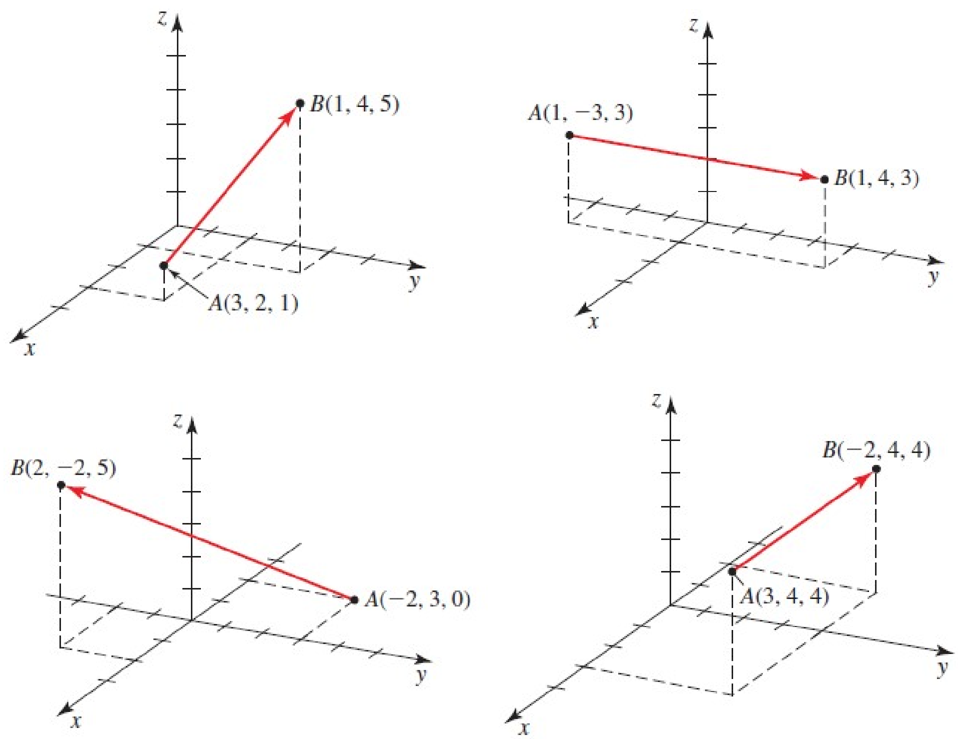
UNIVERSIDAD NACIONAL DE LANÚS
DEPARTAMENTO DE DESARROLLO PRODCUTIVO Y TECNOLÓGICO
LICENCIATURA EN SISTEMA
MATEMÁTICAS III

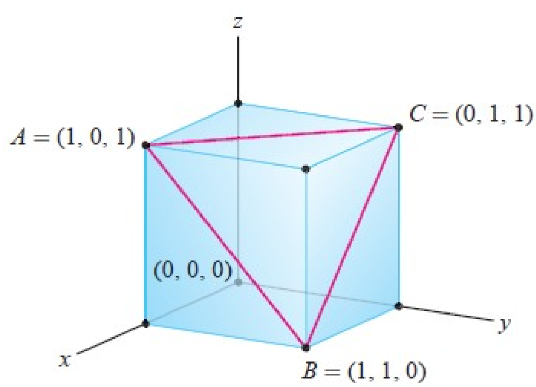
Compilación de problemas y ejercicios
Varios autores

PUNTOS Y VECTORES: UN CIERRE:

1. Halle y dibuje el vector posición $\overrightarrow{AB}$ en cada caso:



2. Halle los componentes del vector $\vec{w}$ cuyo origen es C y el punto final es el punto medio del segmento $\overline{AB}$.



3. **Pregunta difícil**. a) Dibuje los vectores $\boldsymbol{a} = \langle \mathbf{3}, \mathbf{2} \rangle$, $\boldsymbol{b} = \langle \mathbf{2}, -\mathbf{1} \rangle$, y $\boldsymbol{c} = \langle \mathbf{7}, \mathbf{1} \rangle$.
   b) Demuestre gráficamente que existen números (escalares) *s* y *t* tales que:
   $\boldsymbol{c} = \boldsymbol{sa} + \boldsymbol{tb}$.
   c) Use la gráfica para *estimar* los valores de *s* y *t*.
   d) Halle los valores exactos de *s* y *t*.

4. El subconjunto de $\mathbb{R}^3$ de todos los puntos (x, y, z) cuya distancia a un punto fijo (a, b, c) es $\boldsymbol{R}$, tiene como fórmula una expresión bien definida. Hallarla.

5. Demostrar que toda esfera en $\mathbb{R}^3$ tiene una ecuación de la forma:

$$x^2 + y^2 + z^2 + Ax + Bx + Cx + D = 0$$

6. **Pregunta difícil**. ¿Cuándo una expresión de la forma:

$$x^2 + y^2 + z^2 + Ax + Bx + Cx + D = 0$$

   representa a una esfera?

7. Si lo puntos medio de los lados del triángulo ΔPQR son $(5, -1, 3)$, $(4, 2, 1)$ y $(2, 1, 0)$, hallar los vértices.

8. Describir la intersección de los siguientes gráficos:

   i. $x^2 + z^2 = 1$ y $y = 2$

   ii. $y = x$ y $y = 5$

9. Hallar el punto en el eje *y* equidistante de $(2, 5, -3)$ y $(-3, 6, 1)$.

10. Describa el gráfico de $x^2 + y^2 = 0$. Recuerde: está en $\mathbb{R}^3$.

11. **Problema dificultad media**. Halle los cosenos directores de $\vec{A} = 3\hat{\imath} + 12\hat{\jmath} + 4\hat{k}$.

12. **Problema dificultad media**. Si los ángulos directores de un vector son iguales, ¿cuál sería ese ángulo?

FÓRMULAS ÚTILES

Propiedades de las operaciones con vectores

Sean **u**, **v**, **w** vectores y *a*, *b* escalares.

1. $\mathbf{u} + \mathbf{v} = \mathbf{v} + \mathbf{u}$	**2.** $(\mathbf{u} + \mathbf{v}) + \mathbf{w} = \mathbf{u} + (\mathbf{v} + \mathbf{w})$
3. $\mathbf{u} + \mathbf{0} = \mathbf{u}$	**4.** $\mathbf{u} + (-\mathbf{u}) = \mathbf{0}$
5. $0\mathbf{u} = \mathbf{0}$	**6.** $1\mathbf{u} = \mathbf{u}$
7. $a(b\mathbf{u}) = (ab)\mathbf{u}$	**8.** $a(\mathbf{u} + \mathbf{v}) = a\mathbf{u} + a\mathbf{v}$
9. $(a + b)\mathbf{u} = a\mathbf{u} + b\mathbf{u}$	

Si $\mathbf{v} \neq \mathbf{0}$, entonces

1. $\dfrac{\mathbf{v}}{|\mathbf{v}|}$ es un vector unitario en la dirección de $\mathbf{v}$;

2. La ecuación $\mathbf{v} = |\mathbf{v}|\dfrac{\mathbf{v}}{|\mathbf{v}|}$ expresa a $\mathbf{v}$ en términos de su longitud y dirección.

El **punto medio** M del segmento de recta que une a los puntos $P_1(x_1, y_1, z_1)$ y P_2 (x_2, y_2, z_2) es el punto

$$\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}, \frac{z_1 + z_2}{2}\right).$$

Preparado por:
Profesor Luis Enrique Millán
Abril 2021