Planejamento de investimento de culturas na fazenda

Profa. Luciane Alcoforado

17 de maio de 2022

O problema

Um fazendeiro está considerando cinco tipos de investimentos em atividades de cultura (soja, mandioca, milho, trigo e feijão) em sua nova fazenda, que possui área total disponível de 1.000 hectares.

Levantamento dos dados

Cada atividade de cultura exige investimentos de capital que gerarão benefícios futuros. O investimento inicial e as contas a pagar nos próximos três anos, para cada atividade de cultura, estão especificados na Tabela 1. O retorno esperado nos próximos três anos, para cada investimento de cultura, está especificado na Tabela 2.

O fazendeiro possui limitação de recursos a serem investidos em cada período (última coluna da Tabela 1) e espera um fluxo mínimo de entrada em cada período (última coluna da Tabela 2).

Tabela 1 Fluxo de caixa de saída em cada ano

Ano	Investim. in	Fluxo máximo				
	Soja	Mandioca	Milho	Trigo	Feijão	de saída (R\$ mil)
0	5,00	4,00	3,50	3,50	3,00	3.800,00
1	1,00	1,00	0,50	1,50	0,50	3.500,00
2	1,20	0,50	0,50	0,50	1,00	3.200,00
3	0,80	0,50	1,00	0,50	0,50	2.500,00

Tabela 2 Fluxo de caixa de entrada em cada ano

Ano	Retor	Fluxo mínimo de				
	Soja	Mandioca	Milho	Trigo	Feijão	entrada (R\$ mil)
1	5,00	4,20	2,20	6,60	3,00	6.000,00
2	7,70	6,50	3,70	8,00	3,50	5.000,00
3	7,90	7,20	2,90	6,10	4,10	6.500,00

Figure 1:

A taxa de juros, para cada atividade de cultura, é de 20% a.a. A partir da área total disponível para investimento, o fazendeiro quer determinar quanto investir em cada cultura (em hectares), de forma a

maximizar o VPL do conjunto de projetos de investimento em análise, respeitando os fluxos mínimo de entrada e máximo de saída em cada período.

Formulação do problema de programação linear do fazendeiro.

Variáveis de Decisão

 x_i = área total em hectares a ser investida para a cultura da atividade i, i = 1, 2, ..., 5

Restrições do problema

1. Capacidade máxima disponível para as atividades de cultura:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 \le 1000$$

2. Fluxo mínimo de entrada para cada ano (R\$ mil):

$$5.0x_1 + 4.2x_2 + 2.2x_3 + 6.6x_4 + 3.0x_5 \ge 6000$$
 (1o. ano)

$$7.7x_1 + 6.5x_2 + 3.7x_3 + 8.0x_4 + 3.5x_5 \ge 5000$$
 (2o. ano)

$$7.9x_1 + 7.2x_2 + 2.9x_3 + 6.1x_4 + 4.1x_5 \ge 6500$$
 (3o. ano)

3. Fluxo máximo de saída para cada ano (R\$ mil):

$$5.0x_1 + 4.0x_2 + 3.5x_3 + 3.5x_4 + 3.0x_5 \le 8000$$
 (investimento inicial)

$$1.0x_1 + 1.0x_2 + 0.5x_3 + 1.5x_4 + 0.5x_5 \le 3500$$
 (1o. ano)

$$1.2x_1 + 0.5x_2 + 0.5x_3 + 0.5x_4 + 1.0x_5 \le 3200$$
 (2o. ano)

$$0.8x_1 + 0.5x_2 + 1.0x_3 + 0.5x_4 + 0.5x_5 \le 2500$$
 (3o. ano)

4. Restrições de não negatividade das variáveis de decisão:

$$x_i \ge 0, i = 1, 2, ..., 5$$

Função Objetivo

$$maxz = 6.956x_1 + 6.711x_2 + 1.238x_3 + 9.199x_4 + 2.903x_5$$

A solução do problema

```
## [1] 8700.617
```

Análise de sensibilidade

Realizar a análise de sensibilidade, ou seja, quanto é possivel variar os investimentos sem alterar as áreas de cultivo de cada cultura?

```
round(solucao.problema$sens.coef.from,2)
```

```
## [1] 5.13 -1000000000000019924668064446.00
```

[3] -100000000000000019924668064446.00 6.9¹

[5] -100000000000000019924668064446.00

```
round(solucao.problema$sens.coef.to,2)
## [1]
                                                                         7.83
                                     9.20
## [3]
                                    13.19 100000000000000019924668064446.00
## [5]
                                    11.69
Qual o impacto no VPL se o fazendeiro puder aumentar a área de cultivo? E se precisar diminuir?
#O quanto aumenta/diminui no valor da função objetivo se aumentamos/diminuimos 1 unidade de recurso em
solucao.problema$duals
                                0.000000 -1.246142
##
    [1]
        16.800540
                     0.000000
                                                      0.000000
                                                                  0.00000
                     0.000000
         0.000000
                                0.000000 -1.117670 -11.948302
                                                                  0.000000
##
   [7]
## [13]
        -8.788580
#Intervalos válidos para aumentar/diminuir recursos e manter a taxa de variação na função objetivo
round(solucao.problema$duals.from,2)
##
    [1]
                                     979.67 -100000000000000019924668064446.00
   [3] -100000000000000019924668064446.00
##
                                                                         6100.00
  [5] -1000000000000000019924668064446.00 -1000000000000019924668064446.00
##
  [7] -1000000000000000019924668064446.00 -10000000000000019924668064446.00
## [9] -100000000000000019924668064446.00
                                                                        -5948.05
## [11]
                                    -125.00 -100000000000000019924668064446.00
## [13]
                                    -200.00
round(solucao.problema$duals.to,2)
                                   1065.57 10000000000000019924668064446.00
##
    [1]
##
    [3] 100000000000000019924668064446.00
##
     [5] \ 100000000000000000019924668064446.00 \ 100000000000000019924668064446.00 
   [7] 10000000000000019924668064446.00 1000000000000019924668064446.00
   [9] 100000000000000019924668064446.00
##
                                                                        171.87
## [11]
                                     33.74 100000000000000019924668064446.00
```

45.45

[13]