



Universidade Federal da Paraíba – Campus IV
Centro de Ciências Aplicadas e Educação
Introdução ao Computador

5 – Aritmética Binária

Professor: **Alexandre Scaico**

alexandre@dcx.ufpb.br

Aritmética Binária

- Vamos ver como as 4 operações aritméticas (soma, subtração, multiplicação e divisão) ocorrem na base 2
 - Inicialmente iremos tratar de números inteiros, sem sinal (positivos) e sem limites de representação
 - Posteriormente iremos analisar números binários com sinal e com limites de representação (problema de overflow), e também os números reais

Soma Binária

- A soma binária é efetuada de forma semelhante a soma decimal, só que aqui temos apenas dois algarismos (0 e 1):

- $0_2 + 0_2 = 0_2$
- $0_2 + 1_2 = 1_2$
- $1_2 + 0_2 = 1_2$
- $1_2 + 1_2 = 0_2$ e “vai 1_2 ” = 10_2

+	1_2	0_2
1_2	10_2	1_2
0_2	1_2	0_2

Soma Binária

"vai 1" \rightarrow 1

$$\begin{array}{r} 101_2 \\ + 100_2 \\ \hline 1001_2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 110101_2 \\ + 11110_2 \\ \hline \end{array}$$

Soma Binária

$$\begin{array}{r} 110101_2 \\ + 11110_2 \\ \hline 1 \end{array} \longrightarrow \begin{array}{r} 110101_2 \\ + 11110_2 \\ \hline 11 \end{array} \longrightarrow \begin{array}{r} 1 \\ 110101_2 \\ + 11110_2 \\ \hline 011 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ 110101_2 \\ + 11110_2 \\ \hline 0011 \end{array} \longrightarrow \begin{array}{r} 111 \\ 110101_2 \\ + 11110_2 \\ \hline 10011 \end{array} \longrightarrow \begin{array}{r} 1111 \\ 110101_2 \\ + 11110_2 \\ \hline 1010011_2 \end{array}$$

Soma Binária

- Efetue as somas binárias a seguir:

$$1111_2 + 110_2 =$$

$$101011_2 + 11100_2 =$$

$$100_2 + 101100_2 =$$

$$101010_2 + 11001100_2 =$$

$$11100111_2 + 110011101_2 =$$

Soma Binária

$$\begin{array}{r} 111 \\ 1111_2 \\ + 0110_2 \\ \hline 10101_2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 111 \\ 101011_2 \\ + 011100_2 \\ \hline 1000111_2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ 100_2 \\ + 101100_2 \\ \hline 110000_2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 101010_2 \\ + 11001100_2 \\ \hline 11110110_2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11111111 \\ 11100111_2 \\ + 110011101_2 \\ \hline 1010000100_2 \end{array}$$

Soma Binária

- Efetue as somas binárias a seguir:

$$1111_2 + 110_2 = 10101_2$$

$$101011_2 + 11100_2 = 1000111_2$$

$$100_2 + 101100_2 = 110000_2$$

$$101010_2 + 11001100_2 = 11110110_2$$

$$11100111_2 + 110011101_2 = 1010000100_2$$

Subtração Binária

- A subtração binária é efetuada de forma semelhante a subtração decimal só que aqui temos apenas dois algarismos (0 e 1):
 - $0_2 - 0_2 = 0_2$
 - $1_2 - 0_2 = 1_2$
 - $1_2 - 1_2 = 0_2$
 - $0_2 - 1_2 = 1_2$ só se for possível “pedir 1” emprestado de algum algarismo mais a direita igual a 1 no minuendo
 - Se nisso não for possível então essa subtração não é possível

–	1_2	0_2
1_2	0_2	1_2
0_2	Não existe	0_2

Subtração Binária

- O funcionamento do “empresta 1” é similar ao da subtração decimal incrementando em uma potência da base o algarismo a esquerda
 - Se subtrai 1 do algarismo que está emprestando e se soma uma potência de base ao que está recebendo
 - Decimal \rightarrow 9 com o empréstimo vira 19 (soma 10 ao número, que equivale a aumentar uma potência da base)
 - $10 + 9 = 19$
 - Binário \rightarrow 0_2 com o empréstimo vira 10_2 (soma 10_2 - o decimal 2 - ao número, que equivale a aumentar uma potência da base)
 - $0_2 + 10_2 = 10_2$

Subtração Binária

	0 1	0 15
1 5	1 5	1 5
- 8	- 8	- 8
<hr/>	<hr/>	<hr/>
	7	7

		0 1	0 10	0 10
1 0 1 ₂	1 0 1 ₂	1 0 1 ₂	1 0 1 ₂	1 0 1 ₂
- 1 1 ₂	- 1 1 ₂	- 1 1 ₂	- 1 1 ₂	- 1 1 ₂
<hr/>	<hr/>	<hr/>	<hr/>	<hr/>
	0 ₂	0 ₂	0 ₂	0 1 0 ₂

$\xrightarrow{\hspace{1cm}}$
 $\xrightarrow{\hspace{1cm}}$
 $\xrightarrow{\hspace{1cm}}$
 $\xrightarrow{\hspace{1cm}}$

Primeiro passo

$$\begin{array}{r} 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1_2 \\ - \\ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1_2 \\ \hline 0 \end{array}$$

Segundo passo

$$\begin{array}{r} 0 \ 10 \\ 1 \ \text{X} \ \text{X} \ 0 \ 1_2 \\ - \\ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1_2 \\ \hline 0 \end{array}$$

↑
O dígito à esquerda é 0_2 , portanto é necessário procurar mais à esquerda até encontrar o primeiro dígito 1_2 . Então os empréstimos vão sendo realizados.

Terceiro passo

$$\begin{array}{r} 1 \\ 0 \ \text{X} \ 10 \\ 1 \ \text{X} \ \text{X} \ 0 \ 1_2 \\ - \\ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1_2 \\ \hline 1 \ 0 \end{array}$$

↑
Quando o 10_2 empresta 1_2 para o número à direita, ele se torna 1_2 ($10_2 - 1_2$).

Quarto passo

$$\begin{array}{r} 1 \\ 0 \ \text{X} \ 10 \\ 1 \ \text{X} \ \text{X} \ 0 \ 1_2 \\ - \\ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1_2 \\ \hline 0 \ 1 \ 0 \end{array}$$

Quinto passo

$$\begin{array}{r} 1 \\ 0 \ \text{X} \ 10 \\ 1 \ \text{X} \ \text{X} \ 0 \ 1_2 \\ - \\ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1_2 \\ \hline 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0_2 \end{array}$$

Subtração Binária

- Efetue as subtrações binárias a seguir:

$$1111_2 - 110_2 =$$

$$10011_2 - 1010_2 =$$

$$1010_2 - 101_2 =$$

$$1100_2 - 101_2 =$$

$$101101_2 - 100111_2 =$$

$$100001_2 - 111_2 =$$

$$1101101_2 - 101111_2 =$$

	0 10	0 10 0 10	0 10 1 10 0 10 ↗
1 1 1 1 ₂	1 0 0 1 1 ₂	1 0 1 0 ₂	1 1 0 0 ₂
- 1 1 0 ₂	- 1 0 1 0 ₂	- 1 0 1 ₂	- 1 0 1 ₂
<hr/>	<hr/>	<hr/>	<hr/>
1 0 0 1 ₂	0 1 0 0 1 ₂	0 1 0 1 ₂	0 1 1 1 ₂

		1 10 1 10 ↗ 1 10 ↗ 0 10 ↗	1 10 0 10 ↗ 0 10
0 10			0 10 0 10
0 10			0 10 0 10
1 0 1 1 0 1 ₂	1 0 0 0 0 1 ₂		1 1 0 1 1 0 1 ₂
- 1 0 0 1 1 1 ₂	- 1 1 1 ₂		- 1 0 1 1 1 1 ₂
<hr/>	<hr/>	<hr/>	<hr/>
0 0 0 1 1 0 ₂	0 1 1 0 1 0 ₂		0 1 1 1 1 1 0 ₂

Subtração Binária

- Efetue as subtrações binárias a seguir:

$$1111_2 - 110_2 = 1001_2$$

$$10011_2 - 1010_2 = 1001_2$$

$$1010_2 - 101_2 = 101_2$$

$$1100_2 - 101_2 = 111_2$$

$$101101_2 - 100111_2 = 110_2$$

$$100001_2 - 111_2 = 11010_2$$

$$1101101_2 - 101111_2 = 111110_2$$

Multiplicação Binária

- A multiplicação binária é efetuada de forma semelhante a multiplicação decimal só que aqui temos apenas dois algarismos (0 e 1):

- $0_2 \times 0_2 = 0_2$

- $0_2 \times 1_2 = 0_2$

- $1_2 \times 0_2 = 0_2$

- $1_2 \times 1_2 = 1_2$

X	1_2	0_2
1_2	1_2	0_2
0_2	0_2	0_2

Multiplicação Binária

$$\begin{array}{r}
 1101_2 \\
 101_2 \times \\
 \hline
 1101 \\
 0000 \\
 1101 \\
 \hline
 100001_2
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 110 \\
 \times 101 \\
 \hline
 110 \\
 000 \\
 110 \\
 \hline
 11110
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 10101 \\
 \times 1101 \\
 \hline
 10101 \\
 + 00000 \\
 10101 \\
 10101 \\
 \hline
 100010001
 \end{array}$$

Multiplicação Binária

- Efetue as multiplicações binárias a seguir:

$$1011_2 \times 110_2 =$$

$$101011_2 \times 101_2 =$$

$$10101_2 \times 1011_2 =$$

$$101010_2 \times 1001_2 =$$

$$11100111_2 \times 11010_2 =$$

$ \begin{array}{r} 1011_2 \\ \times 0110_2 \\ \hline 0000 \\ 1011 \\ 1011 \\ + 0000 \\ \hline 1000010_2 \end{array} $	$ \begin{array}{r} 101011_2 \\ \times 101_2 \\ \hline 101011 \\ 000000 \\ + 101011 \\ \hline 11010111_2 \end{array} $	$ \begin{array}{r} 10101_2 \\ \times 1011_2 \\ \hline 10101 \\ 10101 \\ 00000 \\ + 10101 \\ \hline 11100111_2 \end{array} $
---	--	---

$ \begin{array}{r} 101010_2 \\ \times 1001_2 \\ \hline 101010 \\ 000000 \\ 000000 \\ + 101010 \\ \hline 101111010_2 \end{array} $	$ \begin{array}{r} 11100111_2 \\ \times 11010_2 \\ \hline 00000000 \\ 11100111 \\ 00000000 \\ 11100111 \\ + 11100111 \\ \hline 1011101110110_2 \end{array} $
---	---

Multiplicação Binária

- Efetue as multiplicações binárias a seguir:

$$1011_2 \times 110_2 = 1000010_2$$

$$101011_2 \times 101_2 = 11010111_2$$

$$10101_2 \times 1011_2 = 11100111_2$$

$$101010_2 \times 1001_2 = 101111010_2$$

$$11100111_2 \times 11010_2 = 1011101110110_2$$

Divisão Binária

- A divisão binária é efetuada de forma semelhante a divisão decimal só que aqui temos apenas dois algarismos (0 e 1)

$$\begin{array}{r} 1100_2 \\ - 10 \\ \hline 10 \\ - 10 \\ \hline 000 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 10_2 \\ \hline 110_2 \end{array}$$

1001_2	101_2	Resultado:
$- 101$	1	1_2 com resto 100_2
100		

Divisão Binária

- Efetue as divisões binárias a seguir:

$$10001_2 / 11_2 = \quad_2$$

$$10011_2 / 10_2 = \quad_2$$

$$101011_2 / 101_2 = \quad_2$$

$$101011_2 / 110_2 = \quad_2$$

$$1110101_2 / 10_2 = \quad_2$$

$$11101101110111_2 / 1101_2 = \quad_2$$

Divisão Binária

$$\begin{array}{r|l}
 10001_2 & 11_2 \\
 - 11 & 101 \\
 \hline
 0101 & \\
 - 11 & \\
 \hline
 010 &
 \end{array}$$

Resultado:
 101_2
 com resto 10_2

$$\begin{array}{r|l}
 10011_2 & 10_2 \\
 - 10 & 1001 \\
 \hline
 00011 & \\
 - 10 & \\
 \hline
 01 &
 \end{array}$$

Resultado:
 1001_2
 com resto 1_2

$$\begin{array}{r|l}
 101011_2 & 101_2 \\
 - 101 & 1000 \\
 \hline
 000011 &
 \end{array}$$

Resultado:
 1000_2
 com resto 11_2

$$\begin{array}{r|l}
 101011_2 & 110_2 \\
 - 110 & 111 \\
 \hline
 1001 & \\
 - 110 & \\
 \hline
 0111 & \\
 - 110 & \\
 \hline
 001 &
 \end{array}$$

Resultado:
 111_2
 com resto 1_2

Divisão Binária

1110101_2	10_2	Resultado:
$- 10$	111010	111010_2
<hr/>		com resto 1_2
011		
$- 10$		
<hr/>		
010		
$- 10$		
<hr/>		
0010		
$- 10$		
<hr/>		
001		

Divisão Binária

11101101110111 ₂	1101 ₂	Resultado:
- 1101	10010010011	10010010011 ₂
0001110		com resto 0 ₂
- 1101		
0001111		
- 1101		
0010011		
- 1101		
01101		
- 1101		
0000		

Divisão Binária

- Efetue as divisões binárias a seguir:

$$10001_2 / 11_2 = 101_2 \text{ com resto } 10_2$$

$$10011_2 / 10_2 = 1001_2 \text{ com resto } 1_2$$

$$101011_2 / 101_2 = 1000_2 \text{ com resto } 11_2$$

$$101011_2 / 110_2 = 111_2 \text{ com resto } 1_2$$

$$1110101_2 / 10_2 = 111010_2 \text{ com resto } 1_2$$

$$11101101110111_2 / 1101_2 = 10010010011_2 \text{ com resto } 0_2$$

Exercícios

- Você pode encontrar exercícios sobre esse assunto no final dos seguintes capítulos dos livros
 - MARÇULA, M.: **Informática: Conceitos e Aplicações**. 4 edição, Editora Érica, 2013. (Disponível na biblioteca virtual)
 - Final do capítulo 1
 - MONTEIRO, M. A.: **Introdução à Organização de Computadores**. 5 edição, Editora LTC, 2010. (Disponível na biblioteca virtual)
 - Final do capítulo 3

Ferramenta de Apoio

- **Calculadora Binária.** Disponível em:
 - <https://bit-calculator.com/pt/calculadora-binaria>

Bibliografia

- **MARÇULA, M.: Informática: Conceitos e Aplicações.** 5 edição, Editora Érica, 2019. (Disponível na biblioteca virtual)
 - Capítulo 1, Seção 1.6