



Guía de MATEMÁTICA n° 1

Contenido: La lógica formal y los modelos matemáticos como elementos fundamentales del Licenciado en Sistemas: Lógica simbólica (Proposiciones, Conectores: AND, OR, NOT, Lógica aplicada). Ecuaciones lineales con una y dos incógnitas (Método analítico: sustitución o igualación. Método Gráfico).

Lógica

1. Resolver la los siguientes predicados lógicos paso a paso para obtener el valor de p.

a) entero $a=-1$; entero $b=2$; entero $c=5$; boolean $p = (NOT (a > b)) AND (c > b)$;	b) entero $a=4$; entero $b=-2$; entero $c=7$; boolean $p = (c == (a + b) AND (NOT(a < c)))$;
c) entero $a=5$; entero $b=7$; boolean $p = ((a \bmod 2) == 0) OR ((b \bmod 3) == 1)$;	d) entero $a=9$; entero $=4$; boolean $p = (NOT((c \bmod 2) == 0)) AND ((a \bmod 3) \neq 0)$;

Ecuación lineal con una incógnita

Para cada uno de los siguientes problemas se pide resolverlos mediante algún método analítico.

Antes de resolver cada una de las situaciones debes “codificar” el enunciado. Es decir, traducir el lenguaje coloquial en el que está expresado en lenguaje simbólico. Para ello se le asigna una letra a cada variable con la que se trabajará, y mediante las operaciones conocidas se escriben las relaciones numéricas/algebraicas existentes entre ellas.

- 1) La suma de tres números enteros consecutivos es 48, ¿cuánto vale cada número?
- 2) De un depósito lleno de líquido se saca la mitad del contenido; después la tercera parte del resto y quedan aún 1600 litros. ¿Qué capacidad tiene el depósito?
- 3) Un chico de 15 años, le preguntan la edad de su padre y contesta: si al doble de mi edad se le suman 6 veces mi misma edad y a la mitad de esa suma se le quitan 18, resulta la edad de mi padre. ¿Cuál es la edad del padre?

4) Un mago adivina las cartas Adrián Paenza ¿Cómo, esto también es matemática? (pág. 143, <http://cms.dm.uba.ar/material/paenza/libro6/ComoEstoTambienEsMatematica.pdf>)

Hay un mago que tiene en las manos un mazo de cartas españolas, como las que sirven para jugar a la escoba de 15 o al truco. Por lo tanto, están excluidos los números 8 y los números 9. De hecho, el número 12 (el rey) vale 10 puntos, el número 11 (el caballo) vale 9 puntos y el número 10 (la sota) vale 8 puntos. El resto de las cartas tienen el valor que indica su número. Por último, para fijar las ideas, los cuatro palos de las cartas son: oros, espadas, copas y bastos. En total, son cuarenta cartas.

El mago entonces le ofrece a una persona que elija un naipe cualquiera, sin que él (el mago) pueda verla. Y le pide que haga las siguientes operaciones:

a) Multiplique por 2 el número de la carta.

b) Al resultado, súmele 1.

c) Al nuevo resultado, multiplíquelo por 5.

d) Para terminar, si la carta que había elegido es de oros, súmele 4. Si es de espadas, súmele 3. Si es de bastos, súmele 2, y si es de copas, súmele 1.

Con esos datos, el mago le pide a la persona que le diga qué número le dio.

La respuesta que obtiene es: 39.

El mago piensa un instante y replica: "Entonces, la carta que usted eligió originalmente era el 3 de oros".

¿Cómo hizo?

5) El tren y la Mosca Adrián Paenza ¿Cómo, esto también es matemática? (pág. 107, <http://cms.dm.uba.ar/material/paenza/libro6/ComoEstoTambienEsMatematica.pdf>)

Suponga que hay dos trenes que están a punto de recorrer un camino de 100 kilómetros. Justamente 100 kilómetros es la distancia que los separa. Lo curioso es que ambos están sobre la misma vía, de manera tal que inexorablemente en algún momento van a chocar de frente. Ambos trenes andan a 50 kilómetros por hora.

Por otro lado, hay una mosca situada en la locomotora de uno de los trenes. Esta mosca es muy particular: tiene la habilidad de volar muy rápidamente. Lo hace a 75 kilómetros por hora. Más aún, cuando los se pongan en marcha simultáneamente la mosca también empezará a recorrer la distancia que va entre un tren y otro. Ni bien llega a la locomotora del que viene de frente, da vuelta instantáneamente y se dirige ahora hacia el otro tren.

El proceso se repite hasta el momento en el que los dos trenes chocan (con la mosca en el medio).

La pregunta es: ¿cuántos kilómetros recorrió la mosca (antes de morir aplastada entre las dos locomotoras)?

Ecuaciones lineales con dos incógnitas

Ecuaciones lineales con una y dos incógnitas (Método analítico: sustitución o igualación. Método Gráfico).

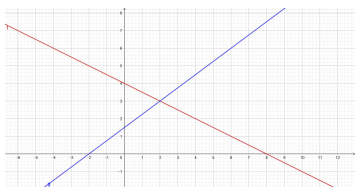
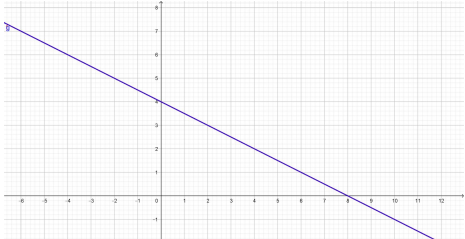
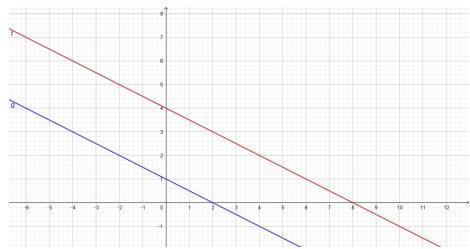
Método gráfico

Una ecuación lineal de dos variables (x e y) se representa geométricamente como una recta en el plano R^2 .

Pueden darse 3 situaciones diferentes al analizar las posiciones relativas entre dos de ellas.

Por lo tanto, resolver mediante este método supone expresar cada ecuación de modo que resulte sencillo graficarla, ya sea mediante la ecuación explícita o la segmentaria, y representarlas en un gráfico cartesiano.

En el cuadro siguiente se muestran las tres situaciones mencionadas

Sistemas de dos ecuaciones lineales con dos ecuaciones		
Rectas que se intersectan en un punto		Solución única Sistema compatible determinado
Rectas superpuestas (rectas coincidentes)		Infinitas soluciones Sistema Compatible indeterminado
Rectas paralelas		Sin solución Sistema incompatible

1. Problemas.

Para cada uno de los siguientes problemas se pide resolverlos mediante algún método analítico y mediante el método gráfico

Antes de resolver cada una de las situaciones debes “codificar” el enunciado. Es decir, traducir el lenguaje coloquial en el que está expresado en lenguaje simbólico. Para ello se le asigna una letra a cada variable con la que se trabajará, y mediante las operaciones conocidas se escriben las relaciones numéricas/algebraicas existentes entre ellas.

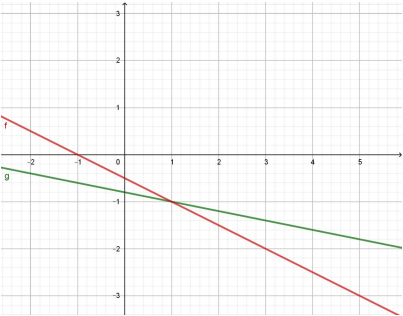
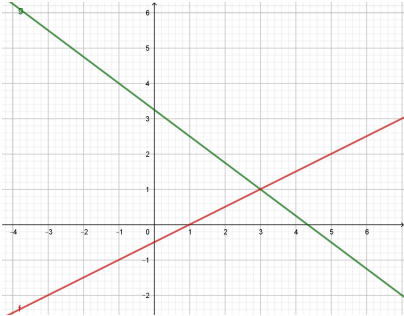
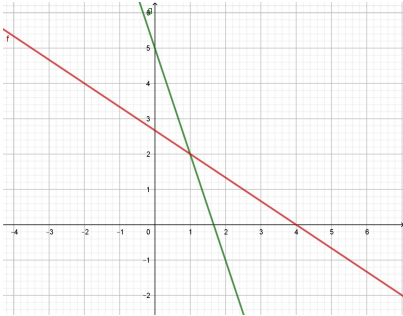
- 1.1. La edad de un hijo es un cuarto de la de su padre. Hace 6 años, la edad del padre era 10 veces la del hijo ¿Qué edad tiene actualmente cada uno? Rta: $x = \text{Padre} = 36$, $y = \text{Hijo} = 9$
- 1.2. En una alcancía hay billetes de \$5 y de \$20, si la cantidad de billetes es 22; ¿Cuántos billetes de \$5 y de \$20 hay si la alcancía tiene \$305? Rta: $x = \text{billetes de } 5\$ = 9$, $y = \text{billetes de } 20\$ = 13$
- 1.3. En cierto rombo se verifica que dos ángulos consecutivos difieren en 34° ¿Cuáles son dichos ángulos? Rta: $x = 107^\circ$, $y = 73^\circ$

- 1.4. Un hotel tiene habitaciones dobles y simples. Tiene un total de 50 habitaciones y de 87 camas ¿Cuántas habitaciones tiene de cada tipo?
- 1.5. ¿Cuál es el número, cuya suma de sus dos cifras es 8 y si se cambia el orden de sus cifras, se obtiene otro número que vale 17 unidades menos que el doble del número de partida? .
- 1.6. El perímetro de un triángulo isósceles es 18 cm. Cada uno de los lados iguales es 3 unidades mayor que la base. ¿Cuánto vale cada lado?
- 1.7. Un trapecio de 3 cm de altura tiene un área de 15 cm^2 y la base mayor mide 2 cm más que la menor. ¿Cuánto valen las bases?
- 1.8. Descomponer el número 500 en dos partes, de modo que al dividir la mayor entre la menor se obtenga el cociente 7 y de resto 20.
- 1.9. Dos números suman 44. Si el mayor lo dividimos entre tres y el segundo entre 4, los nuevos números obtenidos se diferencian en 3 unidades. Hallar dichos números.
- 1.10. En una reunión de chicos y chicas el número de éstas excede en 25 el de aquéllos. Salen de la reunión 10 chicas y 10 chicos, y ahora quedan doble número de chicas que de chicos. ¿Cuántos chicos y chicas había en la reunión?
- 1.11. Un comerciante compra dos relojes por \$3000, y los vende \$3225. ¿Cuánto pagó por cada reloj si en la venta del primero ganó el 20% y en la del segundo perdió un 5%?

2. Resolver gráficamente cada uno de los siguientes sistemas de ecuaciones.

$\begin{cases} y = x + 2 \\ y + 3 = x \end{cases}$	$\begin{cases} y - 4 = -2x \\ y - \frac{1}{2}x = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} y = \frac{1}{2}x \\ y + 2x = 4 \end{cases}$	$\begin{cases} y = x - 3 \\ y = x + 2 \end{cases}$
--	---	--	--

3. Unir con flechas cada sistema de ecuaciones con el gráfico que le corresponda.

$\begin{cases} -x + 2y = -1 \\ 3x + 4y = 13 \end{cases}$	$\begin{cases} x + 5y = -4 \\ -x - 2y = 1 \end{cases}$	$\begin{cases} 3x + y = 5 \\ -2x - 3y = -8 \end{cases}$
		

4. Al resolver el sistema
$$\begin{cases} x + 2y = 1 \\ 4x + 8y = 4 \end{cases}$$
, Giselle dice “Tiene infinitas soluciones”, “cualquier valor de x e y es solución del sistema”. ¿Son correctas las conclusiones de Giselle? Verificar gráficamente.