EJEMPLOS

Ejemplos

1 Expresa utilizando logaritmos en base 4, $\log_2 32$.

Solución

Del logaritmo se tiene que:

$$N = 32,\ b = 2,\ a = 4$$

Al sustituir en la fórmula se obtiene:

$$\log_2 32 = \frac{\log_4 32}{\log_4 2}$$

2 Halla el valor de $\log_7 343$, transformando a base 10.

Solución

De la expresión $\log_7 343$ se tiene que:

$$b = 7,\ N = 343 \text{ y } a = 10$$

Al sustituir en la fórmula,

$$\log_7 343 = \frac{\log 343}{\log 7} = \frac{2.5353}{0.8451} = 3$$

Finalmente, $\log_7 343 = 3$

3 Encuentra el $\log_8 326$.

Solución

Se realiza el cambio a base 10,

$$\log_8 326 = \frac{\log 326}{\log 8} = \frac{2.5132}{0.9031} = 2.7828$$

Finalmente, $\log_8 326 = 2.7828$

4 Encuentra el valor de: $\log_2 354.1$.

Solución

Se aplica un cambio a base 10,

$$\log_2 354.1 = \frac{\log 354.1}{\log 2} = \frac{2.5491}{0.3010} = 8.4687$$

Por tanto, $\log_2 354.1 = 8.4687$

5 Encuentra el valor de: $\log_3 2\,526$.

Solución

Se aplica un cambio a base 10,

$$\log_3 2\,526 = \frac{\log 2\,526}{\log 3} = \frac{3.4024}{0.4771} = 7.1314$$

Por consiguiente, $\log_3 2\,526 = 7.1314$

EJERCICIO 76

Encuentra el valor de los siguientes logaritmos:

1. $\log_6 31$
2. $\log_9 10.81$
3. $\log_5 3.625$
4. $\log_{12} 643.3$
5. $\log_8 1.86$
6. $\log_{20} 124$
7. $\log_{13} 7.32$
8. $\log_{15} 21.7$
9. $\log_3 8.642$
10. $\log_2 8\,435$

Verifica tus resultados en la sección de soluciones correspondiente

Definición

El $\log_b N = a$, es el exponente a, al que se eleva la base b para obtener el argumento N.

$$\log_b N = a \iff N = b^a$$

Con N y b números reales positivos y b diferente de 1

EJEMPLOS

1 Emplea la definición de logaritmo para transformar las siguientes expresiones a su forma exponencial:

Forma logarítmica	Forma exponencial
1. $\log_3 243 = 5$	$243 = 3^5$
2. $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{64} = 6$	$\frac{1}{64} = \left(\frac{1}{2}\right)^6$
3. $\log_2 \frac{1}{8} = -3$	$2^{-3} = \frac{1}{8}$
4. $\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{27} = 3$	$\left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{27}$

2 Transforma las siguientes expresiones exponenciales en expresiones logarítmicas:

Forma exponencial	Forma logarítmica
1. $N = \left(\sqrt{2}\right)^3$	$\log_{\sqrt{2}} N = 3$
2. $\frac{1}{125} = 5^{-3}$	$\log_5 \frac{1}{125} = -3$
3. $\left(\sqrt{5}\right)^4 = 25$	$\log_{\sqrt{5}} 25 = 4$
4. $x^p = y$	$\log_x y = p$

EJERCICIO 140

Convierte a su forma exponencial los siguientes logaritmos:

1. $\log_2 8 = 3$
2. $\log_x 16 = 4$
3. $\log_3 81 = 4$
4. $\log_6 \frac{1}{36} = -2$
5. $\log_{\sqrt{3}} 9 = 4$
6. $\log_7 343 = x$
7. $\log_a \sqrt{6} = \frac{1}{2}$
8. $\log_3 (x-1) = 2$
9. $\log_w 625 = 4$
10. $\log_{(x-1)} 128 = 7$
11. $\log_{3x} 243 = 5$
12. $\log_{(2x-1)} 256 = 8$

Transforma a su forma logarítmica las siguientes expresiones:

13. $17^2 = a$
14. $625 = 5^4$
15. $64^{\frac{1}{3}} = 4$
16. $\frac{1}{16} = N^2$
17. $\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$
18. $(x+3) = 2^4$
19. $2^x = 256$
20. $(x-2)^3 = 8$
21. $x^w = z$
22. $\frac{1}{81} = 3^{-4}$
23. $5^{-3x} = 125$
24. $441 = (3x+2)^2$

Verifica tus resultados en la sección de soluciones correspondiente

Aplicación de la definición de logaritmo

En los siguientes ejemplos se aplica la definición de logaritmo para encontrar el valor de la incógnita.

EJEMPLOS

1 Encuentra el valor de a en la expresión: $\log_a 216 = 3$.

Solución

Se escribe el logaritmo en su forma exponencial y se despeja la incógnita:

$$\log_a 216 = 3 \quad \rightarrow \quad 216 = a^3 \quad \rightarrow \quad \sqrt[3]{216} = a \quad \rightarrow \quad 6 = a$$

Por consiguiente, el resultado es: $a = 6$

2 Encuentra el valor de m en $\log_{\sqrt{2}} m = 3$.

Solución

Se transforma a su forma exponencial la expresión y se desarrolla el exponente:

$$\log_{\sqrt{2}} m = 3 \quad \rightarrow \quad m = \left(\sqrt{2}\right)^3 = \left(\sqrt{2}\right)^2 \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

Por tanto, el resultado es: $m = 2\sqrt{2}$

3 Determina el valor de x en la expresión: $\log_3 \frac{1}{729} = x$.

Solución

La expresión se transforma a la forma exponencial.

$$\log_3 \frac{1}{729} = x \quad \rightarrow \quad 3^x = \frac{1}{729}$$

El número 729 se descompone en factores primos y la ecuación se expresa como:

$$3^x = \frac{1}{729} \rightarrow 3^x = \frac{1}{3^6} \rightarrow 3^x = 3^{-6}$$

De la última igualdad se obtiene: $x = -6$

EJERCICIO 141

Encuentra el valor de las incógnitas en las siguientes expresiones:

1. $\log_x 25 = 2$
2. $\log_x 64 = 3$
3. $\log_y 81 = 4$
4. $\log_b 3125 = -5$
5. $\log_x 32 = \frac{5}{2}$
6. $\log_a 49 = \frac{2}{3}$
7. $\log_3 x = 4$
8. $\log_2 m = 3$
9. $\log_{0.5} y = 5$
10. $\log_4 N = \frac{3}{2}$
11. $\log_{27} w = \frac{1}{3}$
12. $\log_{\frac{3}{2}} x = -2$
13. $\log_{32} b = 0.2$
14. $\log_8 x = 0.333...$
15. $\log_6 216 = x$
16. $\log_{32} \frac{1}{4} = a$
17. $\log_{\sqrt{3}} \frac{1}{27} = x$
18. $\log_{16} 0.5 = y$
19. $\log_{\frac{1}{8}} 512 = x$

Verifica tus resultados en la sección de soluciones correspondiente

2 Desarrolla la siguiente expresión: $\log_2 3x^4\sqrt{y}$.

Solución

Se aplica la propiedad para el logaritmo de un producto (propiedad 5):

$$\log_2 3x^4\sqrt{y} = \log_2 3 + \log_2 x^4 + \log_2 \sqrt{y}$$

Se aplican las propiedades 3 y 4 y la expresión queda así:

$$= \log_2 3 + 4\log_2 x + \frac{1}{2}\log_2 y$$

3 Desarrolla a su forma más simple la expresión: $\log_y \sqrt[4]{(x-5)^3}$.

Solución

Se aplica la propiedad 4 para el radical:

$$\log_y \sqrt[4]{(x-5)^3} = \frac{1}{4}\log_y (x-5)^3$$

Ahora al aplicar la propiedad 3, se determina que:

$$= \frac{1}{4}\left[3\log_y (x-5)\right] = \frac{3}{4}\log_y (x-5)$$

4 ¿Cuál es el desarrollo de la expresión $\log_a \frac{(x+y)^3}{(x-y)^2}$?

Solución

Se aplica la propiedad para la división (propiedad 6):

$$\log_a \frac{(x+y)^3}{(x-y)^2} = \log_a (x+y)^3 - \log_a (x-y)^2$$

Para obtener la expresión que muestre el desarrollo final se aplica la propiedad 3:

$$= 3\log_a (x+y) - 2\log_a (x-y)$$

5 Desarrolla la siguiente expresión: $\ln\left[\frac{e^{3x}(x+1)}{2x^2}\right]^3$.

Solución

Se aplican las propiedades de los logaritmos y se simplifica al máximo, para obtener:

$$\ln\left[\frac{e^{3x}(x+1)}{2x^2}\right]^3 = 3\left[\ln\frac{e^{3x}(x+1)}{2x^2}\right]$$

Enseguida se aplica la propiedad del cociente y el producto (propiedades 5 y 6).

$$= 3\left[\ln e^{3x} + \ln(x+1) - \ln 2x^2\right]$$

En el sustraendo se aplica nuevamente la propiedad del producto, y resulta que:

$$= 3\left[\ln e^{3x} + \ln(x+1) - \left(\ln 2 + \ln x^2\right)\right]$$

Finalmente, se aplica la propiedad del exponente y se eliminan los signos de agrupación:

$$= 3\left[3x\ln e + \ln(x+1) - \ln 2 - 2\ln x\right] = 9x + 3\ln(x+1) - 3\ln 2 - 6\ln x$$

6 Desarrolla la siguiente expresión: $\log\sqrt[3]{\dfrac{3x^4}{2y^5}}$.

Solución

Se aplica la propiedad para la raíz de un número (propiedad 4):

$$\log\sqrt[3]{\frac{3x^4}{2y^5}} = \frac{1}{3}\log\frac{3x^4}{2y^5}$$

Después se aplica la propiedad para el logaritmo de un cociente (propiedad 6):

$$= \frac{1}{3}\left(\log 3x^4 - \log 2y^5\right)$$

Al aplicar la propiedad para el logaritmo de una multiplicación se obtiene:

$$= \frac{1}{3}\left[\left(\log 3 + \log x^4\right) - \left(\log 2 + \log y^5\right)\right]$$

Se aplica también la propiedad 3 para exponentes:

$$= \frac{1}{3}\left[\left(\log 3 + 4\log x\right) - \left(\log 2 + 5\log y\right)\right]$$

Se cancelan los signos de agrupación y éste es el desarrollo de la expresión:

$$= \frac{1}{3}\left[\log 3 + 4\log x - \log 2 - 5\log y\right]$$

$$= \frac{1}{3}\log 3 + \frac{4}{3}\log x - \frac{1}{3}\log 2 - \frac{5}{3}\log y$$

7 Escribe como logaritmo la siguiente expresión: $\log x + \log y - \log z$.

Solución

La suma de 2 logaritmos de igual base, se expresa como el logaritmo del producto de los argumentos:

$$\log x + \log y - \log z = \log xy - \log z$$

La diferencia de logaritmos de igual base, se expresa como el logaritmo del cociente de los argumentos:

$$\log xy - \log z = \log\frac{xy}{z}$$

Por tanto:

$$\log x + \log y - \log z = \log\frac{xy}{z}$$

8 Expresa como logaritmo: $2 + 3\log_a(a+1) - \dfrac{1}{4}\log_a(a-1)$.

Solución

Se sabe que $\log_a a = 1$, entonces:

$$2 + 3\log_a(a+1) - \frac{1}{4}\log_a(a-1) = 2\log_a a + 3\log_a(a+1) - \frac{1}{4}\log_a(a-1)$$

(continúa)

(*continuación*)

Los coeficientes representan los exponentes de los argumentos:

$$= \log_a a^2 + \log_a (a+1)^3 - \log_a (a-1)^{\frac{1}{4}}$$

Se aplican las propiedades de los logaritmos para la suma y diferencia:

$$= \log_a \frac{a^2(a+1)^3}{(a-1)^{\frac{1}{4}}} = \log_a \frac{a^2(a+1)^3}{\sqrt[4]{a-1}}$$

Por consiguiente:

$$2 + 3\log_a(a+1) - \frac{1}{4}\log_a(a-1) = \log_a \frac{a^2(a+1)^3}{\sqrt[4]{a-1}}$$

9 Escribe como logaritmo la siguiente expresión: $\frac{1}{3}\log(x+1) + \frac{1}{3}\log(x-2) - 2\log x - 3\log(x+3)$.

Solución

Al aplicar las propiedades de los logaritmos y simplificar se obtiene:

$$= \log(x+1)^{\frac{1}{3}} + \log(x-1)^{\frac{1}{3}} - \log x^2 - \log(x+3)^3$$

$$= \log(x+1)^{\frac{1}{3}} + \log(x-1)^{\frac{1}{3}} - \left[\log x^2 + \log(x+3)^3\right]$$

$$= \log(x+1)^{\frac{1}{3}}(x-1)^{\frac{1}{3}} - \log x^2(x+3)^3$$

$$= \log\frac{(x+1)^{\frac{1}{3}}(x-1)^{\frac{1}{3}}}{x^2(x+3)^3} = \log\frac{\left((x+1)(x-1)\right)^{\frac{1}{3}}}{x^2(x+3)^3}$$

$$= \log\frac{\sqrt[3]{x^2-1}}{x^2(x+3)^3}$$

10 Expresa como logaritmo: $x - 3 + \frac{2}{3}\ln(x-2) - \frac{1}{3}\ln(x+1)$.

Solución

Se sabe que $\ln e = 1$, entonces:

$$x - 3 + \frac{2}{3}\ln(x-2) - \frac{1}{3}\ln(x+1) = (x-3)\ln e + \frac{2}{3}\ln(x-2) - \frac{1}{3}(x+1)$$

Al aplicar las propiedades de los logaritmos, se tiene que:

$$\ln e^{(x-3)} + \ln(x-2)^{\frac{2}{3}} - \ln(x+1)^{\frac{1}{3}} = \ln\frac{(x-2)^{\frac{2}{3}}e^{(x-3)}}{(x+1)^{\frac{1}{3}}} = \ln\sqrt[3]{\frac{(x-2)^2 e^{3(x-3)}}{x+1}}$$

Por consiguiente:

$$x - 3 + \frac{2}{3}\ln(x-2) - \frac{1}{3}\ln(x+1) = \ln\sqrt[3]{\frac{(x-2)^2 e^{3(x-3)}}{x+1}}$$

EJERCICIO 142

Utiliza las propiedades de los logaritmos para desarrollar las siguientes expresiones:

1. $\log_a 7^4$
2. $\log_6 3^{-\frac{3}{2}}$
3. $\log_e \sqrt[3]{e^7 x}$
4. $\log 5xy^2$
5. $\log_3 x^3y^2z$
6. $\ln\left(3e^4x^2\right)^2$
7. $\log(x+y)^3(x-z)$
8. $\log_{\frac{1}{2}} \frac{7}{x^2}$
9. $\ln\frac{xy^2}{e^3z^4}$
10. $\log_5 \frac{3x^3(1-2x)^6}{2x^y\left(x^2-y^2\right)}$
11. $\log_4 \sqrt{3x^2y^4}$
12. $\log\sqrt{(x+y)^4 z^5}$
13. $\log\frac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt{y}}$
14. $\log\frac{\sqrt{a^3b}}{\sqrt[3]{c^2d}}$
15. $\log_2 \frac{\sqrt{x+y}}{(x-y)^4}$
16. $\log\frac{x^2}{\sqrt[3]{x-3}(x+z)^2}$
17. $\log\sqrt{\frac{(x+3)(y-5)}{(x+6)^4\sqrt{y-2}}}$
18. $\ln\sqrt[3]{\frac{e^2\sqrt{(x+1)^4(x-1)^3}}{e^x\sqrt[5]{\left(x^2-1\right)^4}}}$

Aplica las propiedades de los logaritmos para expresar los siguientes logaritmos como el logaritmo de un solo argumento:

19. $2\ln 5+2\ln x$
20. $3\log m-2\log n$
21. $\frac{1}{2}\log_7 x+\frac{1}{3}\log_7 y$
22. $\ln 8+4x$
23. $\frac{2}{5}\log m+4\log n$
24. $2x+\log_2 3$
25. $-\frac{2}{3}\log_b(x+1)-\frac{1}{4}\log_b(x+2)$
26. $\log 3+\log y-\log x$
27. $\log_2 x-\log_2 y-\log_2 z$
28. $1-\log_4(m-1)-\log_4(m+1)$
29. $\frac{1}{8}\log x+\frac{1}{3}\log y-\frac{1}{4}\log z$
30. $\ln 5+1+\ln y-7\ln x$
31. $2-x+3\ln(x+y)-3\ln(x-y)$
32. $\frac{2}{3}\log(x-2)-\frac{4}{5}\log(x+2)+2\log(x+1)$
33. $\frac{1}{2}+7\log_2 x-\frac{3}{2}\log_2 y$
34. $\frac{1}{3}\log(x+1)+\frac{1}{2}\log(x-1)-\frac{1}{6}\log x-1$
35. $x^2+x+1-2\log x+3\log(x+1)$
36. $2\ln 9+4\ln m+2\ln p-2\ln 7-2\ln x-6\ln y$

Verifica tus resultados en la sección de soluciones correspondiente

Ecuaciones logarítmicas

En estas ecuaciones las incógnitas se encuentran afectadas por logaritmos, su solución se obtiene al aplicar las propiedades y la definición de logaritmo.

EJEMPLOS

Ejemplos

1 Resuelve la siguiente ecuación: $\log_5(2x+1)=2$.

Solución

Al aplicar la definición de logaritmo, la expresión $\log_5(2x+1)=2$ se convierte en:

$$2x+1=5^2$$

Ahora al resolver esta ecuación, se obtiene:

$$2x+1=5^2 \quad \rightarrow \quad \begin{aligned} 2x+1&=25 \\ 2x&=24 \\ x&=12 \end{aligned}$$

2 ¿Cuáles son los valores de x que satisfacen la ecuación $\log(x+2)+\log(x-1)=1$?

Solución

Se aplica la propiedad 5 para expresarla en término de un solo logaritmo:

$$\log(x+2)+\log(x-1)=1 \quad \rightarrow \quad \log(x+2)(x-1)=1 \quad \rightarrow \quad \log\left(x^2+x-2\right)=1$$

Se aplica la definición de logaritmo y se resuelve factorizando la ecuación que resulta:

$$\log\left(x^2+x-2\right)=1 \quad \rightarrow \quad \begin{aligned} x^2+x-2&=10^1 \\ x^2+x-2-10&=0 \\ x^2+x-12&=0 \\ (x+4)(x-3)&=0 \\ x+4=0 \quad \text{y} \quad x-3&=0 \end{aligned}$$

Por consiguiente, los valores que satisfacen las igualdades son: $x=-4$ y $x=3$, y el valor que satisface la ecuación es $x=3$

3 Resuelve: $\log_3(4x-5)=\log_3(2x+1)$.

Solución

Se agrupan los logaritmos en el primer miembro de la igualdad y se aplica la propiedad 6:

$$\log_3(4x-5)=\log_3(2x+1) \quad \rightarrow \quad \log_3(4x-5)-\log_3(2x+1)=0 \quad \rightarrow \quad \log_3\frac{4x-5}{2x+1}=0$$

Se aplica la definición de logaritmo y se resuelve la ecuación que resulta:

$$\frac{4x-5}{2x+1}=3^0 \quad \rightarrow \quad \frac{4x-5}{2x+1}=1 \quad \rightarrow \quad \begin{aligned} 4x-5&=2x+1 \\ 2x&=6 \\ x&=3 \end{aligned}$$

4 Resuelve la ecuación: $\log_2\sqrt{3x-1}=1-\log_2\sqrt{x+1}$.

Solución

Se agrupan los logaritmos en un solo miembro de la igualdad:

$$\log_2\sqrt{3x-1}+\log_2\sqrt{x+1}=1$$

Se aplica la propiedad 5 para expresar la suma de logaritmos como el logaritmo de un producto:

$$\log_2\left(\sqrt{3x-1}\right)\left(\sqrt{x+1}\right)=1$$

Se transforma la expresión a su forma exponencial y se multiplican los factores:

$$\left(\sqrt{3x-1}\right)\left(\sqrt{x+1}\right)=2^1 \rightarrow \sqrt{3x^2+2x-1}=2$$

Para eliminar la raíz se elevan al cuadrado ambos miembros de la igualdad:

$$\left(\sqrt{3x^2+2x-1}\right)^2=(2)^2 \rightarrow 3x^2+2x-1=4$$

Se resuelve la ecuación resultante:

$$3x^2+2x-1=4 \rightarrow 3x^2+2x-1-4=0 \rightarrow 3x^2+2x-5=0$$
$$3x^2+5x-3x-5=0$$
$$x(3x+5)-1(3x+5)=0$$
$$(3x+5)(x-1)=0$$
$$x=-\frac{5}{3},\ x=1$$

Por consiguiente, los valores de la incógnita son: $-\frac{5}{3}$ y 1 , el valor que satisface la ecuación logarítmica es $x = 1$

5 Resuelve la ecuación: $\ln(x+5)=2+\ln x$.

Solución

Los logaritmos se colocan de un solo lado de la igualdad:

$$\ln(x+5)-\ln x=2$$

Se aplica la propiedad de división de argumentos:

$$\ln\frac{x+5}{x}=2$$

Se transforma a su forma exponencial y se resuelve la ecuación resultante:

$$e^2=\frac{x+5}{x} \qquad xe^2=x+5 \qquad xe^2-x=5$$
$$x(e^2-1)=5$$
$$x=\frac{5}{e^2-1}$$

EJERCICIO 143

Resuelve las siguientes ecuaciones logarítmicas:

1. $\log_2(x+3)=2$
2. $\log_4(4-3x)=3$
3. $\log_6(5x-9)^2=4$
4. $\log_4\sqrt{15x+1}=2$
5. $\log\sqrt{x^2+64}=1$
6. $\log_3 81-\log_3(x-4)=2$
7. $\log_7(x+9)+\log_7 49=4$
8. $\log_5 25-\log_5(x+100)=-1$

9. $\log(x+3)^2 = 1+\log(3x-11)$
10. $\log_3 x + \log_3(2x-3) = 3$
11. $\log(x+2) = -1+\log(3x-14)^2$
12. $\log_5(4-x)^3 = \log_5(6+x)^3$
13. $\log(2x+10)^2 - \log(1-x) = 2$
14. $\log_8(x-4)+\log_8(x-1) = \log_8 5x - \log_8 3$
15. $\log_6 \sqrt[3]{3x+1} = \log_6 \sqrt[3]{10} + \log_6 \sqrt[3]{x-2}$
16. $\log(8x+4) + \log(7x+16) = \log(x-2)^2 + 2$
17. $\log_2(x-1) - \log_2(3x+1) = 3 - \log_2(6x+2)$
18. $\log_{\sqrt{2}}(x-3)+\log_{\sqrt{2}}(x+2) = 4+\log_{\sqrt{2}} x$
19. $\log_2(x+1) + \log_2(3x-5) = \log_2(5x-3)+2$
20. $\log_{\sqrt{3}}\left(\sqrt{x}+1\right) = 1+\log_{\sqrt{3}}\sqrt{x-1}$
21. $\ln(x+1) = 1+\ln(x-1)$
22. $\ln x + \ln(x-3e) = \ln 4 + 2$
23. $\ln(x-2) = \ln 12 - \ln(x+2)$
24. $\ln(x-1) - \ln(x-2) = \frac{1}{2}$
25. $\ln(2x-3) - \ln(x+1) = e$
26. $\ln(x^2+x) + \ln e = \ln(x+1)$

Verifica tus resultados en la sección de soluciones correspondiente

Ecuaciones exponenciales

Las ecuaciones que tienen la incógnita en el exponente se llaman ecuaciones exponenciales y su solución se obtiene al aplicar los siguientes métodos:

1. Si el argumento o resultado se puede expresar como potencia de la base, sólo se igualan exponentes.
2. Se aplican las propiedades de los logaritmos para encontrar el valor de la incógnita.

EJEMPLOS

1 Encuentra el valor de la incógnita en la ecuación: $2^{x+1} = 32$.

Solución

Se expresa a 32 como 2^5, se sustituye en la ecuación:

$$2^{x+1} = 32 \quad \rightarrow \quad 2^{x+1} = 2^5$$

En la ecuación resultante las bases son iguales, entonces, también los exponentes:

$$x + 1 = 5$$

Al resolver esta ecuación, se determina que: $x = 4$

2 Obtén el valor de la incógnita en la ecuación: $9^{x-1} = 81^x$.

Solución

El resultado 81^x se expresa como 9^{2x}, al sustituir la equivalencia:

$$9^{x-1} = 81^x \quad \rightarrow \quad 9^{x-1} = 9^{2x}$$

Para que la igualdad se cumpla, tanto bases como exponentes deben ser iguales, entonces:

$$x - 1 = 2x$$

Se resuelve la ecuación y resulta que: $x = -1$