REPASO

Bayes

$$p(\theta|y) \propto p(y|\theta)p(\theta)$$

posterior *likelihood* *prior*

REPASO

Bayes

$$\underbrace{p(\theta|y)}_{\textit{posterior}} \propto \underbrace{p(y|\theta)}_{\textit{likelihood}} \underbrace{p(\theta)}_{\textit{prior}}$$

prior predictive

$$p(y) = \int p(y|\theta)p(\theta)d\theta$$

REPASO

Bayes $$p(\theta|y) \propto p(y|\theta)p(\theta)$$

posterior *likelihood* *prior*

prior predictive $$p(y) = \int p(y|\theta)p(\theta)d\theta$$

posterior predictive $$p(\tilde{y}|y) = \int p(\tilde{y}|\theta)p(\theta|y)d\theta$$

REPASO

Bayes $$p(\theta|y) \propto p(y|\theta)p(\theta)$$

posterior *likelihood* *prior*

prior predictive $$p(y) = \int p(y|\theta)p(\theta)d\theta$$

posterior predictive $$p(\tilde{y}|y) = \int p(\tilde{y}|\theta)p(\theta|y)d\theta$$

Modelo moneda $$\mathrm{Beta}(.) \propto \mathrm{Binomial}(.)\mathrm{Beta}(.)$$

Media y varianza condicionales

$$\mathrm{E}(\theta) = \mathrm{E}(\mathrm{E}(\theta|y))$$

Media y varianza condicionales

$$\mathrm{E}(\theta) = \mathrm{E}(\underbrace{\mathrm{E}(\theta|y)}_{\text{sobre } \theta})$$

Media y varianza condicionales

$$\mathrm{E}(\theta) = \underbrace{\mathrm{E}(\overbrace{\mathrm{E}(\theta|y)}^{\text{sobre } \theta})}_{\text{sobre } y}$$

Media y varianza condicionales

$$\mathrm{E}(\theta) = \underbrace{\overbrace{\mathrm{E}(\mathrm{E}(\theta|y))}^{\text{sobre } \theta}}_{\text{sobre } y}$$

$\mathbb{P}$

Media y varianza condicionales

$$\mathrm{E}(\theta) = \underset{\text{sobre } y}{\mathrm{E}}(\overset{\text{sobre } \theta}{\mathrm{E}}(\theta|y))$$

$\mathbb{P}$

La media del *prior* es el promedio de todas las posibles medias del *posterior* sobre los posibles datos

Media y varianza condicionales

$$\mathrm{E}(\theta) = \underbrace{\overbrace{\mathrm{E}(\mathrm{E}}^{\text{sobre } \theta}}_{\text{sobre } y}(\theta|y))$$

$\mathbb{P}$

La media del *prior* es el promedio de todas las posibles medias del *posterior* sobre los posibles datos

$$\mathrm{var}(\theta) = \mathrm{E}(\mathrm{var}(\theta|y)) + \mathrm{var}(\mathrm{E}(\theta|y))$$

Media y varianza condicionales

$$\mathrm{E}(\theta) = \mathrm{E}(\mathrm{E}(\theta|y))$$

sobre θ

sobre y

$\mathbb{P}$

La media del *prior* es el promedio de todas las posibles medias del *posterior* sobre los posibles datos

varianza *a posteriori*

$$\mathrm{var}(\theta) = \mathrm{E}(\mathrm{var}(\theta|y)) + \mathrm{var}(\mathrm{E}(\theta|y))$$

Media y varianza condicionales

$$\mathrm{E}(\theta) = \underbrace{\overbrace{\mathrm{E}(\mathrm{E}(\theta|y))}^{\text{sobre } \theta}}_{\text{sobre } y} \qquad \mathbb{P}$$

La media del *prior* es el promedio de todas las posibles medias del *posterior* sobre los posibles datos

$$\mathrm{var}(\theta) = \mathrm{E}(\overbrace{\mathrm{var}(\theta|y)}^{\text{varianza } a\ posteriori}) + \mathrm{var}(\mathrm{E}(\theta|y)) \qquad \mathbb{P}$$

Media y varianza condicionales

sobre θ

$$\mathrm{E}(\theta) = \mathrm{E}(\mathrm{E}(\theta|y)) \qquad \mathbb{P}$$

sobre y

La media del *prior* es el promedio de todas las posibles medias del *posterior* sobre los posibles datos

varianza *a posteriori*

$$\mathrm{var}(\theta) = \mathrm{E}(\mathrm{var}(\theta|y)) + \mathrm{var}(\mathrm{E}(\theta|y)) \qquad \mathbb{P}$$

La varianza *a posteriori* es (en promedio) menor que la varianza *a priori*, en una cantidad que depende de la variación de las medias *a posteriori.*

Media y varianza condicionales

sobre θ

$$\mathrm{E}(\theta) = \mathrm{E}(\mathrm{E}(\theta|y)) \qquad \mathbb{P}$$

sobre y

La media del *prior* es el promedio de todas las posibles medias del *posterior* sobre los posibles datos

varianza *a posteriori*

$$\mathrm{var}(\theta) = \mathrm{E}(\mathrm{var}(\theta|y)) + \mathrm{var}(\mathrm{E}(\theta|y)) \qquad \mathbb{P}$$

La varianza *a posteriori* es (en promedio) menor que la varianza *a priori*, en una cantidad que depende de la variación de las medias *a posteriori.*

Cuanto más grande esta variación, más chances de reducir nuestra incertidumbre sobre θ

Gaussianas (Normales)

likelihood

$$p(y|\theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(y-\theta)^2} \qquad \sigma^2 \text{ conocida}$$

Gaussianas (Normales)

likelihood

$$p(y|\theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(y-\theta)^2} \qquad \sigma^2 \text{ conocida}$$

$$y \sim \mathrm{N}(\theta, \sigma^2)$$

Gaussianas (Normales)

likelihood

$$p(y|\theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(y-\theta)^2} \qquad \sigma^2 \text{ conocida}$$

$$y \sim \mathrm{N}(\theta, \sigma^2)$$

prior

$$p(\theta) \propto e^{-\frac{1}{2\tau_0^2}(\theta-\mu_0)^2} \qquad \mu_0, \tau_0^2 \text{ conocidos}$$

Gaussianas (Normales)

likelihood

$$p(y|\theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(y-\theta)^2} \qquad \sigma^2 \text{ conocida}$$

$$y \sim \mathrm{N}(\theta, \sigma^2)$$

prior

$$p(\theta) \propto e^{-\frac{1}{2\tau_0^2}(\theta-\mu_0)^2} \qquad \mu_0, \tau_0^2 \text{ conocidos}$$

(¡nuestros α, β anteriores!)

Gaussianas (Normales)

likelihood

$$p(y|\theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(y-\theta)^2} \qquad \sigma^2 \text{ conocida}$$

$$y \sim \mathrm{N}(\theta, \sigma^2)$$

prior

$$p(\theta) \propto e^{-\frac{1}{2\tau_0^2}(\theta-\mu_0)^2} \qquad \mu_0, \tau_0^2 \text{ conocidos}$$

$$\text{(¡nuestros } \alpha, \beta \text{ anteriores!)}$$

prior gaussiana conjugada (¡para la media!)

Gaussianas (Normales)

likelihood

$$p(y|\theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(y-\theta)^2} \qquad \sigma^2 \text{ conocida}$$

$$y \sim \mathrm{N}(\theta, \sigma^2)$$

prior

$$p(\theta) \propto e^{-\frac{1}{2\tau_0^2}(\theta-\mu_0)^2} \qquad \mu_0, \tau_0^2 \text{ conocidos}$$

$$\text{(¡nuestros } \alpha, \beta \text{ anteriores!)}$$

prior gaussiana conjugada (¡para la media!)

con $\mu_0 = 0 \text{ y } \tau_0 \to \infty$ *prior* plano, invariante ante $\mu_0' = \mu_0 + c$ (no informativo, impropio)

Gaussianas (Normales)

likelihood

$$p(y|\theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(y-\theta)^2} \qquad \sigma^2 \text{ conocida}$$

$$y \sim \mathrm{N}(\theta, \sigma^2)$$

prior

$$p(\theta) \propto e^{-\frac{1}{2\tau_0^2}(\theta-\mu_0)^2} \qquad \mu_0, \tau_0^2 \text{ conocidos}$$

$$\text{(¡nuestros } \alpha, \beta \text{ anteriores!)}$$

prior gaussiana conjugada (¡para la media!)

con $\mu_0 = 0 \text{ y } \tau_0 \to \infty$ *prior* plano, invariante ante $\mu_0' = \mu_0 + c$ (no informativo, impropio)

(familia exponencial)

Gaussianas (Normales)

likelihood

$$p(y|\theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(y-\theta)^2}$$

σ^2 conocida

prior

$$p(\theta) \propto e^{-\frac{1}{2\tau_0^2}(\theta-\mu_0)^2}$$

μ_0, τ_0^2 conocidos

Gaussianas (Normales)

likelihood

$$p(y|\theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(y-\theta)^2}$$

σ^2 conocida

prior

$$p(\theta) \propto e^{-\frac{1}{2\tau_0^2}(\theta-\mu_0)^2}$$

μ_0, τ_0^2 conocidos

posterior

$\mathbb{P}$

Gaussianas (Normales)

likelihood

$$p(y|\theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(y-\theta)^2}$$

σ^2 conocida

prior

$$p(\theta) \propto e^{-\frac{1}{2\tau_0^2}(\theta-\mu_0)^2}$$

μ_0, τ_0^2 conocidos

posterior

$\mathbb{P}$

$$p(\theta|y) \propto e^{-\frac{1}{2\tau_1^2}(\theta-\mu_1)^2}$$

Gaussianas (Normales)

likelihood

$$p(y|\theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(y-\theta)^2}$$

σ^2 conocida

prior

$$p(\theta) \propto e^{-\frac{1}{2\tau_0^2}(\theta-\mu_0)^2}$$

μ_0, τ_0^2 conocidos

posterior

$\mathbb{P}$

$$p(\theta|y) \propto e^{-\frac{1}{2\tau_1^2}(\theta-\mu_1)^2}$$

$\theta|y \sim \mathrm{N}(\mu_1, \tau_1^2)$

Gaussianas (Normales)

likelihood

$$p(y|\theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(y-\theta)^2} \qquad \sigma^2 \text{ conocida}$$

prior

$$p(\theta) \propto e^{-\frac{1}{2\tau_0^2}(\theta-\mu_0)^2} \qquad \mu_0, \tau_0^2 \text{ conocidos}$$

posterior

$\mathbb{P}$

$$p(\theta|y) \propto e^{-\frac{1}{2\tau_1^2}(\theta-\mu_1)^2} \qquad \theta|y \sim \mathrm{N}(\mu_1, \tau_1^2)$$

$$\frac{1}{\tau_1^2} = \frac{1}{\sigma^2} + \frac{1}{\tau_0^2} \qquad \mu_1 = \frac{\frac{1}{\tau_0^2}\mu_0 + \frac{1}{\sigma^2}y}{\frac{1}{\tau_0^2} + \frac{1}{\sigma^2}}$$

Gaussianas (Normales)

likelihood

$$p(y|\theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(y-\theta)^2} \qquad \sigma^2 \text{ conocida}$$

prior

$$p(\theta) \propto e^{-\frac{1}{2\tau_0^2}(\theta-\mu_0)^2} \qquad \mu_0, \tau_0^2 \text{ conocidos}$$

posterior

$$\mathbb{P} \qquad p(\theta|y) \propto e^{-\frac{1}{2\tau_1^2}(\theta-\mu_1)^2} \qquad \theta|y \sim \mathrm{N}(\mu_1, \tau_1^2)$$

precisión

$$\frac{1}{\tau_1^2} = \frac{1}{\sigma^2} + \frac{1}{\tau_0^2} \qquad \mu_1 = \frac{\frac{1}{\tau_0^2}\mu_0 + \frac{1}{\sigma^2}y}{\frac{1}{\tau_0^2} + \frac{1}{\sigma^2}}$$

Gaussianas (Normales)

likelihood

$$p(y|\theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(y-\theta)^2}$$

σ^2 conocida

prior

$$p(\theta) \propto e^{-\frac{1}{2\tau_0^2}(\theta-\mu_0)^2}$$

μ_0, τ_0^2 conocidos

posterior

$\mathbb{P}$

$$p(\theta|y) \propto e^{-\frac{1}{2\tau_1^2}(\theta-\mu_1)^2}$$

$\theta|y \sim \mathrm{N}(\mu_1, \tau_1^2)$

precisión

$$\frac{1}{\tau_1^2} = \frac{1}{\sigma^2} + \frac{1}{\tau_0^2}$$

$$\mu_1 = \frac{\frac{1}{\tau_0^2}\mu_0 + \frac{1}{\sigma^2}y}{\frac{1}{\tau_0^2} + \frac{1}{\sigma^2}}$$

promedio de las medias *a priori* y de los datos, pesado por las precisiones

Casos extremos

$$p(\theta|y) \propto e^{-\frac{1}{2\tau_1^2}(\theta-\mu_1)^2}$$

$$\frac{1}{\tau_1^2} = \frac{1}{\sigma^2} + \frac{1}{\tau_0^2} \qquad \mu_1 = \frac{\frac{1}{\tau_0^2}\mu_0 + \frac{1}{\sigma^2}y}{\frac{1}{\tau_0^2} + \frac{1}{\sigma^2}}$$

Casos extremos

$$p(\theta|y) \propto e^{-\frac{1}{2\tau_1^2}(\theta-\mu_1)^2}$$

$$\frac{1}{\tau_1^2} = \frac{1}{\sigma^2} + \frac{1}{\tau_0^2} \qquad \mu_1 = \frac{\frac{1}{\tau_0^2}\mu_0 + \frac{1}{\sigma^2}y}{\frac{1}{\tau_0^2} + \frac{1}{\sigma^2}}$$

$$\mu_1 = \mu_0 \quad \text{si} \quad y = \mu_0 \quad \text{ó} \quad \tau_0^2 = 0$$

prior infinitamente preciso

Casos extremos

$$p(\theta|y) \propto e^{-\frac{1}{2\tau_1^2}(\theta-\mu_1)^2}$$

$$\frac{1}{\tau_1^2} = \frac{1}{\sigma^2} + \frac{1}{\tau_0^2} \qquad \mu_1 = \frac{\frac{1}{\tau_0^2}\mu_0 + \frac{1}{\sigma^2}y}{\frac{1}{\tau_0^2} + \frac{1}{\sigma^2}}$$

$$\mu_1 = \mu_0 \quad \text{si} \quad y = \mu_0 \quad \text{ó} \quad \tau_0^2 = 0$$

prior infinitamente preciso

$$\mu_1 = y \quad \text{si} \quad y = \mu_0 \quad \text{ó} \quad \sigma^2 = 0$$

datos infinitamente precisos

Posterior predictiva

$$p(\tilde{y}|y) = \int p(\tilde{y}|\theta)p(\theta|y)d\theta \propto \int e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(\tilde{y}-\theta)^2} e^{-\frac{1}{2\tau_1^2}(\tilde{\theta}-\mu_1)^2} d\theta$$

Posterior predictiva

$$p(\tilde{y}|y) = \int p(\tilde{y}|\theta)p(\theta|y)d\theta \propto \int e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(\tilde{y}-\theta)^2} e^{-\frac{1}{2\tau_1^2}(\tilde{\theta}-\mu_1)^2} d\theta$$

..expresión compleja, pero exponencial de una función cuadrática en $(\theta, \tilde{y})$

Posterior predictiva

$$p(\tilde{y}|y) = \int p(\tilde{y}|\theta)p(\theta|y)d\theta \propto \int e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(\tilde{y}-\theta)^2} e^{-\frac{1}{2\tau_1^2}(\tilde{\theta}-\mu_1)^2} d\theta$$

..expresión compleja, pero exponencial de una función cuadrática en $(\theta, \tilde{y})$

Gaussiana de dos variables, entonces marginalizando: $\tilde{y}$ es Gaussiana

Posterior predictiva

$$p(\tilde{y}|y) = \int p(\tilde{y}|\theta)p(\theta|y)d\theta \propto \int e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(\tilde{y}-\theta)^2} e^{-\frac{1}{2\tau_1^2}(\tilde{\theta}-\mu_1)^2} d\theta$$

..expresión compleja, pero exponencial de una función cuadrática en $(\theta, \tilde{y})$

Gaussiana de dos variables, entonces marginalizando: $\tilde{y}$ es Gaussiana

parámetros $\mathbb{P}$

Posterior predictiva

$$p(\tilde{y}|y) = \int p(\tilde{y}|\theta)p(\theta|y)d\theta \propto \int e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(\tilde{y}-\theta)^2} e^{-\frac{1}{2\tau_1^2}(\tilde{\theta}-\mu_1)^2} d\theta$$

..expresión compleja, pero exponencial de una función cuadrática en $(\theta, \tilde{y})$

Gaussiana de dos variables, entonces marginalizando: $\tilde{y}$ es Gaussiana

parámetros $\mathbb{P}$

$$\mathrm{E}(\tilde{y}|y) = \mu_1$$ media posterior de θ

Posterior predictiva

$$p(\tilde{y}|y) = \int p(\tilde{y}|\theta)p(\theta|y)d\theta \propto \int e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(\tilde{y}-\theta)^2} e^{-\frac{1}{2\tau_1^2}(\tilde{\theta}-\mu_1)^2} d\theta$$

..expresión compleja, pero exponencial de una función cuadrática en $(\theta, \tilde{y})$

Gaussiana de dos variables, entonces marginalizando: $\tilde{y}$ es Gaussiana

parámetros $\mathbb{P}$

$$\mathrm{E}(\tilde{y}|y) = \mu_1$$

media posterior de θ

$$\mathrm{var}(\tilde{y}|y) = \sigma^2 + \tau_1^2$$

varianza predictiva del modelo
+ incertidumbre posterior en θ

Múltiples observaciones $y = (y_1, \ldots, y_n)$

Método secuencial $\mathbb{P}$

Múltiples observaciones $y = (y_1, \dots, y_n)$

Método secuencial $\mathbb{P}$

$$p(\theta|y_1, \dots, y_n) = p(\theta|\bar{y}) = \mathrm{N}(\theta|\mu_n, \tau_n^2)$$

Múltiples observaciones $y = (y_1, \ldots, y_n)$

Método secuencial $\mathbb{P}$

$$p(\theta|y_1, \ldots, y_n) = p(\theta|\bar{y}) = \mathrm{N}(\theta|\mu_n, \tau_n^2)$$

$$\bar{y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i \qquad \mu_n = \frac{\frac{1}{\tau_0^2}\mu_0 + \frac{n}{\sigma^2}\bar{y}}{\frac{1}{\tau_0^2} + \frac{n}{\sigma^2}} \qquad \frac{1}{\tau_n^2} = \frac{n}{\sigma^2} + \frac{1}{\tau_0^2}$$

Múltiples observaciones $y = (y_1, \ldots, y_n)$

Método secuencial $\mathbb{P}$

$$p(\theta|y_1, \ldots, y_n) = p(\theta|\bar{y}) = \mathrm{N}(\theta|\mu_n, \tau_n^2)$$

$$\bar{y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i \qquad \mu_n = \frac{\frac{1}{\tau_0^2}\mu_0 + \frac{n}{\sigma^2}\bar{y}}{\frac{1}{\tau_0^2} + \frac{n}{\sigma^2}} \qquad \frac{1}{\tau_n^2} = \frac{n}{\sigma^2} + \frac{1}{\tau_0^2}$$

O cómputo directo

$$p(\theta|y) \propto p(\theta)\prod_{i=1}^{n} p(y_i|\theta)$$

Múltiples observaciones $y = (y_1, \ldots, y_n)$

Método secuencial $\mathbb{P}$

$$p(\theta|y_1, \ldots, y_n) = p(\theta|\bar{y}) = \mathrm{N}(\theta|\mu_n, \tau_n^2)$$

$$\bar{y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i \qquad \mu_n = \frac{\frac{1}{\tau_0^2}\mu_0 + \frac{n}{\sigma^2}\bar{y}}{\frac{1}{\tau_0^2} + \frac{n}{\sigma^2}} \qquad \frac{1}{\tau_n^2} = \frac{n}{\sigma^2} + \frac{1}{\tau_0^2}$$

O cómputo directo

$$p(\theta|y) \propto p(\theta)\prod_{i=1}^{n} p(y_i|\theta)$$

Relevancia de la evidencia

Múltiples observaciones $y = (y_1, \ldots, y_n)$

Método secuencial $\mathbb{P}$

$$p(\theta|y_1, \ldots, y_n) = p(\theta|\bar{y}) = \mathrm{N}(\theta|\mu_n, \tau_n^2)$$

$$\bar{y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i \qquad \mu_n = \frac{\frac{1}{\tau_0^2}\mu_0 + \frac{n}{\sigma^2}\bar{y}}{\frac{1}{\tau_0^2} + \frac{n}{\sigma^2}} \qquad \frac{1}{\tau_n^2} = \frac{n}{\sigma^2} + \frac{1}{\tau_0^2}$$

O cómputo directo

$$p(\theta|y) \propto p(\theta)\prod_{i=1}^{n} p(y_i|\theta)$$

Relevancia de la evidencia

$n \to \infty$ Muchos datos

Múltiples observaciones

$$y = (y_1, \ldots, y_n)$$

Método secuencial $\mathbb{P}$

$$p(\theta|y_1, \ldots, y_n) = p(\theta|\bar{y}) = \mathrm{N}(\theta|\mu_n, \tau_n^2)$$

$$\bar{y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i \qquad \mu_n = \frac{\frac{1}{\tau_0^2}\mu_0 + \frac{n}{\sigma^2}\bar{y}}{\frac{1}{\tau_0^2} + \frac{n}{\sigma^2}} \qquad \frac{1}{\tau_n^2} = \frac{n}{\sigma^2} + \frac{1}{\tau_0^2}$$

O cómputo directo

$$p(\theta|y) \propto p(\theta)\prod_{i=1}^{n} p(y_i|\theta)$$

Relevancia de la evidencia

$n \to \infty$ Muchos datos

$$p(\theta|y) \approx \mathrm{N}(\theta|\bar{y}, \sigma^2/n)$$

Múltiples observaciones $y = (y_1, \ldots, y_n)$

Método secuencial $\mathbb{P}$

$$p(\theta|y_1, \ldots, y_n) = p(\theta|\bar{y}) = \mathrm{N}(\theta|\mu_n, \tau_n^2)$$

$$\bar{y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i \qquad \mu_n = \frac{\frac{1}{\tau_0^2}\mu_0 + \frac{n}{\sigma^2}\bar{y}}{\frac{1}{\tau_0^2} + \frac{n}{\sigma^2}} \qquad \frac{1}{\tau_n^2} = \frac{n}{\sigma^2} + \frac{1}{\tau_0^2}$$

O cómputo directo $$p(\theta|y) \propto p(\theta)\prod_{i=1}^{n} p(y_i|\theta)$$

Relevancia de la evidencia

$n \to \infty$ Muchos datos

ó

$\tau_0 \to \infty$ Prior difuso

$$p(\theta|y) \approx \mathrm{N}(\theta|\bar{y}, \sigma^2/n)$$

Varianza conocida: parametro de escala

Gaussiana, μ conocida $$p(y|\sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(y-\mu)^2}$$

Varianza conocida: parametro de escala

Gaussiana, μ conocida $\quad p(y|\sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(y-\mu)^2}$

prior conjugado para σ^2: distribución gamma inversa

Varianza conocida: parametro de escala

Gaussiana, μ conocida $\quad p(y|\sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(y-\mu)^2}$

prior conjugado para σ^2: distribución gamma inversa

reparametrizamos $\tau = 1/\sigma^2$

$$p(\tau) = \Gamma(\alpha, \beta) \quad \tau > 0$$

Varianza conocida: parametro de escala

Gaussiana, μ conocida $\quad p(y|\sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(y-\mu)^2}$

prior conjugado para σ^2: distribución gamma inversa

reparametrizamos $\tau = 1/\sigma^2$

$$p(\tau) = \Gamma(\alpha, \beta) \quad \tau > 0$$

$$\text{media} = \alpha/\beta$$

$$\text{varianza} = \alpha/\beta^2$$

Varianza conocida: parametro de escala

Gaussiana, μ conocida $\quad p(y|\sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(y-\mu)^2}$

prior conjugado para σ^2: distribución gamma inversa

reparametrizamos $\tau = 1/\sigma^2$

$$p(\tau) = \Gamma(\alpha, \beta) \quad \tau > 0$$

$$\text{media} = \alpha/\beta$$

$$\text{varianza} = \alpha/\beta^2$$

antes: $\mu_0' = \mu_0 + k$

ahora: $\sigma' = k\sigma$

Varianza conocida: parametro de escala

Gaussiana, μ conocida $\quad p(y|\sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(y-\mu)^2}$

prior conjugado para σ^2: distribución gamma inversa

reparametrizamos $\tau = 1/\sigma^2$

$$p(\tau) = \Gamma(\alpha, \beta) \quad \tau > 0$$

$$\text{media} = \alpha/\beta$$

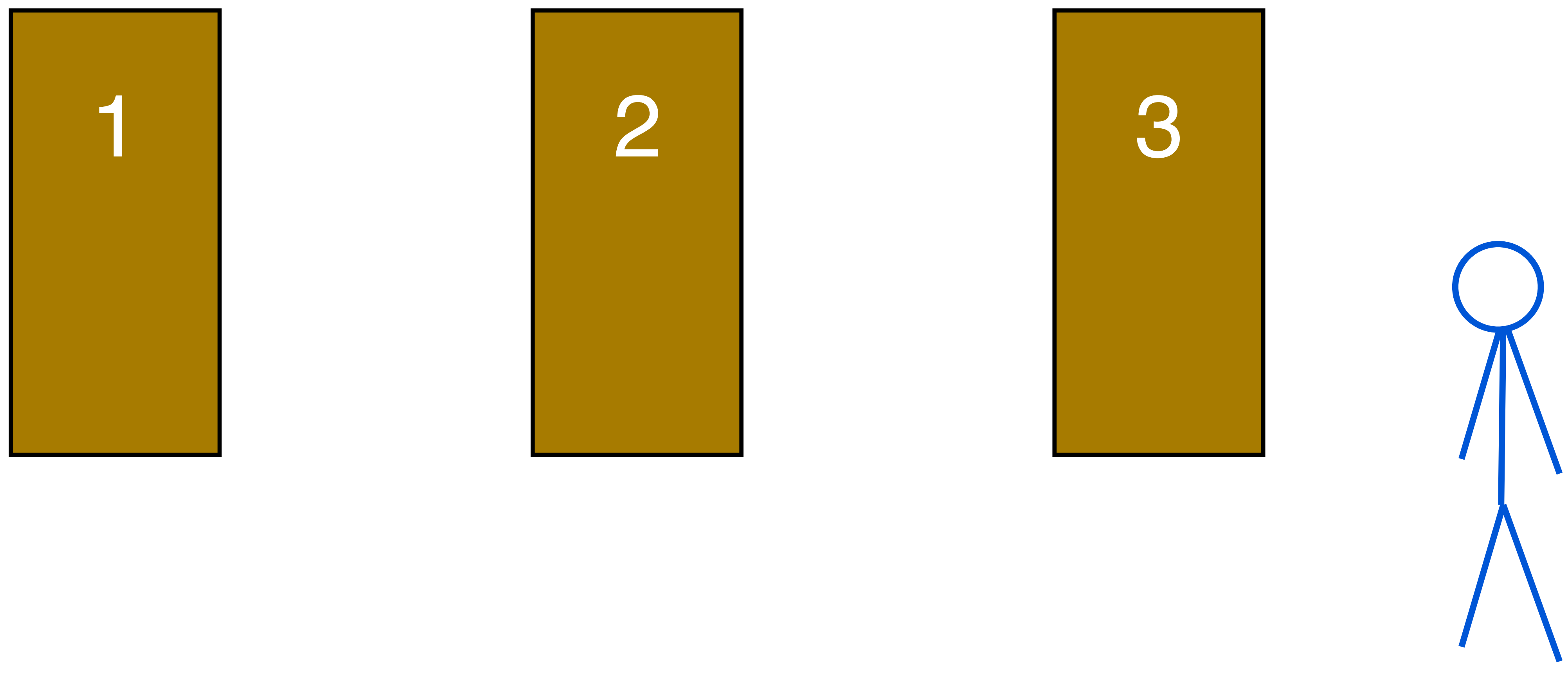
$$\text{varianza} = \alpha/\beta^2$$

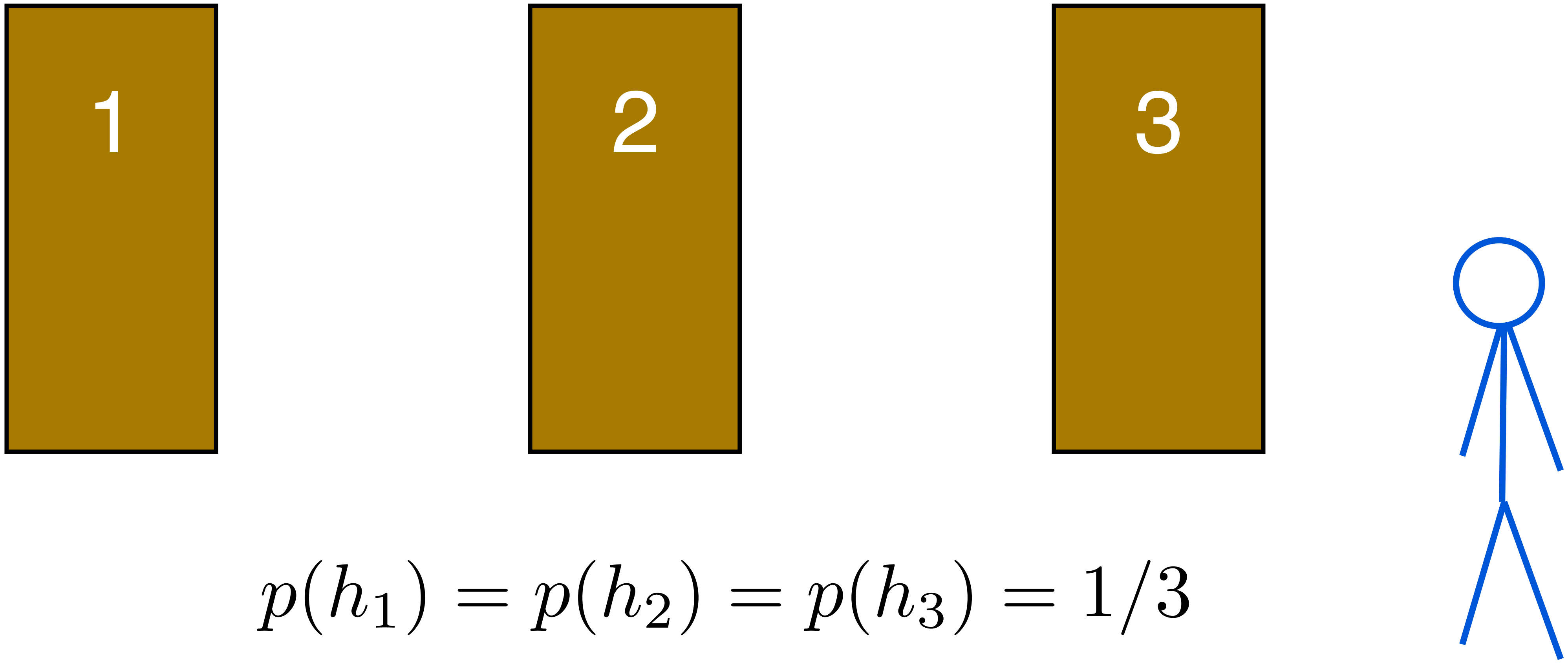
antes: $\mu_0' = \mu_0 + k$

ahora: $\sigma' = k\sigma$

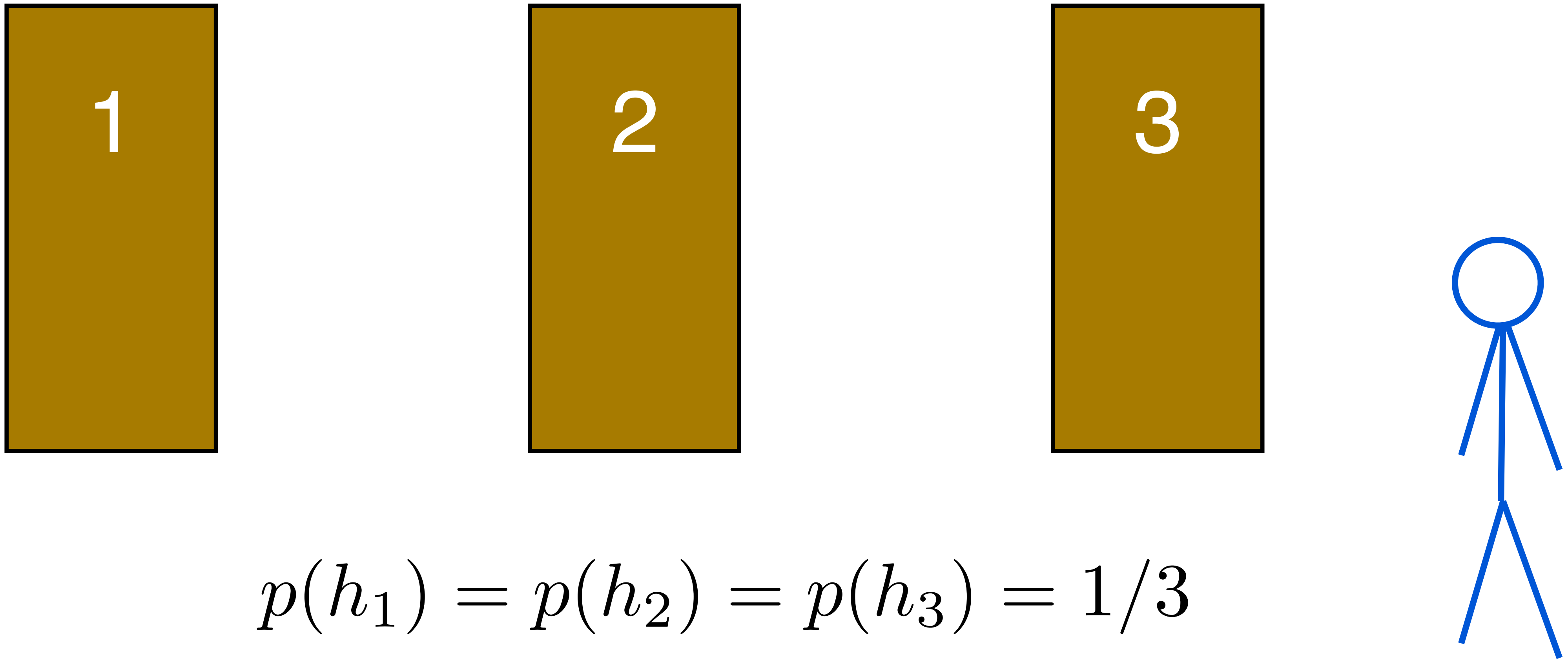
$\alpha/\beta = 1,\ \alpha \to 0$ *prior* $1/\sigma$

plano en $\log(\sigma)$: podría ser 10, 1, 0.1...


1
2
3



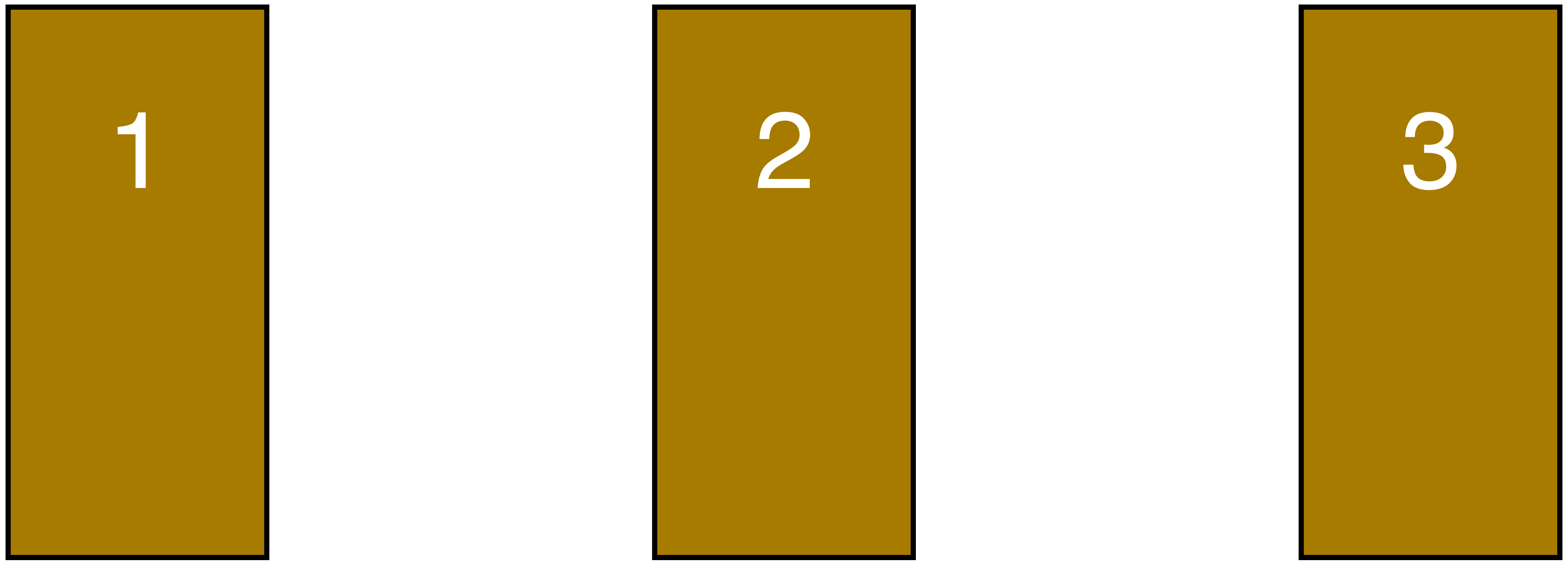
$$p(h_1) = p(h_2) = p(h_3) = 1/3$$

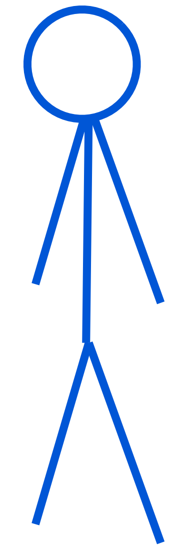


$$p(h_1) = p(h_2) = p(h_3) = 1/3$$

$$p(\text{abra } 2|h_1) = 1/2$$

$$p(\text{abra } 3|h_1) = 1/2$$

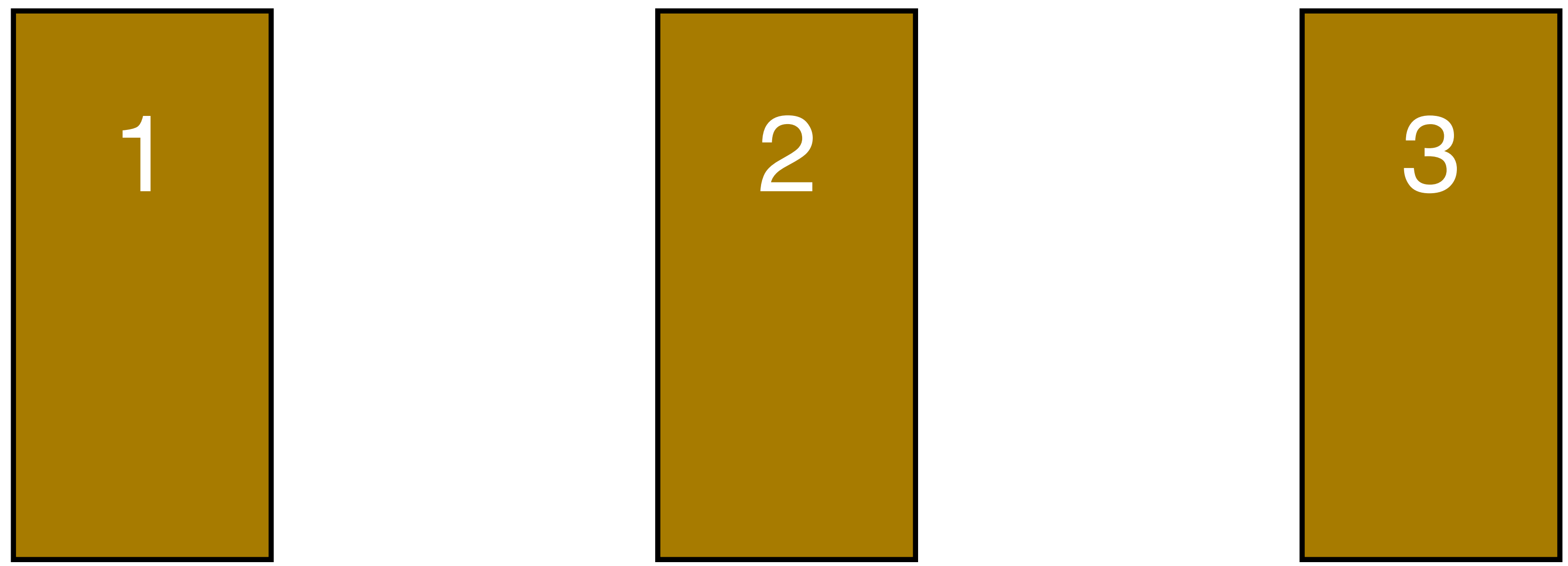


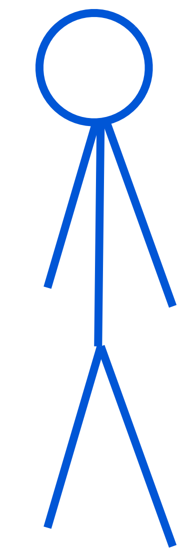


$$p(h_1) = p(h_2) = p(h_3) = 1/3$$

$$p(\text{abra } 2|h_1) = 1/2 \qquad p(\text{abra } 2|h_2) = 0$$

$$p(\text{abra } 3|h_1) = 1/2 \qquad p(\text{abra } 3|h_2) = 1$$

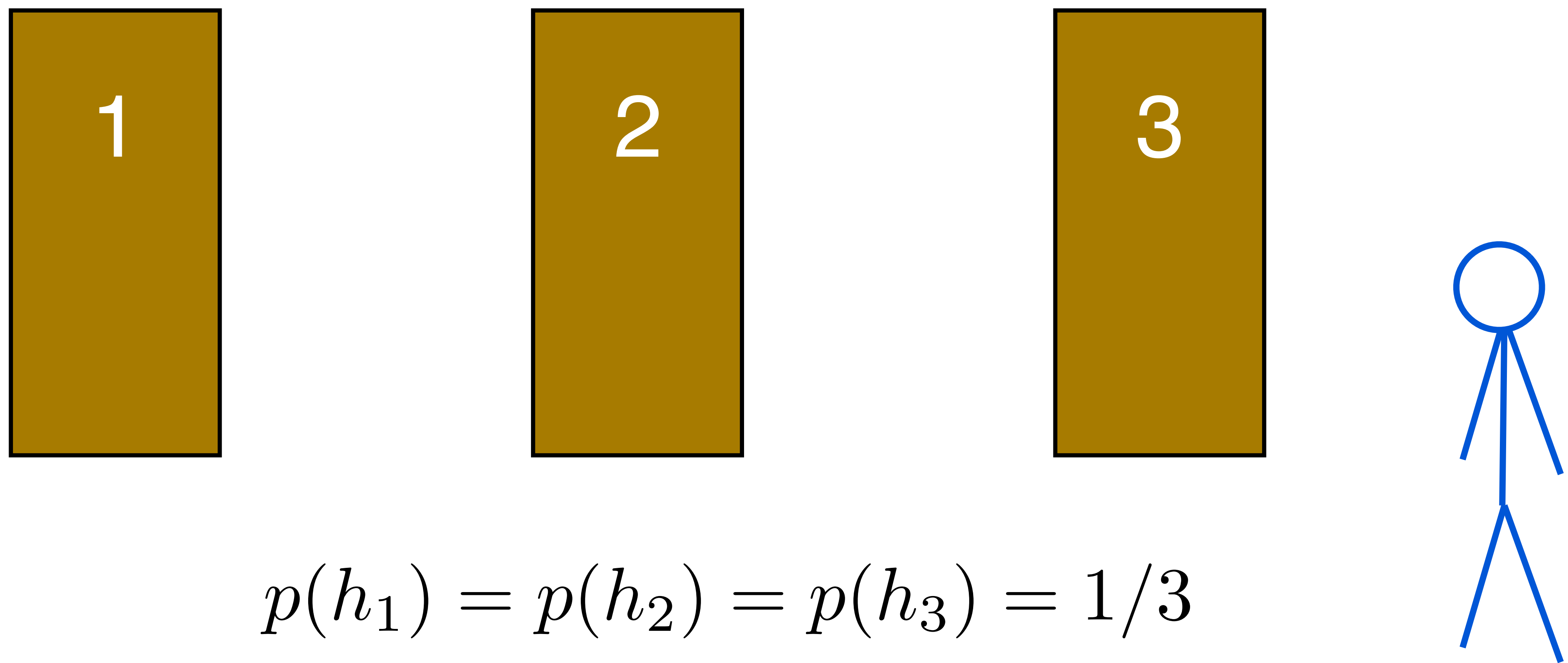




$$p(h_1) = p(h_2) = p(h_3) = 1/3$$

$$p(\text{abra } 2|h_1) = 1/2 \qquad p(\text{abra } 2|h_2) = 0 \qquad p(\text{abra } 2|h_3) = 1$$

$$p(\text{abra } 3|h_1) = 1/2 \qquad p(\text{abra } 3|h_2) = 1 \qquad p(\text{abra } 3|h_3) = 0$$

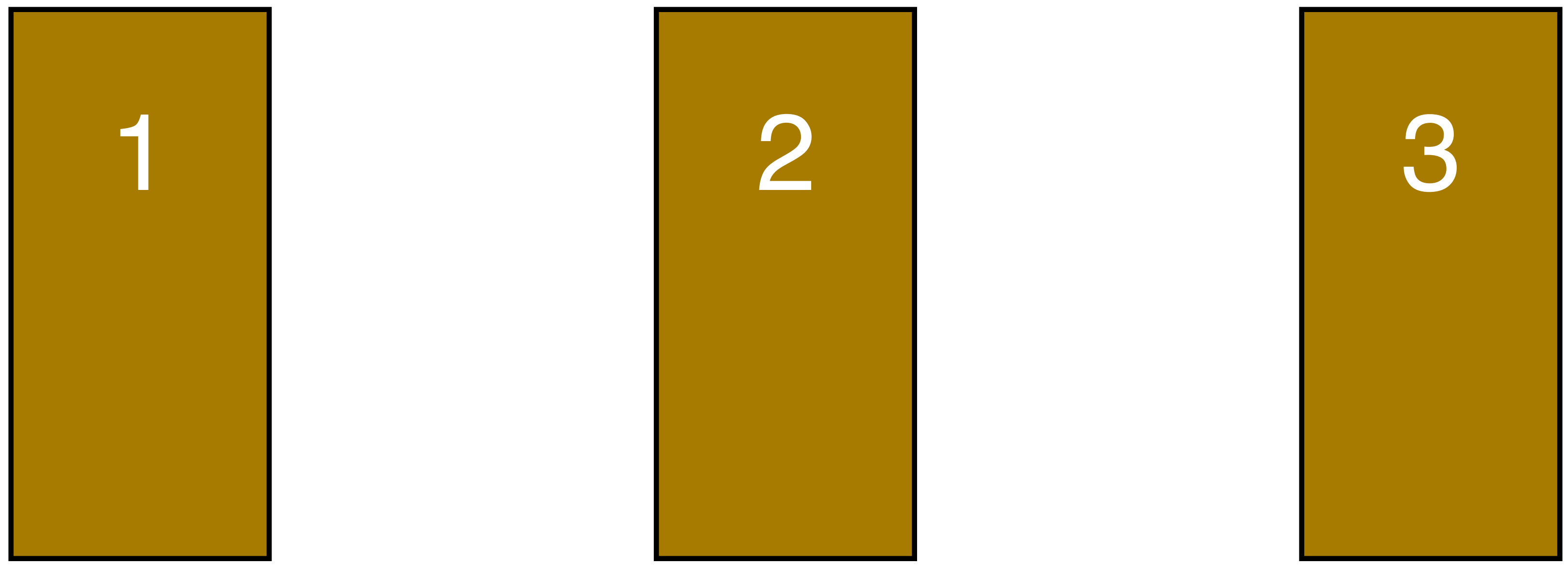


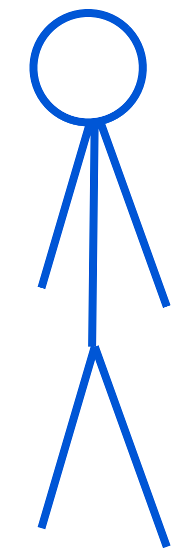
$$p(h_1) = p(h_2) = p(h_3) = 1/3$$

$$p(\text{abra } 2|h_1) = 1/2 \qquad p(\text{abra } 2|h_2) = 0 \qquad p(\text{abra } 2|h_3) = 1$$

$$p(\text{abra } 3|h_1) = 1/2 \qquad p(\text{abra } 3|h_2) = 1 \qquad p(\text{abra } 3|h_3) = 0$$

$$p(h_i|\text{abra } 3) = \frac{p(\text{abra } 3|h_i)p(h_i)}{p(\text{abra } 3)}$$





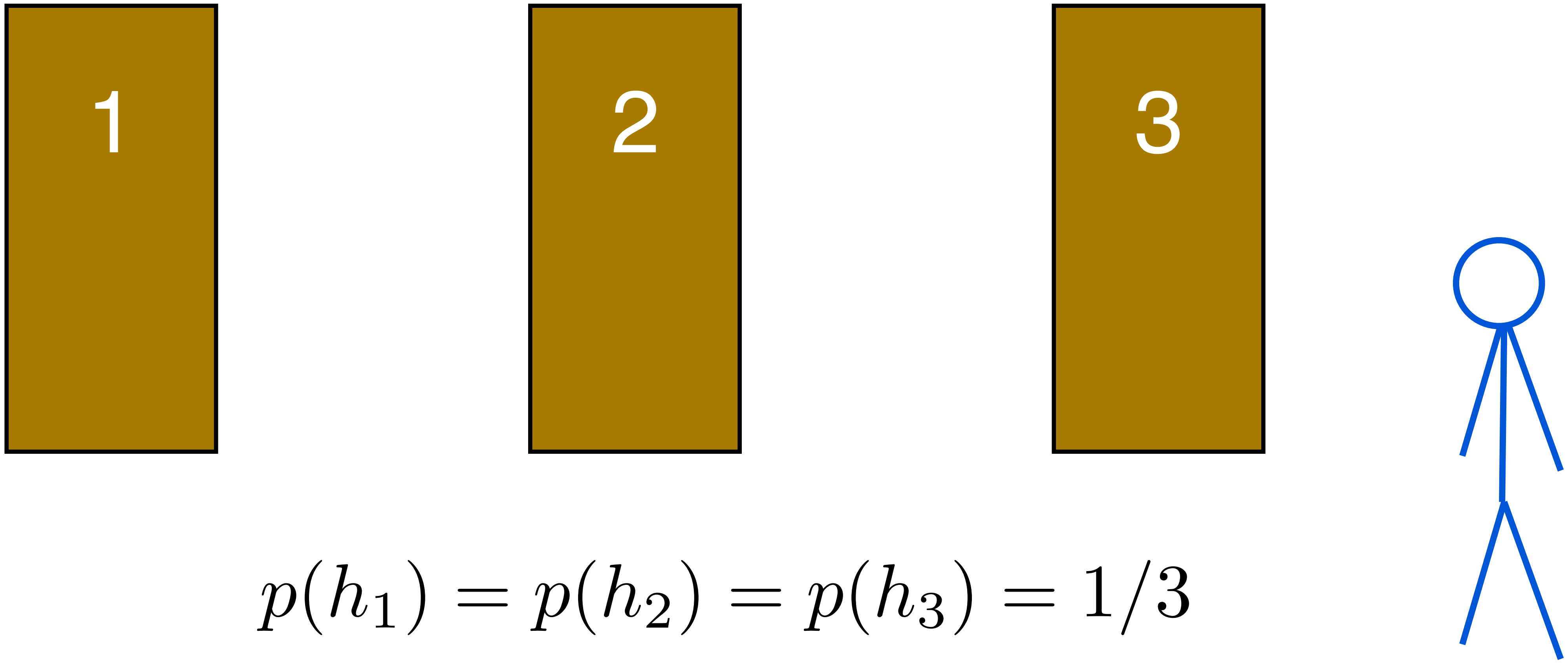
$$p(h_1) = p(h_2) = p(h_3) = 1/3$$

$$p(\text{abra } 2|h_1) = 1/2 \qquad p(\text{abra } 2|h_2) = 0 \qquad p(\text{abra } 2|h_3) = 1$$

$$p(\text{abra } 3|h_1) = 1/2 \qquad p(\text{abra } 3|h_2) = 1 \qquad p(\text{abra } 3|h_3) = 0$$

$$p(h_i|\text{abra } 3) = \frac{p(\text{abra } 3|h_i)p(h_i)}{p(\text{abra } 3)}$$

$$p(h_1|\text{abra } 3) = 1/3$$



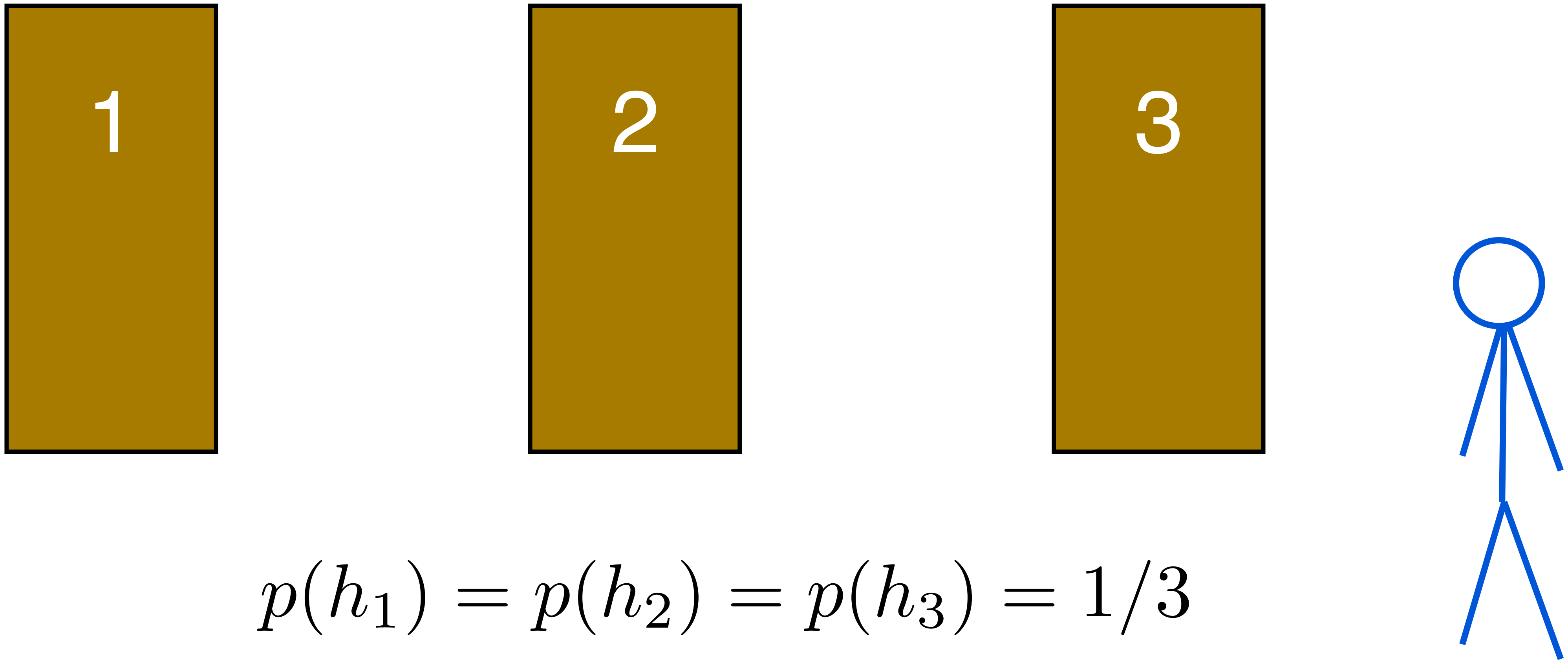
$$p(h_1) = p(h_2) = p(h_3) = 1/3$$

$p(\text{abra } 2|h_1) = 1/2$ $\quad$ $p(\text{abra } 2|h_2) = 0$ $\quad$ $p(\text{abra } 2|h_3) = 1$

$p(\text{abra } 3|h_1) = 1/2$ $\quad$ $p(\text{abra } 3|h_2) = 1$ $\quad$ $p(\text{abra } 3|h_3) = 0$

$$p(h_i|\text{abra } 3) = \frac{p(\text{abra } 3|h_i)p(h_i)}{p(\text{abra } 3)}$$

$p(h_1|\text{abra } 3) = 1/3$ $\quad$ $p(h_2|\text{abra } 3) = 2/3$



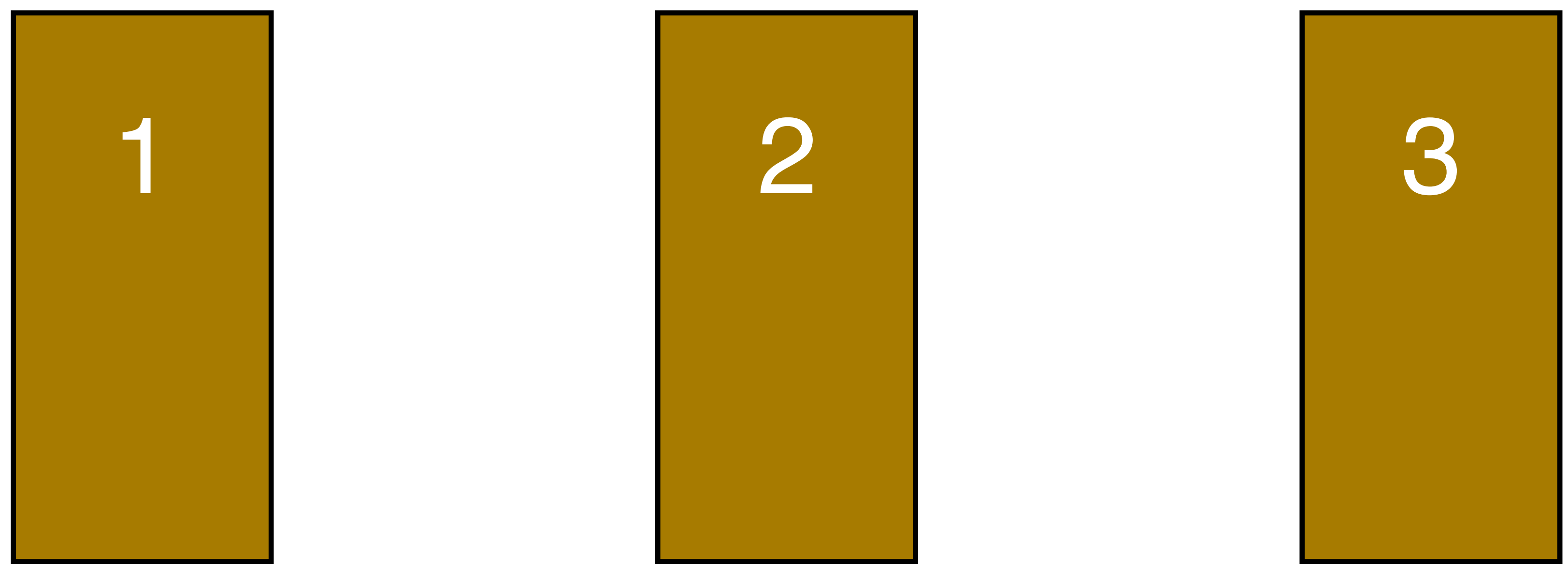
$$p(h_1) = p(h_2) = p(h_3) = 1/3$$

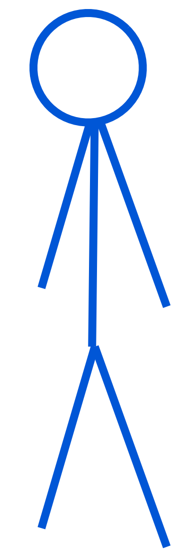
$$p(\text{abra } 2|h_1) = 1/2 \qquad p(\text{abra } 2|h_2) = 0 \qquad p(\text{abra } 2|h_3) = 1$$

$$p(\text{abra } 3|h_1) = 1/2 \qquad p(\text{abra } 3|h_2) = 1 \qquad p(\text{abra } 3|h_3) = 0$$

$$p(h_i|\text{abra } 3) = \frac{p(\text{abra } 3|h_i)p(h_i)}{p(\text{abra } 3)}$$

$$p(h_1|\text{abra } 3) = 1/3 \qquad p(h_2|\text{abra } 3) = 2/3 \qquad p(h_3|\text{abra } 3) = 0$$





$$p(h_1) = p(h_2) = p(h_3) = 1/3$$

$$p(\text{abra } 2|h_1) = 1/2 \qquad p(\text{abra } 2|h_2) = 0 \qquad p(\text{abra } 2|h_3) = 1$$

$$p(\text{abra } 3|h_1) = 1/2 \qquad p(\text{abra } 3|h_2) = 1 \qquad p(\text{abra } 3|h_3) = 0$$

$$p(h_i|\text{abra } 3) = \frac{p(\text{abra } 3|h_i)p(h_i)}{p(\text{abra } 3)}$$

$$p(h_1|\text{abra } 3) = 1/3 \qquad \boxed{p(h_2|\text{abra } 3) = 2/3} \qquad p(h_3|\text{abra } 3) = 0$$