Conceptos de Organización de Computadoras

Curso de Ingreso 2014

Clase 3

Prof. Jorge M. Runco

Suma binaria

- Para sumar números binarios, seguimos las reglas utilizadas para la suma de números decimales. La única diferencia es que el sistema binario consta sólo de dos caracteres (0 y 1).

0 + 0 = **0**
0 + 1 = **1**
1 + 0 = **1**
1 + 1 = **10 (*)**

- Hay sólo 4 posibles combinaciones en la suma binaria
- (*) Aparece "me llevo 1"

Suma binaria: ejemplo

```
     1 1 1 1
     0 0 1 0 1 0 0
+
     0 1 1 1 1 0 1
  ------------------
     1 0 1 0 0 0 1
```

Resta binaria

- Para restar números binarios, seguimos las 4 reglas mostradas abajo. Prestar atención al caso 0-1.

0 - 0 = **0**

1 - 0 = **1**

1 - 1 = **0**

0 - 1 = 10 – 1 = **1 (*)**

- Hay sólo 4 posibles combinaciones en la resta binaria

- (*) Aparece “pido 1 prestado”

Resta binaria: ejemplo

$$\begin{array}{ccccccccc}
 & 0 & 1 & & 0 & & & \\
 & 1 & \cancel{1\,0} & 1\,0 & \cancel{1} & 1\,0 & 1 & 1 \\
- & & & & & & & \\
 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\
\hline
 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0
\end{array}$$

Representación de números enteros

- Sin signo
- Módulo y signo
- Complemento a uno (Ca1)
  Complemento a la base reducida
- Complemento a dos (Ca2)
  Complemento a la base

Números enteros sin signo

- Si el número tiene n bits, puedo representar
  - 2^n = números distintos
- El rango va desde
  - 0 a $(2^n - 1)$

Números enteros sin signo

Ejemplo: n = 3 bits

Decimal	Representación sin signo
0	000
1	001
2	010
..	.....
7	111

Números enteros sin signo

Ejemplo: n = 8 bits

0	00000000
..	....
128	10000000
..	....
254	11111110
255	11111111

Números enteros sin signo

- RECORDAR: la cantidad de representaciones distintas depende del número de bits

Nºs distintos = 2^n ←

Representación en BCS

- Con n bits, 1 bit representa al signo y n-1 bits a la magnitud

- El bit n-1 (extremo izquierdo) representa sólo al signo
- Los bits 0 a n-2 la magnitud

Binario con signo

- Un 0 en el bit de signo indica que el número es positivo
- Un 1 en el bit de signo indica que el número es negativo
- Los bits 0 → n-2 representan el valor absoluto en binario
- El rango: $-(2^{n-1} - 1) \longrightarrow +(2^{n-1} - 1)$ con 2 ceros

Binario con signo

- Ejemplos

$+32_{10} = \ = \overset{+}{0}\underbrace{0100000}_{32}$ $\qquad$ $-32_{10} = \ \overset{-}{1}\underbrace{0100000}_{32}$

$+7_{10}=00000111$ $\qquad$ $-7_{10}=10000111$

$+41_{10}=00101001$ $\qquad$ $-41_{10}=10101001$

Binario con signo (3)

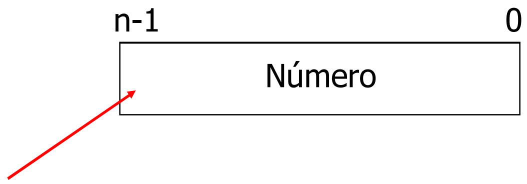
- Ejemplo: n=8 bits

$$\text{Números negativos}\begin{cases} 11111111 \longleftarrow -(2^{n-1}-1)=-127 \\ \quad \ldots \\ 10000000 \longleftarrow \ -0 \end{cases}$$

$$\text{Números positivos}\begin{cases} 01111111 \longleftarrow +(2^{n-1}-1)=+127 \\ \quad \ldots \\ 00000000 \longleftarrow \ +0 \end{cases}$$

Representación en Ca1

- Los n bits representan al número



- Información del signo

Ca1

- Si el número es positivo, los n bits tienen la representación binaria del número (como siempre)
- Si el número es negativo, los n bits tienen el Ca1 del valor deseado.
- El Ca1 de un número en base 2 se obtiene invirtiendo todos los bits

Ca1

- Los positivos empiezan con cero (0)
- Los negativos empiezan con uno (1)
- El rango va desde

  $-(2^{n-1}-1)$ a $+(2^{n-1}-1)$

  con dos ceros

Ca1

- Ejemplos

+ −

$+32_{10}= 00100000$ $-32_{10}=11011111$

$+7_{10}= 00000111$ $-7_{10}= 11111000$

$+41_{10}= 00101001$ $-41_{10}=11010110$

Ca1

- Ejemplo: n=8 bits

Números negativos

11111111 ← -0

...

10000000 ← $-(2^{n-1}-1)=-127$

Números positivos

01111111 ← $+(2^{n-1}-1)=+127$

...

00000000 ← +0

Ca1

- Dada una cadena de bits ¿qué número decimal representa si lo interpretamos en Ca1?
- Cuando es positivo:

01100000 = $1 \times 2^6 + 1 \times 2^5 = 64+32 = 96$

Como siempre

Ca1

❖Cuando es negativo:

✓Ca1 del número y obtengo el positivo
Ej.

11100000 = − 31

11100000 → 00011111 = +31

Resumen Ca1

❖El intervalo es simétrico

❖Los n bits representan al número

❖Los positivos empiezan con cero (0)

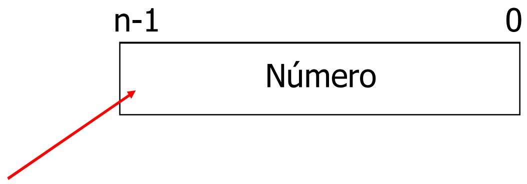
❖Los negativos empiezan con uno (1)

❖Hay dos ceros

❖Números distintos 2^n

Representación en Ca2

- ❖Los n bits representan al número



n-1 0

Número

- ❖Información del signo

Representación en Ca2

- ➢Si el número es positivo, los n bits tienen la representación binaria del número (como siempre)
- ➢Si el número es negativo, los n bits tienen el Ca2 del valor deseado.
- ➢El Ca2 de un número (en base 2) se obtiene invirtiendo todos los bits (Ca1) y luego sumándole 1.

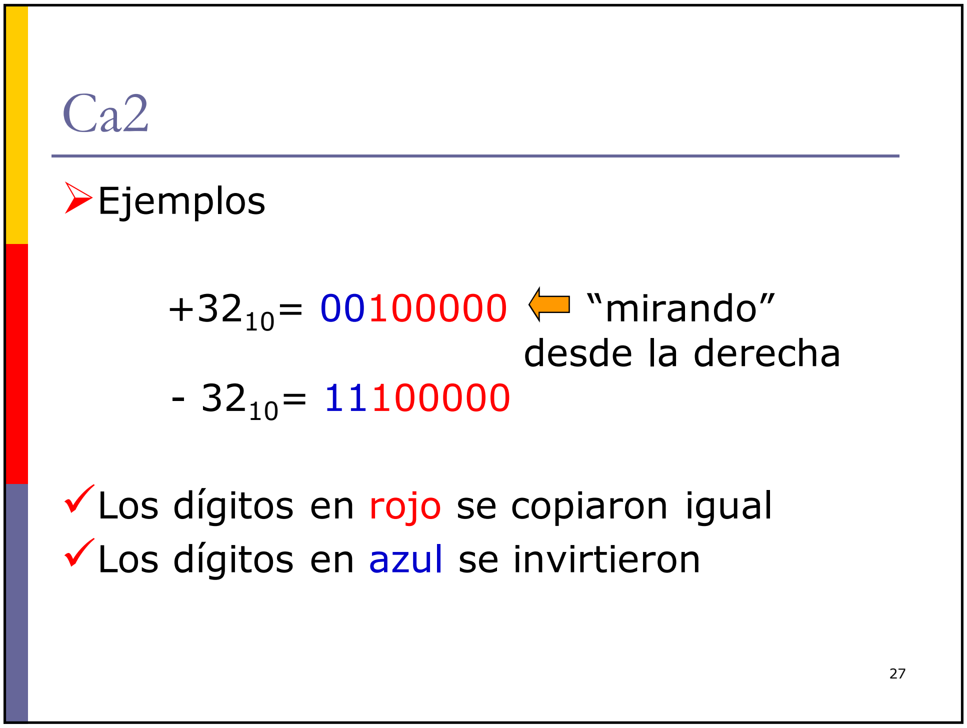
Ca2

- Otra forma: “mirando” desde la derecha se escribe el número (base 2) igual hasta el primer “1” uno inclusive y luego se invierten los demás dígitos

Ca2

- Los positivos empiezan con cero (0)
- Los negativos empiezan con uno (1)
- El rango es asimétrico y va desde

  $-(2^{n-1})$ a $+(2^{n-1}-1)$
- Hay un solo cero



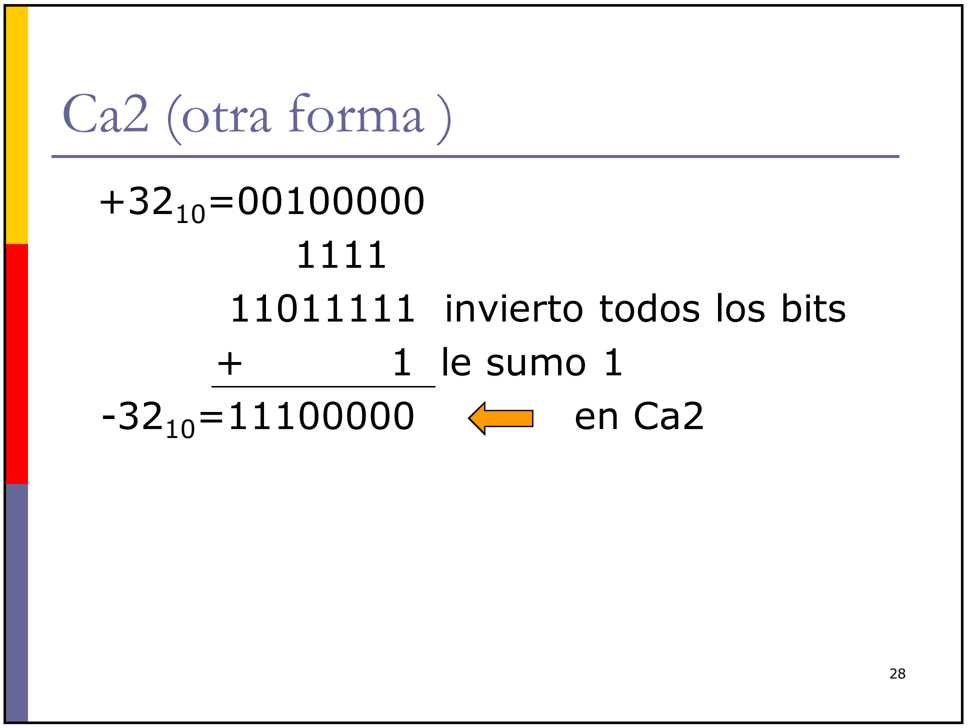
Ca2

- Ejemplos

$+32_{10}$= 00100000 ⇦ “mirando” desde la derecha

-32_{10}= 11100000

- ✓Los dígitos en rojo se copiaron igual
- ✓Los dígitos en azul se invirtieron



Ca2 (otra forma)

$+32_{10}$=00100000

1111

11011111 invierto todos los bits

\+ 1 le sumo 1

-32_{10}=11100000 ⇦ en Ca2

Ca2

- Ejemplo : n=8 bits

Números negativos
11111111 ← -1
...
10000000 ← $-(2^{n-1}) = -128$

Números positivos
01111111 ← $+(2^{n-1} - 1) = +127$
...
00000000 ← +0

Ca2

- ☐ Dada una cadena de bits ¿qué número decimal representa si lo interpretamos en Ca2?
- ☐ Cuando es positivo:

$01100000 = 1 \times 2^6 + 1 \times 2^5 = 64 + 32 = 96$

Como siempre

Ca2

❑ Cuando es negativo:

✓ Ca2 el número y obtengo el positivo

Ej.

11100000 = −32

11100000 → 00100000 = +32

Resumen Ca2

❑ El intervalo es asimétrico, hay un - más
❑ Los n bits representan al número
❑ Los positivos empiezan con cero (0)
❑ Los negativos empiezan con uno (1)
❑ Hay un solo cero
❑ Números distintos 2^n

Decimal	Magnitud con signo	Complemento a 1	Complemento a dos
+0	0 000	0 000	0 000
+1	0 001	0 001	0 001
+2	0 010	0 010	0 010
+3	0 011	0 011	0 011
+4	0 100	0 100	0 100
+5	0 101	0 101	0 101
+6	0 110	0 110	0 110
+7	0 111	0 111	0 111
-0	1 000	1 111	-
-1	1 001	1 110	1 111
-2	1 010	1 101	1 110
-3	1 011	1 100	1 101
-4	1 100	1 011	1 100
-5	1 101	1 010	1 011
-6	1 110	1 001	1 010
-7	1 111	1 000	1 001

Bits de condición (banderas)

- Son bits que el procesador establece de modo automático acorde al resultado de cada operación realizada.
- Sus valores permitirán tomar decisiones como:
  - Realizar o no una transferencia de control.
  - Determinar relaciones entre números (mayor, menor, igual).

Banderas aritméticas

- Z (cero): vale 1 si el resultado de la operación son todos bits 0.
- C (carry): en la suma vale 1 si hay acarreo del bit más significativo; en la resta vale 1 si hay ‘borrow’ hacia el bit más significativo.
  - Cuando la operación involucra números sin signo, C=1 indica una condición fuera de rango.

Banderas aritméticas

- N (negativo): igual al bit más significativo del resultado.
  - Es 1 si el resultado es negativo
- V (overflow): en 1 indica una condición de fuera de rango (desborde) en Ca2.
  - El resultado no se puede expresar con el número de bits utilizado.

Suma en Ca2

- Para sumar dos números en Ca2 se suman los n bits directamente.
- Si sumamos dos números + y el resultado es – ó si sumamos dos – y el resultado es + hay overflow, en otro caso no lo hay.
- Si los Nºs son de distinto signo nunca puede haber overflow.

Resta en Ca2

- Para restar dos números en Ca2, se restan los n bits directamente. También se puede Ca2 el sustraendo y transformar la resta en suma.
- Si a un Nº + le restamos un Nº – y el resultado es – ó si a un Nº – le restamos un + y el resultado es + hay borrow en la resta.
- Si son del mismo signo nunca hay borrow

Bits de condición para la suma

Operación	NZVC	Ca2	Sin signo
+ 0100 0010 0110	0000	+ +4 +2 +6	+ +4 +2 +6

✓Los dos resultados son correctos.

Bits de condición para la suma

Operación	NZVC	Ca2	Sin signo
+ 1001 1100 1 ⇦ 0101	0011	+ -7 -4 V +5	+ 9 12 C 5

✓ Los dos resultados son incorrectos.

Bits de condición para la resta

Operación	NZVC	Ca2	Sin signo
1 ⇨ 0101 _ 0111 1110	1001	_ +5 +7 -2	_ 5 7 B 14

✓Ca2 correcto, sin signo incorrecto.

Bits de condición para la resta

Operación	NZVC	Ca2	Sin signo
_ 1001 0100 0101	0010	_ -7 +4 V +5	_ 9 4 5

✓Ca2 incorrecto, sin signo correcto.

Práctica 3: Ej. 9)

Operación	ZNVC	Ca2	Sin signo
11			
01110000	0110	112	112
+ 00101111		+ 47	+ 47
10011111		⚡ -97 V	159 ☺

✓ Ca2 incorrecto, sin signo correcto.

Práctica 3: Ej. 9)

Operación	ZNVC	Ca2	Sin signo
1			
01000000	0110	64	64
+ 01000000		+ 64	+ 64
10000000		⚡ -128 V	128 ☺

✓ Ca2 incorrecto, sin signo correcto.

Práctica 3: Ej. 9)

	Operación	ZNVC	Ca2	Sin signo
	1111111			
+	11111111	1001	-1	255
	00000001		+ +1	+ 1
1 ←	00000000		0 🙂	⚡ 0 C

✓ Ca2 correcto, sin signo incorrecto.

Práctica 3: Ej. 9)

	Operación	ZNVC	Ca2	Sin signo
	1111111			
+	01111111	0110	127	127
	00000001		+ 1	+ 1
	10000000		⚡ -128 V	128 🙂

✓ Ca2 incorrecto, sin signo correcto.

Práctica 3: Ej. 9)

Operación	ZNVC	Ca2	Sin signo
01111110 + 00000001 01111111	0000	126 + 1 127 ☺	126 + 1 127 ☺

✓Ca2 correcto, sin signo correcto.

Práctica 3: Ej. 9)

Operación	ZNVC	Ca2	Sin signo
111111 11111111 + 11111110 1 ← 11111101	0101	-1 + -2 -3 ☺	255 + 254 ⚡ 253 C

✓Ca2 correcto, sin signo incorrecto.

Práctica 3: Ej. 9)

Operación	ZNVC	Ca2	Sin signo
1			
+ 11000000	0101	-64	+ 192
11000000		+ -64	192
1 ← 10000000		-128 ☺	⚡ 128 C

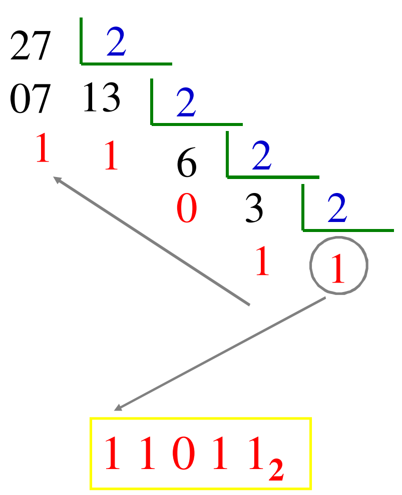
✓ Ca2 correcto, sin signo incorrecto.

Práctica 3: Ej. 9)

Operación	ZNVC	Ca2	Sin signo
1→ 101111111	0111	127	127
− 11111111		− -1	− 255
10000000		⚡ -128 V	⚡ 128 C

✓ Ca2 incorrecto, sin signo incorrecto.

Práctica 3: Ej. 6)



$$\underbrace{1}_{1}\ \underbrace{1\ 0\ 1\ 1}_{B} =$$

$$\downarrow$$

$$1B_{16}$$

Práctica 3: Ej. 6)

$$54_{10} \rightarrow \begin{array}{cccccc} 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0_2 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 2^5 & 2^4 & 2^3 & 2^2 & 2^1 & 2^0 \end{array} =$$

$$=1x2^5+1x2^4+0x2^3+1x2^2+1x2^1+1x2^0$$

$$=32+16+4+2=54$$

$$36_{16}\ \underbrace{1\ \ 1}_{3}\ \underbrace{0\ \ 1\ \ 1\ \ 0}_{6} \rightarrow$$

Práctica 3: Ej. 6)

Base 10	Base 2	Base 16
108	1101100	6C
542	1000011110	21E
1084	10000111100	43C
2009	11111011001	7D9
2168	100001111000	878

Práctica 3: Ej. 6)

$$108_{10} \rightarrow 1\ 1\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0_2 =$$

$$\begin{array}{ccccccc} 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 2^6 & 2^5 & 2^4 & 2^3 & 2^2 & 2^1 & 2^0 \end{array}$$

$$=1x2^6+1x2^5+0x2^4+1x2^3+1x2^2+0x2^1+0x2^0$$

$$=64+32+8+4=108$$

$$\underbrace{1\ 1\ 0}_{6}\ \underbrace{1\ 1\ 0\ 0}_{C} \rightarrow 6C_{16}$$

Práctica 3: Ej. 6)

$$542_{10} \rightarrow \begin{array}{cccccccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0_2 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 2^9 & 2^8 & 2^7 & 2^6 & 2^5 & 2^4 & 2^3 & 2^2 & 2^1 & 2^0 \end{array}$$

=

$=1x2^9+1x2^4+1x2^3+1x2^2+1x2^1$

$=512+16+8+4+2=542$

$$\underbrace{1\ \ 0}_{2}\ \ \underbrace{0\ \ 0\ \ 0\ \ 1}_{1}\ \ \underbrace{1\ \ 1\ \ 1\ \ 0}_{E} \rightarrow 21E$$

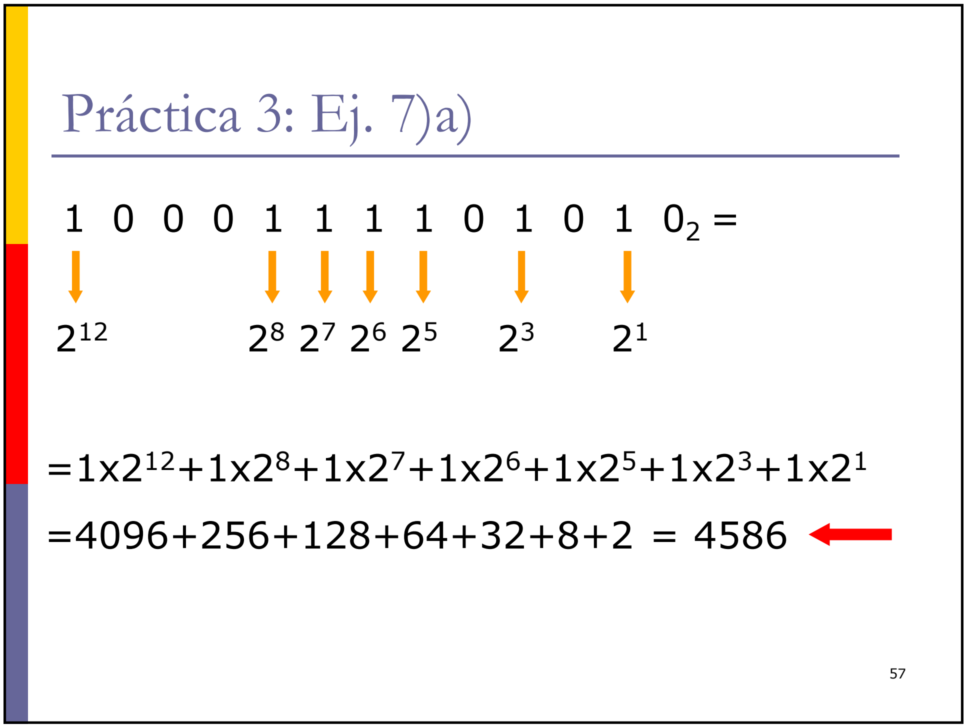
Práctica 3: Ej. 6)

$$1084_{10} \rightarrow \begin{array}{ccccccccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0_2 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 2^{10} & 2^9 & 2^8 & 2^7 & 2^6 & 2^5 & 2^4 & 2^3 & 2^2 & 2^1 & 2^0 \end{array} =$$

$=1x2^{10}+1x2^5+1x2^4+1x2^3+1x2^2$

$=1024+32+16+8+4=1084$

$$\underbrace{1\ \ 0\ \ 0}_{4}\ \ \underbrace{0\ \ 0\ \ 1\ \ 1}_{3}\ \ \underbrace{1\ \ 1\ \ 0\ \ 0}_{C} \rightarrow 43C$$



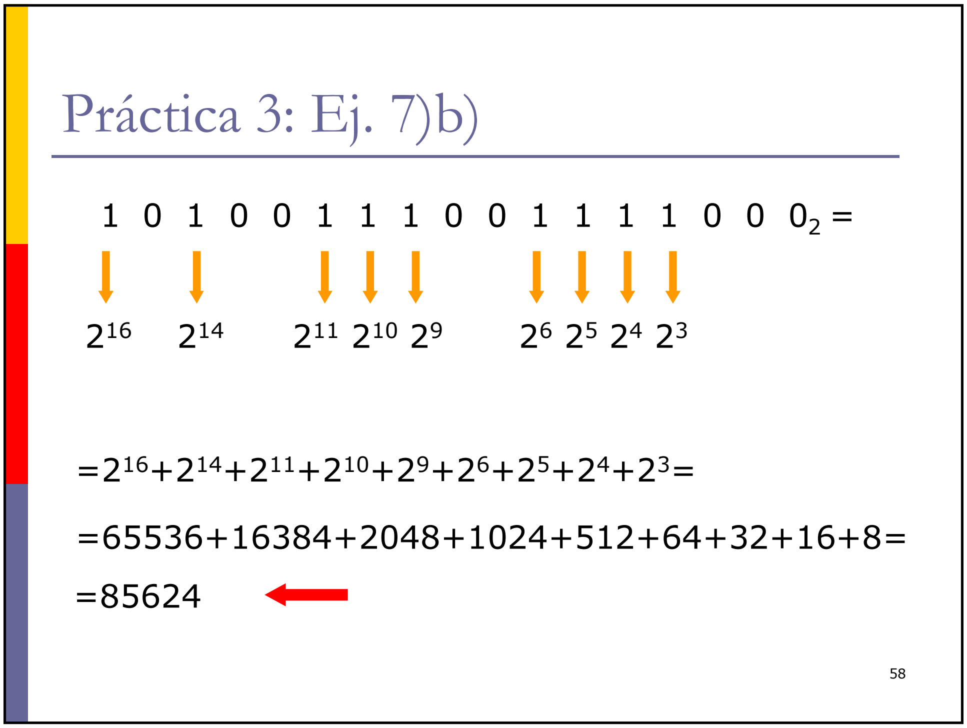
Práctica 3: Ej. 7)a)

1 0 0 0 1 1 1 1 0 1 0 1 0_2 =

2^{12} 2^8 2^7 2^6 2^5 2^3 2^1

$=1x2^{12}+1x2^8+1x2^7+1x2^6+1x2^5+1x2^3+1x2^1$

$=4096+256+128+64+32+8+2 = 4586$ ←



Práctica 3: Ej. 7)b)

1 0 1 0 0 1 1 1 0 0 1 1 1 1 0 0 0_2 =

2^{16} 2^{14} 2^{11} 2^{10} 2^9 2^6 2^5 2^4 2^3

$=2^{16}+2^{14}+2^{11}+2^{10}+2^9+2^6+2^5+2^4+2^3=$

$=65536+16384+2048+1024+512+64+32+16+8=$

$=85624$ ←

Práctica 3: Ej. 7)c)

$F \quad E \quad C \quad B_{16} =$

$16^3 \quad 16^2 \quad 16^1 \quad 16^0$

$=F\text{x}16^3+E\text{x}16^2+C\text{x}16^1+B\text{x}16^0=$

$=15\text{x}16^3+14\text{x}16^2+12\text{x}16^1+11\text{x}16^0 =$

$=15\text{x}4096+14\text{x}256+12\text{x}16+11\text{x}1=$

$=61440+3584+192+11=65227$ ←

Práctica 3: Ej. 7)d)

$1 \quad B \quad 2 \quad C_{16} =$

$16^3 \quad 16^2 \quad 16^1 \quad 16^0$

$=1\text{x}16^3+B\text{x}16^2+2\text{x}16^1+C\text{x}16^0=$

$=1\text{x}16^3+11\text{x}16^2+2\text{x}16^1+12\text{x}16^0 =$

$=1\text{x}4096+11\text{x}256+2\text{x}16+12\text{x}1=$

$=4096+2816+32+12=6956$ ←