Universidade Federal da Paraíba
Centro de Ciências Aplicadas à Educação
Departamento de Ciências Exatas

Disciplina: Cálculo Diferencial e Integral

Professora: Juliana Aragão

Curso: Sistemas de Informação

Aula 5– Parte 4: Propriedades de Limites

Propriedades de Limites

Propriedades: Supondo que c seja uma constante e os limites

$$\lim_{x \to a} f(x) \text{ e } \lim_{x \to a} g(x)$$

existam, então:

1. $\lim\limits_{x \to a} [f(x) \pm g(x)] = \lim\limits_{x \to a} f(x) \pm \lim\limits_{x \to a} g(x)$

2. $\lim\limits_{x \to a} [cf(x)\,] = c \lim\limits_{x \to a} f(x)$

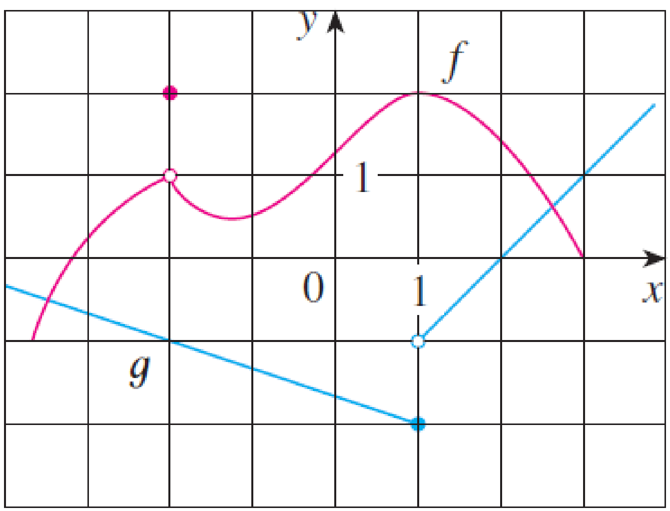
3. $\lim\limits_{x \to a} [f(x)g(x)] = \lim\limits_{x \to a} f(x) \cdot \lim\limits_{x \to a} g(x)$

4. $\lim\limits_{x \to a} \left[\frac{f(x)}{g(x)}\right] = \frac{\lim_{x \to a} f(x)}{\lim_{x \to a} g(x)}$, desde que $\lim\limits_{x \to a} g(x) \neq 0$

5. $\lim\limits_{x \to a} [f(x)]^n = \left[\lim\limits_{x \to a} f(x)\right]^n, n \in \mathbb{R}$**,** desde que $\left[\lim\limits_{x \to a} f(x)\right]^n$ exista

Propriedades de Limites

Exemplo 1: Calcule o valor dos limites a seguir, usando propriedades de limites e o gráfico abaixo.



$$\lim_{x \to -2} [f(x) + 5g(x)] \approx 1{,}4$$

$\lim_{x \to 1} [f(x)g(x)]$ não existe

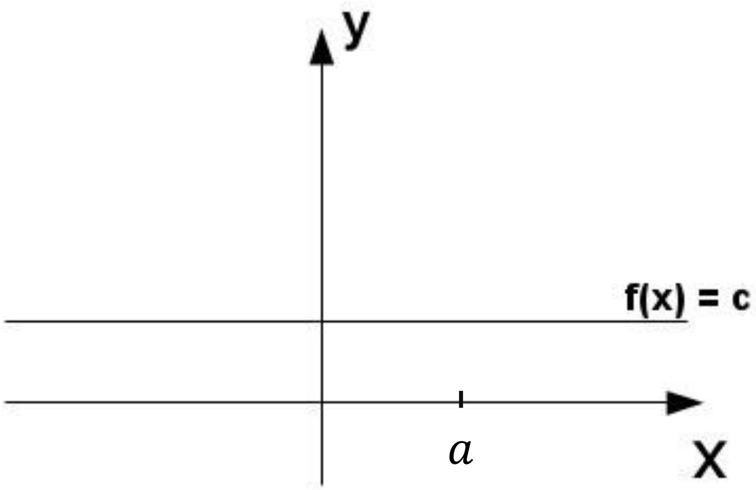
$\lim_{x \to 2} \left[\frac{f(x)}{g(x)}\right]$ não existe

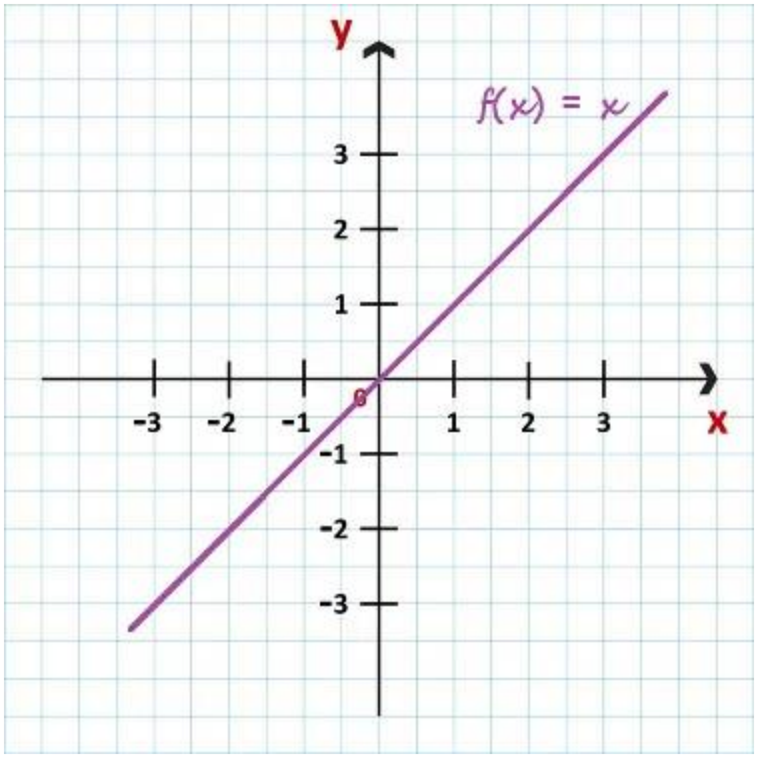
$$\lim_{x \to 1} [f(x)]^2 = 4$$

Propriedades de Limites

6. $\lim_{x \to a} c = c$

7. $\lim_{x \to a} x = a$





Propriedades de Limites

Exemplo 2: Calcule o valor dos limites a seguir justificando cada passagem.

a) $\lim_{x \to 5}(2x^2 - 3x + 4) = \lim_{x \to 5}(2x^2) - \lim_{x \to 5}(3x) + \lim_{x \to 5}(4) =$ (Prop. 1)

$= 2\lim_{x \to 5}(x^2) - 3\lim_{x \to 5}(x) + 4 =$ (Prop. 2 e 6)

$= 2\left(\lim_{x \to 5} x\right)^2 - 3 \cdot 5 + 4 =$ (Prop. 5 e 7)

$= 2(5)^2 - 3 \cdot 5 + 4 = 39$ (Prop. 5)

Propriedades de Limites

b) $$\lim_{x\to -2}\left(\frac{x^3+2x^2-1}{5-3x}\right) = \frac{\lim_{x\to -2}\left(x^3+2x^2-1\right)}{\lim_{x\to -2}(5-3x)}$$ (Prop. 4)

$$= \frac{\lim_{x\to -2}\left(x^3\right)+\lim_{x\to -2}\left(2x^2\right)-\lim_{x\to -2}(1)}{\lim_{x\to -2}(5)-\lim_{x\to -2}(3x)}$$ (Prop. 1)

$$= \frac{\lim_{x\to -2}\left(x^3\right)+2\lim_{x\to -2}\left(x^2\right)-1}{5-3\lim_{x\to -2}(x)}$$ (Prop. 2 e 6)

$$= \frac{\left(\lim_{x\to -2}(x)\right)^3+2\left(\lim_{x\to -2}(x)\right)^2-1}{5-3\lim_{x\to -2}(x)}$$ (Prop. 5)

$$= \frac{(-2)^3+2(-2)^2-1}{5-3(-2)} = \frac{-1}{11}$$ (Prop. 7)

Propriedades de Limites

Teorema 1: Se f for uma função polinomial ou racional e a estiver no domínio de f, então

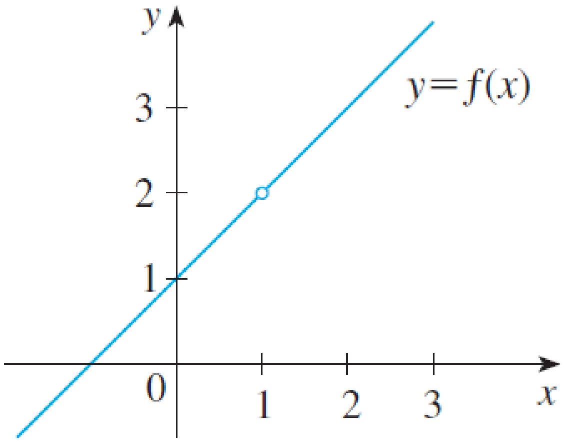
$$\lim_{x \to a} f(x) = f(a)$$

Teorema 2: Se $f(x) = g(x)$ quando $x \neq a$, então $\lim_{x \to a} f(x) = \lim_{x \to a} g(x)$, desde que o limite exista.

Propriedades de Limites

Exemplo 1: Calcule o valor do limite.

$$\lim_{x \to 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1}$$



Propriedades de Limites

Exemplo 2: Calcule o valor do limite.

$$\lim_{h \to 0} \frac{(3+h)^2 - 9}{h}$$

Propriedades de Limites

Exemplo 3: Calcule o valor do limite.

$$\lim_{t \to 0} \frac{\sqrt{t^2+9}-3}{t}$$

Propriedades de Limites

Exemplo 4: Calcule o valor do limite.

$$\lim_{t\to 0}\begin{cases} x+5, x<-3 \\ \sqrt{9-x^2}, -3\le x\le 3 \\ 3-x, x>3 \end{cases}$$