

Introdução às Derivadas com Exercícios Resolvidos

Luciano Cleberton

1. Conceitos Básicos das Derivadas

A derivada de uma função $f(x)$ mede a taxa de variação de $f(x)$ em relação à variável x .

Formalmente, a derivada de $f(x)$ em $x=a$ é:

$$f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} [f(a+h) - f(a)] / h$$

A derivada representa a inclinação da reta tangente à curva da função no ponto considerado.

2. Regras de Derivação

Para derivar funções, aplicamos várias regras importantes:

- Derivada de uma constante c : $d/dx (c) = 0$.
- Derivada de x^n : $d/dx (x^n) = n * x^{(n-1)}$.
- Regra do produto: $d/dx (u * v) = u' * v + u * v'$.
- Regra do quociente: $d/dx (u / v) = (u' * v - u * v') / v^2$.
- Regra da cadeia: $d/dx f(g(x)) = f'(g(x)) * g'(x)$.

3. Exemplos Práticos com Soluções

Exemplo 1: Derivada de $f(x) = x^3$.

Solução: Usando a regra de potência, temos $f'(x) = 3 * x^2$.

Exemplo 2: Derivada de $f(x) = 5x^2 - 4x + 3$.

Solução: Aplicando a regra de potência a cada termo, $f'(x) = 10x - 4$.

Exemplo 3: Derivada de $f(x) = (x^2 + 1)(x - 3)$.

Solução: Usando a regra do produto, temos:

$$f'(x) = (2x)(x - 3) + (x^2 + 1)(1) = 2x(x - 3) + (x^2 + 1).$$

4. Exercícios Resolvidos

Exercício 1: Calcule a derivada de $f(x) = x^4 - 3x^2 + 5x - 2$.

Solução: $f'(x) = 4x^3 - 6x + 5$.

Exercício 2: Encontre a derivada de $g(x) = (x^2 + 1)(3x - 4)$.

Solução: Aplicando a regra do produto, temos:

$$g'(x) = (2x)(3x - 4) + (x^2 + 1)(3) = 6x(x - 2) + 3(x^2 + 1).$$

Exercício 3: Calcule a derivada de $h(x) = \sin(2x^2 + 3)$ usando a regra da cadeia.

Solução: $h'(x) = \cos(2x^2 + 3) * 4x$.