APUNTE N°2.
Ecuación de la Recta

Dos problemas fundamentales de la Geometría Analítica

1. Dada una ecuación interpretarla geométricamente, es decir, construir la gráfica correpondiente.

2. Dada una figura geométrica o la condición que deben cumplir los puntos de la misma, determinar su ecuación.

Estos dos problemas son inversos, son dos proposiciones recíprocas.

Definición 1 *Lugar Geométrico*

El conjunto de los puntos, y solamente de aquellos puntos cuyas coordenadas satisfagan una ecuación $f(x, y) = 0$, se llama gráfica de la ecuación o, bien, su lugar geométrico

Definición 2 *Curva*

Una curva es el lugar geométrico de todos aquellos puntos, y solamente de aquellos puntos, que satisfacen una o más condiciones geométricas dadas.

Propiedad 1

La razón llamada $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ para dos puntos $P(x_1, y_1)$ y $Q(x_2, y_2)$ de una recta L es un valor constante, es decir, para cualquier par de punto en la recta L dicha razón es exactamente la misma.

Definición 3 *Pendiente*

El número $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$, $x_1 \neq x_2$ se llama pendiente de la recta L.
De la geometría euclidiana construida sobre una base axiomática, sabemos que la recta es un término primitivo, ahora se aceptará una definición basada en el concepto de pendiente.

Definición 4 *Linea Recta*

Llamamos linea recta al lugar geométrico de los puntos tales que tomados dos puntos diferentes cualesquiera $P_1(x_1, y_1)$ y $P_2(x_2, y_2)$ del lugar, el valor de la pendiente m calculado por medio de la fórmula $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$, $x_1 \neq x_2$ resulta siempre constante.

0.1. Ecuación de la Recta

Sea L una recta de pendiente m y que pasa por el punto $A(x_1, y_1)$,entonces un punto $P(x, y)$ es un punto de la recta L sis se cumple que $m = \frac{y - y_1}{x - x_1}$. Ordenando los términos de esta expresión obtenemos la ecuación de la recta:

$$y - y_1 = m(x - x_1) \text{ llamada } \textbf{Ecuación Punto-Pendiente}$$

Ordenando de nuevo los términos, esta última expresión puede escribirse en la forma llamada **Forma principal** $y = mx + b$, donde m es la pendiente y b es la ordenada del punto $(0, b)$ donde la recta intersecta al eje Y.

Propiedad 2

1. Toda recta en el plano tiene una ecuación lineal de la forma: $Ax+By+C=0$ y recíprocamente toda ecuación de la forma $Ax+By+C=0$ es la ecuación de una recta del plano, llamada **Forma General**.

2. Si L es una recta del plano que pasa por los puntos $P_1(x_1,y_1)$ y $P_2(x_2,y_2)$ entonces su ecuación es de la forma

$$y-y_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1), \text{ donde } m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}.$$

   Ordenando obtenemos la forma $Ax+By+C=0$

3. Consideremos ahora una ecuación de la forma $Ax+By+C=0$ con $A\neq 0$ entonces basta con depejar y para obtener la ecuación principal $y=-\frac{A}{B}x-\frac{C}{B}$. Si comparamos con la forma principal tenemos que representa la ecuación de una recta con pendiente $m=-\frac{A}{B}$ y $b=-\frac{C}{B}$.

4. La ecuación que tiene la forma $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$ donde a y b son los interceptos con el eje X y el eje Y respectivamente es llamada la **Forma Simétrica** de la ecuación de la recta.

Definición 5 *Distancia de un Punto a una Recta*

La distancia desde un punto P a una recta L es la longitud del segmento perpendicular trazado desde el punto a la recta.

Si P es el punto dado: $P(x_0,y_0)$ y la recta L tiene ecuación general dada: $Ax+By+C=0$ entonces la distancia de P a L está dada por:

$$d=\frac{|Ax_0+By_0+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}$$