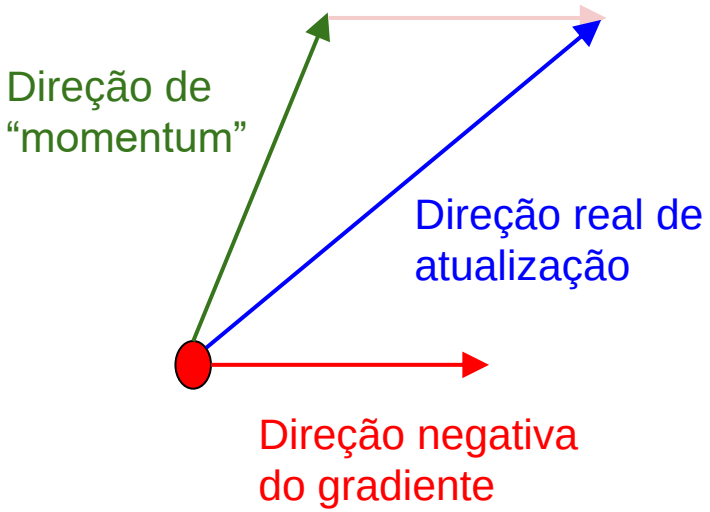
ATUALIZAÇÃO DE PESOS

NAG – NESTEROV ACCELERATED GRADIENT

Zenilton K. G. Patrocínio Jr
zenilton@pucminas.br

Atualização pelo “*Momentum*” de Nesterov

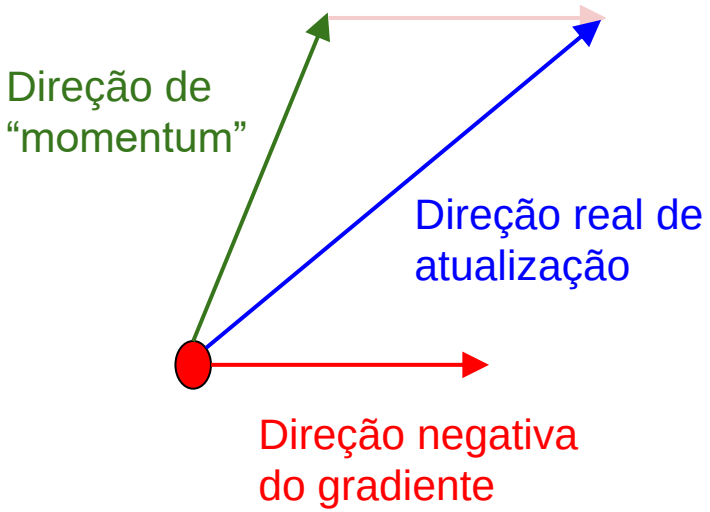
Atualização pelo “*Momentum*”




```
# Momentum update
v = mu * v - learning_rate * dx
x += v # integrate position
```

Atualização pelo “*Momentum*” de Nesterov

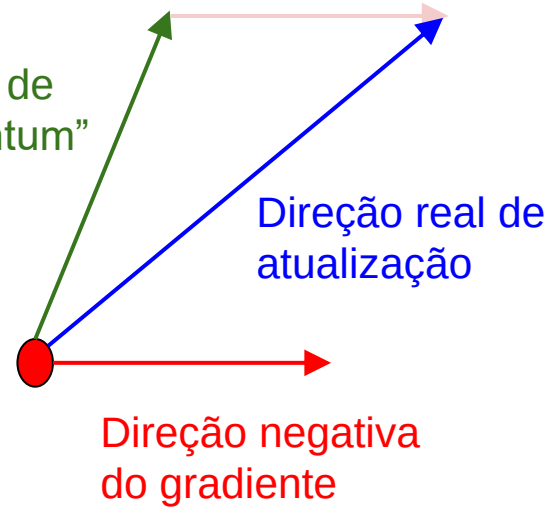
Atualização pelo “*Momentum*”



$$p^{(t+1)} = \mu p^{(t)} - \alpha \nabla_W L(W^{(t)})$$
$$W^{(t+1)} = W^{(t)} + p^{(t+1)}$$

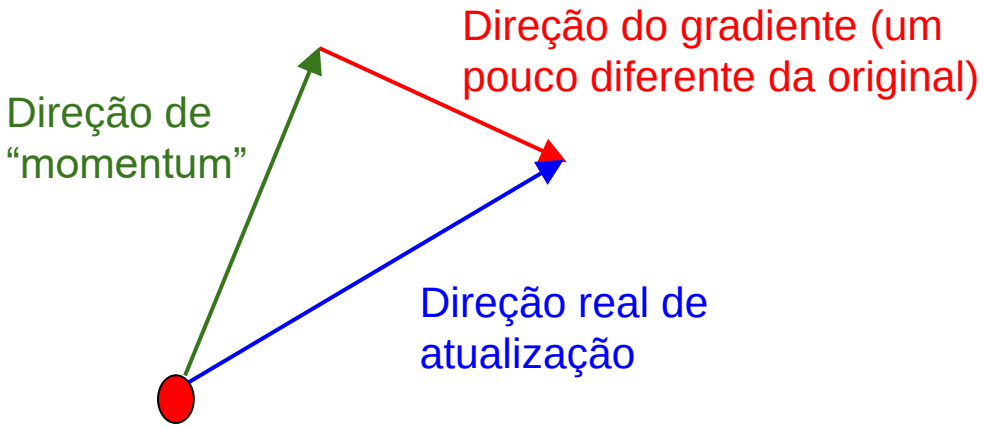
Atualização pelo “*Momentum*” de Nesterov

Atualização pelo “*Momentum*”



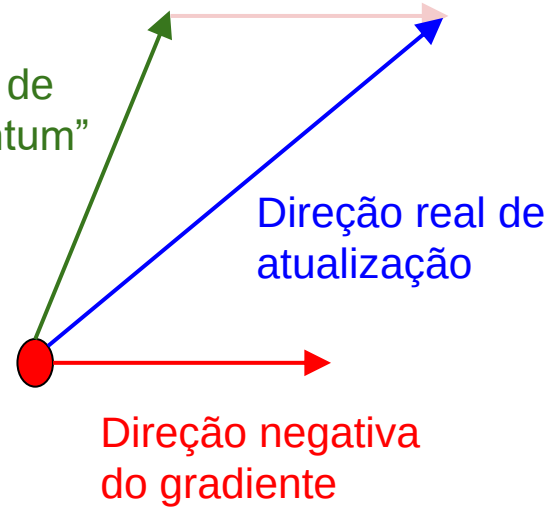
$$p^{(t+1)} = \mu p^{(t)} - \alpha \nabla_W L(W^{(t)})$$
$$W^{(t+1)} = W^{(t)} + p^{(t+1)}$$

Atualização pelo “*Momentum*” de Nesterov



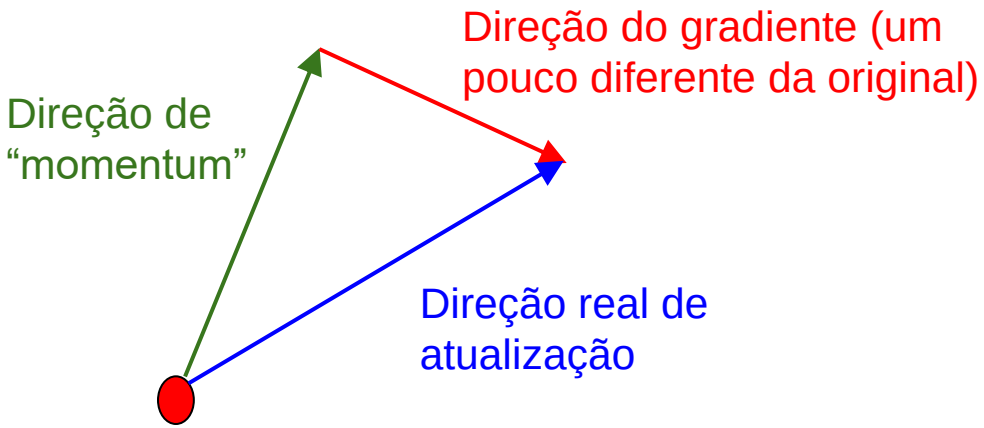
Atualização pelo “*Momentum*” de Nesterov

Atualização pelo “*Momentum*”



$$p^{(t+1)} = \mu p^{(t)} - \alpha \nabla_W L(W^{(t)})$$
$$W^{(t+1)} = W^{(t)} + p^{(t+1)}$$

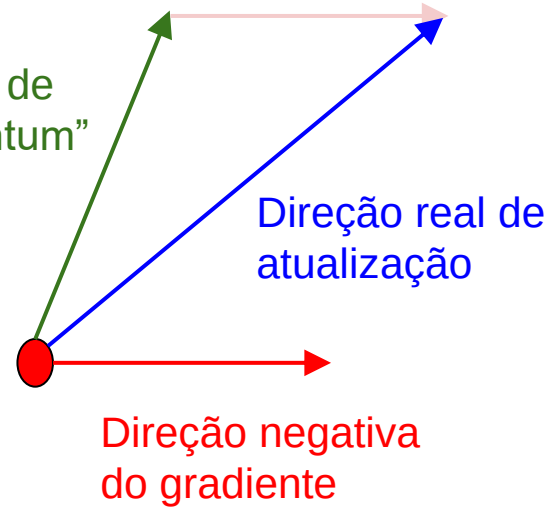
Atualização pelo “*Momentum*” de Nesterov



$$p^{(t+1)} = \mu p^{(t)} - \alpha \nabla_W L(W^{(t)} + \mu p^{(t)})$$
$$W^{(t+1)} = W^{(t)} + p^{(t+1)}$$

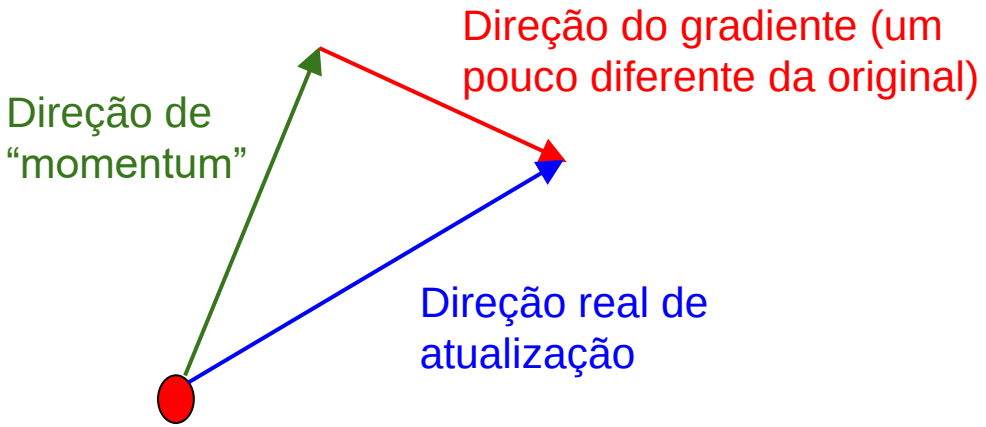
Atualização pelo "*Momentum*" de Nesterov

Atualização pelo "*Momentum*"



$$p^{(t+1)} = \mu p^{(t)} - \alpha \nabla_W L(W^{(t)})$$
$$W^{(t+1)} = W^{(t)} + p^{(t+1)}$$

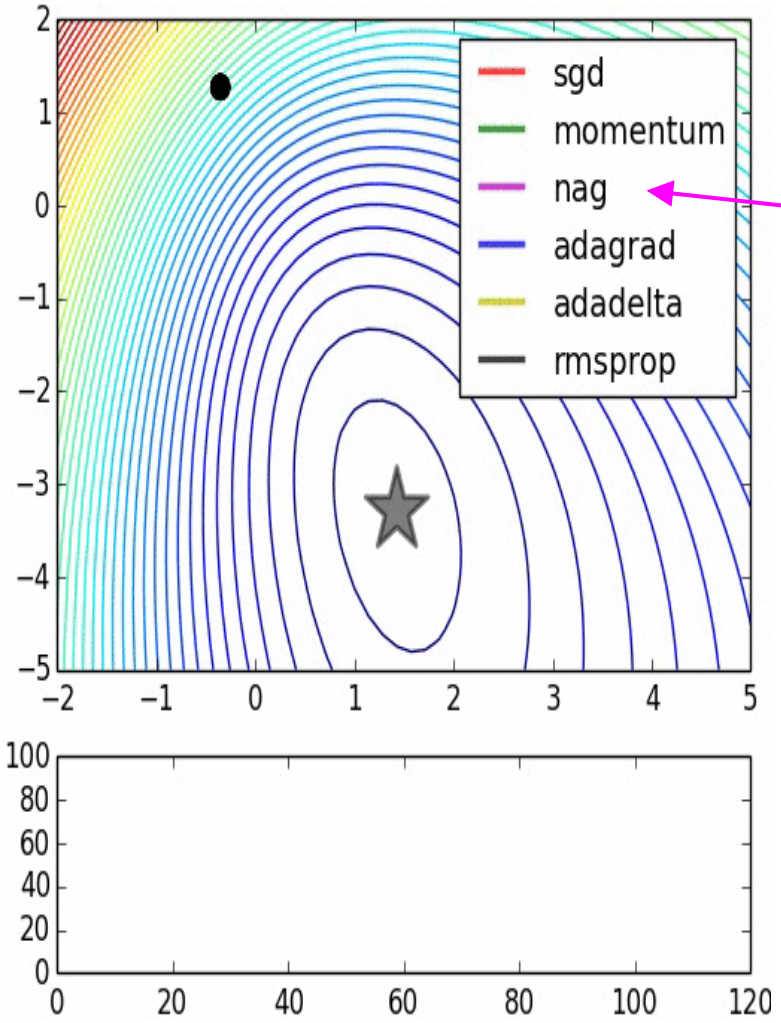
Atualização pelo "*Momentum*" de Nesterov



Nesterov: a única diferença …

$$p^{(t+1)} = \mu p^{(t)} - \alpha \nabla_W L(W^{(t)} + \mu p^{(t)})$$
$$W^{(t+1)} = W^{(t)} + p^{(t+1)}$$

Atualização pelo "*Momentum*" de Nesterov



NAG = Nesterov Accelerated Gradient

Crédito: Alec Radford, 2015

SGD × “*Momentum*” de Nesterov

Um SGD cuidadosamente implementado possui uma taxa de convergência de $O\left(\frac{1}{t}\right)$, isto é, seu erro é limitado por uma constante vezes $1/t$, em que t é o número de passos

O “momentum” de Nesterov apresenta uma taxa de convergência de $O\left(\frac{1}{t^2}\right)$, que é mais rápida

OBS: Ambos os limites se aplicam a problemas de otimização convexa

Veja p.ex.
Attouch; Peypouquet, “*The rate of convergence of Nesterov's accelerated forward-backward method is actually faster than* $1/k^2$” arXiv 1510.08740, 2015.

Atualização pelo "*Momentum*" de Nesterov

$$p^{(t+1)} = \mu p^{(t)} - \alpha \nabla_W L(W^{(t)} + \mu p^{(t)})$$
$$W^{(t+1)} = W^{(t)} + p^{(t+1)}$$

Atualização pelo "*Momentum*" de Nesterov

$$p^{(t+1)} = \mu p^{(t)} - \alpha \nabla_W L(W^{(t)} + \mu p^{(t)})$$
$$W^{(t+1)} = W^{(t)} + p^{(t+1)}$$

Pequeno inconveniente…
Geralmente, temos:

$$W^{(t)}, g^{(t)} = \nabla_W L(W^{(t)})$$

Atualização pelo "*Momentum*" de Nesterov

$$p^{(t+1)} = \mu p^{(t)} - \alpha \nabla_W L(W^{(t)} + \mu p^{(t)})$$
$$W^{(t+1)} = W^{(t)} + p^{(t+1)}$$

Pequeno inconveniente…
Geralmente, temos:

$$W^{(t)}, g^{(t)} = \nabla_W L(W^{(t)})$$

Transformação e reorganização de variáveis :

$$X^{(t)} = W^{(t)} + \mu p^{(t)}$$

Atualização pelo "*Momentum*" de Nesterov

$$p^{(t+1)} = \mu p^{(t)} - \alpha \nabla_W L(W^{(t)} + \mu p^{(t)})$$
$$W^{(t+1)} = W^{(t)} + p^{(t+1)}$$

Pequeno inconveniente…
Geralmente, temos:

$$W^{(t)}, g^{(t)} = \nabla_W L(W^{(t)})$$

Transformação e reorganização de variáveis :

$$X^{(t)} = W^{(t)} + \mu p^{(t)}$$

$$W^{(t)} = X^{(t)} - \mu p^{(t)}$$

Atualização pelo "*Momentum*" de Nesterov

$$p^{(t+1)} = \mu p^{(t)} - \alpha \nabla_W L(W^{(t)} + \mu p^{(t)})$$
$$W^{(t+1)} = W^{(t)} + p^{(t+1)}$$

Pequeno inconveniente…
Geralmente, temos:

$$W^{(t)}, g^{(t)} = \nabla_W L(W^{(t)})$$

Transformação e reorganização de variáveis :

$$X^{(t)} = W^{(t)} + \mu p^{(t)}$$

Substituir todos Ws por Xs, e rearranjar:

$$W^{(t)} = X^{(t)} - \mu p^{(t)}$$

$$p^{(t+1)} = \mu p^{(t)} - \alpha \nabla_W L(X^{(t)})$$
$$X^{(t+1)} = X^{(t)} - \mu p^{(t)} + (1 + \mu)\, p^{(t+1)}$$

Atualização pelo "*Momentum*" de Nesterov

$$p^{(t+1)} = \mu p^{(t)} - \alpha \nabla_W L(W^{(t)} + \mu p^{(t)})$$
$$W^{(t+1)} = W^{(t)} + p^{(t+1)}$$

Pequeno inconveniente…
Geralmente, temos:

$$W^{(t)}, g^{(t)} = \nabla_W L(W^{(t)})$$

Transformação e reorganização de variáveis :

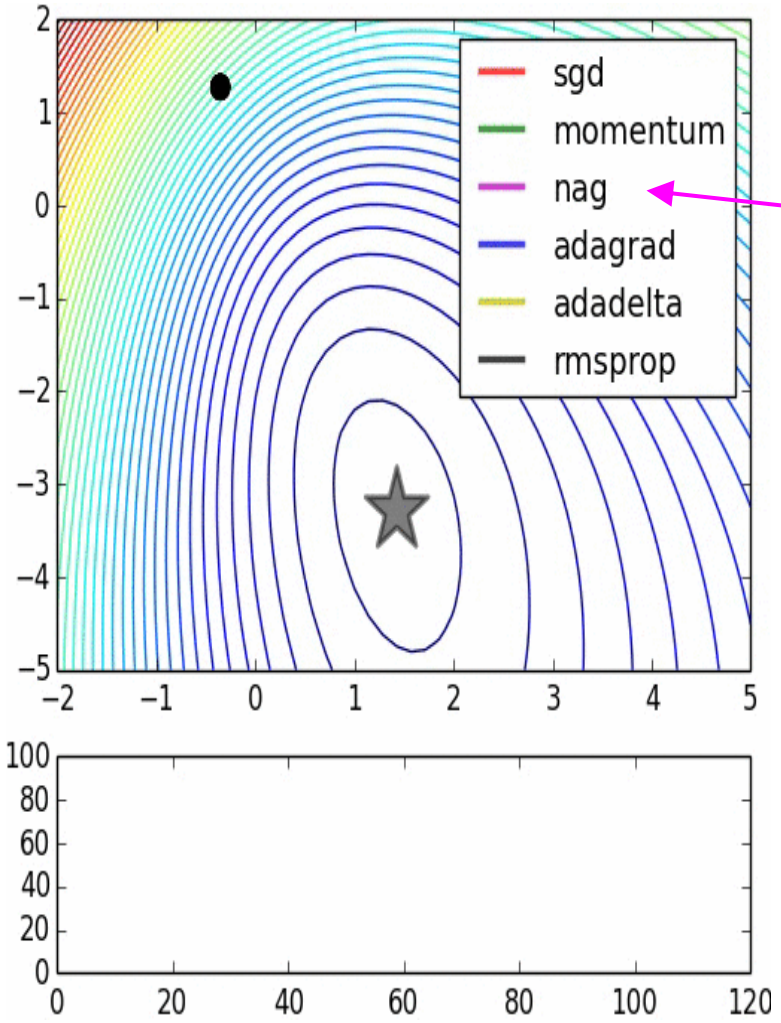
$$X^{(t)} = W^{(t)} + \mu p^{(t)}$$

Substituir todos Ws por Xs, e rearranjar:

$$p^{(t+1)} = \mu p^{(t)} - \alpha \nabla_W L(X^{(t)})$$
$$X^{(t+1)} = X^{(t)} - \mu p^{(t)} + (1 + \mu)\, p^{(t+1)}$$

```
# Nesterov momentum update rewrite
v_prev = v
v = mu * v - learning_rate * dx
x += -mu * v_prev + (1 + mu) * v
```

Atualização pelo "*Momentum*" de Nesterov



NAG = Nesterov Accelerated Gradient

Crédito: Alec Radford, 2015