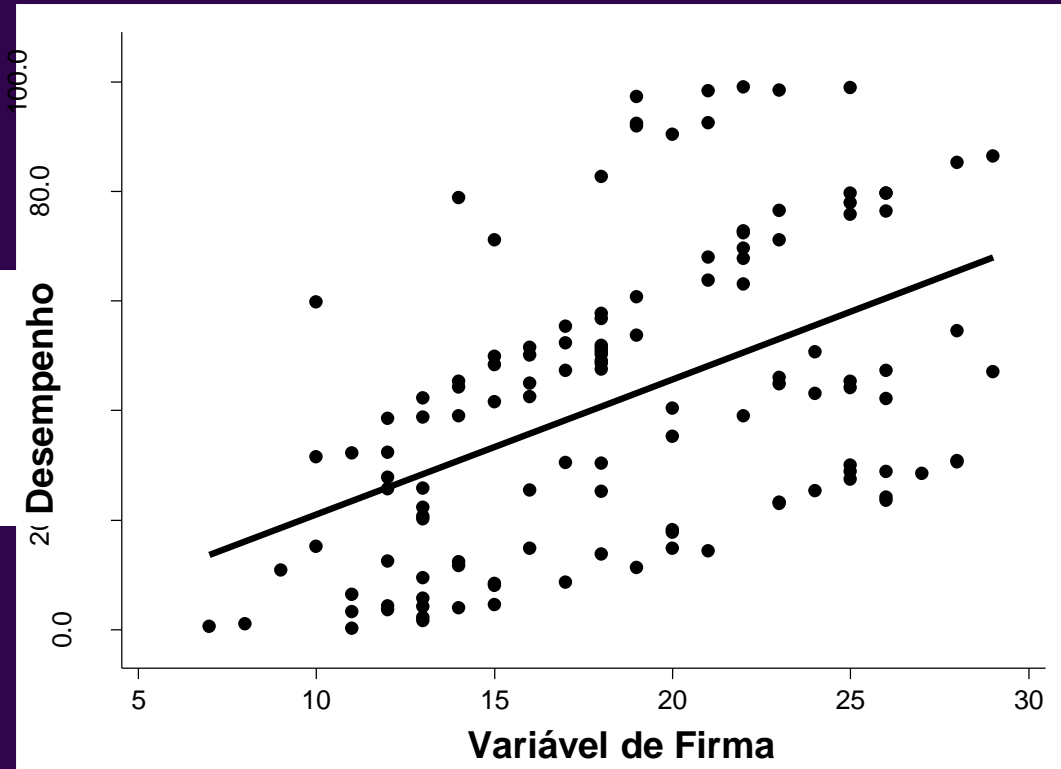
Nível 2  
*País de Origem*



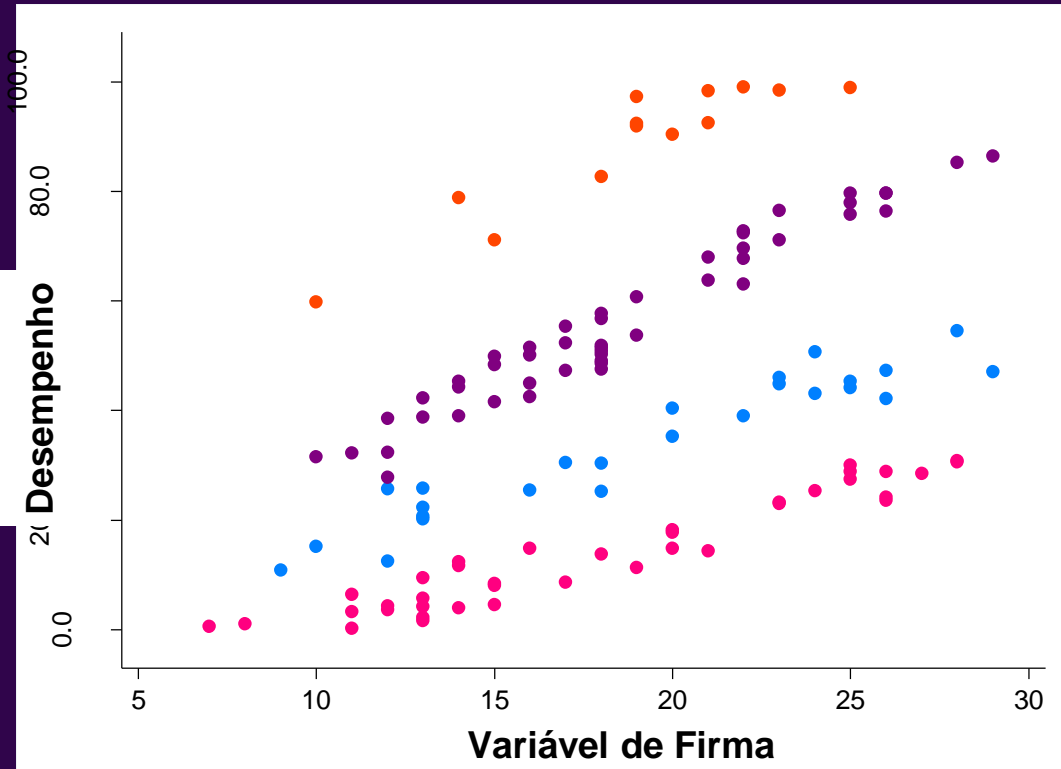
# MODELO MULTINÍVEL



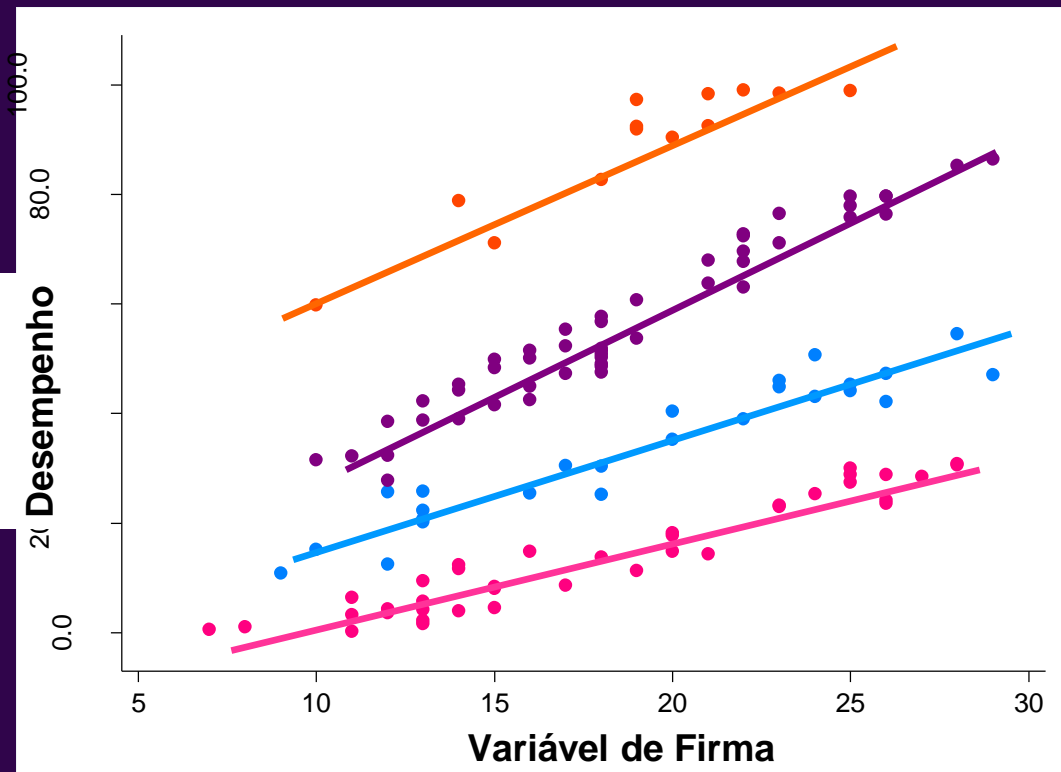
# MODELO MULTINÍVEL



# MODELO MULTINÍVEL



# MODELO MULTINÍVEL





# MODELO MULTINÍVEL

**País 1:**

$$\underline{Y_{i1} = \beta_{01} + \beta_{11} \cdot X_{i1} + r_{i1}}$$

**País 2:**

$$\underline{Y_{i2} = \beta_{02} + \beta_{12} \cdot X_{i2} + r_{i2}}$$

**País 3:**

$$\underline{Y_{i3} = \beta_{03} + \beta_{13} \cdot X_{i3} + r_{i3}}$$

**País 4:**

$$\underline{Y_{i4} = \beta_{04} + \beta_{14} \cdot X_{i4} + r_{i4}}$$

# MODELO MULTINÍVEL

**Nível 1**

$$Y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j} \cdot X_{ij} + r_{ij}$$

**Nível 2**

$$\beta_{0j} = \gamma_{00} + \gamma_{01} \cdot W_j + u_{0j}$$

$$\beta_{1j} = \gamma_{10} + \gamma_{11} \cdot W_j + u_{1j}$$

$$Y_{ij} = \underbrace{\left( \gamma_{00} + \gamma_{01} \cdot W_j + u_{0j} \right)}_{\text{intercepto com efeitos aleatórios}} +$$

**intercepto com  
efeitos aleatórios**

$$+ \underbrace{\left( \gamma_{10} + \gamma_{11} \cdot W_j + u_{1j} \right)}_{\text{inclinação com efeitos aleatórios}} \cdot X_{ij} + r_{ij}$$

**inclinação com  
efeitos aleatórios**

# MODELO MULTINÍVEL

$$Y_{ij} = \underbrace{\gamma_{00} + \gamma_{10} \cdot X_{ij} + \gamma_{01} \cdot W_j + \gamma_{11} \cdot W_j \cdot X_{ij}}_{\text{Efeitos Fixos}} + \underbrace{u_{0j} + u_{1j} \cdot X_{ij} + r_{ij}}_{\text{Efeitos Aleatórios}}$$

- Os modelos tradicionais de regressão ignoram as interações entre variáveis no componente de efeitos fixos e as interações entre termos de erro e variáveis no componente de efeitos aleatórios.

**Multilevel statistical models.** 4. ed. Chichester: John Wiley & Sons, 2011.

**Harvey Goldstein**  
*Centre for Multilevel Modelling*  
*University of Bristol*



# VARIÂNCIA DOS TERMOS ALEATÓRIOS

- Se as variâncias dos termos aleatórios  $u_{0j}$  e  $u_{1j}$  forem estatisticamente diferentes de zero, procedimentos tradicionais de estimação dos parâmetros do modelo, como mínimos quadrados ordinários, não serão adequados.

**Using multivariate statistics.** 6. ed. Boston:  
Pearson, 2013.



**Barbara G. Tabachnick**  
*California State University*



**Linda S. Fidell**  
*California State University*

# PRINCIPAIS VANTAGENS DOS MODELOS MULTINÍVEL SOBRE OS MODELOS TRADICIONAIS

- Apenas a inserção de ***dummies* de grupo** não capturaria os **efeitos contextuais**, visto que não permitiria que se separassem os efeitos observáveis dos não observáveis sobre a variável de desempenho.



**Sophia Rabe-Hesketh**  
*U. C. Berkeley*

**Multilevel and longitudinal modeling using Stata. 3.**  
ed. College Station: Stata Press, 2012.

**Anders Skrondal**  
*Norwegian Institute of Public Health*  
*University of Oslo*  
*U. C. Berkeley*



# POR QUE UTILIZAR MODELAGEM MULTINÍVEL?

**Os modelos multinível permitem, portanto, o desenvolvimento de novos e mais complexos constructos de pesquisa.**

“Dentro de uma estrutura de modelo com equação única, parece não haver uma conexão entre indivíduos e a sociedade em que vivem. Neste sentido, o uso de equações em níveis permite que o pesquisador ‘pule’ de uma ciência a outra: alunos e escolas, famílias e bairros, firmas e países. Ignorar esta relação significa elaborar análises incorretas sobre o comportamento dos indivíduos e, igualmente, sobre os comportamentos dos grupos. Somente o reconhecimento destas recíprocas influências permite a análise correta dos fenômenos.”

**Methodology and epistemology of multilevel analysis.**

London: Kluwer Academic Publishers, 2003.

**Daniel Courgeau**

*Institut National D'Études  
Démographiques*





The background of the slide is a photograph of a grand, ornate spiral staircase. The staircase features a black wrought-iron railing with intricate scrollwork. The walls of the staircase are decorated with elaborate, golden-colored carvings and moldings, including a series of pointed, shell-like motifs along the balustrade. The perspective is looking down the length of the staircase, creating a sense of depth and architectural grandeur.

# Modelagem Multinível em Trabalhos Empíricos

# APLICAÇÕES DE MODELAGEM MULTINÍVEL

## Strategic Management

Periódico	Ranking Google Scholar (Índice h5)	<i>GLLAMM</i>	% / Modelos Confirmatórios
Academy of Management Journal	1	22	10,78%
Journal of Management	2	15	12,71%
Strategic Management Journal	3	33	14,04%
Organization Science	4	22	12,15%
Management Science	5	20	11,83%
Journal of Management Studies	6	6	3,75%
Journal of Business Research	7	13	6,88%
Journal of Business Venturing	8	10	4,59%
Academy of Management Review	9	22	8,15%
Journal of Marketing	10	18	8,57%
Média			9,26%

# APLICAÇÕES DE MODELAGEM MULTINÍVEL

## Finance

Periódico	Ranking Google Scholar (Índice h5)	<i>GLLAMM</i>	% / Modelos Confirmatórios
Journal of Financial Economics	1	15	4,78%
The Journal of Finance	2	12	3,56%
Review of Financial Studies	3	13	6,22%
Journal of Banking & Finance	4	10	4,83%
Journal of Accounting and Economics	5	8	3,42%
European Central Bank Working Paper Series	6	5	2,53%
Journal of Financial and Quantitative Analysis	7	15	8,24%
Finance Research Letters	8	7	3,54%
Journal of Corporate Finance	9	7	2,89%
Journal of International Money and Finance	10	7	3,38%
Média			4,28%

# APLICAÇÕES DE MODELAGEM MULTINÍVEL

## Accounting & Taxation

Periódico	Ranking Google Scholar (Índice h5)	<i>GLLAMM</i>	% Total / Modelos Confirmatórios
The Accounting Review	1	8	1,97%
Journal of Accounting and Economics	2	9	2,34%
Journal of Accounting Research	3	9	2,41%
Contemporary Accounting Research	4	8	2,75%
Accounting, Organizations and Society	5	3	0,98%
Review of Accounting Studies	6	6	1,75%
Accounting, Auditing & Accountability Journal	7	2	0,73%
AUDITING: A Journal of Practice & Theory	8	1	0,45%
Journal of Accounting and Public Policy	9	1	0,43%
Management Accounting Research	10	5	2,34%
Média			1,70%

# MAS QUAL A RAZÃO?

- Estrutura dos dados.
- Não consideração de natureza multinível nos dados.
- Capacidade computacional por vezes insuficiente, principalmente quando da existência de interações profundas.



**Emmanuel Lazega**  
*Institut d'Études Politiques de Paris*

**Multilevel network analysis for the social sciences:**  
theory, methods and applications. New York: Springer, 2016.



**Tom Snijders**  
*University of Oxford*

# CONTRIBUIÇÃO PARA O ESTUDO DO DESEMPENHO DE FIRMAS

Short, J. C., Ketchen, D. J., Bennett, N., du Toit, M.

An examination of firm, industry, and time effects on performance using random coefficients modeling. **Organizational Research Methods**, v. 9, n. 3, p. 259-284, 2006.

- *Compustat Global*;
- 2.802 empresas;
- 348 setores;
- período: 1995-2001;
- 15.958 observações.

**H<sub>1</sub>:** Existe variância significativa no desempenho (ROA) de firmas provenientes de um mesmo setor e provenientes de setores distintos.

**H<sub>2</sub>:** A liquidez corrente das firmas é estatisticamente significativa para explicar a variação no desempenho, e existem diferenças entre firmas provenientes de setores distintos.



# CONTRIBUIÇÃO PARA O ESTUDO DO DESEMPENHO DE FIRMAS

**H<sub>1</sub>:** Existe variância significativa no desempenho (ROA) de firmas provenientes de um mesmo setor e provenientes de setores distintos.

## Modelo Nulo

Nível 1

$$ROA_{ij} = \beta_{0j} + r_{ij}$$

Nível 2

$$\beta_{0j} = \gamma_{00} + u_{0j}$$

$$ROA_{ij} = \gamma_{00} + u_{0j} + r_{ij}$$

# CONTRIBUIÇÃO PARA O ESTUDO DO DESEMPENHO DE FIRMAS

$H_1$ : Existe variância significativa no desempenho (ROA) de firmas provenientes de um mesmo setor e provenientes de setores distintos.

Fixed Effect	Coefficient	SE	t
Average ROA ( $\gamma_{00}$ )	-19.20*	2.35	-8.18
Random Effect	Variance Component	df	$\chi^2$
Firm variation ( $r_{ij}$ )	4,015.07*	2,454	9,671.99
Industry variation ( $u_{0j}$ )	741.94*	347	838.63
Variance Decomposition	% by Level		
Level 1 (firm)	84.40		
Level 2 (industry)	15.60		

\* sig. < 0.01.

# CONTRIBUIÇÃO PARA O ESTUDO DO DESEMPENHO DE FIRMAS

**H<sub>2</sub>:** A liquidez corrente das firmas é estatisticamente significativa para explicar a variação no desempenho, e existem diferenças entre firmas provenientes de setores distintos.

## Modelo com Interceptos e Inclinações Aleatórias

Nível 1

$$ROA_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j} \cdot (Current\ Ratio)_{ij} + r_{ij}$$

Nível 2

$$\beta_{0j} = \gamma_{00} + u_{0j}$$

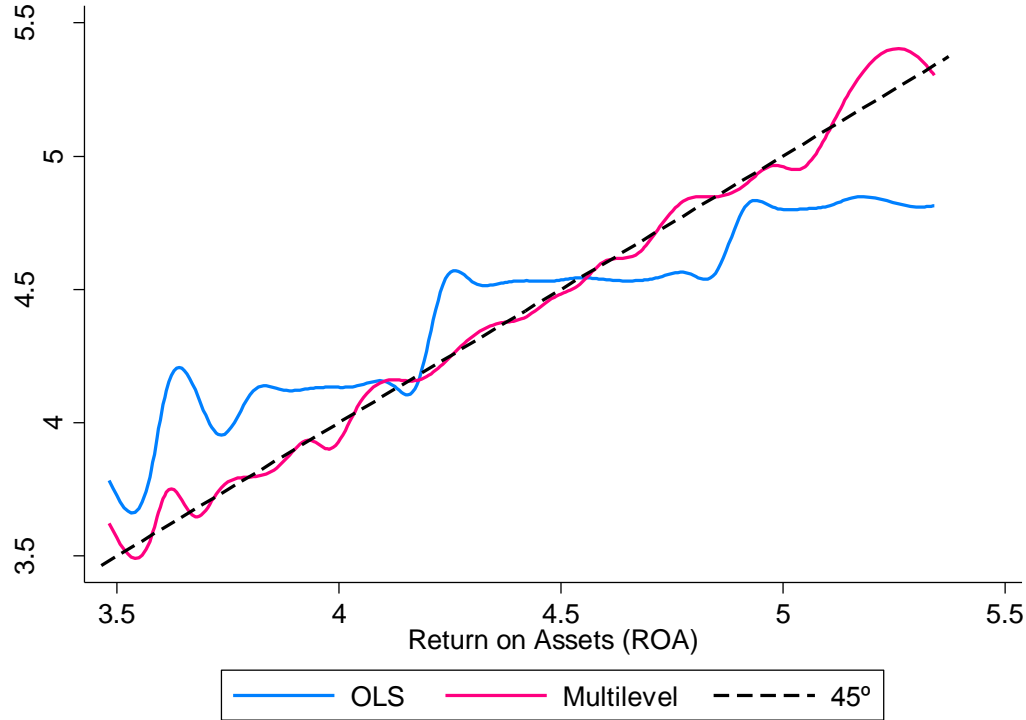
$$\beta_{1j} = \gamma_{10} + u_{1j}$$

# CONTRIBUIÇÃO PARA O ESTUDO DO DESEMPENHO DE FIRMAS

Fixed Effect	Coefficient	SE	t
Average ROA ( $\gamma_{00}$ )	-21.79*	3.43	-6.36
Current ratio main effect ( $\gamma_{10}$ )	1.43*	0.40	3.56
Random Effect	Variance Component	df	$\chi^2$
Level 1			
Firm variation ( $r_{ij}$ )	6,532.42*	2.406	8,248.07
Level 2			
Industry variation - intercept ( $u_{0j}$ )	873.88*	346	646.04
Industry variation - slope ( $u_{1j}$ )	7.79*	346	356.73

\* sig. < 0.01.

# CONTRIBUIÇÃO PARA O ESTUDO DO DESEMPENHO DE FIRMAS



# CONTRIBUIÇÃO PARA O ESTUDO DO DESEMPENHO DE FIRMAS

Rajan, R.G.; Zingales, L.

What do we know about capital structure? Some evidence from international data.

**Journal of Finance**, v. 50-5, p. 1421-1460, 1995.

- *Compustat Global*  
e *MSCI*;

- 4.557 empresas;

- 7 países;

- período: 1987-1991.

Country	Local Market Index	Number of Firms
United States	S&P 500	2.583
Japan	Nikkei 500	514
Germany	FAZ Share Index	191
France	CAC General Index	225
Italy	MIB Current Index	118
United Kingdom	FT 500	608
Canada	TSE 300	318

$$\begin{aligned} \text{Leverage}_i = & \beta_0 + \beta_1 \cdot (\text{Tangible Assets})_i + \beta_2 \cdot (\text{Market to Book})_i \\ & + \beta_3 \cdot (\text{Log Sales})_i + \beta_4 \cdot (\text{ROA})_i + r_i \end{aligned}$$



# CONTRIBUIÇÃO PARA O ESTUDO DO DESEMPENHO DE FIRMAS

Rajan, R.G.; Zingales, L.

What do we know about capital structure? Some evidence from international data.

**Journal of Finance**, v. 50-5, p. 1421-1460, 1995.

leverage	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
tang_assets	.371405	.0525896	7.06	0.000	.2683046	.4745055
market_book	-.1081544	.0155978	-6.93	0.000	-.1387335	-.0775752
logsale	.0383391	.0105106	3.65	0.000	.0177333	.0589449
roa	-.8269376	.2249839	-3.68	0.000	-1.268012	-.3858629
_cons	-1.728685	.265876	-6.50	0.000	-2.249927	-1.207442

# CONTRIBUIÇÃO PARA O ESTUDO DO DESEMPENHO DE FIRMAS

$$\text{Leverage}_i = \beta_0 + \beta_1 \cdot (\text{Tangible Assets})_i + \beta_2 \cdot (\text{Market to Book})_i \\ + \beta_3 \cdot (\text{Log Sales})_i + \beta_4 \cdot (\text{ROA})_i + r_i$$

Nível 1

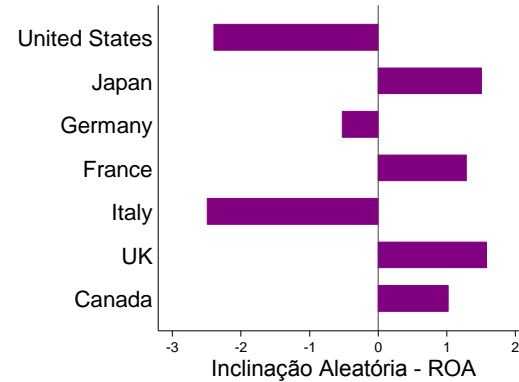
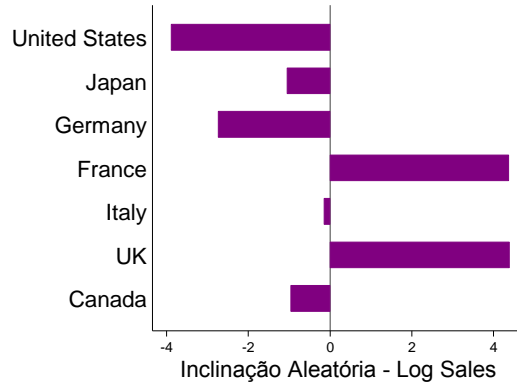
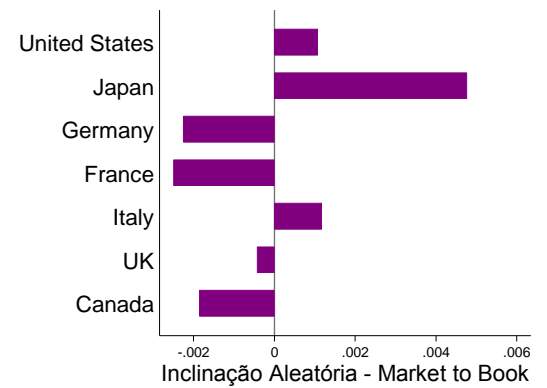
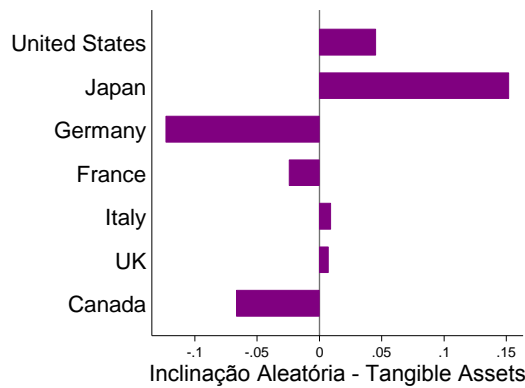
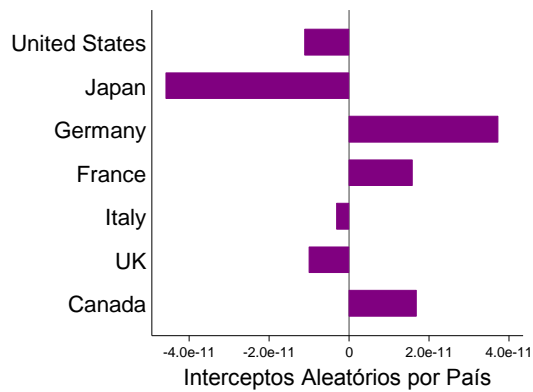
$$\text{Leverage}_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j} \cdot (\text{Tangible Assets})_{ij} + \beta_{2j} \cdot (\text{Market to Book})_{ij} \\ + \beta_{3j} \cdot (\text{Log Sales})_{ij} + \beta_{4j} \cdot (\text{ROA})_{ij} + r_{ij}$$

Nível 2

$$\begin{aligned} \beta_{0j} &= \gamma_{00} + u_{0j} & \beta_{1j} &= \gamma_{10} + u_{1j} & \beta_{2j} &= \gamma_{20} + u_{2j} \\ \beta_{3j} &= \gamma_{30} + u_{3j} & \beta_{4j} &= \gamma_{40} + u_{4j} \end{aligned}$$

leverage	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]	
tang_assets	.3462677	.049087	7.05	0.000	.2500589	.4424765
market_book	-.0641481	.0143289	-4.48	0.000	-.0922322	-.036064
logsale	.0353799	.0098784	3.58	0.000	.0160185	.0547413
roa	-.7729998	.2071899	-3.73	0.000	-1.179085	-.366915
_cons	-.6153343	.795045	-0.77	0.439	-2.173594	.9429252
Random-effects Parameters		Estimate	Std. Err.	[95% Conf. Interval]		
country: Independent						
	var(tang_a~s)	4.33e-13	7.82e-14	1.83e-28	1021.785	
	var(market~k)	.0087904	.0030879	.002262	.0341598	
	var(logsale)	7.67e-06	5.33e-09	1.96e-06	.00003	
	var(roa)	10.84124	4.462827	3.37015	34.87456	
	var(_cons)	3.811897	0.733678	1.036019	14.02538	
	var(Residual)	29.18282	.6058274	28.01925	30.39471	
LR test vs. linear regression:                      chi2(5) = 1047.68      Prob > chi2 = 0.0000						

# CONTRIBUIÇÃO PARA O ESTUDO DO DESEMPENHO DE FIRMAS

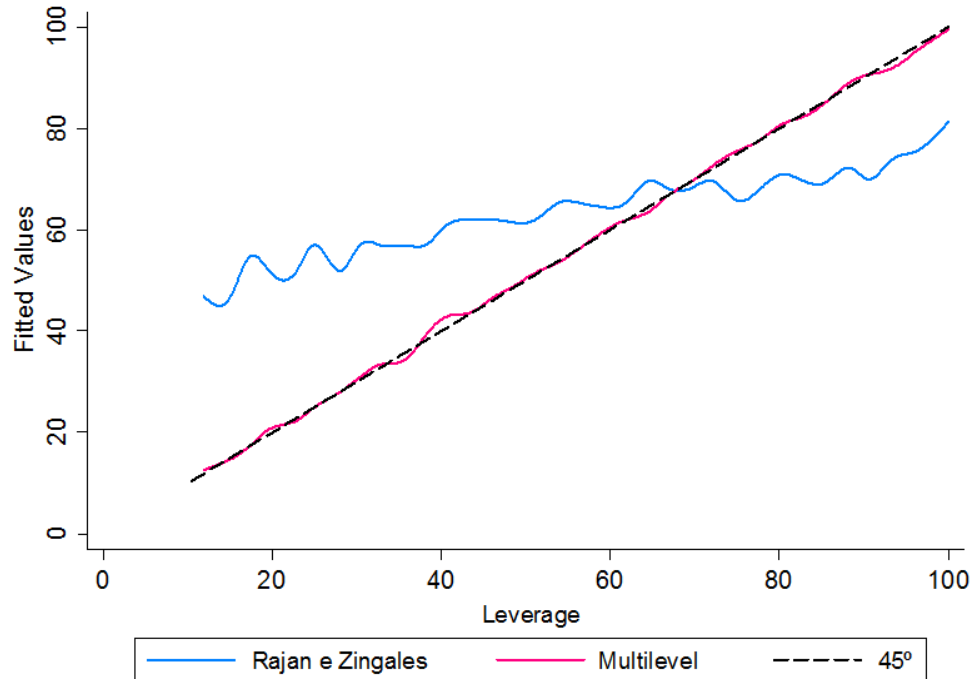


# CONTRIBUIÇÃO PARA O ESTUDO DO DESEMPENHO DE FIRMAS

Rajan, R.G.; Zingales, L.

What do we know about capital structure? Some evidence from international data.

**Journal of Finance**, v. 50-5, p. 1421-1460, 1995.

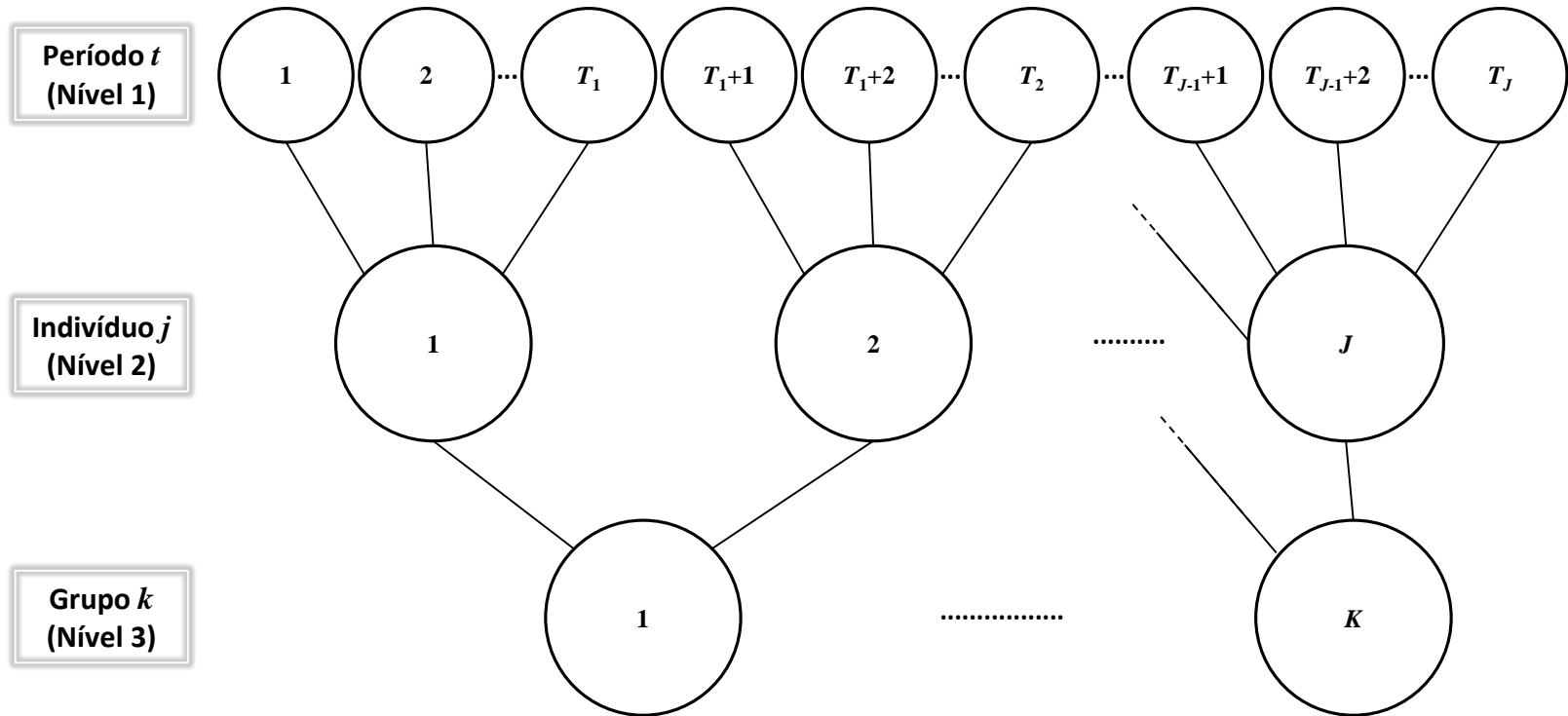


# Estimação de Modelos Multinível em

The background of the slide features a purple-to-pink gradient. In the upper center, there is a large, semi-transparent clock face with hands. Overlaid on this are the dark silhouettes of four people running from left to right, each carrying a briefcase. A semi-transparent purple rectangular box is centered over the image, containing the title text in white.

# **Modelo HLM3 com Medidas Repetidas**

# ESTRUTURA ANINHADA DE DADOS COM MEDIDAS REPETIDAS EM TRÊS NÍVEIS





# ESTRUTURA DO BANCO DE DADOS (HLM3)

	country	pais	firma	roa	ano	capital	educpesq
1	Argentina	2	1	3.540000	1	1	2
2	Argentina	2	1	4.440000	2	1	2
3	Argentina	2	1	4.640000	3	1	2
4	Argentina	2	1	5.240000	4	1	2
5	Argentina	2	2	7.490000	1	1	2
6	Argentina	2	2	7.590000	2	1	2
7	Argentina	2	2	7.790000	3	1	2
8	Argentina	2	2	7.990000	4	1	2
9	Argentina	2	3	8.670000	1	0	2
10	Argentina	2	3	9.170000	2	0	2
11	Argentina	2	3	9.770000	3	0	2
12	Argentina	2	3	10.000000	4	0	2
13	Argentina	2	4	5.370000	1	0	2
14	Argentina	2	4	5.470000	2	0	2
15	Argentina	2	4	5.470000	3	0	2
16	Argentina	2	4	5.670000	4	0	2
17	Argentina	2	5	7.970000	1	0	2
18	Argentina	2	5	8.670000	2	0	2
19	Argentina	2	5	9.170000	3	0	2
20	Argentina	2	5	9.969999	4	0	2

# MODELAGEM HLM3 EM



Base de dados: **desempenho.rdata**

```
attach(desempenho)
```

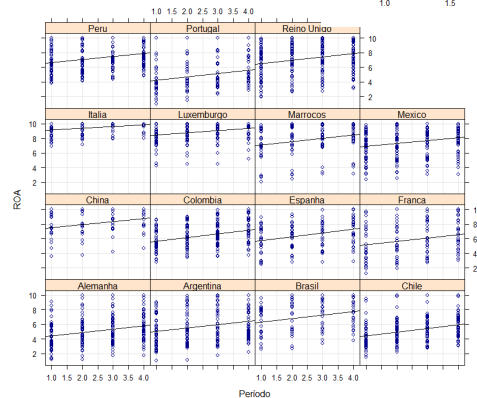
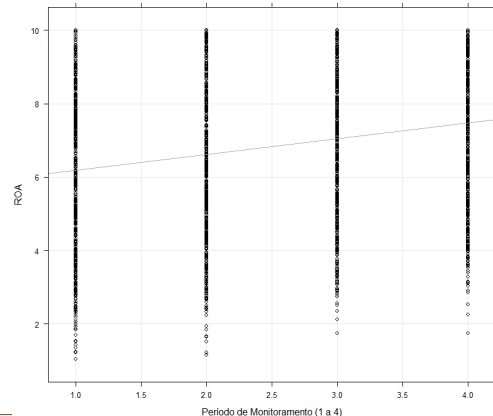
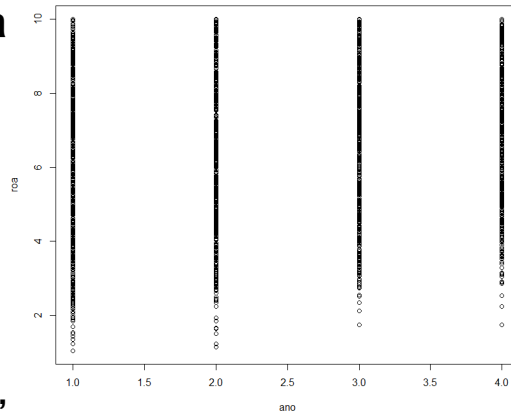
```
prop.table(table(ano))  
tapply(roa, ano, mean)
```

```
plot(ano, roa)
```

```
library(lattice)  
xyplot(roa ~ ano, data = desempenho,
```

```
type=c("p", "g", "r"), col="black", col.line="darkgray",  
xlab="Período de Monitoramento (1 a 4)",  
ylab="ROA")
```

```
xyplot(roa ~ ano | as.factor(country), data =  
desempenho[1:2440, ],  
type=c("p", "g", "r"), col="dark  
blue", col.line="black",  
main="Evolução Anual do ROA por País",  
xlab="Período",  
ylab="ROA")
```

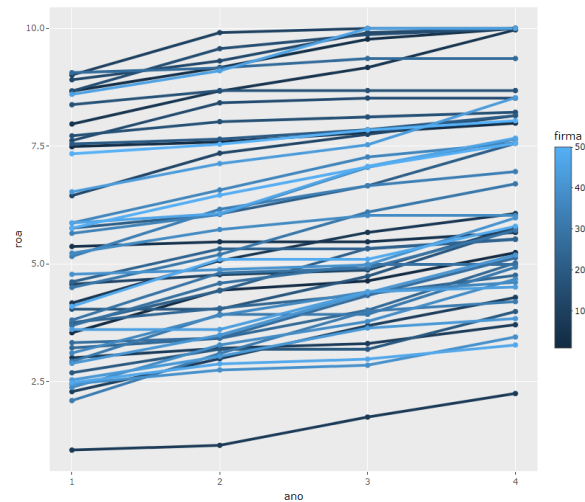
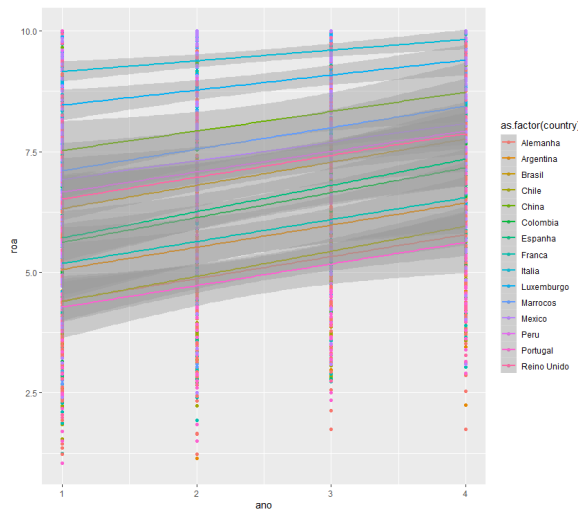


# MODELAGEM HLM3 EM

Base de dados: **desempenho.rdata**

```
library(ggplot2)
ggplot(desempenho, aes(x = ano, y = roa, color = as.factor(country))) +
  geom_point() + geom_smooth(method = "lm")
```

```
newdata <- desempenho[ which(desempenho$firma <=50), ]
p <- ggplot(newdata, aes(ano, roa, group=firma, colour=firma)) +
  geom_line(size=1)
p <- p + geom_point()
p <- ggplotly(p)
p
```



## Modelo Nulo

$$ROA_{tjk} = \pi_{0jk} + e_{tjk}$$

$$\pi_{0jk} = b_{00k} + r_{0jk}$$

$$b_{00k} = \gamma_{000} + u_{00k}$$

$$ROA_{tjk} = \gamma_{000} + u_{00k} + r_{0jk} + e_{tjk}$$

```
modelonulo <- lmer(roa ~ (1 | country) + (1 | firma),  
  data = desempenho, REML = T)
```

## Modelo de Tendência Linear com Interceptos Aleatórios

$$ROA_{tjk} = \pi_{0jk} + \pi_{1jk} \cdot ano_{jk} + e_{tjk}$$

$$\pi_{0jk} = b_{00k} + r_{0jk}$$

$$\pi_{1jk} = b_{10k}$$

$$b_{00k} = \gamma_{000} + u_{00k}$$

$$b_{10k} = \gamma_{100}$$

$$ROA_{tjk} = \gamma_{000} + \gamma_{100} \cdot ano_{jk} + u_{00k} + r_{0jk} + e_{tjk}$$

```
modelointerceptaleat <- lmer(roa ~ ano + (1 | country) + (1 | firma),  
  data = desempenho, REML = T)
```

# MODELAGEM HLM3 EM

## Modelo de Tendência Linear com Interceptos e Inclinações Aleatórias

$$ROA_{tjk} = \pi_{0jk} + \pi_{1jk} \cdot ano_{jk} + e_{tjk}$$

$$\pi_{0jk} = b_{00k} + r_{0jk}$$

$$\pi_{1jk} = b_{10k} + r_{1jk}$$

$$b_{00k} = \gamma_{000} + u_{00k}$$

$$b_{10k} = \gamma_{100} + u_{10k}$$

$$ROA_{tjk} = \gamma_{000} + \gamma_{100} \cdot ano_{jk} + u_{00k} + u_{10k} \cdot ano_{jk} + r_{0jk} + r_{1jk} \cdot ano_{jk} + e_{tjk}$$

```
modelointerceptinclaleat <- lmer(roa ~ ano + (ano | country) + (ano | firma),  
  data = desempenho, REML = T)
```

# MODELAGEM HLM3 EM

## Modelo de Tendência Linear com Interceptos e Inclinações Aleatórias e as Variáveis *capital* de Nível 2 e *educpesq* de Nível 3 (Modelo Completo)

$$ROA_{ijk} = \pi_{0jk} + \pi_{1jk} \cdot ano_{jk} + e_{ijk}$$

$$\pi_{0jk} = b_{00k} + b_{01k} \cdot capital_{jk} + r_{0jk}$$

$$\pi_{1jk} = b_{10k} + b_{11k} \cdot capital_{jk} + r_{1jk}$$

$$b_{00k} = \gamma_{000} + \gamma_{001} \cdot educpesq_k + u_{00k}$$

$$b_{01k} = \gamma_{010}$$

$$b_{10k} = \gamma_{100} + \gamma_{101} \cdot educpesq_k + u_{10k}$$

$$b_{11k} = \gamma_{110}$$

$$ROA_{ijk} = \gamma_{000} + \gamma_{100} \cdot ano_{jk} + \gamma_{010} \cdot capital_{jk} + \gamma_{001} \cdot educpesq_k + \gamma_{110} \cdot capital_{jk} \cdot ano_{jk} + \gamma_{101} \cdot educpesq_k \cdot ano_{jk} + u_{00k} + u_{10k} \cdot ano_{jk} + r_{0jk} + r_{1jk} \cdot ano_{jk} + e_{ijk}$$

# MODELAGEM HLM3 EM

## Modelo de Tendência Linear com Interceptos e Inclinações Aleatórias e as Variáveis *capital* de Nível 2 e *educpesq* de Nível 3 (Modelo Completo)

```
modelocompleto <- lmer(roa ~ ano + capital + educpesq + ano:capital + ano:educpesq  
  + (ano | country) + (ano | firma),  
  data = desempenho, REML = T)
```

```
# Display the random effects (EBLUPs) from the model  
u0 <- ranef(modelocompleto_lme4)  
u0
```



# MODELAGEM HLM3 EM

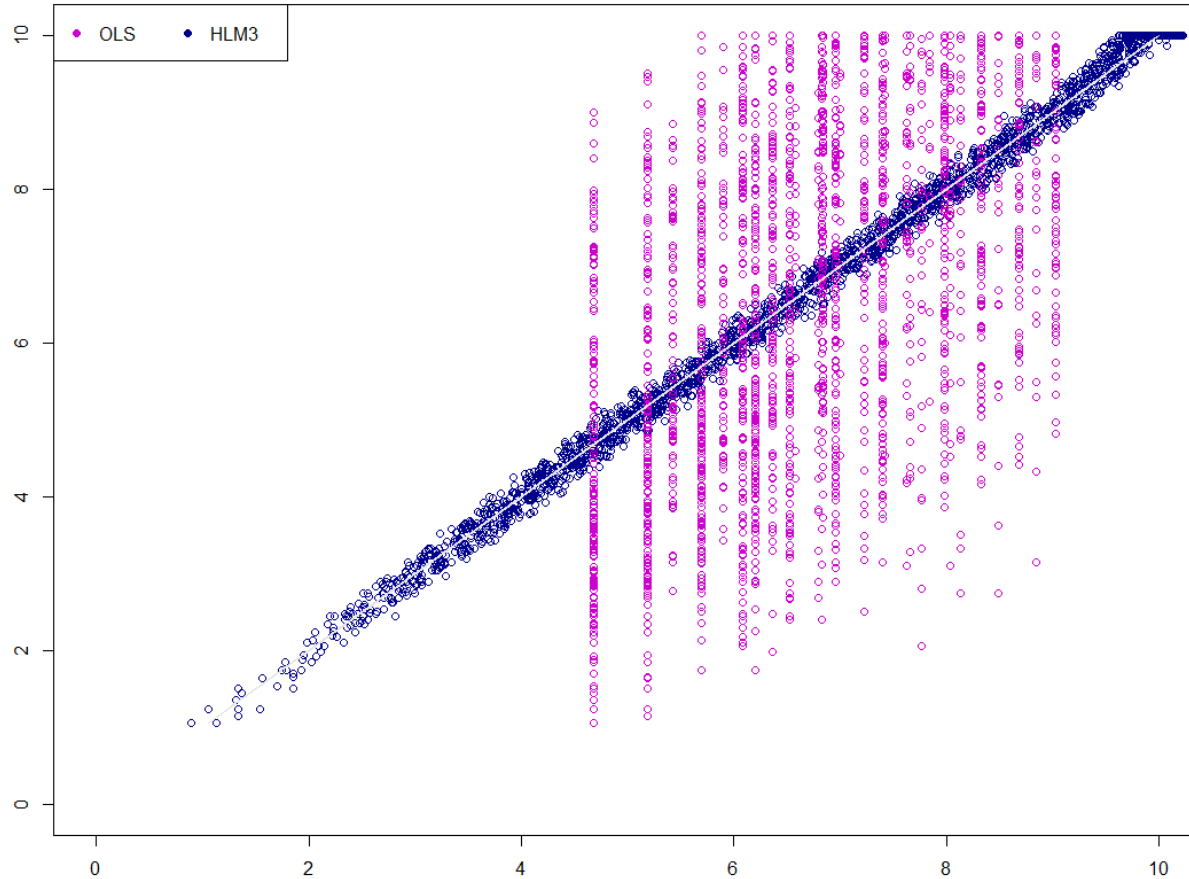
# GRÁFICO PARA COMPARAR FITTED VALUES DOS MODELOS HLM E GLM COM A RETA A 45°

```
desempenho$fitmodelocompleto <- modelocompleto$fitted  
desempenho$fitglm <- modelocompleto_glm$fitted
```

```
plot(roa ~ fitted(modelocompleto), xlim=c(0,10), ylim=c(0,10), col = "darkblue")  
points(desempenho$fitglm, roa, col = "magenta3", pch = 1)  
lines(roa, roa, col="gray90")
```

```
legend("topleft",  
      horiz = TRUE,  
      legend = c("OLS", "HLM3"),  
      col = c("magenta3", "darkblue"),  
      pch = c(16, 16))
```

# MODELAGEM HLM3 EM



# DESAFIOS ATUAIS EM MODELAGEM MULTINÍVEL



Interações Profundas e  
Capacidade de Processamento

Métodos de Estimação dos  
Parâmetros

Clusterização da Amostra

Estimação de  
modelos com a  
melhor aderência  
possível entre os  
valores reais e  
previstos



**Andrew Gelman**

*Multilevel Conference, 31 Out 2015, Columbia University, NYC.*

# REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS PRINCIPAIS

CAMERON, A. C.; TRIVEDI, P. K. **Microeconometrics using Stata**. Revised edition. College Station: Stata Press, 2010.

COURGEAU, D. **Methodology and epistemology of multilevel analysis**. London: Kluwer Academic Publishers, 2003.

FÁVERO, L. P.; BELFIORE, P. **Manual de análise de dados**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2017.

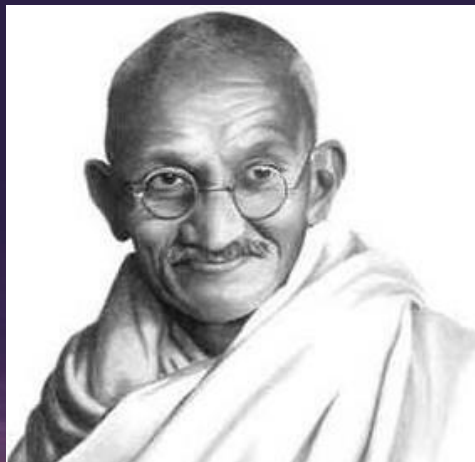
FÁVERO, L. P.; BELFIORE, P. **Data science for business and decision making**. Cambridge: Academic Press Elsevier, 2019.

LAZEGA, E.; SNIJDERS, T. **Multilevel network analysis for the social sciences: theory, methods and applications**. New York: Springer, 2016.

RABE-HESKETH, S.; SKRONDAL, A. **Multilevel and longitudinal modeling using Stata**. College Station: Stata Press, 2012.



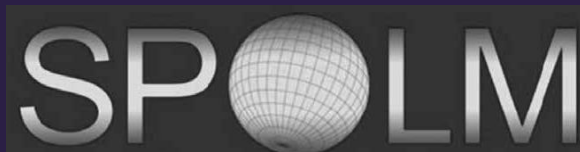
# MENSAGEM MULTINÍVEL



Devemos expandir o círculo do nosso amor até que ele englobe todo o nosso bairro; do bairro, por sua vez, deve desdobrar-se para toda a cidade; da cidade para o estado, e assim, sucessivamente, até que o objeto do nosso amor inclua todo o universo.







**MUITO OBRIGADO!**

**Prof. Dr. Luiz Paulo Fávero**  
**Professor Titular da FEA/USP**  
*[lpfaver@usp.br](mailto:lpfaver@usp.br)*

