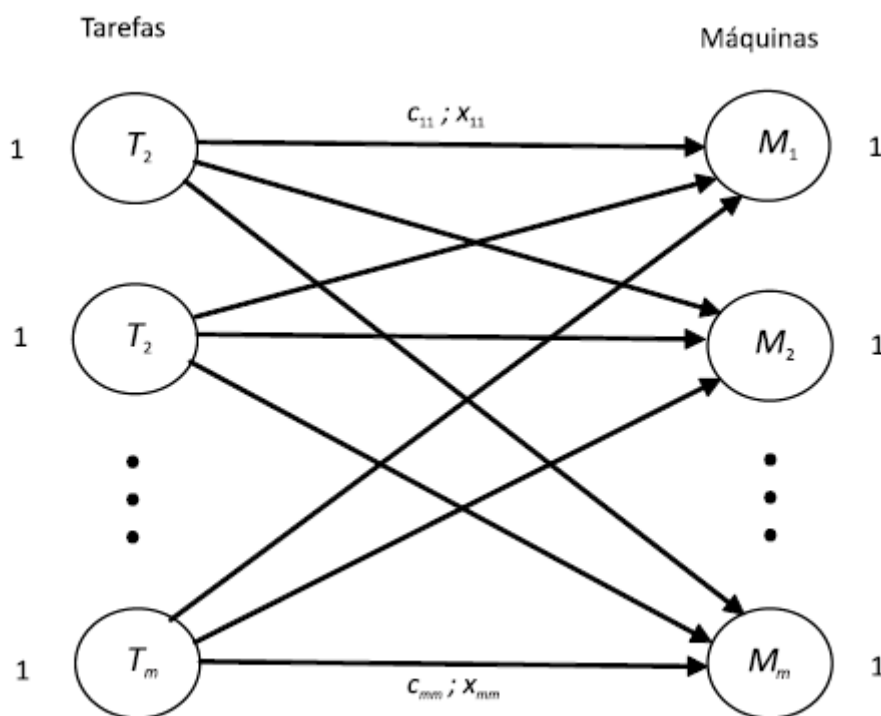


Aula 1: Estabelecendo modelos de atribuição

Vamos analisar o problema de designação de m tarefas a uma das m máquinas disponíveis em um sistema qualquer. Tarefas x máquinas possuem um conceito genérico, podendo ser interpretado por exemplo como projeto x empresa/equipe; pessoa x casa; atleta x time; etc.

Cada tarefa deve ser designada a apenas uma máquina e cada máquina só pode receber uma tarefa



Como fazer a atribuição?

Para efeitos didáticos vamos supor que sejam 5 tarefas e 5 máquinas e que haja um custo de atribuição c_{ij} , em que : C_{ij} = custo de designar a tarefa i à máquina j

Modelo 1: Realizamos um sorteio

Exemplo: Suponha que fixamos as máquinas e sorteamos qual tarefa será designada, obtendo a seguinte sequência: 4, 2, 1, 3, 5 ou seja, tarefa 4 na máquina 1, tarefa 2 na máquina 2, tarefa 1 na máquina 3, tarefa 3 na máquina 4 e tarefa 5 na máquina 5

Considerando que o custo destas atribuições sejam: $c_{41} = 4$; $c_{22} = 10$; $c_{13} = 5$; $c_{34} = 8$ e $c_{55} = 5$, o custo total dessa solução será 32.

Modelo 2: Aplicamos uma avaliação através do método AHP

O método AHP auxilia no processo de decidir quais tarefas são mais importantes e quais máquinas possuem melhor qualidade, desse modo atribuindo a primeira tarefa mais importante para a primeira máquina mais qualificada e assim sucessivamente até a quinta tarefa menos importante para a quinta máquina menos qualificada.

Exemplo: Para simplificar vamos considerar o ranking fornecido pela AHP com seus respectivos pesos

tarefa	ranking	peso	máquina	ranking	peso
3	1	0.28	2	1	0.3
5	2	0.22	3	2	0.24
1	3	0.18	4	3	0.22
2	4	0.17	5	4	0.14
4	5	0.14	1	5	0.10

Com base nos rankings a tarefa 3 será atribuída à máquina 2, tarefa 5 à máquina 3 e assim por diante.

Considerando que o custo destas atribuições sejam: $c_{32} = 4$; $c_{53} = 2$; $c_{14} = 10$; $c_{25} = 4$ e $c_{45} = 8$, o custo total dessa solução será 28.

Modelo 3: Estimamos o custo de operação de cada tarefa a cada máquina e minimizamos o custo total da operação

A formulação matemática deste problema é dada por

$$\min z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m c_{ij} x_{ij}$$

sujeito a:

$$\sum_{j=1}^m x_{ij} = 1, \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = 1, \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (2)$$

$$x_{ij} = 0 \text{ ou } 1, \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (3)$$

Variáveis de decisão: $x_{ij} = 1$, se a tarefa i é designada à máquina j ; 0 em caso contrário

Constante de custo: c_{ij} = custo de designar a tarefa i à máquina j

Exemplo:

$C1j = (3, 4, 5, 10, 3)$

$C2j = (5, 10, 8, 3, 4)$

C3j = (10, 4, 5, 8, 9)

C4j = (4, 5, 6, 7, 8)

C5j = (2, 3, 2, 3, 5)

Solução tarefa>máquina: 1>5;2>4;3>2;4>1;5>3

Considerando que o custo destas atribuições sejam: $c_{15} = 3$; $c_{24} = 3$; $c_{32} = 4$; $c_{41} = 4$ e $c_{53} = 2$, o custo total dessa solução será 16 e é o **menor custo** que podemos obter.

Exercícios: Prazo de realização de 1 semana, entregar antes do início da próxima aula

- 1- Proponha um modelo de atribuição para um problema de sua pesquisa, caso não tenha um, utilize o problema genérico de atribuir tarefas às máquinas
- 2- Estime os custos de atribuição para seu problema, caso não tenha um e esteja usando o modelo genérico desta aula, utilize os custos fornecidos no modelo 3. Calcule o custo total da solução obtida pelo seu modelo proposto.
- 3- Compare os resultados obtidos pelos 3 modelos apresentados nesta aula e analise os prós e contras de cada um.