Organización de Computadoras
2020

Clase 1

Bibliografía

- ***Organización y Arquitectura de Computadoras – Diseño para optimizar prestaciones***, Stallings W., Editorial Prentice Hall (5º edición).
- ***Organización de Computadoras***, Tanenbaum A., Editorial Prentice Hall (4º edición).
- ***Estructura de Computadores y Periféricos***, Martinez Durá R. et al., Editorial Alfaomega, 2001.
- ***Arquitectura de Computadores-Un enfoque cuantitativo*** Hennessy & Patterson, Editorial Mc Graw Hill (1º edición).

Repaso Curso de Ingreso

- Representación de Datos.
- Números sin signo. BCD.
- Lógica digital. Álgebra de Boole.

Representación de datos

- Las computadoras almacenan datos e instrucciones en memoria
- Para ello utilizan el sistema binario
- Razones :
  - el dispositivo se encuentra en uno de dos estados posibles (0 ó 1)
  - identificar el estado es más fácil si sólo hay dos

Representación de datos

- Ejemplo :
  - lámpara encendida ó apagada
  - lámpara encendida con 10 intensidades distintas
  - Es más fácil conocer el "estado" de la lámpara en el primer caso (encendida ó apagada), que determinar alguna de las 10 intensidades distintas

Tipos de datos

Las computadoras manejan 4 tipos básicos de datos binarios

- Números enteros sin/con signo
- Números reales con signo
- Números decimales codificados en binario (BCD)
- Caracteres

Representación de números enteros

- Sin signo
- Módulo y signo
- Complemento a uno (Ca1)
  Complemento a la base reducida
- Complemento a dos (Ca2)
  Complemento a la base
- Exceso

Números enteros sin signo

Si el número tiene n bits, puedo representar

- 2^n = números distintos

El rango va desde

- 0 a $(2^n - 1)$

Números enteros sin signo

Ejemplo: n = 3 bits

Decimal	Representación sin signo
0	000
1	001
2	010
..	.....
7	111

Números enteros sin signo

Ejemplo: n = 8 bits

0	00000000
..	....
128	10000000
..	....
254	11111110
255	11111111

Números enteros sin signo

- RECORDAR: la cantidad de representaciones distintas depende del número de bits

  Nºs distintos = 2^n

Sistemas Posicionales

Teorema Fundamental de la Numeración

$$N° = \sum_{i=-m}^{n} (dígito)_i \times (base)^i$$

$$\ldots + x_4 \times B^4 + x_3 \times B^3 + x_2 \times B^2 + x_1 \times B^1 + x_0 \times B^0 + x_{-1} \times B^{-1} + x_{-2} \times B^{-2} + \ldots$$

N^0 es el valor decimal de una cantidad expresada en base B y con (n+1+m) dígitos en posiciones i.

Sistema Decimal

- Base 10.
- Dígitos {0,1,2,3,4,5,6,7,8,9}

  $3574 = 3000 + 500 + 70 + 4$

  $= 3 \times 10^3 + 5 \times 10^2 + 7 \times 10^1 + 4 \times 10^0$

  - 3 unidades de mil + 5 centenas + 7 decenas + 4 unidades

$$3.1416_{(10} = 3\times10^0 + 1\times10^{-1} + 4\times10^{-2} + 1\times10^{-3} + 6\times10^{-4}$$

  - 3 unidades + 1 décima + 4 centésimas + 1 milésima + 4 diezmilésimas

Sistema Binario

- Base 2.
- Dígitos {0,1}

$1001{,}1_2 = 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 + 1 \times 2^{-1}$

$= 8 + 0 + 0 + 1 + 0{,}5$

$= 9{,}5_{10}$

Números en punto fijo (1)

- Se considera que todos los números a representar tienen exactamente la misma cantidad de dígitos y la coma fraccionaria está siempre ubicada en el mismo lugar.
- En sistema decimal: 0,23 ó 5,12 ó 9,11
  - En los ejemplos cada número tiene tres dígitos, y la coma está a la derecha del mas significativo

Números en punto fijo (2)

- En sistema binario:
  11,10 $(3,5)_{10}$ ó 01,10 $(1,5)_{10}$ ó 00,11 $(0,75)_{10}$
  - Hay 4 dígitos y la coma está entre el 2do y 3er dígito.
- La diferencia principal entre la representación en el papel y su almacenamiento en computadora, es que no se guarda coma alguna, se supone que está en un lugar determinado.

Punto Fijo: Rango y Resolución

Rango: desde el número mayor al menor que puedo representar

Resolución: diferencia entre dos números consecutivos

- Para el ejemplo anterior en sistema decimal

  Rango es de 0,00 a 9,99 ó [0,00...9,99]

  Resolución es 0,01

  2,32 - 2,31 = 0,01 ó 9,99 - 9,98 = 0,01

Rango y Resolución(2)

- Notar que hay un compromiso entre rango y resolución.
- Si mantenemos tres dígitos y desplazamos la coma dos lugares a la derecha, el rango pasa a ser [0,..,999] y la resolución valdrá 1.

En cualquiera de los casos hay 10^3 números distintos

Ejemplo en binario con 4 bits

4 parte ent. y 0 parte frac.

- - - -

Resolución

0001 – 0000 =

$0001_2 = 1_{10}$

Binario	Decimal
0000	0
0001	1
0010	2
0011	3
0100	4
0101	5
0110	6
0111	7
1000	8
1001	9
1010	10
1011	11
1100	12
1101	13
1110	14
1111	15

Ejemplo en ... (1)

3 parte ent. y 1 parte frac.

- - - , -

Resolución

000,1 – 000,0 =

$000{,}1_2 = 0{,}5_{10}$

Binario	Decimal
000,0	0
000,1	0,5
001,0	1
001,1	1,5
010,0	2
010,1	2,5
011,0	3
011,1	3,5
100,0	4
100,1	4,5
101,0	5
101,1	5,5
110,0	6
110,1	6,5
111,0	7
111,1	7,5

Ejemplo en ... (2)

2 parte ent. y 2 parte frac.

\- - , - -

Resolución

$00,01 – 00,00 =$

$00,01_2 = 0,25_{10}$

Binario	Decimal
00,00	0
00,01	0,25
00,10	0,5
00,11	0,75
01,00	1
01,01	1,25
01,10	1,5
01,11	1,75
10,00	2
10,01	2,25
10,10	2,5
10,11	2,75
11,00	3
11,01	3,25
11,10	3,5
11,11	3,75

Ejemplo en ... (3)

1 parte ent. y 3 parte frac.

\- , - - -

Resolución

$0,001 – 0,000 =$

$0,001_2 = 0,125_{10}$

Binario	Decimal
0,000	0
0,001	0,125
0,010	0,25
0,011	0,375
0,100	0,5
0,101	0,625
0,110	0,75
0,111	0,875
1,000	1
1,001	1,125
1,010	1,25
1,011	1,375
1,100	1,5
1,101	1,625
1,110	1,75
1,111	1,875

Ejemplo en ... (4)

parte ent. y 4 parte frac.

, - - - -

Resolución

,0001 – ,0000 =

$,0001_2 = 0,0625_{10}$

Binario	Decimal
,0000	0
,0001	0,0625
,0010	0,125
,0011	0,1875
,0100	0,25
,0101	0,3125
,0110	0,375
,0111	0,4375
,1000	0,5
,1001	0,5625
,1010	0,625
,1011	0,6875
,1100	0,75
,1101	0,8125
,1110	0,875
,1111	0,9375

Representación y error

- Al convertir un número decimal a sistema binario tendremos 2 casos:
  - Sin restricción en la cantidad de bits a usar
    - $3,125_{10} = 11,001_2$
  - Con restricción, por ejemplo 3 bits para parte entera y 4 bits para parte fraccionaria
    - $3,125_{10} = 011,0010_2$

No cometemos error

Representación y error (2)

- Convertir $3,2_{10}$ con distintas restricciones
  - 3 bits para parte fraccionaria: $011,001_2 = 3,125_{10}$
    - Error = 3,2 – 3,125 = 0,075
  - 4 bits para parte fraccionaria: $011,0011_2 = 3,1875_{10}$
    - Error = 3,2 – 3,1875 = 0,0125
  - 5 bits para parte fraccionaria: $011,00111_2 = 3,21875_{10}$
    - Error = 3,2 – 3,21875 = - 0,01875
- El error más pequeño es 0,0125 entonces 3,1875 es la representación más cercana a 3,2 y podría utilizar sólo 4 bits para la parte fraccionaria.

Operaciones aritméticas

- Suma en binario
  - Al ser un sistema posicional la suma es como en decimal con acarreos entre posiciones al superar el máximo valor representable con un dígito
    - Ej: 1+1= 10 (ó '1 y me llevo 1')
  - Valores mas grandes requieren mas bits
- Hasta ahora sólo representamos valores en binario sin signo (que llamamos BSS).
  - Las restas se podrán realizar si acomodamos los operandos de modo tal que resultado sea mayor que cero, sino deberemos 'pedir prestado'.

Bits de condición (banderas)

- ✓ Son bits que el procesador establece de modo automático acorde al resultado de cada operación realizada.
- ✓ Sus valores permitirán tomar decisiones como:
  - ✓ Realizar o no una transferencia de control.
  - ✓ Determinar relaciones entre números (mayor, menor, igual).

Banderas aritméticas

- Z (cero): vale 1 si el resultado de la operación son todos bits 0.
- C (carry): en la suma vale 1 si hay acarreo del bit más significativo; en la resta vale 1 si hay 'borrow' hacia el bit más significativo.
  - Cuando la operación involucra números sin signo, C=1 indica una condición fuera de rango.

Sistema Hexadecimal

- Base 16.
- Dígitos {0,1,2,3,4,5,6,7,8,9, A, B, C, D, E, F}

  10,11,12,13,14,15

$$2CA,8_{16} = 2 \times 16^{2} + C \times 16^{1} + A \times 16^{0} + 8 \times 16^{-1}$$

$$= 512 + 192 + 10 + 0,5$$

$$= 714,5_{10}$$

Sistema hexadecimal codificado en binario (BCH)

- Los dígitos hexadecimales se convierten uno a uno en binario
- Para representar un dígito hexadecimal se utilizará siempre 4 bits
- Se asocia cada dígito con su valor en binario puro

BCH

Dígito hexadecimal	Código BCH
0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001
A	1010
B	1011
C	1100
D	1101
E	1110
F	1111

Sistema decimal codificado en binario (BCD)

- Los dígitos decimales se convierten uno a uno en binario
- Para representar un dígito decimal se requerirán 4 bits
- Se asocia cada dígito con su valor en binario puro

BCD

Dígito decimal	Código BCD
0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001

BCD

- BCD tiene dos ámbitos de aplicación:

➢ E/S y periféricos, los números se codifican usando un byte por dígito. Se dice que el número está *desempaquetado.*

➢ En cálculo, se reservan 4 bits por dígito. Se dice que el número está *empaquetado.*

BCD

- Ejemplo: desempaquetado sin signo

  834 = 11111000 11110011 11110100

  = F8 F3 F4

- Por cada dígito se usan 8 bits, 4 para el binario puro y 4 se completan con "1"

BCD

- Desempaquetado con signo
- Con 4 bits hay 2^4=16 combinaciones posibles de unos y ceros :
  - Diez usamos para los dígitos 0 al 9
  - Nos quedan seis sin usar
  - C_{16}= 1100 representa al signo +
  - D_{16} = 1101 representa al signo -

BCD

- Ejemplo: desempaquetado con signo

+ 834 = 11111000 11110011 11000100
= F8 F3 C4

- Los 4 bits que acompañan al último dígito son reemplazados por el signo.

BCD

Ejemplo:

- \- 834 = 11111000 11110011 11010100
= F8 F3 D4

BCD

Ejemplo: empaquetado con signo

- + 834 = 10000011 01001100
  = 83 4C
- - 34 = 00000011 01001101
  = 03 4D

Suma en BCD

- De las 16 representaciones posibles con 4 bits, usamos 10 para los dígitos 0 al 9
- Nos sobran 6 combinaciones de 4 bits
- Al sumar dos dígitos BCD, se nos presentan dos casos :
  - la suma es ≤ 9
  - la suma es > 9

Suma en BCD

- En el primer caso no hay problema

$$\begin{array}{r} 41 \\ +\ 22 \\ \hline 63 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r} 0100\ \ 0001 \\ +\ 0010\ \ 0010 \\ \hline 0110\ \ 0011 \end{array}$$

Suma en BCD

- En el segundo caso ¿Qué sucede ?

$$\begin{array}{r} 1 \\ 15 \\ +\ 27 \\ \hline 42 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r} 111 \\ 0001\ \ 0101 \\ +\ 0010\ \ 0111 \\ \hline \underbrace{0011}_{3}\ \ \underbrace{1100}_{\text{no válido}} \end{array}$$

Suma en BCD

- Cuando la suma de los dos dígitos da >9 hay que generar el "acarreo" porque hay seis combinaciones no usadas

- Entonces: cuando la suma de los dígitos es > 9 hay que sumar 6 en ese dígito

Suma en BCD

1	111
15	0001 0101
+ 27	+ 0010 0111
42	111 1
	0011 1100
	+ 0110 ← 6

Resultado correcto 0100 0010

Suma en BCD

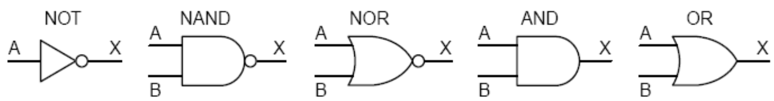
- Ejemplo

$$\begin{array}{rr} & 1 \\ & 476 \\ + & 55 \\ \hline & 531 \end{array} \qquad \begin{array}{rr} & 111\ \ \ 1 \\ & 0100\ 0111\ 0110 \\ + & 0101\ 0101 \\ \hline & 0100\ 1100\ 1011 \\ + & 0110\ 0110 \\ \hline & 0101\ 0011\ 0001 \end{array}$$

El nivel de lógica digital

- Un circuito digital es en el que están presentes dos valores lógicos
- Compuertas son dispositivos electrónicos que pueden realizar distintas funciones con estos dos valores lógicos
- Como vimos en el Ingreso las compuertas básicas son: AND, OR, NOT, NAND, NOR y XOR

Compuertas: símbolo y descripción funcional



A	X
0	1
1	0

A	B	X
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

A	B	X
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

A	B	X
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

A	B	X
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Algebra Booleana

- Para describir los circuitos que pueden construirse combinando compuertas, se requiere un nuevo tipo de álgebra, donde las variables y funciones sólo puedan adoptar valores 0 ó 1: álgebra booleana.

Algebra Booleana

- Puesto que una función booleana de n variables tiene 2^n combinaciones de los valores de entrada, la función puede describirse totalmente con una tabla de 2^n renglones, donde c/u indica un valor de la función (0 ó 1) para cada combinación distinta de las entradas:

  => ***tabla de verdad***

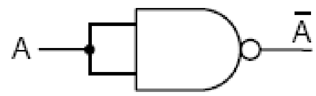
Recordemos algunas identidades del álgebra booleana

Identidad	$1.A=A$	$0+A=A$
Nula	$0.A=0$	$1+A=1$
Idempotencia	$A.A=A$	$A+A=A$
Inversa	$A.\overline{A}=0$	$A+\overline{A}=1$
Conmutativa	$A.B=B.A$	$A+B=B+A$
Asociativa	$(AB).C=A(BC)$	$(A+B)+C=A+(B+C)$
Distributiva	$A+B.C=(A+B).(A+C)$	$A.(B+C)=AB+AC$
Absorción	$A.(A+B)=A$	$A+A.B=A$
De Morgan	$\overline{A.B}=\overline{A}+\overline{B}$	$\overline{A+B}=\overline{A}.\overline{B}$

Leyes de De Morgan

- Ejemplo: construir un NOT con NAND

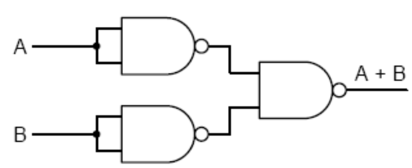
$$F=\overline{A.B}=\overline{A.A}=\overline{A}$$



Leyes de De Morgan

- Ejemplo: construir un OR con NAND

$$F=A+B=\overline{\overline{A+B}}=\overline{\overline{A}\ .\ \overline{B}}$$



Implementación de funciones booleanas

- Escribir la tabla de verdad para la función
- Dibujar una AND para cada término que tiene un 1 en la columna de resultado (con sus entradas apropiadas)
- Invertir las entradas necesarias
- Unir todas las AND a una OR

Implementación

Ejemplo: construir la tabla de verdad e implementar el circuito de una función booleana M, de tres entradas A, B y C, tal que M=1 cuando la cantidad de '1' en A, B y C es ≥ 2 y M=0 en otro caso.

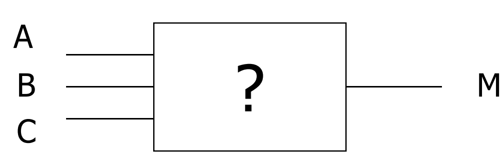


Tabla de verdad

A	B	C	M
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

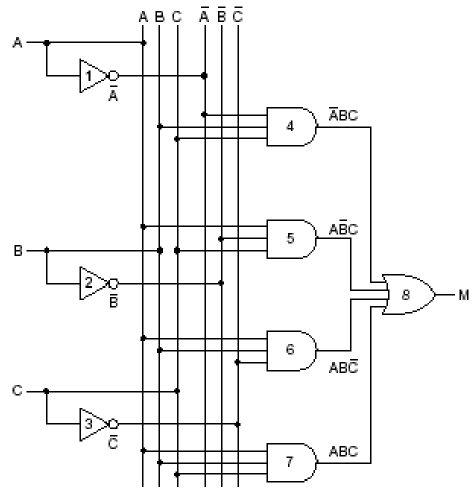
Función M

$$M=\bar{A}BC + A\bar{B}C + AB\bar{C} + ABC$$

- Hay tantos términos como 1s en la tabla
- Cada término vale 1 para una única combinación de A, B y C
- Las variables que valen 0 en la tabla aparecen aquí negadas

Función M (2)

$M=\bar{A}BC + A\bar{B}C + AB\bar{C} + ABC$



Otro ejemplo

Supongamos la siguiente Tabla de Verdad

A	B	M
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

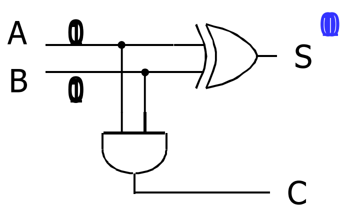
Función $\mathbf{M = \bar{A}B + A\bar{B}}$ $\Rightarrow$ **M = A XOR B**

Recordemos

- ✓ En un AND, basta que una de sus entradas sea 0 para que la función valga 0.
- ✓ En un OR, basta que una de sus entradas sea 1 para que la función valga 1.
- ✓ Hacer el XOR con 1 invierte el valor de la variable.
- ✓ Hacer el XOR con 0 deja el valor de la variable como estaba.

Circuitos combinatorios

- Ejemplo



A B	S	C
0 0	0	0
0 1	1	0
1 0	1	0
1 1	0	1

S representa la suma aritmética de 2 bits y **C** es el acarreo

Semi-sumador ó Half adder

mayor información …

- Sistemas enteros y Punto fijo
  - Apunte 1 de Cátedra
- Operaciones lógicas
  - Apunte 3 de Cátedra
- Apéndice 8A: Sistemas de Numeración
  - Stallings, 5º Ed.
- Apéndice A: Lógica digital (A.1., A.2.)
  - Stallings, 5º Ed.
- Capítulo 3: Lógica digital y representación numérica
  - Apuntes COC - Ingreso 2013