

Derivadas em Cálculo 1

Luciano Cleberton

1. Introdução às Derivadas

A derivada é um conceito central em Cálculo que mede a taxa de variação de uma função em relação a uma variável. Formalmente,

a derivada de uma função $f(x)$ em um ponto $x=a$ é definida como o limite da razão incremental:

$$f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} [f(a+h) - f(a)] / h$$

Essa razão representa a variação da função em um intervalo infinitesimal e permite analisar como a função se comporta em relação a x .

2. Interpretação Geométrica

Geometricamente, a derivada de uma função em um ponto representa a inclinação da reta tangente ao gráfico da função nesse ponto.

Se a derivada é positiva, a função está crescendo naquele ponto; se negativa, a função está decrescendo.

Quando a derivada é zero, temos um ponto crítico, podendo ser um máximo, mínimo ou ponto de inflexão.

3. Regras de Derivação

Para calcular derivadas de funções, usamos algumas regras básicas:

- Derivada de uma constante: Se c é constante, então $d/dx (c) = 0$.

- Derivada de x^n : $d/dx (x^n) = n * x^{(n-1)}$.
- Regra do produto: $d/dx (u * v) = u' * v + u * v'$.
- Regra do quociente: $d/dx (u / v) = (u' * v - u * v') / v^2$.
- Regra da cadeia: $d/dx f(g(x)) = f'(g(x)) * g'(x)$.

4. Exemplos Práticos

Exemplo 1: Derivada de $f(x) = x^3$.

Usando a regra de potência, temos $f'(x) = 3 * x^2$.

Exemplo 2: Derivada de $f(x) = 5x^2 - 4x + 3$.

Aplicando a regra de potência a cada termo, obtemos $f'(x) = 10x - 4$.

Exemplo 3: Derivada de $f(x) = (x^2 + 1)(x - 3)$.

Usando a regra do produto, temos:

$$f'(x) = (2x)(x - 3) + (x^2 + 1)(1) = 2x(x - 3) + (x^2 + 1).$$

5. Aplicações das Derivadas

As derivadas têm várias aplicações, como:

- **Otimização**: Encontrar pontos de máximo e mínimo de uma função.
- **Taxas de Variação**: Cálculo de grandezas como velocidade e aceleração em física.
- **Análise Gráfica**: Determinação da concavidade de uma curva e dos pontos de inflexão.

Essas aplicações são amplamente usadas em ciências, engenharia e economia.