Universidade Federal da Paraíba
Centro de Ciências Aplicadas à Educação
Departamento de Ciências Exatas

Disciplina: Cálculo I

Professora: Juliana Aragão

Curso: LCC

Funções

Funções - Definições

Uma **função** f é uma relação que associa a cada elemento x de um conjunto A, chamado **domínio**, um *único* elemento $f(x)$ (ou y) de um conjunto B, denominado **contradomínio**.

$$\begin{aligned} f: A &\to B \\ x &\mapsto f(x) \end{aligned}$$

- **Observação 1:**

f é o nome da função
$f(x)$ é o valor da função em x

Funções - Definições

Sejam A o domínio e B o contradomínio de uma função f, que associa a $x \in A$ um valor $y \in B$.

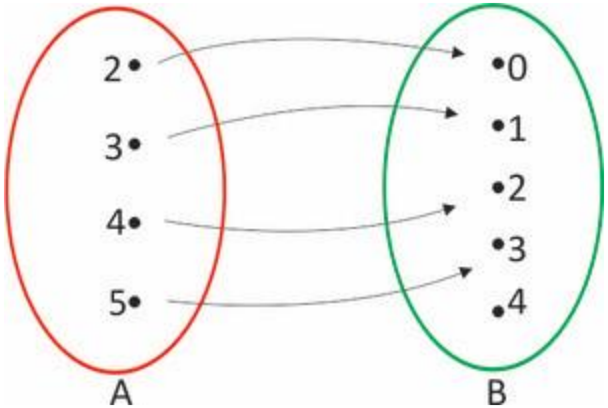
Neste caso,

- Todo elemento de A deve estar associado a um elemento de B.
- Nem todo elemento de B precisa estar associado a um elemento de A.

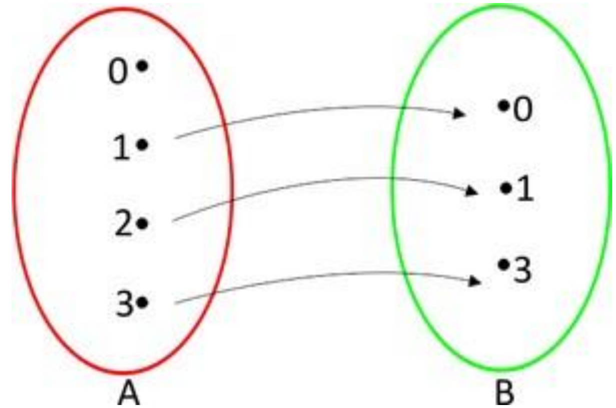
Funções - Definições

- Um elemento de A não pode estar associado a mais de um elemento de B.
- Um elemento de B pode estar associado a mais de um elemento de A.

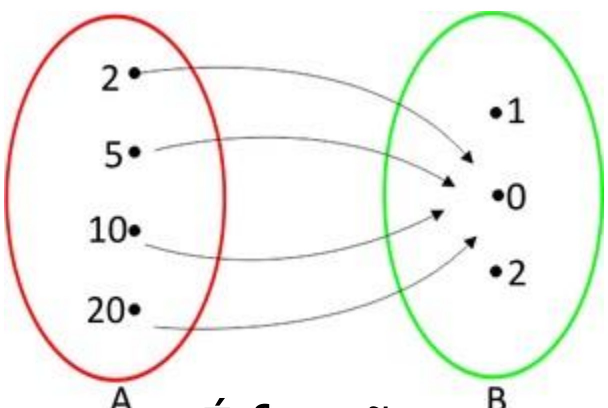
Funções - Exemplos



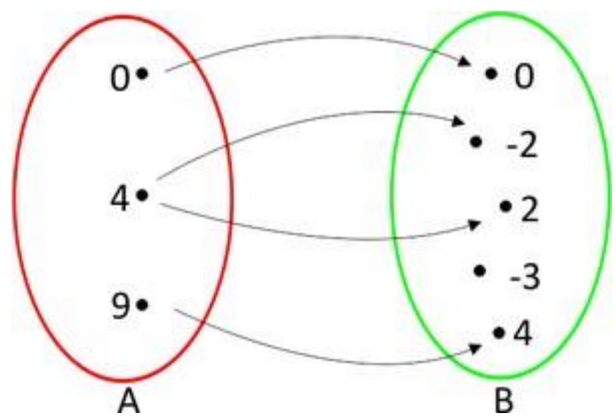
É função



Não é função



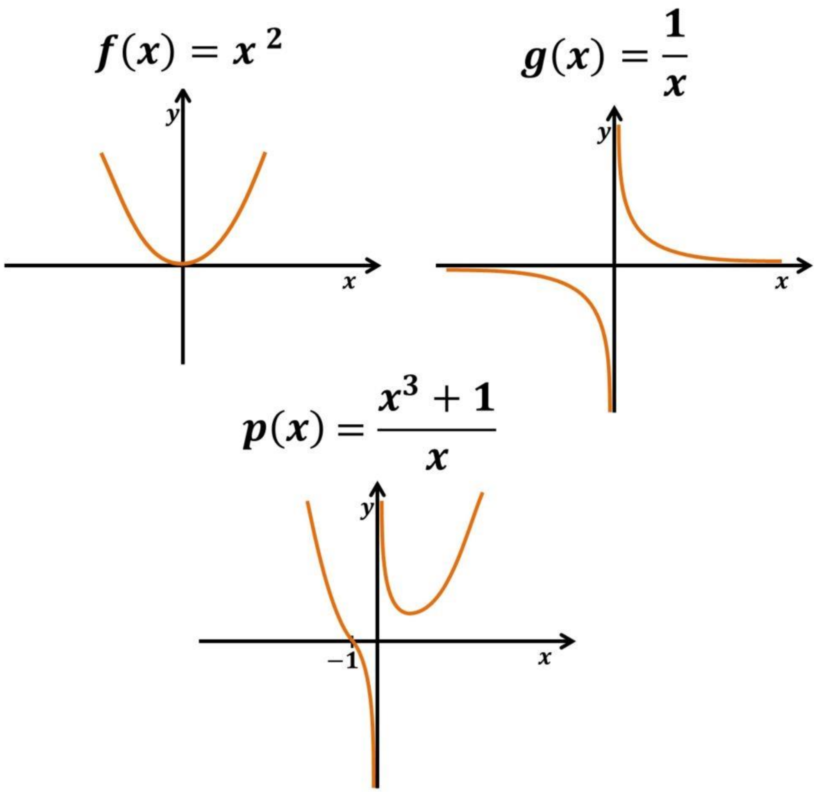
É função



Não é função

Funções - Definições

Há diferentes maneiras de se representar uma função. Sendo as mais comuns o gráfico da função ou a expressão algébrica da função.



Funções - Exemplos

Calcule $f(x)$ para os valores de x indicados:

1. $f(x) = -2(x+1)$,

   $f(-2), f(-1), f(0), f(1), f(a), f(a-1)$

2. $f(x) = 3(x-2)^2$,

   $f(-2), f(-1), f(0), f(1), f(a), f(a-1)$

3. $f(x) = \begin{cases} 2x - 7, se\ x < 2 \\ 3, se\ x \geq 2 \end{cases}$,

   $f(-2), f\left(-\frac{1}{2}\right), f(0), f(\sqrt{2}), f(3)$

Funções - Exercícios

Calcule o valor de cada função nos pontos indicados.

a) $h(x) = \frac{x+1}{x^2-2}, h(0), h(-2), h(1/_2), h(a), h(1-a)$

b) $g(w) = w - \frac{2}{w}, g(-1), g(1/_3), g(x), g(1/_x), g(2z)$

c) $f(y) = \frac{1}{1+\sqrt{y}}, f(0), f(4), f(1/_4), f(9x), f(x-1)$

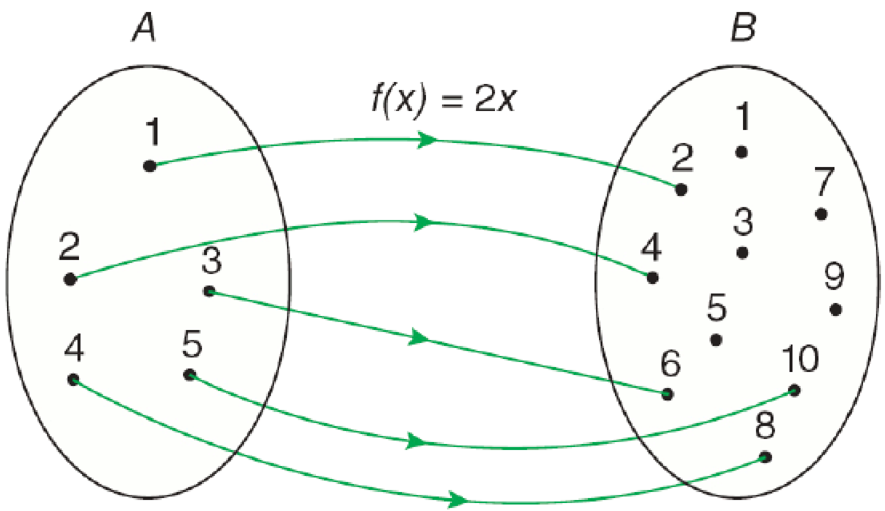
d) $f(x) = 3x + 4$, calcule $\frac{f(x)-f(2)}{x-2}$

e) $f(x) = x^2 - 3x$, calcule $\frac{f(x)-f(1)}{x-1}$

Funções - Definições

- **Definição2:** Dada uma função f, chama-se domínio da função ao conjunto de todos os valores de x para os quais f está definida.
- **Definição 3:** Chama-se imagem da função f, o conjunto formado por todos os valores de y que são imagem de algum valor de x. É um subconjunto do contradomínio, em alguns casos, eles podem ser iguais.

Funções - Definições



$$D(f) = \{1,2,3,4,5\}$$
$$Im(f) = \{2,4,6,8,10\}$$

Observe que a função $f(x) = 2x$ poderia ser calculada para qualquer $x \in \mathbb{R}$, entretanto, neste caso, ela está restrita ao conjunto A, logo o domínio da função é o conjunto A.

Funções - Definições

Para determinar o domínio de uma função f devemos verificar para quais valores de x podemos calcular $f(x)$, (existe alguma restrição algébrica?), e para quais valores de x faz sentido calcular $f(x)$, (a função f e a variável independente têm alguma interpretação física, ou geométrica, ou qualquer outra, que limite os valores da variável independente?).

Funções - Definições

1 - $f(x) = \pi x^2, x \in [0,1]$. Nesse caso $dom(f) = [0,1]$.

2- $f(x) = \pi x^2$ é a área de um círculo de raio x. Nesse caso $dom(f) = (0, +\infty)$.

3- $f(x) = \pi x^2$. Nesse caso $dom(f) = \mathbb{R}$.

Funções - Exemplos

1) Determine o domínio das funções a seguir:

a) $f(x) = 3x + 2$

b) $f(x) = \frac{1}{x-2}$

c) $f(x) = \sqrt{x+9}$

d) $f(x) = \sqrt{5-2x}$

e) $f(x) = \sqrt[3]{x-2}$

f) $f(x) = \frac{\sqrt{3-x}}{x+1}$

g) $f(x) = \frac{\sqrt{1-5x}}{x^2+4}$

h) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}-3}$

i) $f(x) = \sqrt{x-1} + \sqrt{5-x}$

j) $f(x) = \sqrt{x+1} + \sqrt{5-x}$

k) $f(x) = \sqrt{x-1} + \sqrt{5+x}$

l) $f(x) = \sqrt{x+1} + \sqrt{5+x}$