Universidade Federal da Paraíba
Centro de Ciências Aplicadas à Educação
Departamento de Ciências Exatas

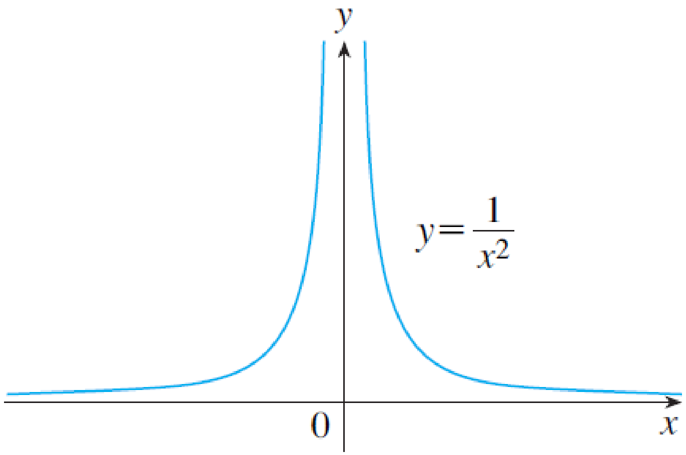
Disciplina: Cálculo Diferencial e Integral

Professora: Juliana Aragão

Curso: Sistemas de Informação

Aula 5– Parte 3: Limites Infinitos

Limites Infinitos



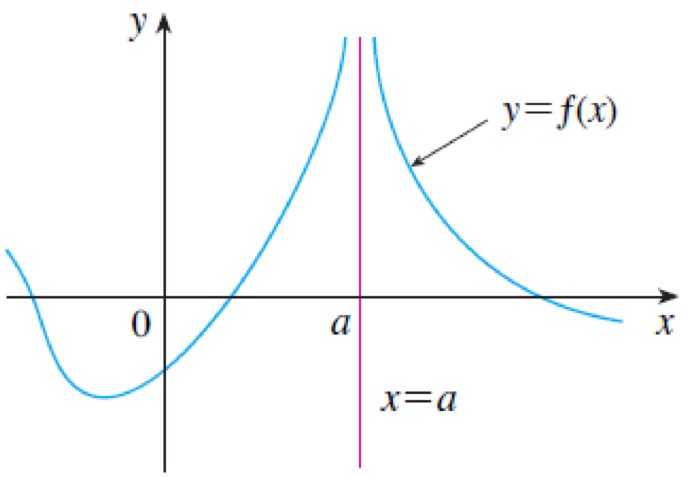
x	$\frac{1}{x^2}$
± 1	1
$\pm 0{,}5$	4
$\pm 0{,}2$	25
$\pm 0{,}1$	100
$\pm 0{,}05$	400
$\pm 0{,}01$	10.000
$\pm 0{,}001$	1.000.000

- À medida que x tende a 0, $f(x) = \frac{1}{x^2}$ fica muito grande.
- A função $f(x)$ pode se tornar arbitrariamente grande ao tornarmos os valores de x suficientemente próximos de 0.
- Os valores de $f(x)$ não tendem a um número, assim $\lim_{x \to 0} \frac{1}{x^2}$ não existe.

$$\lim_{x \to 0} \frac{1}{x^2} = \infty$$

Limites Infinitos

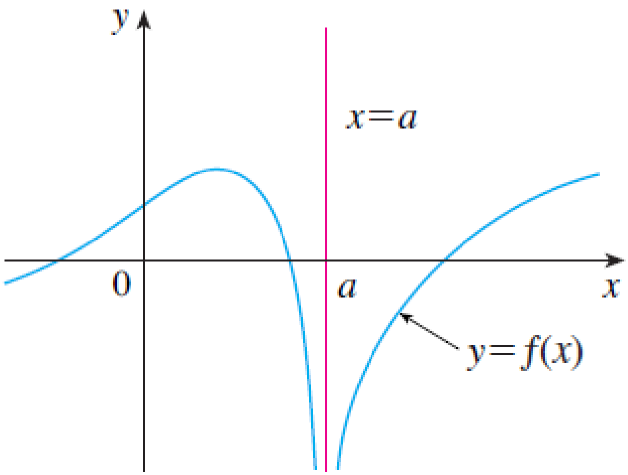
Definição 1: Seja f uma função definida em ambos os lados de a, exceto possivelmente no próprio a. Então $\lim_{x \to a} f(x) = \infty$ significa que podemos fazer os valores de $f(x)$ ficarem tão grandes quanto quisermos tornando x suficientemente próximo de a, mas não igual a a.



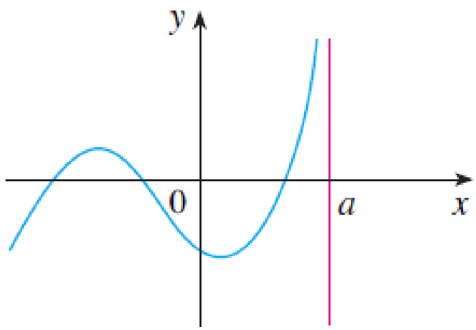
Obs: Neste caso, o limite não existe.

Limites Infinitos

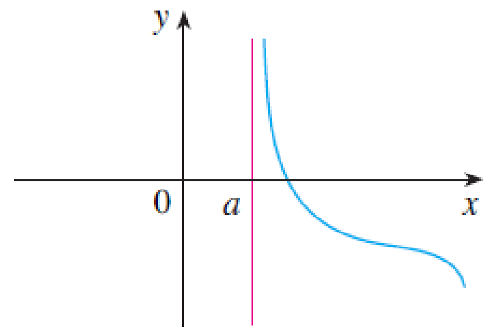
Definição 2: De maneira análoga, se f é uma função definida em ambos os lados de a, exceto possivelmente no próprio a, então $\lim_{x \to a} f(x) = -\infty$ significa que podemos fazer os valores de $f(x)$ ficarem tão grandes quanto quisermos, sendo negativos, tornando x suficientemente próximo de a, mas não igual a a.



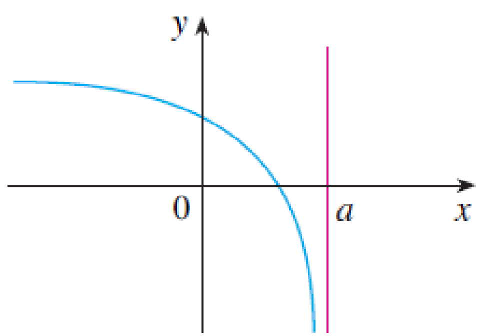
Limites Infinitos



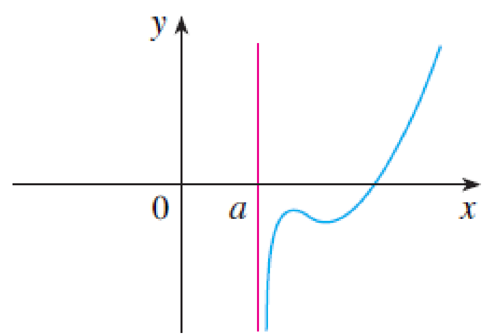
(a) $\lim_{x \to a^-} f(x) = \infty$



(b) $\lim_{x \to a^+} f(x) = \infty$



(c) $\lim_{x \to a^-} f(x) = -\infty$

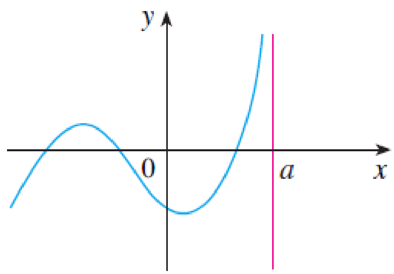


(d) $\lim_{x \to a^+} f(x) = -\infty$

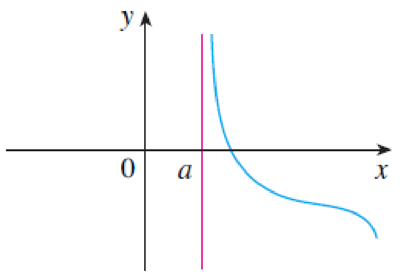
Assíntotas Verticais

Definição 3: A reta $x = a$ é chamada assíntota vertical da curva se pelo menos uma das seguintes condições estiver satisfeita:

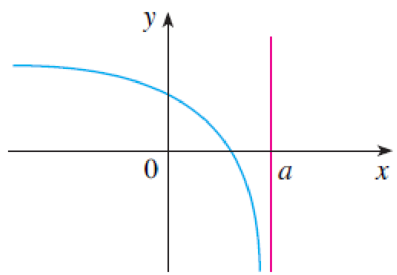
$$\lim_{x \to a^+} f(x) = \pm\infty \text{ e } \lim_{x \to a^-} f(x) = \pm\infty$$



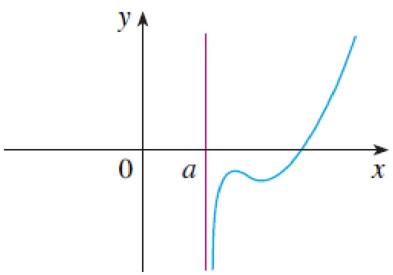
(a) $\lim_{x \to a^-} f(x) = \infty$



(b) $\lim_{x \to a^+} f(x) = \infty$



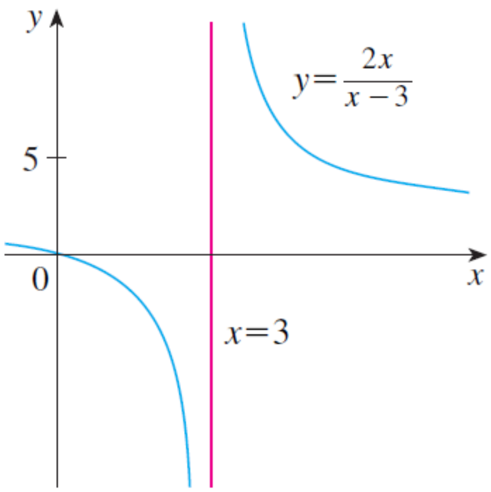
(c) $\lim_{x \to a^-} f(x) = -\infty$

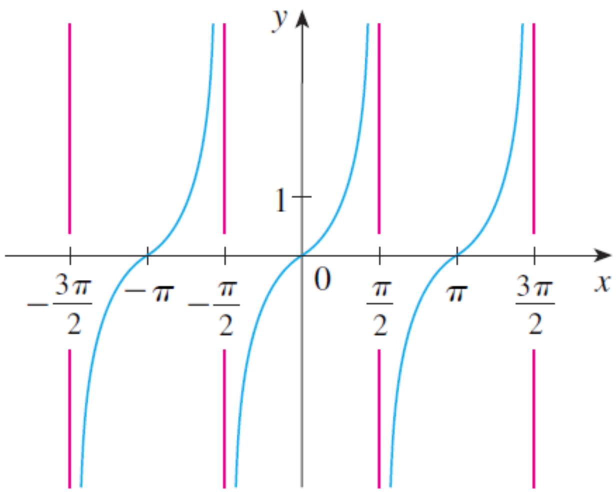


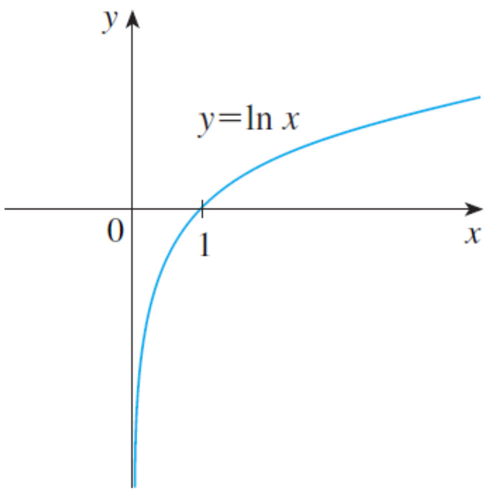
(d) $\lim_{x \to a^+} f(x) = -\infty$

Limites Infinitos

Exemplos:







$$\lim_{x \to 3^-} \frac{2x}{x-3} = -\infty$$

$$\lim_{x \to 3^+} \frac{2x}{x-3} = \infty$$

$$\lim_{x \to \frac{\pi}{2}^-} \operatorname{tg} x = \lim_{x \to \frac{\pi}{2}^-} \frac{\sin x}{\cos x} = \infty$$

$$\lim_{x \to \frac{\pi}{2}^+} \operatorname{tg} x = \lim_{x \to \frac{\pi}{2}^+} \frac{\sin x}{\cos x} = -\infty$$

$$\lim_{x \to 0^+} \ln x = -\infty$$

Limites Infinitos

Exemplo 4: Use o gráfico dado de f para dizer o valor de cada quantidade, se ela existir. Se não existir, explique o porquê.

(a) $\lim_{x\to -3^-} h(x)$

(b) $\lim_{x\to -3^+} h(x)$

(c) $\lim_{x\to -3} h(x)$

(d) $h(-3)$

(e) $\lim_{x\to 0^-} h(x)$

(f) $\lim_{x\to 0^+} h(x)$

(g) $\lim_{x\to 0} h(x)$

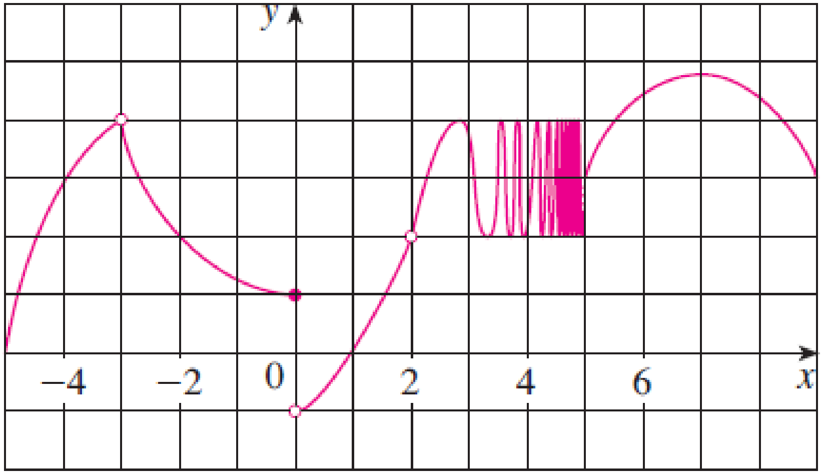
(h) $h(0)$

(i) $\lim_{x\to 2} h(x)$

(j) $h(2)$

(k) $\lim_{x\to 5^-} h(x)$

(f) $\lim_{x\to 5^+} h(x)$



Limites Infinitos

Exemplo 5: Para a função R, cujo gráfico é mostrado a seguir, diga quem são:

(a) $\lim_{x \to 2} R(x)$ (b) $\lim_{x \to 5} R(x)$

(c) $\lim_{x \to -3^-} R(x)$ (d) $\lim_{x \to -3^+} R(x)$

(e) As equações das assíntotas verticais.