Organización de Computadoras – Curso 2008 – Prof. Jorge M. Runco

Práctica 6 – Punto Flotante

1) $\underbrace{0100010111}_{M}\ \underbrace{01110}_{E}$

Mantisa = 0, M = 0,0100010111 = ($2^{-2} + 2^{-6} + 2^{-8} + 2^{-9} + 2^{-10}$) = 0,25 + 0,015625 + 0,00390625 + 0,001953125 + 0,000976562 = 0,272460937

Exponente = 01110 = 14

N° = 0,272460937 x 2^{14} = 4463,999992

N° = ($2^{-2} + 2^{-6} + 2^{-8} + 2^{-9} + 2^{-10}$) x 2^{14} = $2^{12} + 2^{8} + 2^{6} + 2^{5} + 2^{4}$ =
4096 + 256 + 64 + 32 + 16 = 4464

1111111111 11111

Mantisa = 0,1111111111 = ($1 - 2^{-10}$)   Exponente = 11111 = - 15

N° = ($1 - 2^{-10}$) x 2^{-15}

1111111111 00000

Mantisa = 0,1111111111 = ($1 - 2^{-10}$)   Exponente = 00000 = 0

N° = ($1 - 2^{-10}$) x 2^{0} = 1- 2^{-10}

0000000001 00000

Mantisa = 0,0000000001 = 2^{-10} Exponente = 00000 = 0

N° = 2^{-10} x 2^{0} = 2^{-10}

0000000000 00000

Mantisa = 0   Exponente = 0

N° = 0 x 2^{0} = 0

1000000000 00000

Mantisa = 0,1000000000 = 0,5   Exponente = 00000 = 0

N° = 0,5 x 2^{0} = 0,5

0000000011 10011

Mantisa = 0,0000000011 = $2^{-9} + 2^{-10}$ Exponente = 10011 = -3

Nº = $(2^{-9} + 2^{-10}) \times 2^{-3}$

0000000000 11111

Mantisa = 0 Exponente = 11111 = -15

Nº = $0 \times 2^{-15} = 0$

0000000001 11111

Mantisa = 0,0000000001 = 2^{-10} Exponente = 11111 = -15

Nº = $2^{-10} \times 2^{-15} = 2^{-25}$

---

2) Hacemos aquellos ejercicios que empiezan con 01...... ó 11.........., que son los únicos con mantisa normalizada.

0 100010111 01110
S M E

Mantisa = 0 0,100010111 = $+ (2^{-1} + 2^{-5} + 2^{-7} + 2^{-8} + 2^{-9})$ Exponente = 01110 = 14

Nº = $+ (2^{-1} + 2^{-5} + 2^{-7} + 2^{-8} + 2^{-9}) \times 2^{14}$

---

1 111111111 11111

Mantisa = 1 0,111111111 = $- (1 – 2^{-9})$ Exponente = 11111 = 31

Nº = $- (1 – 2^{-9}) \times 2^{31}$

---

1 111111111 00000

Mantisa = 1 0,111111111 = $- (1 – 2^{-9})$ Exponente = 00000 = 0

Nº = $- (1 – 2^{-9}) \times 2^{0} = 1 – 2^{-9}$

---

3) 0 100010111 01110
S M E

Mantisa = 0 0,1100010111 = $+ (2^{-1} + 2^{-2} + 2^{-6} + 2^{-8} + 2^{-9} + 2^{-10})$
Exponente = 01110 = 14

N° = $+ (2^{-1} + 2^{-2} + 2^{-6} + 2^{-8} + 2^{-9} + 2^{-10}) \times 2^{14}$ ←

---

1 111111111 11111

Mantisa = 1 0,1111111111 = $- (1 – 2^{-10})$ Exponente = 11111 = 31

N° = $- (1 – 2^{-10}) \times 2^{31}$ ←

---

1 111111111 00000

Mantisa = 1 0,1111111111 = $- (1 – 2^{-10})$ Exponente = 00000 = 0

N° = $- (1 – 2^{-10}) \times 2^{0} = - (1 – 2^{-10})$ ←

---

0 000000001 00000

Mantisa = 0 0,1000000001 = $+ (2^{-1} + 2^{-10})$ Exponente = 00000 = 0

N° = $+ (2^{-1} + 2^{-10})$ ←

---

0 000000000 00000

Mantisa = 0 0,1000000000 = $+ 2^{-1} = + 0,5$ Exponente = 00000 = 0

N° = + 0,5 ←

---

1 000000000 00000

Mantisa = 1 0,1000000000 = $- 2^{-1} = - 0,5$ Exponente = 00000 = 0

N° = - 0,5 ←

---

0 000000011 10011

Mantisa = 0 0,1000000011 = $+ (2^{-1} + 2^{-9} + 2^{-10})$ Exponente = 10011 = 19

$N^o = + (2^{-1} + 2^{-9} + 2^{-10}) \times 2^{19}$

---

0 000000000 11111

Mantisa = 0 0,1000000000 = $+ 2^{-1} = + 0,5$ Exponente = 11111 = 31

$N^o = + 0,5 \times 2^{31}$

---

0 000000001 11111

Mantisa = 0 0,1000000001 = $+ (2^{-1} + 2^{-10})$ Exponente = 11111 = 31

$N^o = + (2^{-1} + 2^{-10}) \times 2^{31}$

---

4) a)

$N_1 = 0$
$N_2 = 0,11111111 \times 2^{1111} = (1 – 2^{-8}) \times 2^{15}$
$N_3 = 0,00000001 \times 2^{0000} = 2^{-8}$
$N_4 = 0,11111110 \times 2^{1111}$

R_1= Resolución extremo inferior = $N_3 – N_1 = 2^{-8}$

R_2= Resolución extremo superior = $N_2 – N_4 = (0,11111111 – 0,11111110) \times 2^{15} = 2^{-8}.2^{15} = 2^7$

---

b)
$N_1 = 0,100000000000000 \times 2^{1000000000} = 0,5 \times 2^{-511}$

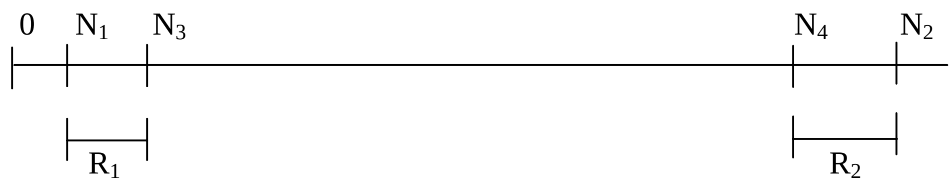
$N_2 = 0,111111111111111 \times 2^{0111111111} = (1- 2^{-15}) \times 2^{+511}$

$N_4 = 0,111111111111110 \times 2^{0111111111}$

$N_3 = 0,100000000000001 \times 2^{1000000000} = (2^{-1} + 2^{-15}) \times 2^{-511}$

R_1= Resolución extremo inferior = $N_3 - N_1 = (0,100000000000001 - 0,100000000000000)x2^{1000000000}$
$= 0,000000000000001 \times 2^{1000000000} = 2^{-15}.2^{-511}$

R_2= Resolución extremo superior = $N_2 - N_4 = (0,111111111111111 - 0,111111111111110)x2^{0111111111}$
$= 0,000000000000001 \times 2^{0111111111} = 2^{-15} \times 2^{+511}$



---

c)
$N_1 = 0,100000000000000 \times 2^0 = 0,5$

$N_2 = 0,111111111111111 \times 2^{1111111111} = (1 - 2^{-15}) \times 2^{1023}$

$N_3 = 0,100000000000001 \times 2^0 = (0,5 + 2^{-15})$

$N_4 = 0,111111111111110 \times 2^{1111111111}$

$R_1 = N_3 - N_1 = 0,5 + 2^{-15} - 0,5 = 2^{-15}$

$R_2 = N_2 - N_4 = (0,111111111111111-0,111111111111110)x2^{1023} = 2^{-15} \times 2^{1023}$

---

d)
$N_1 = 0,1000000000000000 \times 2^{1000000} = 0,5 \times 2^{-64}$

$N_2 = 0,1111111111111111 \times 2^{0111111} = (1 - 2^{-16}) \times 2^{+63}$

$N_3 = 0,1000000000000001 \times 2^{1000000} = (0,5 + 2^{-16}) \times 2^{-64}$

$N_4 = 0,1111111111111110 \times 2^{0111111}$

$R_1 = N_3 - N_1 = 2^{-16} \times 2^{-64}$

$R_2 = N_2 - N_4 = 2^{-16} \times 2^{+63}$

---

5) - 5,0625

e) - 5,0625 = 1 101,000100000000 x 2^0 = 1 0,101000100000000 x 2^3

+ 00011 = 1 0,101000100000000 x 2^{10011}
10000
10011 Exponente 3 en Exceso

1	10011	01000100000000

a, b, c y d = mantisa sin signo

0,015625

a) 0,015625 = 0,00000100 x 2^0 = 0,00000100 x 2^{0000}

Otras alternativas 0,00000010 x 2^1 = 0,00000010 x 2^{0001}
0,00000001 x 2^2 = 0,00000001 x 2^{0010}

0000	00000100

b) 0,015625 = 0,000001000000000 x 2^0 = 0,100000000000000 x 2^{-5} =

= 0,100000000000000 x $2^{1111111010}$

1111111010	100000000000000

c) Exponente BSS, no se puede representar –5.

d) 0,015625 = 0,1000000000000000 x $2^{1111011}$

1111011	000000000000000

e) 0,015625 = 0 0,100000000000000 x 2^{-5} = 0 0,100000000000000 x $2^{0111011}$

+ 1111011 + -5
1000000 64
0111011 -5 en Exceso 59

0	0111011	00000000000000

7) 00001111 00000011 + 00001000 00000010 = 15 x 2^3 + 8 x 2^2 = 120 + 32 152

$$
\begin{array}{rl}
+ & 00001111 \times 2^3 \\
 & 00000100 \times 2^3 \\
\hline
 & 00010011 \times 2^3
\end{array}
\quad = 19 \times 2^3 = 19 \times 8 = 152
$$

01111111 00000000 + 11111100 10000001 = 127 x 2^0 + 252 x 2^{-1} = 127 + 126 = 253

$$
\begin{array}{l}
111111 \\
01111111 \times 2^0 \\
01111110 \times 2^0 \\
\hline
11111101 \times 2^0
\end{array}
\quad = 253 \times 2^0 = 253
$$

00000001 00000111 + 00011100 00000000 =

8) 8,625

a) Mantisa fraccionaria normalizada de 5 bits BSS, exponente Ca2 4 bits.

$8{,}625 = 1000{,}101 \times 2^0 = 0{,}1000101 \times 2^4$ Mantisa sólo con 5 bits, $\rightarrow$ $0{,}10001 \times 2^4$

$= (2^{-1} + 2^{-5}) \times 2^4 = 8{,}5$ $\leftarrow$

0100	10001

El Nº que le sigue $= (2^{-1} + 2^{-4}) \times 2^4 = 9$.

8,625 no tiene una representación exacta en este sistema. 8,5 está más cerca que 9.

---

b) Mantisa fraccionaria normalizada de 10 bits BCS, exponente 4 bits Ca2.

$8{,}625 = 0\ \ 1000{,}101 \times 2^0 = 0\ \ 0{,}100010100 \times 2^4 = 0\ \ 0{,}100010100 \times 2^{0100} =$

$= + (0{,}5 + 0{,}03125 + 0{,}0078125) \times 16 = 8{,}625$ $\leftarrow$

0	0100	100010100

2,5

a) $2{,}5 = 10{,}1 \times 2^0 = 0{,}101 \times 2^2 = 0{,}10100 \times 2^{0010} = (2^{-1} + 2^{-3}) \times 4 = 2{,}5$ $\leftarrow$

0010	10100

b) $2{,}5 = 0\ \ 0{,}101000000 \times 2^{0010}$ $\leftarrow$

0	0010	101000000

0,4

a) $0{,}4 \times 2 = 0{,}8$
$0{,}8 \times 2 = 1{,}6$
$0{,}6 \times 2 = 1{,}2$
$0{,}2 \times 2 = 0{,}4$
$0{,}4 \times 2 = 0{,}8$
$0{,}8 \times 2 = 1{,}6$

$0{,}4$ $\rightarrow$ $0{,}01100 \times 2^0$ $\rightarrow$ corriendo la coma entra un dígito más
$0{,}11001 \times 2^{-1} = 0{,}11001 \times 2^{1111} = 0{,}390625$

El que sigue $= 0{,}11010 \times 2^{-1} = (0{,}5+0{,}25+0{,}0625) \times 0{,}5 = 0{,}40625$ $\leftarrow$
Esta representación es más cercana a 0,4.

b) 0,4 → 0 0,011001100 x 2^{0} = 0 0,110011001 x 2^{-1} = $(2^{-1}+2^{-2}+2^{-5}+2^{-6}+2^{-9})$ x 0,5 =
= 0,399414062

0,6 x 2 = 1,2
0,2 x 2 = 0,4 El que sigue = $(2^{-1}+2^{-2}+2^{-5}+2^{-6}+2^{-8})$ x 0,5 = 0,400390625 ←
0,4 x 2 = 0,8 Está más cerca de 0,4 (menor error)
0,8 x 2 = 1,6

---

9) 8,625

a) 8,5 < 8,625 < $(2^{-1} + 2^{-5})x2^{4}$ = 9

E_A = 8,625 – 8,5 = 0,125 ← Menor error
E_A = 9 – 8,625 = 0,375

E_R = E_A/N° a representar = 0,125/8,625 ~ 0,0145 ←

b) E_A = 0 Representación exacta

2,5

a) E_A = 0
b) E_A = 0

0,4

a) 0,390625 < 0,4 < 0,40625

E_A = 0,4 – 0,390625 = 0,009375
E_A = 0,40625 – 0,4 = 0,00625 ← Menor error

E_R = 0,00625/0,4 = 0,015625 ←

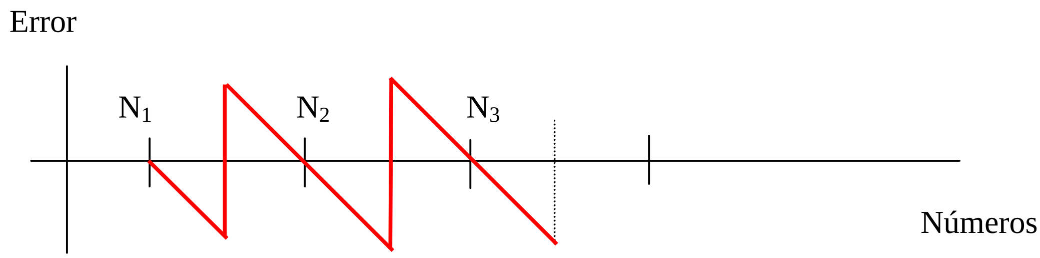
---

b)
E_A = 0,4 – 0,399414062 = 0,000585938
E_A = 0,400390625 – 0,4 = 0,000390625 ← Menor error

E_R = 0,000390625/0,4

---

11)



13)

1 11111110 10100000000000000000000 = - 1,625 x 2^{+127}
0 00000000 00000000000000000000001 = +(2^{-25}) x 2^{-126}
0 00000000 10011000000000000000000 = +(2^{-1} + 2^{-4} + 2^{-5}) x 2^{-126}
1 00000000 00000000000000000000000 = - 0
0 11111111 00000000000000000000000 = + ∞
0 11111111 00000100000000000000000 = NAN

14)

0,0625 = 0 0,0001000000.......00 x 2^{0} = 0 1,00000..........000 x 2^{4} = 0 1,000000.....000 x $2^{10000011}$

0	10000011	00000000..................0000

- 40000 = 1 1001110001000000 x 2^{0} = 1 1,00111000100000000000000 x 2^{15} =
= 1 1,00111000100000000000000 x $2^{10001110}$

0	10001110	00111000100000......0000