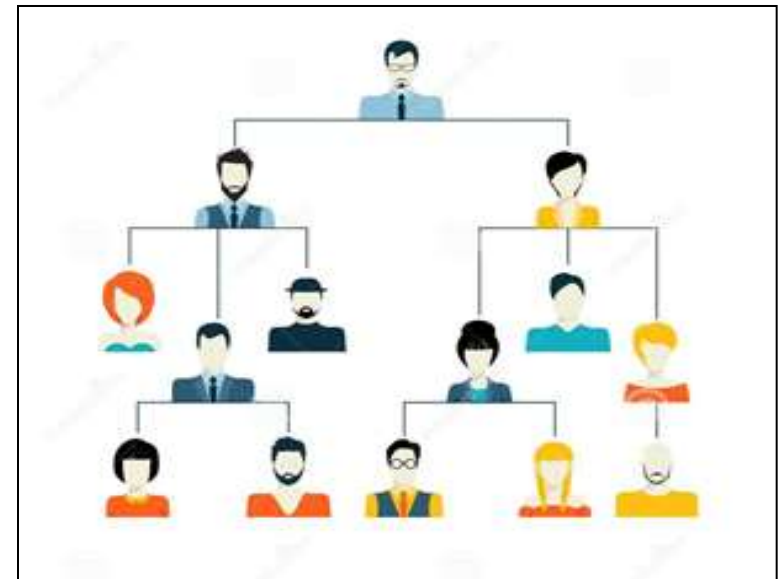
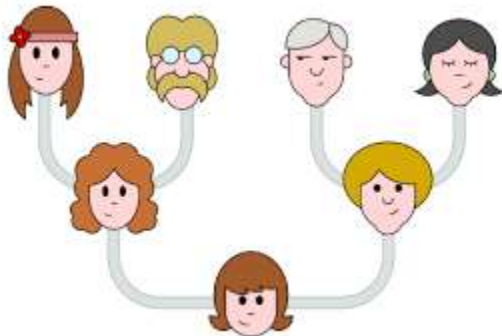
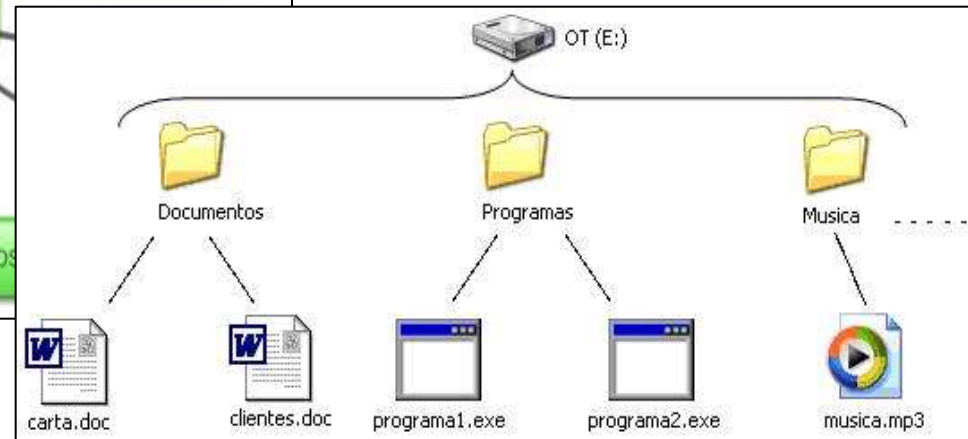


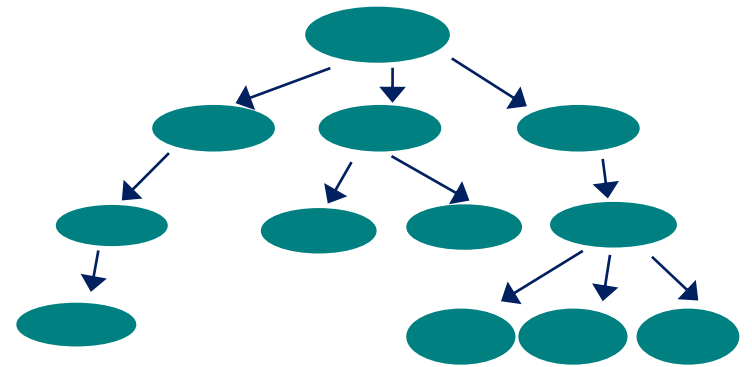
# Arboles

## Ejemplos



# Temas de la clase

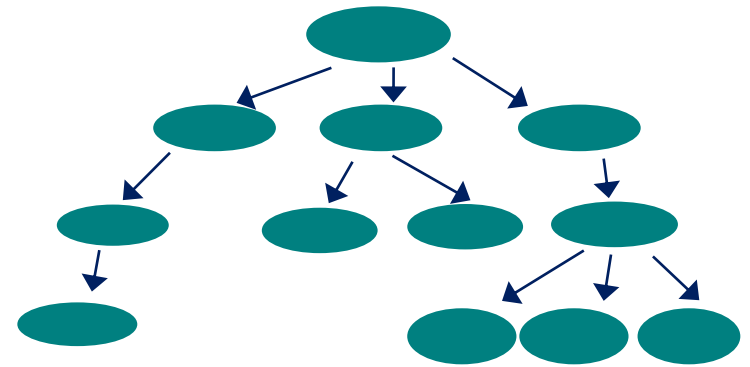
1. Árboles. Definición y características
2. Operaciones con árboles



# ARBOLES

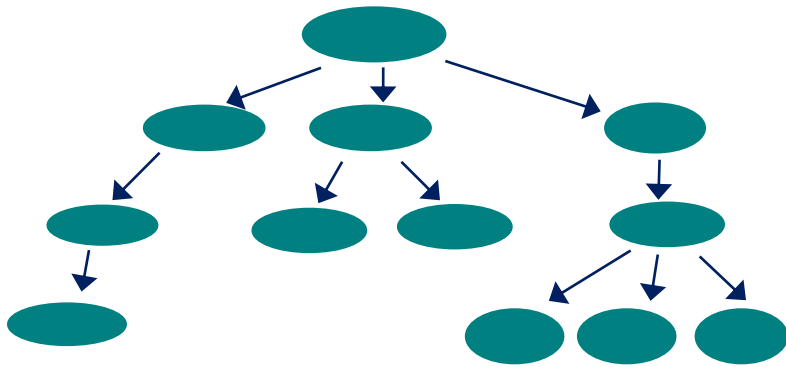
Un árbol es una estructura de datos que satisface tres propiedades:

- Cada elemento del árbol se relaciona con cero o más elementos (hijos).



- Si el árbol no está vacío, hay un único elemento (raíz) y que no tiene padre (predecesor).
- Todo otro elemento del árbol posee un único padre y es un descendiente de la raíz.

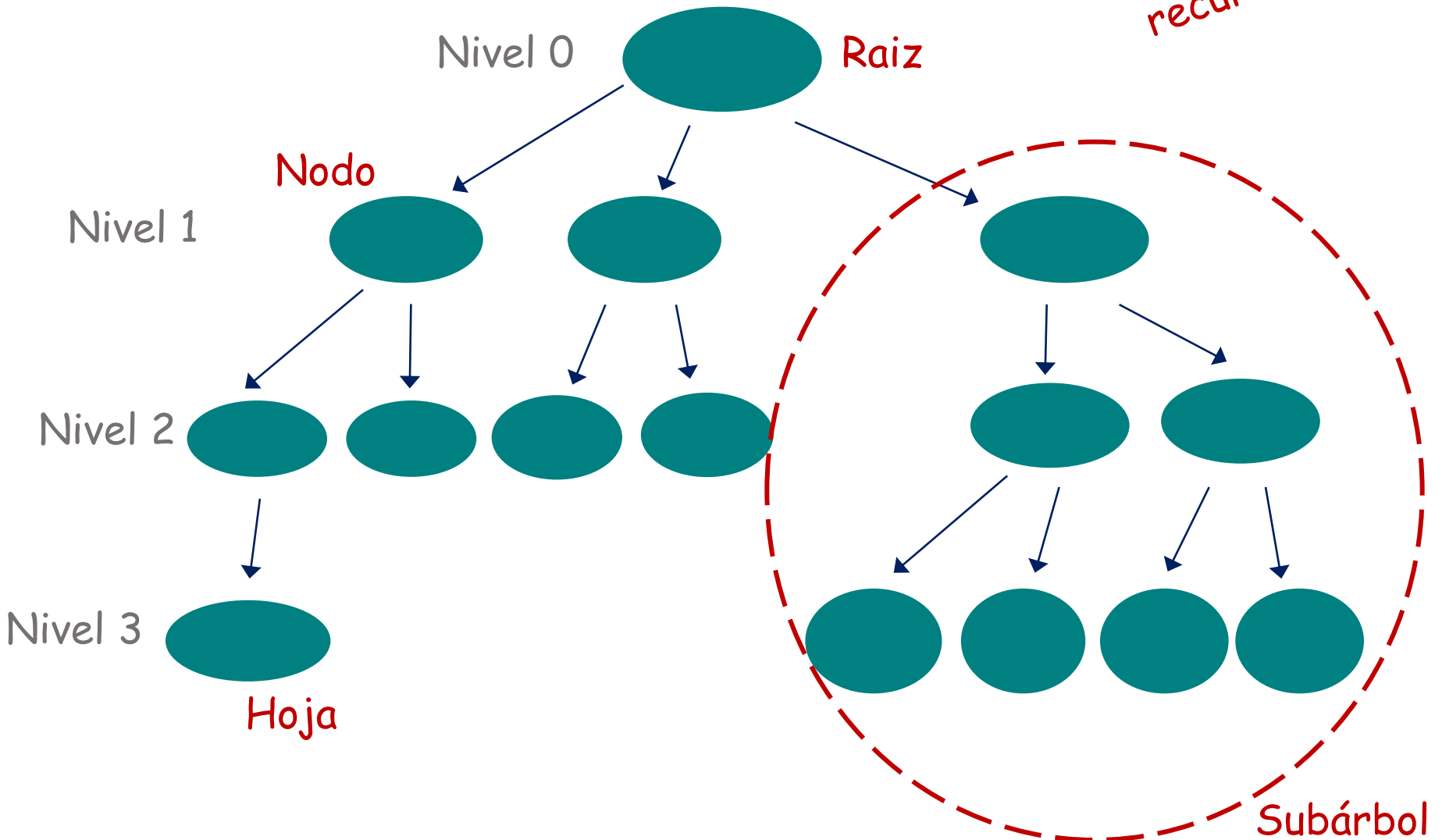
# ARBOLES - Características



1. **Homogénea:** todos los elementos son del mismo tipo
2. **Dinámica:** puede aumentar o disminuir su tamaño durante la ejecución del programa
3. **No lineal:** cada elemento puede tener 0, 1, o más sucesores
4. **Acceso Secuencial**

# ARBOLES - Terminología

*Pensemos en la recursión!!*



# ARBOLES BINARIOS

¿Cómo se relacionan los nodos de un árbol binario?

## Type

```
elemento = tipoElemento;
```

```
arbol = ^nodo;
```

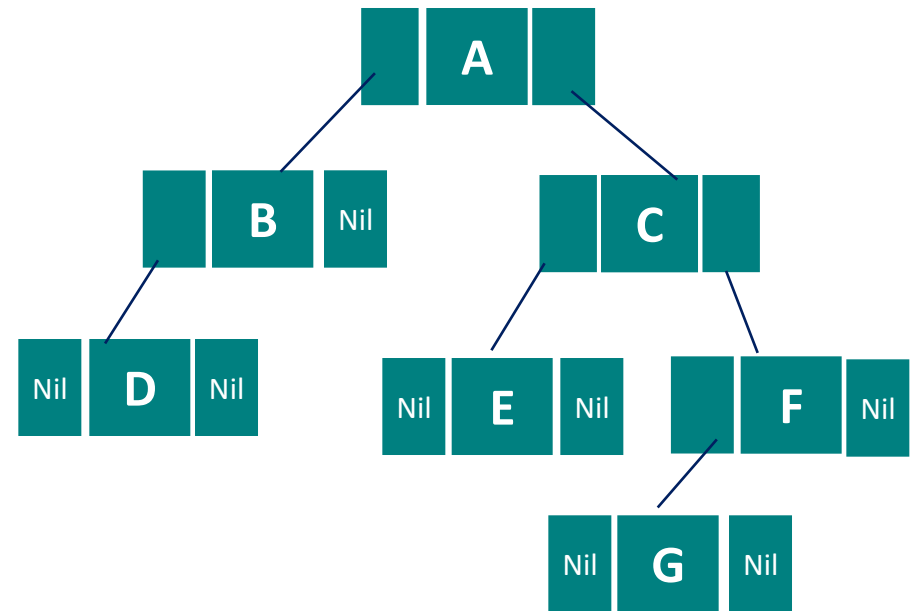
```
nodo = record
```

```
    elem: elemento;
```

```
    hijoIzq: arbol;
```

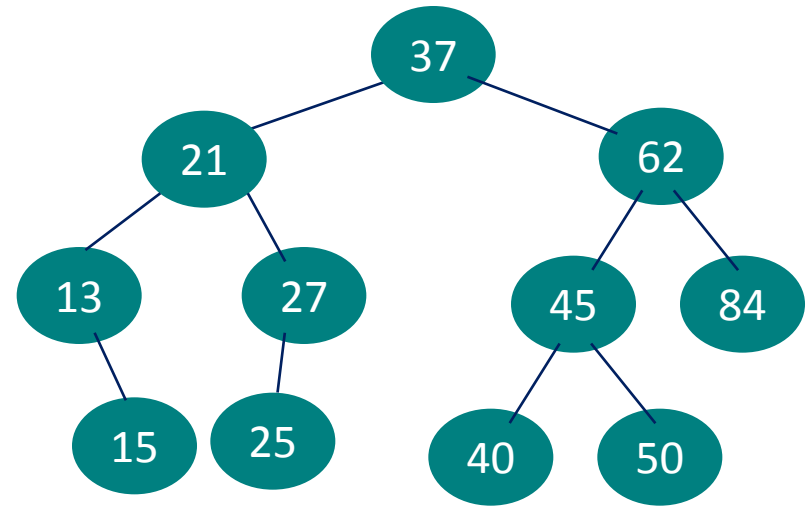
```
    hijoDer: arbol;
```

```
end;
```



# Arboles Binarios de Búsqueda (ABB)

## Observaciones



### 1. Cada nodo tiene un valor que

- Es más grande que el valor de todos los nodos del subárbol izquierdo
- Es menor que el valor de todos los nodos del subárbol derecho

### 2. Utilidad más importante ➔ Búsquedas el tiempo medio es $O(\log n)$ )



# ABB – Operación Insertar Nodo

Supongamos que se leen los números: 20 7 36 1 4 23

*Siempre se agrega  
a nivel de hoja*

20

Inicialmente **a** es nil.

El nuevo nodo se convierte en la raíz del árbol. HI y HD en Nil.

**a**

20

7

**a** no es Nil. Debe ubicarse donde insertar.

Como  $7 < 20$  se toma el subárbol izquierdo de 20. Como el HI de 20 es Nil, se inserta.

**a**

20

7

36

**a** no es Nil. Debe buscar el lugar donde insertar.

Como  $36 > 20$  se toma el subárbol derecho. Como el HD de 20 es Nil se inserta.

**a**

20

7

36

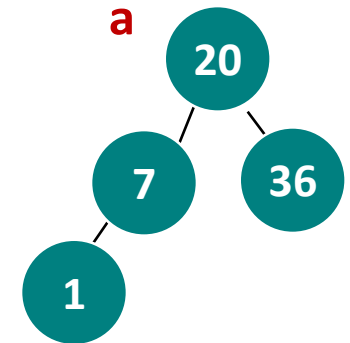
# ABB – Operación Insertar Nodo

Supongamos que se leen los números: 20 7 36 1 4 23

**a** no es Nil.

1

Como  $1 < 20$  se toma el subárbol izquierdo. Como el HI no es Nil, se vuelve a comparar. Como  $1 < 7$ , se elige el subárbol izquierdo y como es Nil se inserta.



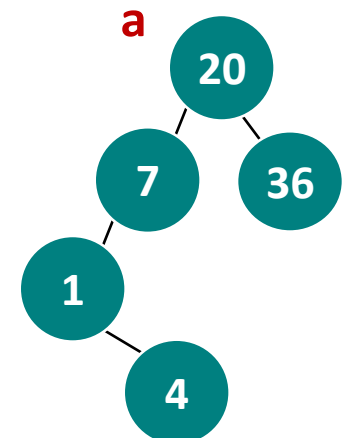
**a** no es Nil.

4

Como  $4 < 20$  se toma el subárbol izquierdo.

Como el HI no es Nil y  $4 < 7$  se elige el subárbol izquierdo.

Luego, como  $4 > 1$ , se elige el subárbol derecho y como es nil se inserta.



# ABB – Operación Insertar Nodo

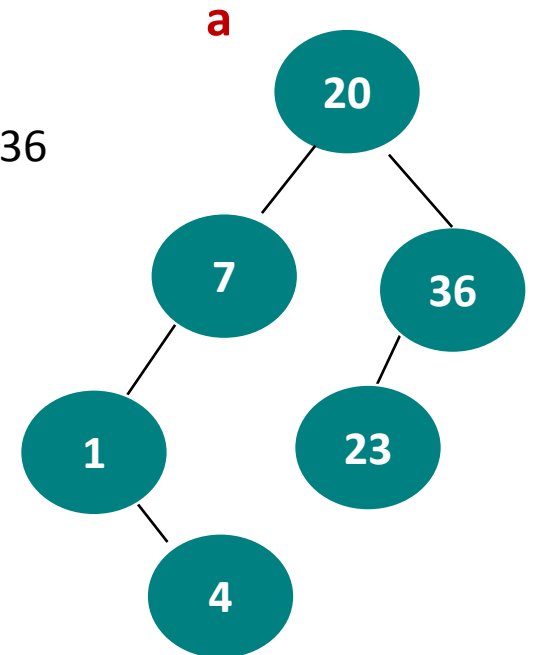
Supongamos que se leen los números: 20 7 36 1 4 23

**a** no es Nil.

Como  $23 > 20$  se toma el subárbol derecho.

Como el HD no es Nil se vuelve a comparar y como  $23 < 36$  se elige el subárbol izquierdo. Como es Nil se inserta

23



# Insertar un dato

```
insertar (arbol, dato)
  si arbol es nil
    creo nodo_nuevo y pongo el dato y los hijos en nil
    arbol := nodo_nuevo
  sino
    si el dato en árbol es > dato
      insertar(hijo_izquierdo_del_árbol, dato);
    sino
      insertar(hijo_derecho_del_árbol, dato);
```

*¿Qué pasa si los valores a insertar estuvieran repetidos?*

*¿Cómo podría evitar insertar valores repetidos? ¿Modificaciones en código?*

# Insertar un dato evitando repetidos

```
insertarSinRepetidos (arbol, dato)
  si arbol es nil
    creo nodo_nuevo y pongo el dato y los hijos en nil
    arbol := nodo_nuevo
  sino
    si el dato en árbol es > dato
      insertarSinRepetidos(hijo_izquierdo_del_árbol, dato);
    sino
      si el dato en el árbol < dato
        insertarSinRepetidos(hijo_derecho_del_árbol, dato);
```

Cuando el dato ya está en el árbol no realizo ninguna acción

¿Cómo haría para contar las ocurrencias de los valores repetidos?  
¿Modificaciones en código?



# Actividades en Máquina

## ACTIVIDAD 1

Descargar de Ideas **ProgramaGenerarArbol** y realizar lo siguiente:

- a) Generar una lista de números enteros (utilizar CrearListaAgregarAdelante del **ProgramaLista** de la clase 0)
- b) Implementar el módulo **insertar** en un ABB de enteros
- c) Invocar al módulo **insertar** con cada uno de los números de la lista generada anteriormente.
- d) Invocar al módulo **imprimirpornivel** con el árbol generado en c).
- e) Graficar en papel el ABB y comprobar que los datos que se muestran en d) se corresponden con la estructura generada.

Enviar el archivo **GenerarArbol** al docente asignado al grupo.

¿Qué pasaría si los valores a insertar se presentan ordenados?



# Actividades en Máquina

## ■ ACTIVIDAD 2

Implementar un programa que invoque a:

- i) Un módulo que genere una lista ordenada de números enteros
- ii) Un módulo que genere un ABB con los elementos de la lista generada.
- iii) Mostrar los datos del árbol por niveles.

Nota: para generar la lista ordenada en i), reutilizar los módulos adecuados de la clase 0.



# Recorridos en un árbol

Los distintos recorridos permiten desplazarse a través de todos los nodos del árbol de tal forma que cada nodo sea visitado una y solo una vez.

Existen varios métodos que se diferencian en el orden que se visitan:

- Recorrido En – Orden
- Recorrido Pre – Orden
- Recorrido Post – Orden

```
Procedure preOrden( a: arbol );  
begin  
  if ( a <> nil ) then begin  
    write (a^.dato, ' ');  
    preOrden (a^.HI);  
    preOrden (a^.HD)  
  end;  
end;
```



# Actividades en Máquina

## ACTIVIDAD 3

Renombrar el programa **GenerarArbol** como **ProgramaArboles** y realice las siguientes tareas:

- a) Implementar el módulo **preOrden** que imprima los valores del ABB ya generado.
- b) Implementar el módulo **enOrden** que imprima los valores del ABB ya generado.
- c) Implementar el módulo **postOrden** que imprima los valores del ABB ya generado.
- d) Invocar cada uno de los módulos anteriores y comparar los resultados obtenidos.



# Actividades en Máquina

## ACTIVIDAD 4

Abrir de la Medioteca de Ideas: **ProgramaEncomiendas**

**ProgramaEncomiendas** genera una lista con encomiendas.

Cada encomienda tiene código y peso. Pueden existir encomiendas de igual peso. Realice las siguientes actividades:

- a) A partir de la lista, generar un árbol donde para cada peso se tengan todos los códigos de encomienda registrados con ese peso. El árbol debe estar ordenado por peso.
- b) Imprimir para cada peso, los códigos de encomienda registrados para dicho peso.





# Actividades en Máquina

## ACTIVIDAD 5

Utilizando **ProgramaArboles** realice las siguientes actividades:

- a) Implementar el módulo **buscar** que reciba un árbol y un valor y devuelva un puntero al nodo donde se encuentra dicho valor. En caso de no encontrarlo, debe retornar nil.
- b) Invocar al módulo **buscar** con un valor que se ingresa de teclado. Mostrar el resultado de la búsqueda.



# Actividades en Máquina

## ACTIVIDAD 6

Utilizando **ProgramaArboles** realice las siguientes actividades:

- a) Implementar el módulo **verMin** que reciba un árbol y devuelva el valor mínimo. En caso de recibir un árbol vacío, retornar -1.
- b) Implementar el módulo **verMax** que reciba un árbol y devuelva el valor máximo. En caso de recibir un árbol vacío, retornar -1.
- c) Invocar a los módulos generados en a) y b). Mostrar los resultados obtenidos.