

Clase Análisis Espectral

Lo que veremos..

Lo que veremos..

- Introducción, recordemos de la clase teórica

Lo que veremos..

- Introducción, recordemos de la clase teórica
- Código

Lo que veremos..

- Introducción, recordemos de la clase teórica
- Código
- Ejemplo

Introducción

Última metodología que veremos para analizar la presencia de ciclos

Introducción

Última metodología que veremos para analizar la presencia de ciclos

Vimos análisis armónico y ahora es el turno de análisis espectral

Introducción

Última metodología que veremos para analizar la presencia de ciclos

Vimos análisis armónico y ahora es el turno de análisis espectral

Cuál es la diferencia entre ambas metodologías?

Introducción

Última metodología que veremos para analizar la presencia de ciclos

Vimos análisis armónico y ahora es el turno de análisis espectral

Cuál es la diferencia entre ambas metodologías?

- 1 En análisis armónico puedo reconstruir la onda

Introducción

Última metodología que veremos para analizar la presencia de ciclos

Vimos análisis armónico y ahora es el turno de análisis espectral

Cuál es la diferencia entre ambas metodologías?

- 1 En análisis armónico puedo reconstruir la onda
- 2 En análisis espectral me muestra la significancia de una onda pero no la puedo reconstruir para luego filtrarla.

En la clase teórica se mencionaron dos formas distintas de resolución:

En la clase teórica se mencionaron dos formas distintas de resolución:

- Transformada rápida de Fourier:

En la clase teórica se mencionaron dos formas distintas de resolución:

- Transformada rápida de Fourier: en un principio se aplica transformada discreta de Fourier a los datos

En la clase teórica se mencionaron dos formas distintas de resolución:

- Transformada rápida de Fourier: en un principio se aplica transformada discreta de Fourier a los datos
- Blackman-Tukey:

En la clase teórica se mencionaron dos formas distintas de resolución:

- Transformada rápida de Fourier: en un principio se aplica transformada discreta de Fourier a los datos
- Blackman-Tukey: en un principio se aplica transformada de Fourier a los primeros m términos de la función de autocovarianza

Vamos a considerar una serie de tiempo $x(t)$ con tiempos equiespa-
ciados

Vamos a considerar una serie de tiempo $x(t)$ con tiempos equiespa-
ciados

Llamaremos **N** a la cantidad de datos

Vamos a considerar una serie de tiempo $x(t)$ con tiempos equiespa-
ciados

Llamaremos **N** a la cantidad de datos

Definiremos **m** como el 30% o 40% de N para que el estudio tenga
estabilidad estadística

Por problemas relacionados con el ancho de banda, es decir pérdida de potencia (leakage)

Por problemas relacionados con el ancho de banda, es decir pérdida de potencia (leakage)

También se pueden definir distintos tipos de ventanas para darle mayor estabilidad al espectro por ejemplo:

Por problemas relacionados con el ancho de banda, es decir pérdida de potencia (leakage)

También se pueden definir distintos tipos de ventanas para darle mayor estabilidad al espectro por ejemplo:

- Hann
- Hamming
- Parzen
- otras...

Table. 1 The commonly used windows on data and their performances

Window	Sidelobe level (dB)	Resolution $(\Delta\omega)_{3dB}$ 3 dB Bandwidth
Rectangular, $w(n) = \begin{cases} 1, & 0 \leq n \leq N-1 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$	-13	$0.89(2\pi/N)$
Bartlett, $w(n) = \begin{cases} \frac{N- n }{N} & n \leq N \\ 0, & n > N \end{cases}$	-27	$1.28(2\pi/N)$
Hanning, $w(n) = \begin{cases} 0.5 \left[1 - \cos\left(\frac{2\pi n}{N-1}\right) \right] & 0 \leq n \leq N-1 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$	-32	$1.44(2\pi/N)$
Hamming, $w(n) = \begin{cases} 0.54 - 0.46 \cos\left(\frac{2\pi n}{N-1}\right) & 0 \leq n \leq N-1 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$	-43	$1.30(2\pi/N)$
Blackman, $w(n) = \begin{cases} .42 - .5 \cos\left(\frac{2\pi n}{N-1}\right) + .08 \cos\left(\frac{4\pi n}{N-1}\right) & 0 \leq n \leq N-1 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$	-58	$1.68(2\pi/N)$

De esta manera matemáticamente podemos estimar el espectro de la siguiente manera:

De esta manera matemáticamente podemos estimar el espectro de la siguiente manera:

$$S(f) = 2h \left(c(0) + 2 \sum_{k=1}^{m-1} c(k) \exp(-2\pi j k f / m) \right) \quad (1)$$

$$0 \leq f \leq \frac{1}{2h}$$

where h is the sampling interval. The autocovariance terms for the time series $X(t)$ are defined by

$$c(k) = \frac{1}{n-k} \sum_{t=0}^{n-k-1} X(t)X(t+k) \quad (2)$$

$$k = 0, 1, \dots, m-1$$

$$S(f) = 2h \left(w(0)c(0) + 2 \sum_{k=1}^{m-1} w(k)c(k) \exp(-2\pi j k f h) \right)$$

Test de significancia

Al espectro le vamos a calcular su significancia según dos modelos:

- 1 Ruido blanco
- 2 Ruido rojo

Test de significancia

Al espectro le vamos a calcular su significancia según dos modelos:

- 1 Ruido blanco
- 2 Ruido rojo

Ruido blanco es una serie que es aleatoria.

Test de significancia

Al espectro le vamos a calcular su significancia según dos modelos:

- 1 Ruido blanco
- 2 Ruido rojo

Ruido blanco es una serie que es aleatoria.

Ruido rojo es una serie que presenta persistencia.

Test de significancia

Cómo podemos saber que tipo de modelo considerar?

Test de significancia

Cómo podemos saber que tipo de modelo considerar?

Procedimiento de Anderson

Test de significancia

Cómo podemos saber que tipo de modelo considerar?

Procedimiento de Anderson

$$H_o: r_1 \in \rho = 0$$

Test de significancia

Cómo podemos saber que tipo de modelo considerar?

Procedimiento de Anderson

$$H_o: r_1 \in \rho = 0$$

$$R_{critico}: \frac{-1 \pm t_g \sqrt{n-2}}{n-1}$$

Test de significancia

Cómo podemos saber que tipo de modelo considerar?

Procedimiento de Anderson

$$H_o: r_1 \in \rho = 0$$

$$R_{critico}: \frac{-1 \pm t_g \sqrt{n-2}}{n-1}$$

con t_g : 1.645 95% 1 cola cuando $r_1 > 0$ +

Test de significancia

Cómo podemos saber que tipo de modelo considerar?

Procedimiento de Anderson

$$H_o: r_1 \in \rho = 0$$

$$R_{critico}: \frac{-1 \pm t_g \sqrt{n-2}}{n-1}$$

con t_g : 1.645 95% 1 cola cuando $r_1 > 0$ +

con t_g : 1.96 95% 2 colas cuando $r_1 < 0$ o $r_1 > 0$ - +

Test de significancia

Una vez que se el modelo que sigue el espectro se calcula el **espectro teórico** y sus **bandas de significancia**

Test de significancia

Una vez que se el modelo que sigue el espectro se calcula el **espectro teórico** y sus **bandas de significancia**

Si llamamos a \hat{S}_{teo} al espectro teórico podríamos obtener

Test de significancia

Una vez que se el modelo que sigue el espectro se calcula el **espectro teórico** y sus **bandas de significancia**

Si llamamos a \hat{S}_{teo} al espectro teórico podríamos obtener

- En el caso de ruido blanco será el valor medio de \hat{S}
- En el caso de ruido rojo depende de r_1 : $\bar{\hat{S}} \frac{1-r_1^2}{1+r_1^2-2r_1\cos(\frac{\pi k}{m})}$

Test de significancia

Una vez que se el modelo que sigue el espectro se calcula el **espectro teórico** y sus **bandas de significancia**

Si llamamos a \hat{S}_{teo} al espectro teórico podríamos obtener

- En el caso de ruido blanco será el valor medio de \hat{S}
- En el caso de ruido rojo depende de r_1 : $\bar{\hat{S}} \frac{1-r_1^2}{1+r_1^2-2r_1\cos(\frac{\pi k}{m})}$

Y las bandas de significancia siguen una distribución $\frac{\chi^2}{\nu}$, con $\nu = (2n - m/2)/m$

En el caso de modelo blanco bandas constantes con un cierto nivel de significancia

Test de significancia

Una vez que se el modelo que sigue el espectro se calcula el **espectro teórico** y sus **bandas de significancia**

Si llamamos a \hat{S}_{teo} al espectro teórico podríamos obtener

- En el caso de ruido blanco será el valor medio de \hat{S}
- En el caso de ruido rojo depende de r_1 :
$$\bar{\hat{S}} \frac{1-r_1^2}{1+r_1^2-2r_1\cos(\frac{\pi k}{m})}$$

Y las bandas de significancia siguen una distribución $\frac{\chi^2}{\nu}$, con $\nu = (2n - m/2)/m$

En el caso de modelo blanco bandas constantes con un cierto nivel de significancia

En el caso de ruido rojo bandas que dependen de la frecuencia k

Código

El programa da los dos gráficos y el valor de $r_1 \Rightarrow$ hay que testear el r_1 con Anderson para saber que modelo considerar

Código

El programa da los dos gráficos y el valor de $r_1 \Rightarrow$ hay que testear el r_1 con Anderson para saber que modelo considerar

\Rightarrow que nos va a interesar:

Código

El programa da los dos gráficos y el valor de $r_1 \Rightarrow$ hay que testear el r_1 con Anderson para saber que modelo considerar

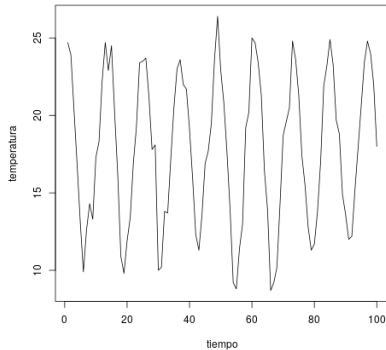
\Rightarrow que nos va a interesar:
encontrar los picos e energía que superen la banda de significancia superior

Ahora veamos el código y practiquemos con datos...usaremos los mismos de la clase pasada de análisis armónico

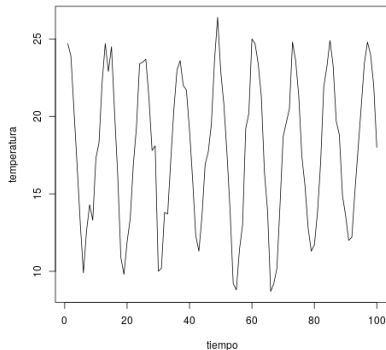
Ejemplo:

Ejemplo:

Datos clase pasada



Ejemplo: Datos clase pasada



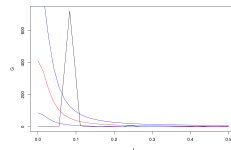
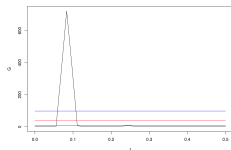
N = 120

m = 36

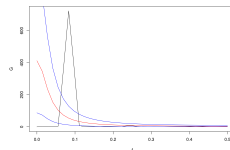
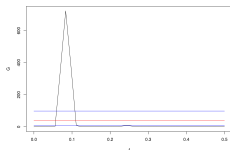
Ventana Hann

Qué modelo consideramos?

Qué modelo consideramos?



Qué modelo consideramos?



como el $r_1 = 0.8183057$ consideramos un modelo de ruido rojo para testear la significancia de las ondas

Qué ondas resultaron significativas?

Qué ondas resultaron significativas?

De acuerdo con la metodología de la clase pasada... qué podría hacer?