Facultad de Ingeniería
Departamento de Ciencias Matemáticas y Físicas

Algebra para la Computación : MAT1185
Guía de Trabajo N°03

ACTIVIDADES

1) Aplicar el principio de inducción para demostrar las siguientes propiedades válidas para todo $n \in \mathbb{N}$:

a) $1+2+3+...+n=\frac{n(n+1)}{2}$

b) $1+3+5+...+(2n-1)=n^2$

c) $1^2+2^2+3^2+...+n^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

d) $1+3+3^2+...+3^{n-1}=\frac{1}{2}(3^n-1)$

e) $1^3+2^3+3^3+...+n^3=[\frac{n(n+1)}{2}]^2$

f) $2+2^2+2^3+...+2^n=2(2^n-1)$

g) $\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+...+\frac{1}{2^n}=1-\frac{1}{2^n}$

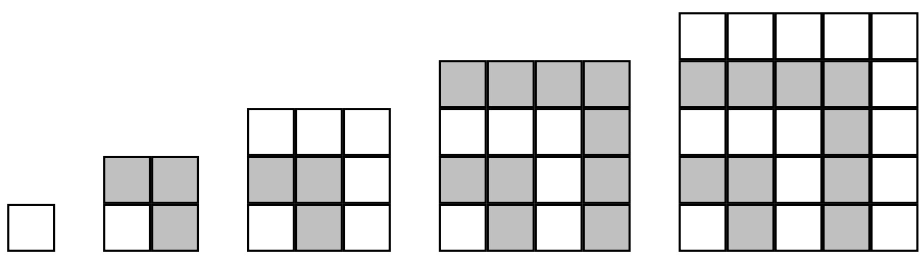
h) $2 \leq 2n$

i) n^2-n+2 es divisible por 2

j) $2^{2n}-1$ es múltiplo de 3

k) $1 \cdot 2+2 \cdot 3+3 \cdot 4+...+n(n+1)=\frac{1}{3}n(n+1)(n+2)$

2) La siguiente es una sucesión de cuadrados, donde cada uno (salvo el primero) se obtiene a partir del anterior sumándole una cierta cantidad de cuadraditos.



a) ¿Qué suma está representada en el primer cuadrado? ¿En el segundo? ¿En el tercero?
b) ¿Cuál es el resultado de la suma en cada caso anterior?
c) ¿Qué conclusión y qué fórmula general le sugiere lo observado en la pregunta anterior?
d) Demostrar que la fórmula obtenida es válida para todos los números naturales.

3) Demostrar que las propiedades siguientes son válidas para todo número natural n:

a) $3+4+5+...+(n+2)=\frac{1}{2}n(n+5)$

b) $2+5+8+...+(3n-1)=\frac{1}{2}n(3n+1)$

c) $3+5+7+...+(2n+1)=n(n+2)$

d) $1+5+9+...+(4n-3)=n(2n-1)$

e) n^3+2n es divisible por 3

f) $10^n+3 \cdot 4^{n+2}+5$ es divisible por 9

g) $2n \leq 2^n$

h) $(a-b)$ es factor de (a^n-b^n)