

Universidade Federal da Paraíba – Campus IV Centro de Ciências Aplicadas e Educação Introdução ao Computador

5 – Aritmética Binária

Professor: Alexandre Scaico alexandre@dcx.ufpb.br

Aritmética Binária

- Vamos ver como as 4 operações aritméticas(soma, subtração, multiplicação e divisão) ocorrem na base 2
 - Inicialmente iremos tratar de números inteiros, sem sinal (positivos) e sem limites de representação
 - Posteriormente iremos analisar números binários com sinal e com limites de representação (problema de overflow), e também os números reais

A soma binária é efetuada de forma semelhante a soma decimal, só que aqui temos apenas dois algarismos (0 e 1):

$$0_2 + 1_2 = 1_2$$

$$\blacksquare 1_2 + 0_2 = 1_2$$

$$\blacksquare 1_2 + 1_2 = 0_2$$
 e "vai 1_2 " = 10_2

+	12	02
12	102	12
02	12	02

"vai 1"
$$\rightarrow$$
 1 101₂ + 100₂ 1001₂

110101₂ + 11110₂

Efetue as somas binárias a seguir:

$$1111_{2} + 110_{2} =$$

$$101011_{2} + 11100_{2} =$$

$$100_{2} + 101100_{2} =$$

$$101010_{2} + 11001100_{2} =$$

$$11100111_{2} + 110011101_{2} =$$

```
1111
1111<sub>2</sub>
+ 0110<sub>2</sub>
10101<sub>2</sub>
```

```
111
101011<sub>2</sub>
+ 011100<sub>2</sub>
1000111<sub>2</sub>
```

```
11
100<sub>2</sub>
+ 101100<sub>2</sub>
110000<sub>2</sub>
```

```
1
101010<sub>2</sub>
+ 11001100<sub>2</sub>
11110110<sub>2</sub>
```

```
11111111
11100111<sub>2</sub>
+ 110011101<sub>2</sub>
1010000100<sub>2</sub>
```

Efetue as somas binárias a seguir:

$$1111_{2} + 110_{2} = 10101_{2}$$

$$101011_{2} + 11100_{2} = 1000111_{2}$$

$$100_{2} + 101100_{2} = 110000_{2}$$

$$101010_{2} + 11001100_{2} = 11110110_{2}$$

$$11100111_{2} + 110011101_{2} = 1010000100_{2}$$

A subtração binária é efetuada de forma semelhante a subtração decimal só que aqui temos apenas dois algarismos (0 e 1):

$$\blacksquare 1_2 - 0_2 = 1_2$$

$$\mathbf{1}_{2} \ 1_{2} = 0_{2}$$

_	12	02
12	02	12
02	Não existe	02

- 0_2 1_2 = 1_2 só se for possível "pedir 1" emprestado de algum algarismo mais a direita igual a 1 no minuendo
 - Se nisso não for possível então essa subtração não é possível

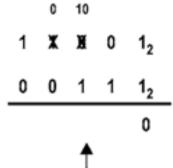
- O funcionamento do "empresta 1" é similar ao da subtração decimal incrementando em uma potência da base o algarismo a esquerda
 - Se subtrai 1 do algarismo que está emprestando e se soma uma potência de base ao que está recebendo
 - Decimal → 9 com o empréstimo vira 19 (soma 10 ao número, que equivale a aumentar uma potência da base)
 - $\blacksquare 10 + 9 = 19$
 - Binário $\rightarrow 0_2$ com o empréstimo vira 10_2 (soma 10_2 o decimal 2 ao número, que equivale a aumentar uma potência da base)

$$0_2 + 10_2 = 10_2$$

Primeiro passo

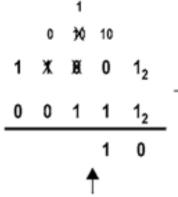
1 1 0 0 1₂ 0 0 1 1 1₂ 0

Segundo passo



O digito à esquerda é 0₂, portanto é necessário procurar mais à esquerda até encontrar o primeiro digito 1₂. Então os empréstimos vão sendo realizados.

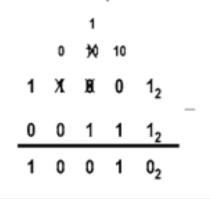
Terceiro passo



Quando o 10₂ empresta 1₂ para o número à direita, ele se torna 1₂ (10₂ - 1₂).

Quarto passo

Quinto passo



Efetue as subtrações binárias a seguir:

$$1111_2 - 110_2 =$$

$$10011_2 - 1010_2 =$$

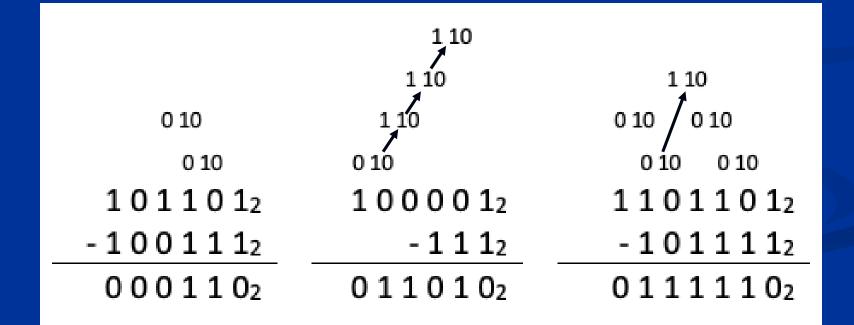
$$1010_2 - 101_2 =$$

$$1100_2 - 101_2 =$$

$$101101_2 - 100111_2 =$$

$$100001_2 - 111_2 =$$

$$1101101_2 - 1011111_2 =$$



Efetue as subtrações binárias a seguir:

$$1111_2 - 110_2 = 1001_2$$

$$10011_2 - 1010_2 = 1001_2$$

$$1010_2 - 101_2 = 101_2$$

$$1100_2 - 101_2 = 111_2$$

$$101101_2 - 100111_2 = 110_2$$

$$100001_2 - 111_2 = 11010_2$$

$$1101101_2 - 1011111_2 = 1111110_2$$

A multiplicação binária é efetuada de forma semelhante a multiplicação decimal só que aqui temos apenas dois algarismos (0 e 1):

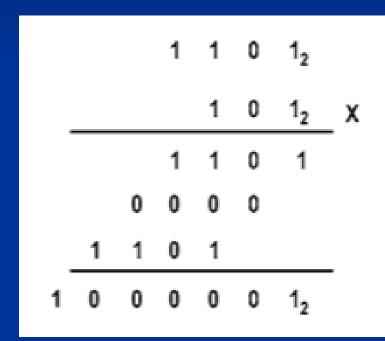
$$0_2 \times 0_2 = 0_2$$

$$0_2 \times 1_2 = 0_2$$

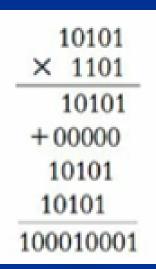
$$\blacksquare 1_2 \times 0_2 = 0_2$$

$$\blacksquare 1_2 \times 1_2 = 1_2$$

Х	12	02
12	12	02
02	02	02



$$\begin{array}{r}
110 \\
\times 101 \\
\hline
110 \\
000 \\
110 \\
\hline
11110
\end{array}$$



Efetue as multiplicações binárias a seguir:

$$1011_{2} \times 110_{2} =$$

$$101011_{2} \times 101_{2} =$$

$$10101_{2} \times 1011_{2} =$$

$$101010_{2} \times 1001_{2} =$$

$$11100111_{2} \times 11010_{2} =$$

10112	1010112		101012
x 0110 ₂	x 101 ₂		x 1011 ₂
0000	101011		10101
1011	000000		10101
1011	+ 101011		00000
+ 0000	110101112	+	10101
10000102			111001112

1010102	111001112
x 1001 ₂	x 11010 ₂
101010	00000000
000000	11100111
000000	00000000
+ 101010	11100111
1011110102	+ 11100111
	10111011101102

Efetue as multiplicações binárias a seguir:

$$1011_{2} \times 110_{2} = 1000010_{2}$$

$$101011_{2} \times 101_{2} = 110101111_{2}$$

$$10101_{2} \times 1011_{2} = 111001111_{2}$$

$$101010_{2} \times 1001_{2} = 101111010_{2}$$

$$11100111_{2} \times 11010_{2} = 10111101110110_{2}$$

A divisão binária é efetuada de forma semelhante a divisão decimal só que aqui temos apenas dois algarismos (0 e 1)

Efetue as divisões binárias a seguir:

$$10001_{2} / 11_{2} = {}_{2}$$

$$10011_{2} / 10_{2} = {}_{2}$$

$$101011_{2} / 101_{2} = {}_{2}$$

$$101011_{2} / 110_{2} = {}_{2}$$

$$1110101_{2} / 10_{2} = {}_{2}$$

$$11101101110111_{2} / 1101_{2} = {}_{2}$$

100012	112	Resultado:	100112	102	Resultado:
- 11	101	1012	- 10	1001	10012
0101		com resto 10 ₂	00011		com resto 12
- 11			- 10		
010			01		

101011 ₂ - 101 000011	101 ₂	Resultado: 1000 ₂ com resto 11 ₂	101011 ₂ - 110 1001 - 110 0111 - 110	110 ₂ 111	Resultado: 111 ₂ com resto 1 ₂
			001	-	

11101012	102	Resultado:
- 10	111010	1110102
011		com resto 12
- 10		
010		
- 10		
0010		
- 10		
001		

11012	Resultado:
10010010011	100100100112
	com resto 02

Efetue as divisões binárias a seguir:

 $10001_2 / 11_2 = 101_2$ com resto 10_2 $10011_2 / 10_2 = 1001_2$ com resto 1_2 $101011_2 / 101_2 = 1000_2$ com resto 11_2 $101011_2 / 110_2 = 111_2$ com resto 1_2 $1110101_2 / 10_2 = 111010_2$ com resto 1_2 $11101101110111_2 / 1101_2 = 10010010011_2$ com resto 0_2

Exercícios

- Você pode encontrar exercícios sobre esse assunto no final dos seguintes capítulos dos livros
 - MARÇULA, M.: Informática: Conceitos e
 Aplicações. 4 edição, Editora Érica, 2013. (Disponível na biblioteca virtual)
 - Final do capítulo 1
 - MONTEIRO, M. A.: Introdução à Organização de Computadores. 5 edição, Editora LTC, 2010.
 (Disponível na biblioteca virtual)
 - Final do capítulo 3

Ferramenta de Apoio

- Calculadora Binária. Disponível em:
 - https://bit-calculator.com/pt/calculadora-binaria

Bibliografia

- MARÇULA, M.: Informática: Conceitos e Aplicações.
 5 edição, Editora Érica, 2019. (Disponível na biblioteca virtual)
 - Capítulo 1, Seção 1.6