

3 ●●● Obtén el antilogaritmo de: $\bar{2}.0401$.

Como la característica del logaritmo de referencia es $\bar{2}$ la primera cifra significativa debe ocupar el segundo lugar a la derecha del punto decimal; en consecuencia, se debe poner un cero entre dicha cifra y el punto decimal.

$$\text{Característica} = -2 + 1 = -1$$

Mantisa:

N	0	1	2	3	49	1.....9
\approx	\approx	\approx	\approx	\approx	\approx	\approx	\approx
.04	1096	1099	1102	1104	1107.....1119		0.....2

Por tanto:

$$\text{antilog } \bar{2}.0401 = 0.01096$$

EJERCICIO 74

Mediante las tablas de antilogaritmos calcula el valor de N :

- $\log N = 1.8674$
- $\log N = 3.8046$
- $\log N = 1.4950$
- $\log N = 2.4683$
- $\log N = 0.5611$
- $\log N = 0.7322$
- $\log N = 0.0065$
- $\log N = 2.6545$
- $\log N = 0.4718$
- $\log N = 3.0017$
- $\log N = 3.5766$
- $\log N = \bar{2}.2618$
- $\log N = \bar{1}.4022$
- $\log N = \bar{4}.7163$
- $\log N = \bar{1}.6310$
- $\log N = \bar{2}.7047$
- $\log N = \bar{3}.7514$
- $\log N = \bar{2}.034$
- $\log N = \bar{1}.7949$
- $\log N = \bar{4}.10$

➤ Verifica tus resultados en la sección de soluciones correspondiente

Propiedades de los logaritmos

- $\log_b 1 = 0$
- $\log_b b = 1$
- $\log_b M^n = n \log_b M$ $M > 0$
- $\log_b \sqrt[n]{M} = \frac{1}{n} \log_b M$ $M > 0$
- $\log_b MN = \log_b M + \log_b N$ $M > 0$ y $N > 0$
- $\log_b \frac{M}{N} = \log_b M - \log_b N$ $M > 0$ y $N > 0$
- $\log_e M = \ln(M)$, \ln = logaritmo natural, $e = 2.718...$

Nota: $\log_b (M + N) \neq \log_b M + \log_b N$

$$\log_b \left(\frac{M}{N} \right) \neq \frac{\log_b M}{\log_b N}$$

Las propiedades de los logaritmos se utilizan para resolver operaciones aritméticas, como se muestra en los siguientes ejemplos:

EJEMPLOS

Ejemplos

- 1 ●●● Calcula el valor aproximado de: $N = (5.130)(3.134)$.

Solución

Se aplican logaritmos a ambos miembros de la igualdad,

$$\log N = \log (5.130)(3.134)$$

Se aplican las propiedades de los logaritmos:

$$\begin{aligned}\log N &= \log (5.130) + \log (3.134) = 0.7101 + 0.4961 && \text{(propiedad 5)} \\ \log N &= 1.2062\end{aligned}$$

Se despeja “N”,

$$N = \text{antilog } 1.2062$$

Entonces, $N = 16.08$

- 2 ●●● Calcula el valor aproximado de: $N = \sqrt[3]{71.47}$.

Solución

$$\begin{aligned}\log N &= \log \sqrt[3]{71.47} \\ \log N &= \frac{1}{3} \log (71.47) = \frac{1}{3} (1.8541) = 0.6180 && \text{(propiedad 4)} \\ N &= \text{antilog } 0.6180\end{aligned}$$

Por tanto, $N = 4.150$

- 3 ●●● Halla el valor aproximado de: $M = \frac{7.65}{39.14}$.

Solución

$$\begin{aligned}\log M &= \log \frac{7.65}{39.14} \\ \log M &= \log (7.65) - \log (39.14) = 0.8837 - 1.5926 && \text{(propiedad 6)} \\ \log M &= -0.7089 = -1 + (1 - 0.7089) = -1 + 0.2911 = \bar{1}.2911 \\ M &= \text{antilog } \bar{1}.2911\end{aligned}$$

Entonces, $M = 0.1954$

- 4 ●●● Halla el valor aproximado de: $R = (18.65)^4$.

Solución

$$\begin{aligned}\log R &= 4 \log (18.65) && \text{(propiedad 3)} \\ \log R &= 4(1.2707) = 5.0828 \\ R &= \text{antilog } 5.0828\end{aligned}$$

Finalmente, $R = 121\,000$

Otras aplicaciones de las propiedades de los logaritmos se ilustran en los siguientes ejemplos:

EJEMPLOS

- 5 •• Si $\log 5 = 0.6989$ y $\log 7 = 0.8450$, encontrar el valor de $\log 35$.

Solución

Se expresa 35 como: $35 = (5)(7)$

Se aplica la propiedad de los logaritmos y se obtiene el resultado:

$$\begin{aligned}\log 35 &= \log (5)(7) \\ &= \log 5 + \log 7 \\ &= 0.6989 + 0.8450 = 1.5439\end{aligned}$$

Por consiguiente, el resultado es 1.5439

- 6 •• ¿Cuál es el resultado de $\log 12$, si $\log 2 = 0.3010$ y $\log 3 = 0.4771$?

Solución

Se expresa 12 como:

$$12 = 2^2 \cdot 3$$

Al aplicar las propiedades de los logaritmos y efectuar las operaciones se obtiene:

$$\begin{aligned}\log 12 &= \log 2^2 \cdot 3 \\ &= \log 2^2 + \log 3 \\ &= 2\log 2 + \log 3 \\ &= 2(0.3010) + 0.4771 \\ &= 0.6020 + 0.4771 \\ &= 1.0791\end{aligned}$$

Por consiguiente, $\log 12 = 1.0791$

- 7 •• Halla el resultado de $\log \sqrt{2.5}$ si $\log 2 = 0.3010$ y $\log 5 = 0.6989$.

Solución

Se expresa el logaritmo del número de la siguiente manera:

$$\log \sqrt{2.5} = \log \left(\frac{5}{2} \right)^{\frac{1}{2}}$$

Se aplican las propiedades correspondientes y se obtiene el resultado.

$$\begin{aligned}&= \frac{1}{2}(\log 5 - \log 2) \\ &= \frac{1}{2}(0.6989 - 0.3010) \\ &= \frac{1}{2}(0.3979) \\ &= 0.19895\end{aligned}$$

El resultado del logaritmo es 0.19895

EJERCICIO 75

Utiliza las propiedades y las tablas de los logaritmos que se encuentran al final del libro, para obtener el valor aproximado de las siguientes operaciones:

- | | | | |
|------------------------|-------------------------------------|--|---|
| 1. $\sqrt{9985}$ | 8. $\sqrt{6.248}$ | 14. $\frac{143}{(-5.13)(7.62)}$ | 20. $\sqrt[3]{\frac{9604}{3.5}}$ |
| 2. $\sqrt[3]{874.2}$ | 9. $\sqrt[3]{0.4285}$ | 15. $\sqrt[4]{596}$ | 21. $\sqrt{\frac{(675)(3.151)}{(65.34)}}$ |
| 3. $\sqrt[4]{2893000}$ | 10. $(9.45)(0.536)(0.714)$ | 16. $(3.271)^5$ | 22. $\sqrt[3]{\frac{(34)^2 \times 52.1}{543}}$ |
| 4. $\sqrt{42.87}$ | 11. $(-88.5)(0.1123)(10.5)$ | 17. $\left(\frac{53.21}{8.164}\right)^3$ | 23. $\left[\frac{(6.53)(81.51)}{\sqrt[3]{8015}}\right]^2$ |
| 5. $\sqrt[3]{51190}$ | 12. $\frac{-382.1}{543}$ | 18. $\sqrt[3]{375 \times 83.9}$ | |
| 6. $\sqrt[4]{0.06349}$ | 13. $\frac{(286.5)(4.714)}{-67.84}$ | 19. $\sqrt[4]{4096}$ | |
| 7. $\sqrt[3]{0.06349}$ | | | |

Si $\log 2 = 0.3010$, $\log 3 = 0.4771$, $\log 5 = 0.6989$ y $\log 7 = 0.8450$, calcula los siguientes logaritmos:

- | | | | |
|----------------|----------------|--------------------------|------------------------------------|
| 24. $\log 14$ | 29. $\log 20$ | 34. $\log 7.5$ | 38. $\log \sqrt[3]{11.2}$ |
| 25. $\log 15$ | 30. $\log 36$ | 35. $\log 4.2$ | 39. $\log \sqrt{52.5}$ |
| 26. $\log 30$ | 31. $\log 150$ | 36. $\log \sqrt[6]{28}$ | 40. $\log \sqrt[3]{\frac{14}{15}}$ |
| 27. $\log 42$ | 32. $\log 294$ | 37. $\log \sqrt[3]{350}$ | |
| 28. $\log 105$ | 33. $\log 343$ | | |

➤ Verifica tus resultados en la sección de soluciones correspondiente

Cambios de base

Si se conoce el logaritmo base b de un número, se puede hallar el logaritmo en otra base a con la fórmula:

$$\log_b N = \frac{\log_a N}{\log_a b}$$

Demostración:

Sea $\log_b N = x$, entonces mediante la definición, se obtiene:

$$N = b^x$$

Al aplicar logaritmo base a , en ambos miembros de la igualdad:

$$\log_a N = \log_a b^x$$

por la propiedad 3,

$$\log_a N = x \log_a b$$

al dividir ambos miembros por $\log_a b$,

$$x = \frac{\log_a N}{\log_a b}$$

Se obtiene:

$$\log_b N = \frac{\log_a N}{\log_a b}$$

EJEMPLOS

- 1 ●●● Expresa utilizando logaritmos en base 4, $\log_2 32$.

Solución

Del logaritmo se tiene que:

$$N = 32, b = 2, a = 4$$

Al sustituir en la fórmula se obtiene:

$$\log_2 32 = \frac{\log_4 32}{\log_4 2}$$

- 2 ●●● Halla el valor de $\log_7 343$, transformando a base 10.

Solución

De la expresión $\log_7 343$ se tiene que:

$$b = 7, N = 343 \text{ y } a = 10$$

Al sustituir en la fórmula,

$$\log_7 343 = \frac{\log 343}{\log 7} = \frac{2.5353}{0.8451} = 3$$

Finalmente, $\log_7 343 = 3$

- 3 ●●● Encuentra el $\log_8 326$.

Solución

Se realiza el cambio a base 10,

$$\log_8 326 = \frac{\log 326}{\log 8} = \frac{2.5132}{0.9031} = 2.7828$$

Finalmente, $\log_8 326 = 2.7828$

- 4 ●●● Encuentra el valor de: $\log_2 354.1$.

Solución

Se aplica un cambio a base 10,

$$\log_2 354.1 = \frac{\log 354.1}{\log 2} = \frac{2.5491}{0.3010} = 8.4687$$

Por tanto, $\log_2 354.1 = 8.4687$

- 5 ●●● Encuentra el valor de: $\log_3 2\,526$.

Solución

Se aplica un cambio a base 10,

$$\log_3 2\,526 = \frac{\log 2\,526}{\log 3} = \frac{3.4024}{0.4771} = 7.1314$$

Por consiguiente, $\log_3 2\,526 = 7.1314$

EJERCICIO 76

Encuentra el valor de los siguientes logaritmos:

1. $\log_6 31$
2. $\log_9 10.81$
3. $\log_5 3.625$
4. $\log_{12} 643.3$
5. $\log_8 1.86$
6. $\log_{20} 124$
7. $\log_{13} 7.32$
8. $\log_{15} 21.7$
9. $\log_3 8.642$
10. $\log_2 8\,435$

↗ Verifica tus resultados en la sección de soluciones correspondiente
