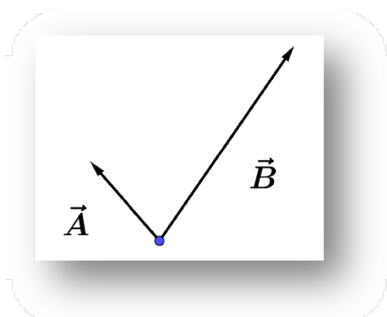
UNIVERSIDAD NACIONAL DE LANÚS
DEPARTAMENTO DE DESARROLLO PRODUCTIVO Y TECNOLÓGICO
INSTITUTO GEOGEBRA LANÚS
MATEMÁTICAS III

Actividades para Visualizar
Objetos en $\mathbb{R}^2$ y $\mathbb{R}^3$
Usando GeoGebra Clásico

Parte I

Vectores y operaciones con vectores

1. Sean los siguientes vectores bidimensionales $\vec{A}$ y $\vec{B}$:

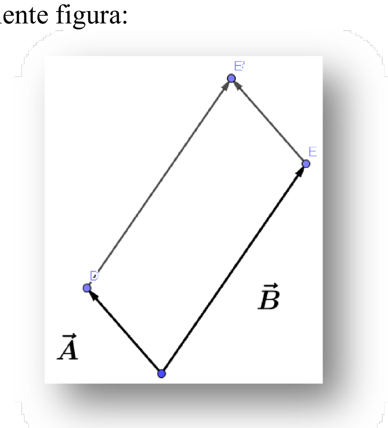


   a. Para visualizar $\vec{A}+\vec{B}$ empleando el método del paralelogramo, realiza los siguientes pasos de construcción:

      P1. Marca, usando el botón **Punto en objeto**[1], un punto al final del *vector* $\vec{A}$ y otro, a continuación, al final del *vector* $\vec{B}$. Así, con este paso, creaste dos puntos al final de cada vector donde se van a trazar los lados del paralelogramo que emplearemos para la suma.

      P2. En el botón de al lado, *despliega las opciones* y marca la opción con el nombre "*equipolente*".

      P3. Inmediatamente, haz clic, **primero**, en el punto al final del *vector* $\vec{A}$, **segundo**, en el *vector* $\vec{B}$. Aparecerá un vector *en el punto al final de* $\vec{A}$ que es *paralelo* al *vector* $\vec{B}$. Si repites el mismo paso, *en exacto orden*, vas a obtener la siguiente figura:



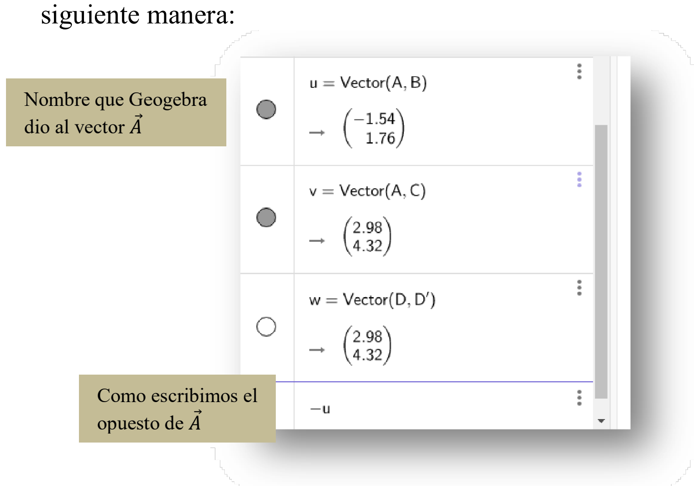
[1] Es la segunda opción del segundo botón de la barra. Nos referimos como "botones" a los íconos de la tabla de opciones en la parte superior de tu pantalla Geogebra del computador. Para dispositivos móviles, podría variar su ubicación.

P4. Por último, trazamos un vector que vaya, *desde el origen común entre* $\vec{A}$ y $\vec{B}$, *hasta el punto opuesto sobre la diagonal del paralelogramo que construimos*, en la imagen que presentamos, coincide con el punto E'.

b. Para visualizar el opuesto de un vector **ubicado en el origen del mismo**, por ejemplo, $-\vec{A}$, emplearemos el siguiente protocolo:

P1. Identifica en la *ventana algebraica*[2] el **nombre que Geogebra le asignó al vector** $\vec{A}$. Una manera de estar segur@s que el vector se corresponde con un nombre en la ventaja algebraica, es hacer clic en el objeto (debes asegurarte previamente que ningún botón esté activo, solamente el de "elige y mueve", cuyo ícono es la "flechita"), y observar qué elemento de la ventana algebraica *se destaca*.

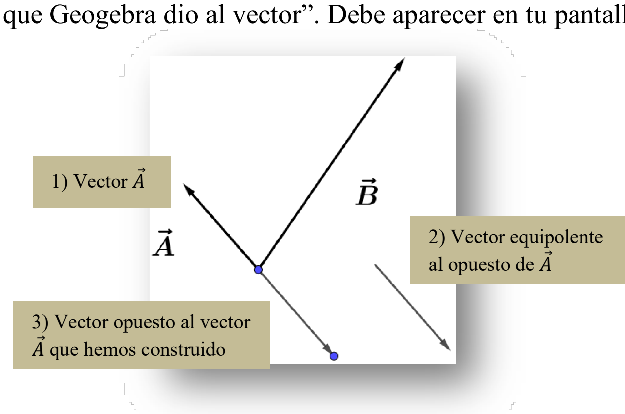
P2. Una vez identificado el *vector* $\vec{A}$, hacemos clic en la *entrada* de la ventana algebraica y escribimos "–" "nombre que Geogebra dio al vector", de la siguiente manera:



Observación: A continuación, Geogebra va a mostrar en la ventana gráfica, un vector *equipolente* al opuesto del vector $\vec{A}$. Lo que buscamos es que, justamente, dicho vector esté ubicado **en el origen del vector** $\vec{A}$, por lo que falta un paso para lograr el objetivo.

P3. En la barra de botones, despliega les opciones del tercer botón y selecciona la última opción: "*equipolente*".

P4. Haz clic inmediatamente en el *punto origen del vector* $\vec{A}$, inmediatamente después, haz clic en el vector que mostró Geogebra cuando escribiste "–" "nombre que Geogebra dio al vector". Debe aparecer en tu pantalla algo así:



---

[2] Es la ventana que se abre, por defecto, en la parte izquierda de tu pantalla Geogebra en el computador (en dispositivos móviles tiene otra ubicación)

c. Intenta, por tu cuenta, representar los siguientes vectores: $\frac{1}{2}\vec{B}$, $\vec{A} - 2\vec{B}$.

d. Puedes modificar la configuración de los vectores y crear variantes a los problemas planteados.

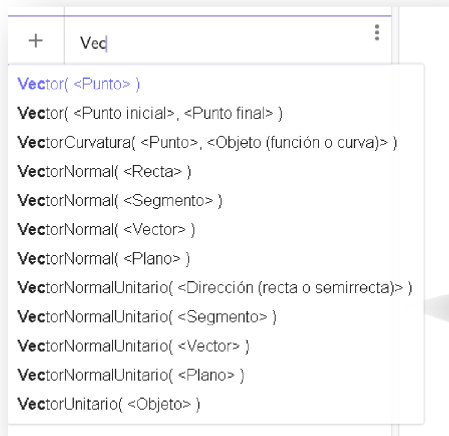
2. Dados dos puntos, A y B, en $\mathbb{R}^2$ o en $\mathbb{R}^3$, podemos encontrar los vectores $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{BA}$.

P1. Abrimos la ventana 3D de Geogebra clásico.

P2. En la entrada de la ventana algebraica, abrimos paréntesis, y agregamos las coordenadas del punto A, a continuación, da *enter*. Aparecerá en la ventana 3D el punto correspondiente y Geogebra signará un *nombre* al mismo.

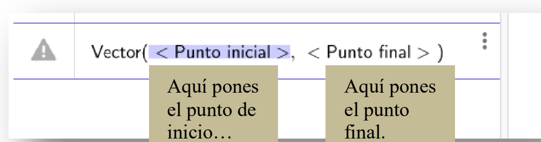
P3. Repite el mismo procedimiento para crear el punto B.

P4. Escribe en la casilla de entrada de la ventana algebraica la palabra “vector”, inmediatamente, Geogebra te dará las sugerencias vinculadas a esa palabra:



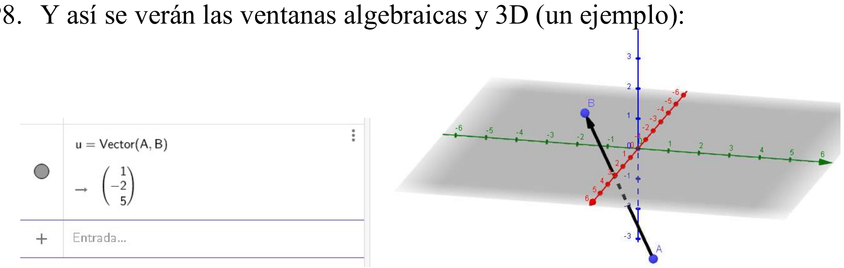
P5. Selecciona la segunda opción, para construir un vector que va de un punto inicial a un punto final.

P6. Coloca en los espacios sugeridos, separados por comas, los nombres que Geogebra asignó a los puntos que ingresaste en los pasos P2 y P3.



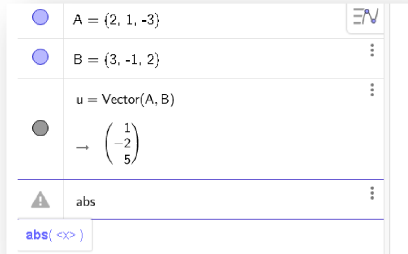
P7. Aprieta *enter*.

P8. Y así se verán las ventanas algebraicas y 3D (un ejemplo):



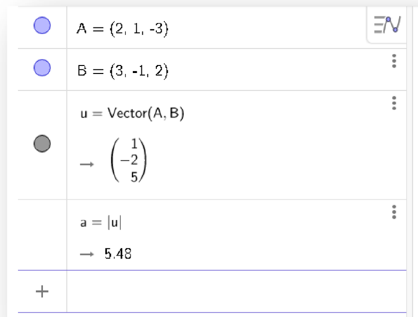
3. Calcular el módulo de un vector $\vec{A}$ dado.

P1. Dado un vector ya construido, escribir en la casilla de entrada de la ventana algebraica la palabra “abs”, que refiere a “valor absoluto”, ya sea de un número en $\mathbb{R}$, o de un vector, ya sea en $\mathbb{R}^2$ o en $\mathbb{R}^3$.



P2. Al seleccionar la opción que Geogebra te sugiere, ingresa entre los símbolos de *valor absoluto* el *nombre que Geogebra le dio al vector del que quieres conocer el módulo*.

P3. Aprieta *enter*. Aparecerá así:



Ejercicios y problemas

Preguntas fáciles

a. Crea dos vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$. Representa gráficamente $\frac{1}{3}\vec{A}$ y $-\frac{1}{2}(\vec{A}-\vec{B})$.

b. Crea un protocolo de construcción para que, a partir de dos vectores cuales quiera, obtener su diferencia.

c. ¿Dos vectores de módulo 1 al sumarse dan como resultado siempre un vector de magnitud 2? Construye un applet que afirme o niegue esta afirmación en caso de ser cierta o falsa respectivamente.

d. Construye un protocolo para que, de un vector dado, obtener un vector equipolente. (Sin usar el botón de la ventana de herramientas).

e. En una ventana 2D, idea un protocolo para construir sobre una recta dada (de fórmula $mx+b$) un vector sobre la misma en cualquier punto.

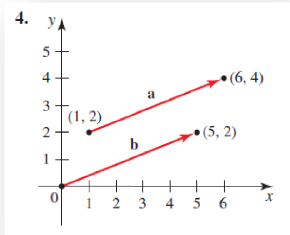
f. Halla la distancia entre los puntos $(2,4,7)$ y $(1,5,10)$.

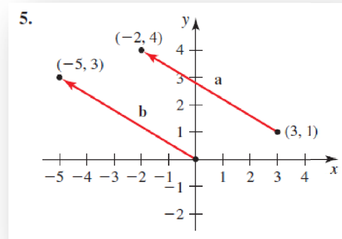
g. Halla la distancia entre un punto (x,y,z) y el centro de coordenadas.

h. Halla el punto medio del segmento que une los puntos $(4,3,1)$ y $(-1,2,7)$.

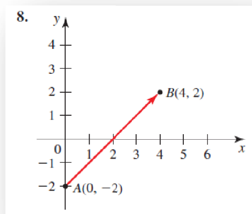
Preguntas de nivel intermedio

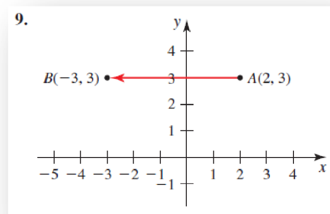
a. Muestra que los siguientes pares de vectores son equivalentes:



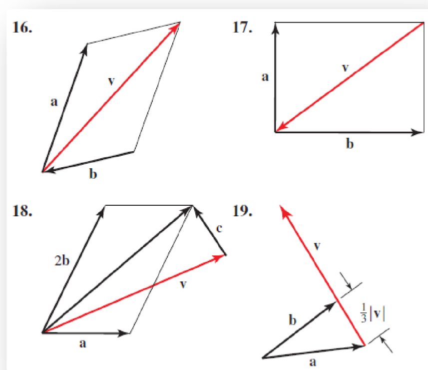


b. Halla una expresión para el vector $\overrightarrow{AB}$ en $\mathbb{R}^2$, luego, grafica el mismo en el plano cartesiano:

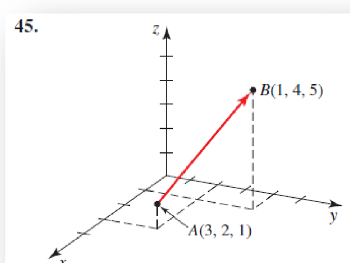


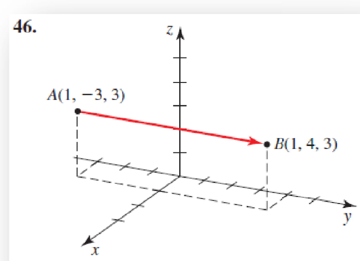


c. Oriéntese por las siguientes imágenes para determinar el vector $\vec{V}$ en función de los vectores mostrados:



d. Halla una expresión para el vector $\overrightarrow{AB}$ en $\mathbb{R}^3$, luego, grafica el mismo en el plano cartesiano:





Prof. Luis Enrique Millán.
Buenos Aires, 10/03/2019