TRABAJO PRÁCTICO DISTRIBUCIÓN NORMAL

1.- Sea Z una variable aleatoria normal con media 0 y desviación estandar 1.

Encontrar : P(Z(<2), $p(-2 \le z \le 2)$ y $p(0 \le z \le 1.73)$

2.-Si X es una variable aleatoria de una distribución N(μ, σ), hallar: $p(\mu-3\sigma \le X \le \mu+3\sigma)$

3.-En una distribución normal de media 4 y desviación típica 2, calcular el valor de a para que: $P(4-a \le x \le 4+a) = 0.5934$

4.-En una ciudad se estima que la temperatura máxima en el mes de octubre sigue una distribución normal, con media 23° y desviación típica 5°. Calcular el número de días del mes en los que se espera alcanzar máximas entre 21° y 27°

5.-La media de los pesos de 500 estudiantes de una Universidad es 70 kg y la desviación típica 3 kg. Suponiendo que los pesos se distribuyen normalmente, hallar cuántos estudiantes pesan:1.-Entre 60 kg y 75 kg ; 2.-Más de 90 kg 3.-Menos de 64 kg 4.-64 kg 5.-64 kg o menos

6.-Se supone que los resultados de un examen de puntuación 100 siguen una distribución normal con media 78 y desviación típica 36. Se pide: 1¿Cuál es la probabilidad de que una persona que se presenta el examen obtenga una calificación superior a 72? 2 Calcular la proporción de estudiantes que tienen puntuaciones que exceden por lo menos en cinco puntos de la puntuación que marca la frontera entre el Apto y el No-Apto (son declarados No-Aptos el 25% de los estudiantes que obtuvieron las puntuaciones más bajas)

7.-Tras un test de cultura general se observa que las puntuaciones obtenidas siguen una distribución una distribución N(65, 18). Se desea clasificar a los examinados en tres grupos (de baja cultura general, de cultura general aceptable, de excelente cultura general) de modo que hay en el primero un 20% la población, un 65% el segundo y un 15% en el tercero. ¿Cuáles han de ser las puntuaciones que marcan el paso de un grupo al otro?

8.- En una población de 2500 individuos ¿cuántos individuos se esperan que tengan un coeficiente superior a 125?

9.-Varios test de funcionamiento de luces iónicas dieron un registro que sigue una ley normal con media 100 (ilumina el 100% previsto) y desviación típica 15. 1Determinar el porcentaje de luces que obtendría un coeficiente entre 95 y 1102¿Qué intervalo centrado en 100 contiene al 50% de las luces registradas ? **10.**- En la primavera de 2000 el salario inicial medio de los recién egresados de la escuela era $ 31280. Supóngase que los salarios iniciales siguen una distribución normal con desviación estándar $3300. Que porcentaje de los egresados tiene un salario inicial medio.a) entre $ 30000 y $35000?

10.- En la primavera de 2000 el salario inicial medio de los recién egresados de la escuela era $ 31280. Supóngase que los salarios iniciales siguen una distribución normal con desviación estándar $3300. Que porcentaje de los egresados tiene un salario inicial medio.

a) entre $ 30000 y $35000? b) Superior a $40000 c) entre $35000 y $40000?

10.-Un estudio reciente de los sueldos por hora del personal de mantenimiento en aerolíneas importantes mostró que el salario medio por hora era $16,50 (dólares), con una desviación estándar de $3,50. Si se selecciona al azar un elemento de la tripulación, cuál es la probabilidad de que gane: a) entre $16,50 y $20,00 por hora b) Más de $20,00 por hora c) Menos de $15,00 por hora?

12.-En un examen tipo test de 200 preguntas de elección múltiple, cada pregunta tiene una respuesta correcta y una incorrecta. Se aprueba si se contesta a más de 110 respuestas correctas. Suponiendo que se contesta al azar, calcular la probabilidad de aprobar el examen

13.- Un estudio ha mostrado que, en un cierto barrio, el 60% de los hogares tienen al menos dos televisores Se elige al azar una muestra de 50 hogares en el citado barrio. Se pide:1¿Cuál es la probabilidad de que al menos 20 de los citados hogares tengan cuando menos dos televisores?2¿Cuál es la probabilidad de que entre 35 y 40 hogares tengan cuando menos dos televisores?

14.- Aplicación del Teorema de Moivre

n · p ≥ 0 y **n · q ≥ 0**.

La **distribución binomial B(n, p)** se puede aproximar mediante una **distribución normal**:

$$N\left(np, \sqrt{npq}\right)$$

$$\begin{array}{ccc} & \nearrow & N(np, \sqrt{npq}) \\ B(n,p) & & \downarrow \\ & \searrow & Z = \dfrac{X - np}{\sqrt{npq}} \rightarrow N(0,1) \end{array}$$

15.-En una ciudad una de cada tres familias posee teléfono. Si se eligen al azar 90 familias, calcular la probabilidad de que entre ellas haya por lo menos 30 tengan teléfono.

16.-La probabilidad de que un paciente se recupere de una rara enfermedad de la sangre es de 0.4. Si se sabe que 100 personas han contraído esta enfermedad, ¿Cuál es la probabilidad de que: a) al menos 30 sobrevivan?, b) más de 46 sobrevivan?, c) menos de 50 no sobrevivan?

17.-Si 35% de los productos manufacturados en cierta línea de producción es defectuoso, ¿cuál es la probabilidad de que entre los siguientes 1000 productos manufacturados en esa línea a) menos de 354 productos sean defectuosos?, b) entre 342 y 364 productos sean defectuosos?, c)exactamente 354 productos sean defectuosos?

18.- ¿Como aproximar una variable de Poission a una normal ?

19 .-En un proceso de fabricación de productos para la industria informática se producen en promedio 2 defectos por minuto. Calcular la aproximadamente la probabilidad de que en una hora se produzcan más de 150 defectos.

20 **<u>Señale el método utilizado y si encuentra un error indíquenlo según su criterio :</u>**

a.- Una normal es simétrica respecto a su media, es decir:

$$P(Y \leq \mu - y) = P(Y \geq \mu + y) = 1 - P(Y \leq \mu + y)$$

En tu caso:

$$P(Y \leq 70 - 20) = 1 - P(Y \leq 70 + 20)$$

Otra cosa es que tu quieras normalizar esa normal para usar las tablas. Entonces tomas

$$Z = \frac{Y - \mu}{\sigma}$$

y entonces:

$$P(Y \leq y) = P(Z \leq \frac{y - \mu}{\sigma})$$

b.-

Como usarlo :Si la variable aleatoria "número de llamadas" sigue una distribución de Poisson de parámetro λ. Como éste coincide con la media, tomamos $\lambda = 70$.

Se trate de calcular:

$$P(X < 50)$$

Usando estrictamente la distribución de Poisson sería:

$$P(X < 50) = \sum_{k=0}^{49} \frac{70^k e^{-70}}{k!}$$

Pero como λes "grande" puedes aproximarla por una normal $Y \in N(\mu, \sigma^2)$de media $\mu = 70$y varianza $\sigma^2 = 70$.

Ahora sólo tienes que calcular:

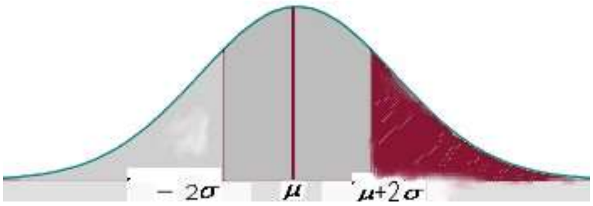
$$P(Y < 50) = 1 - P(Y > 50) = 1 - P(Y < 90)$$

Soluciones

1.- Sea Z una variable aleatoria normal con media 0 y desviación estandar 1.

Encontrar : P(Z(<2), $p(-2 \le z \le 2)$ y $p(0 \le z \le 1.73)$

1.- P(Z(<2), por ser media 0 y Desc, estandar 1 eso implica que Z=2 , 2 desviaciones típicas arriba de la media



1.-Si Z=2.0 entonces el área bajo la curva A(2.0) es 0.0228

2.- $p(-2 \le z \le 2)$=1-2A= 1-2(0.0228)=0.9544

3.-El área A(0) por tabla es 0,5 se obtienes entonces que $p(0 \le z \le 1.73)$ es =0,5-A(1.73)=0.5-0.0418=0.4582

2.-Si X es una variable aleatoria de una distribución N(μ, σ), hallar: p(μ−3σ ≤ X ≤ μ+3σ)

$$p(\mu - 3\sigma \le X \le \mu + 3\sigma) = p\left(\frac{(\mu-3\sigma)-\mu}{\sigma} \le z \le \frac{(\mu+3\sigma)-\mu}{\sigma}\right) =$$

$$p(-3 \le z \le 3) = p(z \le 3) - p(z \le -3) =$$

$$= p(z \le 3) - (1 - p(z \le 3)) =$$

$$= 0.9987 - 1 + 0.9987 = 0.9974$$

Es decir, que aproximadamente el 99.74% de los valores de X están a menos de tres desviaciones típicas de la media.

3.-En una distribución normal de media 4 y desviación típica 2, calcular el valor de a para que: P(4−a ≤ x ≤ 4+a) = 0.5934

$$p\left(\frac{(4-a)-4}{2} \le z \le \frac{(4+a)-4}{2}\right) = 0.5934$$

$$p\left(\frac{-a}{2} \le z \le \frac{a}{2}\right) = p\left(z \le \frac{a}{2}\right) - p\left(z \le -\frac{a}{2}\right) =$$

$$= p\left(z \le \frac{a}{2}\right) - p\left(z \ge \frac{a}{2}\right) = p\left(z \le \frac{a}{2}\right) - p\left(1 - p\left(z \le \frac{a}{2}\right)\right)$$

$$2 \cdot p\left(z \le \frac{a}{2}\right) - 1 = 0.5934 \qquad p\left(z \le \frac{a}{2}\right) = 0.7969$$

$\frac{a}{2} = 0.83$ $a = 1.66$

4.-En una ciudad se estima que la temperatura máxima en el mes de octubre sigue una distribución normal, con media 23° y desviación típica 5°. Calcular el número de días del mes en los que se espera alcanzar máximas entre 21° y 27°

$$p[21 < X \leq 27] = p\left(\frac{21-23}{5} < Z \leq \frac{27-23}{5}\right) =$$

$$= p(-0.4 < Z \leq 0.8) = p(Z \leq 0.8) - [1 - p(Z \leq 0.4)] =$$

$$= 0.7881 - (1 - 0.6554) = 0.4425 \cdot 30 = 13$$

5.-La media de los pesos de 500 estudiantes de una Universidad es 70 kg y la desviación típica 3 kg. Suponiendo que los pesos se distribuyen normalmente, hallar cuántos estudiantes pesan:

1.-Entre 60 kg y 75 kg

$$p[60 < X \leq 75] = p\left(\frac{60-70}{3} < Z \leq \frac{75-70}{3}\right) =$$

$$= p(-3.33 < Z \leq 1.67) = p(Z \leq 1.67) - [1 - p(Z \leq 3.33)] =$$

$$= 0.9525 - (1 - 0.9996) = 0.9521 \cdot 500 = 476$$

2.-Más de 90 kg

$$p(X > 90) = p\left(Z > \frac{90-70}{3}\right) = p(Z > 6.67) =$$

$$= 1 - p(Z < 6.67) = 1 - 1 = 0 \cdot 500 = 0$$

3.-Menos de 64 kg

$$p(X < 64) = p\left(Z < \frac{64-70}{3}\right) = p(Z < -2) = 1 - p(Z \leq 2) =$$

$$= 1 - 0.7772 = 0.02128 \cdot 500 = 11$$

4.-64 kg

$$p(X = 64) = p\left(Z = \frac{64-70}{3}\right) = p(Z = -2) = 0 \cdot 500 = 0$$

5.-64 kg o menos $p(X \leq 64) = p(X < 64) = 11$

6.-Se supone que los resultados de un examen de puntuación 100 siguen una distribución normal con media 78 y desviación típica 36. Se pide:

1¿Cuál es la probabilidad de que una persona que se presenta el examen obtenga una calificación superior a 72?

$$p(X > 72) = p\left(Z > \frac{72 - 78}{36}\right) =$$

$$= p(Z > -0.16) = p(Z < 0.16) = 0.5636$$

2 Calcular la proporción de estudiantes que tienen puntuaciones que exceden por lo menos en cinco puntos de la puntuación que marca la frontera entre el Apto y el No-Apto (son declarados No-Aptos el 25% de los estudiantes que obtuvieron las puntuaciones más bajas)

p class="b"> $p(X \leq N) = 0.25 \Rightarrow p\left(Z \leq \frac{N-78}{36}\right) = 0.25$

$$\frac{N-78}{36} < 0 \qquad 1 - p\left(Z \leq -\frac{N-78}{36}\right) = 0.25$$

$$p\left(Z \leq \frac{-N+78}{36}\right) = 0.75 \Rightarrow \frac{-N+78}{36} = 0.68 \qquad N = 54$$

$$p(X > 54 + 5) = p(X > 59) = p\left(Z > \frac{59 - 78}{36}\right) =$$

$$p(Z > -0.53) = p(Z < 0.53) = 0.7019 = 70.19\%$$

3 Si se sabe que la calificación de un estudiante es mayor que 72 ¿cuál es la probabilidad de que su calificación sea, de hecho, superior a 84?

$$p(X > 84) = p\left(Z > \frac{84-78}{36}\right) = p(Z > 0.16) =$$

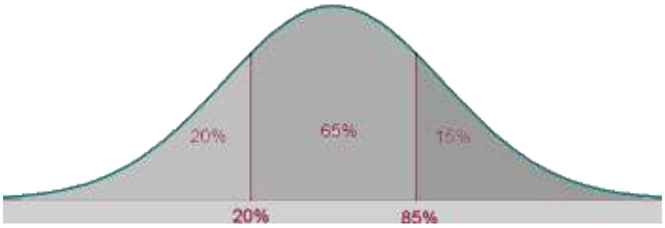
$$= 1 - p(Z < 0.16) = 1 - 0.5636 = 0.4364$$

$$p(x > 84 / x > 72) = \frac{p[x > 84 \cap x > 72]}{p(x > 72)} =$$

$$= \frac{p(x > 84)}{p(x > 72)} = \frac{0.4364}{0.5636} = 0.774$$

7.-Tras un test de cultura general se observa que las puntuaciones obtenidas siguen una distribución una distribución N(65, 18). Se desea clasificar a los examinados en tres grupos (de baja cultura general, de cultura general aceptable, de excelente cultura general) de modo que hay en el primero un 20% la población, un 65% el segundo y un

15% en el tercero. ¿Cuáles han de ser las puntuaciones que marcan el paso de un grupo al otro?



$p(Z \le z_1) = 0.2$ $\quad$ $p(Z \le -z_1) = 0.8$

$-z_1 = 0.84$ $\quad$ $z = -0.84$

$\frac{X_1 - 65}{18} = -0.84$ $\quad$ $X_1 = 49.88$

$p(Z \le z_2) = 0.2$ $\quad$ $z_2 = 1.04$

$\frac{X_2 - 65}{18} = 1.04$ $\quad$ $X_2 = 83.72$

Baja cultura hasta 49 puntos.

Cultura aceptable entre 50 y 83.

Excelente cultura a partir de 84 puntos.

8.- En una población de 2500 individuos ¿cuántos individuos se esperan que tengan un coeficiente superior a 125?

$$p(X > 125) = p\left(Z > \frac{125-100}{15}\right) = p(Z > 1.67) =$$

$$= 1 - p(Z < 1.67) = 1 - 0.9525 = 0.0475 \cdot 2500 = 119$$

9.-Varios test de funcionamiento de luces iónicas dieron un registro que sigue una ley normal con media 100 (ilumina el 100% previsto) y desviación típica 15.

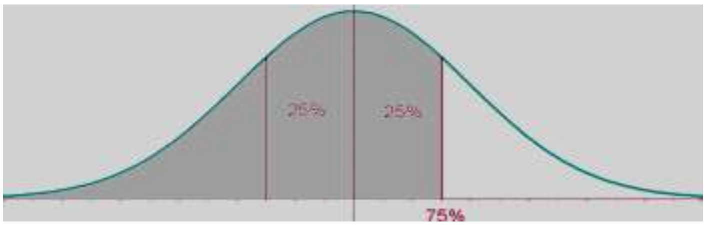
1Determinar el porcentaje de luces que obtendría un coeficiente entre 95 y 110

$$p(95 < X \le 110) = p\left(\frac{95-100}{15} < Z \le \frac{110-100}{15}\right) =$$

$$= p(0.33 < Z \le 0.67) = p(Z \le 0.67) - \left[1 - p(Z \le 0.33)\right] =$$

$$= 0.7486 - (1 - 0.6293) = 0.3779$$

2¿Qué intervalo centrado en 100 contiene al 50% de las luces registradas ?



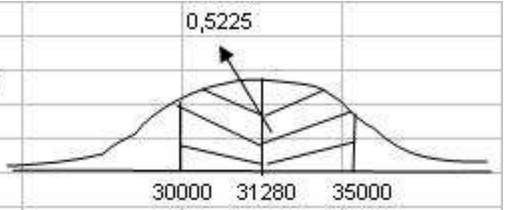
$p = 0.75$ $z = 0.675$ $\boxed{(90,\ 110)}$

$\frac{x-100}{15} = 0.675$ $x = 110$

10.- En la primavera de 2000 el salario inicial medio de los recién egresados de la escuela era $ 31280. Supóngase que los salarios iniciales siguen una distribución normal con desviación estándar $3300. Que porcentaje de los egresados tiene un salario inicial medio.

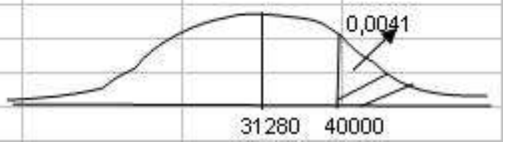
a) entre $ 30000 y $35000?

u = 31280
6 = 3300
Z = x - u / 6
Z = 30000 - 31280 / 3300
Z = -1280 / 3300 = -0,39 → 0,1517
Z = 35000 - 31280 / 3300
Z = 3720 / 3300 = 1,13 → 0,3708
AP = 0,1517 + 0,3708 = 0,5225



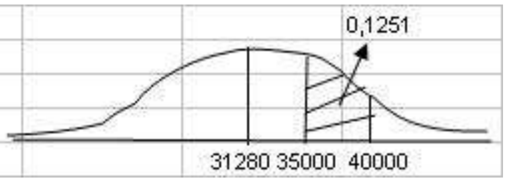
b) Superior a $40000?

Z = x - u / 6
Z = 40000 - 31280 / 3300
Z = 8720 / 3300 = 2,64 → 0,4959
AP = 0,5 - 0,4959 = 0,0041



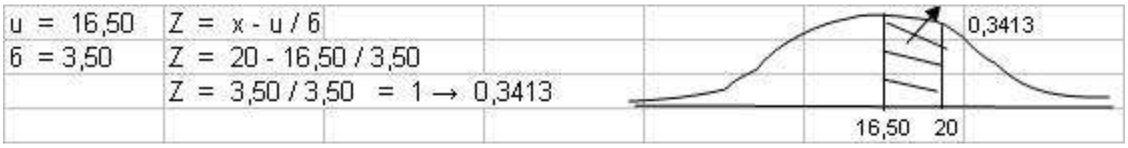
c) entre $35000 y $40000?

A1 = 0,3708
A2 = 0,4959
AP = 0,4959 - 0,3708
AP = 0,1251

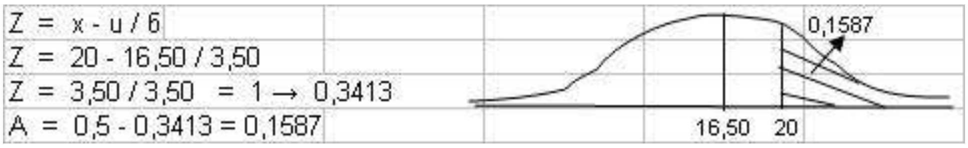


11.-Un estudio reciente de los sueldos por hora del personal de mantenimiento en aerolíneas importantes mostró que el salario medio por hora era $16,50 (dólares), con una desviación estándar de $3,50. Si se selecciona al azar un elemento de la tripulación, cuál es la probabilidad de que gane:

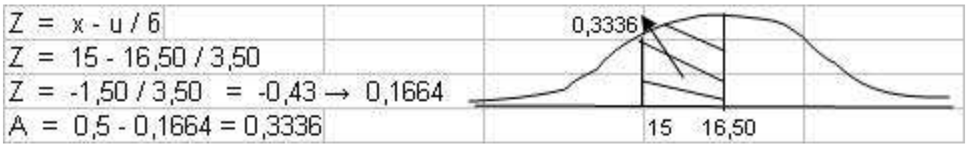
a) entre \$16,50 y \$20,00 por hora?



b) Más de \$20,00 por hora?



c) Menos de \$15,00 por hora?



12.-En un examen tipo test de 200 preguntas de elección múltiple, cada pregunta tiene una respuesta correcta y una incorrecta. Se aprueba si se contesta a más de 110 respuestas correctas. Suponiendo que se contesta al azar, calcular la probabilidad de aprobar el examen

$n = 200 \qquad p = 0.5 \qquad q = 0.5$

$n \cdot p > 5 \qquad n \cdot q > 5$

$$B(200, 0.5) \rightarrow N\left(200 \cdot 0.5,\ \sqrt{200 \cdot 0.5 \cdot 0.5}\right) = N(100,\ 7.07)$$

$$p(X > 110) = p\left(Z > \frac{110-100}{7.07}\right) = p(Z > 1.41) =$$

$$= 1 - p(Z < 1.41) = 1 - 0.92073 = 0.07927$$

13.- Un estudio ha mostrado que, en un cierto barrio, el 60% de los hogares tienen al menos dos televisores Se elige al azar una muestra de 50 hogares en el citado barrio. Se pide:

1¿Cuál es la probabilidad de que al menos 20 de los citados hogares tengan cuando menos dos televisores?

$n = 50 \qquad p = 0.6 \qquad q = 0.4$

$n \cdot p > 5 \qquad n \cdot q > 5$

$$B(50,0.6) \rightarrow N\left(50 \cdot 0.6, \sqrt{50 \cdot 0.6 \cdot 0.4}\right) = N(30, 3.46)$$

$$p(X > 20) = p\left(Z > \frac{20-30}{3.46}\right) =$$

$$p(Z > -2.89) = p(Z \leq 2.89) = 0.9981$$

2¿Cuál es la probabilidad de que entre 35 y 40 hogares tengan cuando menos dos televisores?

$$p(35 < X \leq 40) = p\left(\frac{35-30}{3.46} < Z \leq \frac{40-30}{3.46}\right) =$$

$$= 0.9981 - 0.9265 = 0.0716$$

15.-En una ciudad una de cada tres familias posee teléfono. Si se eligen al azar 90 familias, calcular la probabilidad de que entre ellas haya por lo menos 30 tengan teléfono.

$$n = 90 \qquad p = \frac{1}{3} \qquad q = \frac{2}{3}$$

$$n \cdot p > 5 \qquad n \cdot q > 5$$

$$B\left(90, \frac{1}{3}\right) \rightarrow N\left(90 \cdot \frac{1}{3}, \sqrt{90 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3}}\right) = N(30,\ 4.47)$$

$$p(X > 30) = p\left(Z > \frac{30-30}{4.47}\right) = p(Z > 0) = 1 - p(Z \leq 0) = 0.5$$

Podemos entonces decir calculando probabilidades de experimentos Binomiales de una forma muy aproximada con la distribución Normal, esto puede llevarse a cabo si *n*∞→ y *p* = p(éxito) no es muy cercana a *0 y 1*, o cuando *n* es pequeño y *p* tiene un valor muy cercano a ½ ; esto es,

$$P(x,n,p) = {}_nC_x p^x q^{n-x} \cong p\left(z = \frac{x-np}{\sqrt{npq}}\right)$$

Donde:

x = variable de tipo discreto; solo toma valores enteros

μ = *np* = media de la distribución Binomial

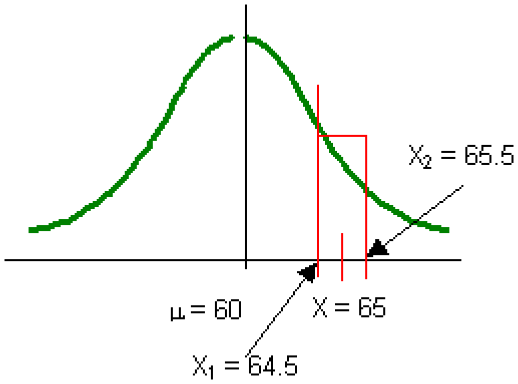
σ = $\sqrt{npq}$ = desviación estándar de la distribución Binomial

Cuando ocurren las condiciones anteriores, la gráfica de la distribución Binomial, es muy parecida a la distribución Normal, por lo que es adecuado calcular probabilidades con la Normal en lugar de con la Binomial y de una forma más rápida.En resumen, se utiliza la aproximación Normal para evaluar probabilidades Binomiales siempre que *p* no esté cercano a *0 o 1*. La aproximación es excelente cuando *n* es grande y bastante buena para valores pequeños de *n* si *p* está razonablemente cercana a ½. Una posible guía para determinar cuando puede utilizarse la aproximación Normal es tener en cuenta el cálculo de *np* y *nq*. Sí ambos, *np y nq* son *mayores o iguales a 5*, la aproximación será buena.Antes de empezar a resolver problemas con la aproximación Normal, es bueno aclarar que se están evaluando probabilidades asociadas a una variable discreta x, con una distribución que evalúa variables de tipo continuo como es la Normal,

Por lo que z sufre un pequeño cambio como se muestra a continuación:

$$z = \frac{(x \pm 1/2) - \mu}{\sigma}$$

¿Porqué vamos a sumar o a restar ½ a x? Este es un factor de corrección debido a que se está evaluando una variable discreta con una distribución continua, por lo que hay que delimitar claramente desde que punto se va a evaluar la variable, dicho de otra forma, en que límite de la barra (inferior o superior) nos debemos posicionar para determinar la probabilidad requerida, cada barra de probabilidad a evaluar tiene como base la unidad, ese es el porqué del ± ½.



16.-La probabilidad de que un paciente se recupere de una rara enfermedad de la sangre es de 0.4. Si se sabe que 100 personas han contraído esta enfermedad, ¿Cuál es la probabilidad de que: a) al menos 30 sobrevivan?, b) más de 46 sobrevivan?, c) menos de 50 no sobrevivan?

a)

n = 100

p = p(paciente se recupere) = 0.40

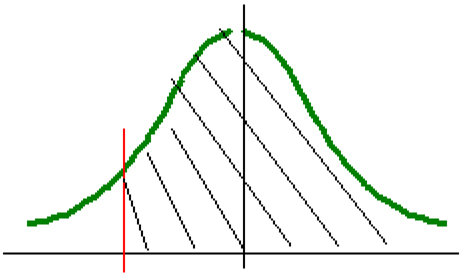
q = p(paciente no se recupere) = 1 – p = 1 – 0.40 = 0.60

$\mu = np = (100)(0.40) = 40$ pacientes se recuperen

$\sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{100(0.40)(0.60)} = 4.899$ pacientes que se recuperan

x = variable que nos define el número de pacientes que se recuperan

x = 0, 1, 2,....,100 pacientes que se recuperan



X = 29.5

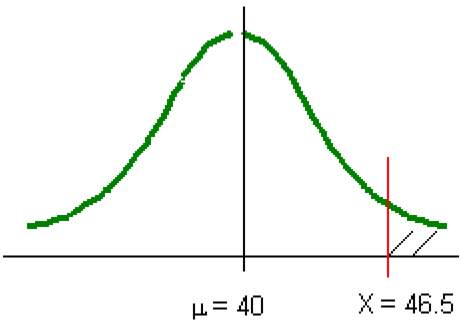
μ= 40

$$z = \frac{(x - 1/2) - \mu}{\sigma} = \frac{(30 - 1/2) - 40}{4.899} = \frac{29.5 - 40}{4.899} = -2.1433 \cong -2.14$$

p(z = -2.14) =0.4838

p(x $\geq$ 30) = p(z = -2.14) +0.5 = 0.4838 + 0.5 = 0.9838

a)



$$z = \frac{(x + 1/2) - 40}{4.899} = \frac{(46 + 1/2) - 40}{4.899} = \frac{46.5 - 40}{4.899} = 1.33$$

p(z = 1.33) = 0.4082

p(x > 46) = 0.5 – p(z = 1.33) = 0.5 – 0.4082 = 0.0918

b) n = 100

p = p(paciente no sobreviva) = 0.60

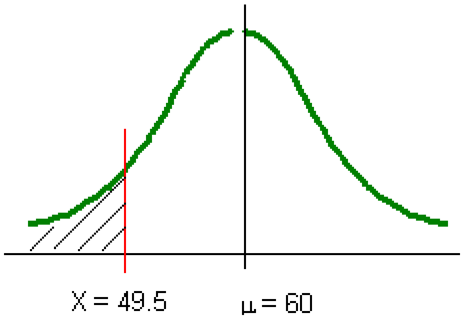
q = p(paciente sobreviva) = 1 – p = 0.40

$\mu = np = (100)(0.60) = 60$ pacientes que no se recuperan

$\sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{100(0.60)(0.40)} = 4.899$ pacientes que no se recuperan

x = variable que nos define el número de pacientes que no sobreviven

x = 0, 1, 2, ...,100



$$z = \frac{(50 - 1/2) - 60}{4.899} = \frac{49.5 - 60}{4.899} = -2.14$$

p(z = -2.14) = 0.4838

p(x < 50) = 0.5 – p(z = -2.14) = 0.5 – 0.4838 = 0.0162

17.- Una prueba de opción múltiple tiene 200 preguntas, cada una con 4 posibles respuestas, de las cuáles solo una es la correcta ¿cuál es la probabilidad de que al azar se den de 25 a 30 respuestas correctas para 80 de las 200 preguntas acerca de los cuales el estudiante no tiene conocimientos?

n = 80

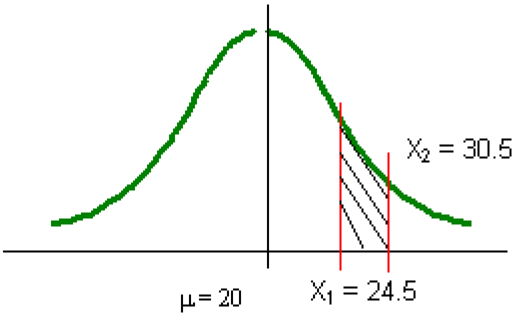
p = p(dar una contestación correcta) = 0.25

q = p(dar una contestación incorrecta) = 1 – p = 0.75

$\mu = np = 80x0.25 = 20$ preguntas contestadas correctamente

$\sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{(80)(0.25)0.75)} = 3.8729$ preguntas contestadas correctamente

x = número de preguntas que son contestadas correctamente = 0, 1, 2,...,80



$$z_1 = \frac{(x_1 - 1/2) - \mu}{\sigma} = \frac{(25 - 1/2) - 20}{3.8729} = 1.1619 \cong 1.16$$, $p(z_1 = 1.16) = 0.377$

$$z_2 = \frac{(x_2 + 1/2) - \mu}{\sigma} = \frac{(30 + 1/2) - 20}{3.8729} = 2.7111 \cong 2.71$$, $p(z_2 = 2.71) = 0.4966$

$p(25 \leq x \geq 30) = p(z_2) - p(z_1) = 0.4966 - 0.377 = 0.1196$

18.-Si 35% de los productos manufacturados en cierta línea de producción es defectuoso, ¿cuál es la probabilidad de que entre los siguientes 1000 productos manufacturados en esa línea a) menos de 354 productos sean defectuosos?, b) entre 342 y 364 productos sean defectuosos?, c)exactamente 354 productos sean defectuosos?

Solución:

a)n = 1000

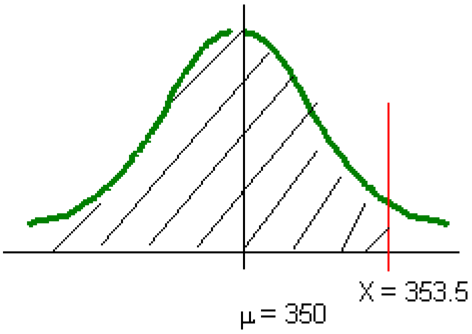
p = p(un producto sea defectuoso) = 0.35

q = p(un producto no sea defectuoso) = 1- p = 0.65

$\mu = np = 1000(0.35) = 350$ productos defectuosos

$\sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{(1000)(0.35(0.65)} =$ 15.0831 productos defectuosos

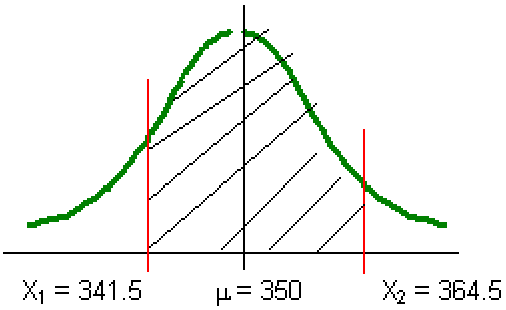
x = número de productos defectuosos que se manufacturan en la línea = 0, 1, 2,..., 1000



$$z = \frac{(354 - 1/2) - \mu}{\sigma} = \frac{(354 - 1/2) - 350}{15.0831} = 0.2320 \cong 0.23$$, p(z = 0.23) = 0.091

p(x< 354) = 0.5 + p(z = 0.23) = 0.5 + 0.091 = 0.5091

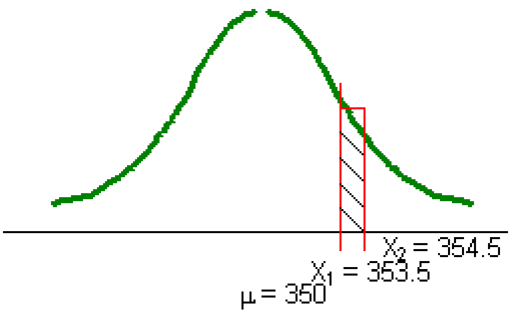
b)



$$z_1 = \frac{(342 - 1/2) - 350}{15.0831} = -0.5635 \cong -0.56$$, p(z1= - 0.56) = 0.2123

$$z_2 = \frac{(364 + 1/2) - \mu}{\sigma} = \frac{(364 + 1/2) - 350}{15.0831} = 0.9613$$ $\cong$ 0.96, p(z2= 0.96) = 0.3315

p(342 $\leq$ x $\geq$ 364) = p(z1) + p(z2) = 0.2123 + 0.3315 = 0.5438



c)

$$z_1 = \frac{(354 - 1/2) - \mu}{\sigma} = \frac{(354 - 1/2) - 350}{15.0831} = 0.2320$$ $\cong$ 0.23, p(z1 = 0.23) = 0.091

$$z_2 = \frac{(354 + 1/2) - \mu}{\sigma} = \frac{(354 + 1/2) - 350}{15.0831} = 0.2983 \cong 0.30$$, p(z2= 0.30) = 0.1179

p(x = 354) = p(z2) - p(z1) = 0.1179 – 0.091 = 0.0269

19.- Con carácter general, o al menos en los modelos de probabilidad clásicos, se admite una aproximación aceptable al modelo normal siempre que **n** sea mayor o igual que **30**, a pesar de que esta cifra es insuficiente en determinados casos y excesiva en otros; por lo que debemos ser cautelosos en su aplicación. El Teorema Central del Límite establece que la suma de n variables aleatorias independientes de varianza finita e idéntica distribución tiende a la **distribución normal** cuando n tiende a infinito.El Teorema Central del Límite, **permite calcular razonablemente bien las probabilidades de variables que siguen una distribución de Poisson**, siempre que el tamaño de muestra sea suficientemente grande, lo cual equivale a que se cumpla que $np(1-p)\geq 9$ o que $\lambda\geq 9$, respectivamente.

Anteriormente se ha indicado que:

$$\mathrm{P}\,(n\lambda) \xrightarrow{\mathrm{L}} N\left(n\lambda, \sqrt{n\lambda}\right)$$

Aunque para *n* finito las distribuciones de Poisson y Normal no coinciden, es posible *aproximar* la primera por la segunda, de acuerdo a la regla siguiente:

λ ≥ 10	aproximar a la Normal de media λ, varianza λ
λ < 10	no aproximar, calcular con la variable original

Una variable Poisson ***Ps(λ)*** se aproxima a una normal *N(*μ*,* σ), mediante la siguiente expresión:***Ps(λ) N(λ, √λ)*** .De donde se deduce que una distribución de Poisson cuando λ tiende a infinito converge a una normal con media λ y desviación típica raíz de λ

20 .-En un proceso de fabricación de productos para la industria informática se producen en promedio 2 defectos por minuto. Calcular la aproximadamente la probabilidad de que en una hora se produzcan más de 150 defectos.

X Número defectos por minuto sigue una distribución de Poisson de parámetro λ=2.

En consecuencia, Y Número de defectos por hora sigue una distribución de Poisson de parámetro λ hora=60*2=120.

Consideramos cada uno de los defectos por minuto como variables independientes, con lo cual podemos aplicar el Teorema Central del Límite y aproximarla a una distribución normal, pues se cumple que λ ≥ 9.

Y~ Número de defectos por hora sigue una distribución de Ps(λhora120) ~N(E(X), σ(X)), donde E(X) y σ(X) son la esperanza y la desviación típica de la de Poisson.

E(X)= λhora=120 σ^2(X)= λhora=120

P(y>150)=P(N(0,1)>(200-120)/10,95 = P(N(0,1)>2,74= 0,0031