

Экономико – математическое моделирование

МОДЕЛИ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ НА ОСНОВЕ НЕЧЕТКИХ МНОЖЕСТВ

Н. А. КОЧУБЕЙ,

аспирант кафедры информационных технологий

E-mail: nkochubey@inbox.ru

Московская финансово-промышленная академия

В статье рассматривается модель учета неопределенности во время принятия решения в инвестиционной деятельности. С помощью описанного в статье подхода устраняются недостатки вероятностного и минимаксного подходов, связанные с учетом неопределенности. На основе нечетко-множественного подхода разработана модель оценки эффективности и риска инвестиционного проекта.

Ключевые слова: *принятие решений, нечеткие множества, эффективность, инвестиции.*

Проблемы принятия решений в усложненных условиях занимают в данное время особое место в информационных технологиях. Математические методы стали широко применяться для описания и анализа сложных экономических, социальных и других систем. Теория оптимизации создала совокупность методов, которые помогают при использовании ЭВМ эффективно принимать решение при известных и фиксированных параметрах. Основные трудности возникают, когда параметры оказываются неопределенными (хотя, возможно, и не случайными) и в то же время, когда они сильно влияют на результаты [1]. В ситуациях, которые требуют утверждения стратегических решений, дополнительно присутствует неопределенность, порожденная поведением потенциальных конкурентов, которые имеют возможность инвестировать в аналогичный проект. Решение этих проблем требует разработки адекватных экономико-математических моделей инвестиционных решений в условиях неопределенности [3]. От того, насколько

ко рационально сформирована инвестиционная политика, зависят стойкость и эффективность деятельности предприятия.

В условиях непрерывного и непрогнозируемого изменения факторов внешней среды постоянное возникновение новых ситуаций порождает для субъекта бизнеса новые угрозы и новые возможности [2, 3]. Поскольку инвестиционный риск характеризует вероятность возникновения непредусмотренных финансовых потерь, его уровень при оценке определяется как отклонение ожидаемых доходов от средней или расчетной величины. Поэтому оценка инвестиционного риска всегда связана с оценкой ожидаемых доходов и их потерь. В то же время недостаточно изучены вопросы влияния на инвестиционные решения неопределенности, связанной со случайными колебаниями спроса на плановый выпуск продукции и ресурсы, а также неопределенности налоговой среды, в которой функционирует предприятие [2].

Анализ современных методов и моделей принятия инвестиционных решений. Принятие решений инвестиционного характера, как и любой другой вид управленческой деятельности, основывается на использовании различных формализованных и неформализованных методов и критериев. В отечественной и зарубежной практике известен целый ряд методов, с помощью которых расчеты могут служить основой для утверждения решений в области инвестиционной политики [1, 3, 4]. Однако какого-то универсального метода для всех случаев жизни не существует.

Критерии, используемые в анализе инвестиционной деятельности, можно разделить на две группы в зависимости от того, учитывается или нет временной параметр. Это методы, основанные на дисконтированных оценках (динамические методы) и на учетных оценках (статистические методы).

Для оценки финансовой эффективности проекта обычно применяют динамические методы, основанные преимущественно на дисконтировании тех денежных потоков, которые образуются в ходе реализации проекта. Общая схема всех динамических методов оценки эффективности в принципе одинакова и основывается на прогнозировании позитивных и негативных денежных потоков (расходов и доходов, связанных с реализацией проекта). Общим недостатком перечисленных подходов к оценке эффективности инвестиционного проекта является требование определенности входных данных, которая достигается путем применения средневзвешенных значений исходных параметров инвестиционного проекта, который может привести к получению значительно смещенных точечных оценок показателей эффективности и риска инвестиционного проекта. Очевидно, что требование детерминированности входных данных является неоправданным упрощением реальности, поскольку любой инвестиционный проект характеризуется множеством показателей неопределенности. Именно факторы неопределенности определяют риск проекта, т. е. опасность потери ресурсов, недополучения доходов или появления дополнительных расходов.

Среди разных подходов к моделированию в условиях неопределенности можно выделить три основных подхода: вероятностный, нечетко-множественный и экспертный. Как свидетельствует опыт [1, 3, 4], эффективность применения подходов на основе вероятностных, нечетко-множественных и экспертных описаний зависит от уровня и характера неопределенности, связанной с конкретным заданием. Действительно, по мере увеличения неопределенности классические вероятности уступают место, с одной стороны, субъективным (аксиологическим) вероятностям, основанным на экспертных оценках, а с другой стороны, нечетко-интервальным описаниям, выраженным в виде функций принадлежности нечетких чисел или, в частном случае, в виде четкого интервала.

Но в существующих подходах [2, 3] денежные потоки от реализации инвестиционного проекта интерпретируются как поступления от безрисковых вложений, что приводит к невозможности проведения анализа эффективности инвестиционного

проекта в условиях неопределенности. Применение коэффициентов достоверности в такой интерпретации делает принятие инвестиционных решений произвольным и при формальном подходе может привести к серьезным ошибкам и к последующим негативным последствиям для предприятия. Возникает необходимость выполнения достаточно большого объема работы по отбору и аналитической обработке информации для каждого возможного сценария развития, и, как следствие, наблюдается эффект ограниченного числа возможных комбинаций [4]. Также велика доля субъективизма в выборе сценариев развития при определении вероятности их возникновения.

При анализе долгосрочных инвестиционных проектов необходимо прогнозировать во времени будущее состояние большого числа неопределенных параметров рыночной конъюнктуры, поэтому абсолютно точный прогноз получить практически невозможно. При прогнозировании экономической эффективности и оценки риска реализации инвестиционного проекта ключевым является проявление неопределенности числовых параметров планируемого проекта. Неустраняемая неопределенность порождает такой же неустраняемый риск принятия инвестиционных решений [4]. Следовательно, при проведении прогнозов необходимо учитывать факторы неопределенности, которые обуславливают риск по определенным показателям эффективности. Таким образом, наличие разных видов неопределенности приводит к необходимости адаптации показателей оценки экономической эффективности проекта на основе применения математических методов, которые позволяют формализовать и одновременно обрабатывать разные виды неопределенности.

Следовательно, применение нечетких чисел к прогнозу параметров позволяет задавать расчетный коридор значений прогнозируемых параметров, а не формирует точечных вероятностных оценок. Различие между нечеткостью и случайностью приводит к тому, что математические модели во многих отношениях проще в силу того, что понятию вероятностной меры в теории вероятности отвечает более простое понятие функции принадлежности в теории нечеткого множественного числа. По этой причине даже в тех случаях, когда неопределенность в процессе принятия решений может быть представлена вероятностной моделью, обычно удобнее оперировать методами теории нечетких множеств без привлечения аппарата теории вероятности [4]. Такой подход дает приближенные, но в то же время

эффективные способы описания поведения систем, настолько сложных и плохо определенных, что они не поддаются точному математическому анализу. В каждом конкретном случае мера точности решения может быть согласована с требованиями задания и точностью данных. Подобная гибкость составляет один из важных принципов данного подхода.

Моделирование принятия инвестиционных решений в условиях неопределенности. Предлагаемая модель основана на информации о размере первичных вложений, ожидаемых доходов от деятельности, а также о размере некоторых других параметров. Модель описывает алгоритм действий инвестора во время процесса принятия решения об инвестировании. Результатом моделирования является определение интервала чистой приведенной стоимости (NPV) и вероятности риска. Определение параметров модели осуществляется с учетом ограничений: все инвестиционные вложения осуществляются в начале инвестиционного процесса; оценка ликвидационной стоимости проекта осуществляется по окончании срока жизни проекта; ставка дисконтирования зависит от конкретного периода.

Используется оценка эффективности проекта на основании расчета чистой приведенной стоимости [4]. Этот подход основан на сопоставлении величины исходной инвестиции с общей суммой дисконтированных чистых денежных поступлений, которые генерируются в течение прогнозируемого срока. Поскольку прилив денежных расходов распределен во времени, он дисконтируется при помощи коэффициента r , который устанавливается исходя из ежегодного процента возвращения капитала, который инвестируется.

$$NPV = \sum_k \frac{P_k}{(1+r)^k} - I,$$

где NPV – чистая приведенная стоимость;

k – количество проектов;

P_k – вероятность риска по k -му проекту;

r – ставка;

I – стартовый объем инвестиций.

Во время прогнозирования доходов по годам учитываются все виды доходов как производственного, так и непроизводственного характера, которые могут быть ассоциируемы с данным проектом. Таким образом, если по окончании периода реализации проекта планируется поступление средств в виде ликвидационной стоимости оборудования или высвобождения части оборотных средств, они учитываются как доходы соответствующих периодов.

Если проект предусматривает не разовую инвестицию, а последовательное инвестирование

финансовых ресурсов в течение m лет, то формула для расчета NPV модифицируется таким образом:

$$NPV = \sum_{k=1}^n \frac{P_k}{(1+r)^k} + \sum_{j=1}^m \frac{I_j}{(1+r)^j}.$$

Необходимо отметить, что показатель NPV отображает прогнозную оценку изменения экономического потенциала предприятия в случае принятия данного проекта. Этот показатель является аддитивным во временном аспекте, т. е.:

$$NPV = -I + \sum_{i=1}^N \frac{\Delta V_i}{(1+r_i)^i} + \frac{C}{(1+r_{N+1})^{N+1}}, \quad (1)$$

где N – число плановых интервалов инвестиционного процесса, соответствующих сроку жизни проекта;

ΔV_i – обратное сальдо доходов и платежей в i -м периоде;

r_i – ставка дисконтирования, избранная для i -го периода с учетом оценок ожидаемой стоимости используемого в проекте капитала;

C – ликвидационная стоимость чистых активов, которая сложилась в ходе инвестиционного процесса.

Инвестиционный проект признается эффективным, когда NPV , оцененная при помощи формулы (1), больше определенного проектного уровня G [4].

В показателях модели NPV оценивается при помощи формулы (1) в постоянных (реальных) ценах. Ставка дисконтирования планируется такой, чтобы период начислений процентов на привлеченный капитал совпадал с соответствующим периодом инвестиционного процесса. $(N+1)$ -й интервал не относится к сроку жизни проекта, а выделен в модели для фиксации момента завершения денежных взаиморасчетов всех сторон в инвестиционном процессе (инвесторов, кредиторов и дебиторов) по кредитам, депозитам, дивидендам и т.д., когда итоговый финансовый результат проекта делается однозначным. В модели задается следующий набор нечетких чисел для анализа эффективности проекта:

- $I = (I_{\min}, I_{\max})$ – инвестор не может точно оценить, каким объемом инвестиционных ресурсов он будет владеть на момент принятия решения;
- $r_i = (r_{i \min}, r_{i \max})$ – не может точно оценить стоимости капитала, используемого в проекте (соотношение собственных и ссудных средств, а также процент по долгосрочным кредитам);
- $\Delta V_i = (V_{i \min}, V_{i \max})$ – прогнозируется диапазон изменения денежных результатов реализации проекта с учетом возможных колебаний цен на продукцию, которая реализуется, стоимости потребляемых ресурсов, условий налогообложения и т.д.;

- $C = (C_{\min}, C_{\max})$ – инвестор нечетко представляет себе потенциальные условия будущей продажи бизнеса или его ликвидации;
- $G = (G_{\min}, G_{\max})$ – нечеткий критерий, по которому проект может быть признан эффективным.

В том случае, если какой-либо из параметров A однозначно заданный, то нечеткое число A вырождается в действительное число A с выполнением условия $a_{\min} = a = a_{\max}$. При этом суть метода остается неизменной. Инвестор, избирая ожидаемую оценку, руководствуется, возможно, не только тактическими, но и стратегическими рассуждениями. Таким образом, он может позволить проекту быть даже несколько убыточным, если этот проект диверсифицирует деятельность инвестора и повышает надежность его бизнеса. Как вариант инвестор реализует демпинговый проект, компенсацией за временную убыточность станет захват рынка и сверхприбыль, но инвестор хочет отсечь сверхнормативные убытки на той стадии, когда рынок уже будет переориентирован в его пользу. Или, наоборот, инвестор идет на повышенный риск для прироста средней взвешиваемой прибыльности своего бизнеса.

Таким образом, задание инвестиционного выбора в приведенной ранее постановке является процессом принятия решения в расплывчатых условиях, когда решение достигается слиянием целей и ограничений [4]. Чтобы привести выражение (1) к виду, пригодному для использования нечетких выходных данных, целесообразно воспользоваться так называемым сегментным способом. В модели используется уровень принадлежности α , который определяется как ордината функции принадлежности нечеткого множества. Тогда пересечение функции принадлежности с нечетким числом дает пару значений, которые принято называть границами интервала достоверности.

По каждому нечеткому числу в структуре выходных данных получаются интервалы достоверности $[I_1, I_2]$, $[r_{i1}, r_{i2}]$, $[\Delta V_{i1}, \Delta V_{i2}]$, $[C_1, C_2]$. И тогда для заданного уровня α путем подстановки соответствующих границ интервалов в выражение (1) получаем выражение (2). Задавшись приемлемым уровнем дискретизации по α на интервале принадлежности $(0, 1)$, можно реконструировать результирующее нечеткое число NPV путем аппроксимации его функции принадлежности μ_{NPV} ломаной кривой по интервальным точкам.

$$[NPV_1 NPV_2] = (-)[I_1, I_2](+) \left(\sum_{i=1}^N \left[\frac{\Delta V_{i1}}{(1+r_{i1})^i}, \frac{\Delta V_{i2}}{(1+r_{i2})^i} \right] (+) \left[\frac{C_1}{(1+r_{N+1,2})^{N+1}}, \frac{C_2}{(1+r_{N+1,2})^{N+1}} \right] \right) =$$

$$= [-I_2 + \sum_{i=1}^N \frac{\Delta V_{i2}}{(1+r_{i1})^i} + \frac{C_1}{(1+r_{N+1,2})^{N+1}} - I_1 + \sum_{i=1}^N \frac{\Delta V_{i2}}{(1+r_{i1})^i} + \frac{C_2}{(1+r_{N+1,2})^{N+1}}]. \quad (2)$$

Таким образом, показатель NPV приводится к треугольному виду, ограничиваясь расчетами по значимым точкам нечетких чисел выходных данных. Это позволяет рассчитывать все ключевые параметры в оценке меры риска не приблизительно, а на основе аналитических соотношений. Для оценки доходности инвестиций в модели используется индекс рентабельности P_f .

$$P_f = \frac{\sum_i \frac{\Delta V_i}{(1+r_i)^i}}{I}.$$

Очевидно, если $P_f > 1$, то проект следует принять; $P_f < 1$ – проект следует отклонить. Логика критерия P_f такая: он характеризует доход на единицу расходов. Именно этот критерий наиболее подавляющий, когда необходимо упорядочить независимые проекты для создания оптимального портфеля в случае ограниченности сверху общего объема инвестиций. В отличие от чистого приведенного эффекта индекс рентабельности является относительным показателем. Благодаря этому, он очень удобен при выборе единичного проекта из ряда альтернативных, таких, которые имеют приблизительно одинаковые значения NPV , или при комплектовании портфеля инвестиций по максимальным суммарным значениям NPV .

Модель оценки риска неэффективности проекта на основе нечетких описаний. Оценка риска проводится с помощью нечетко-множественных подходов, которые, с одной стороны, свободны от вероятностной аксиоматики и от проблем с обоснованием выбора вероятностного веса, а с другой стороны, включают все возможные сценарии развития событий. Таким образом, треугольное нечеткое число включает все числа в определенном интервале, однако каждое значение из интервала характеризуется в известной мере принадлежности к подмножеству треугольного числа. Такой подход позволяет генерировать непрерывный спектр сценариев реализации по каждому из прогнозируемых параметров финансовой модели. Нечетко-множественный подход позволяет учитывать в финансовой модели хозяйствующего субъекта качественный аспект, который не имеет точной числовой оценки. NPV и критериальное значение G имеют вид нечеткого треугольного числа. На рис. 1 представлены их функции принадлежности.

Точкой пересечения этих двух функций принадлежности является точка с ординатой α_1 . С помощью выбранного произвольного уровня принадлежности

α определяются соответствующие интервалы $[NPV_1, NPV_2]$ и $[G_1, G_2]$. При $\alpha > \alpha_1$ $NPV_1 > G_2$, интервалы не пересекаются, и уверенность в том, что проект эффективен, стопроцентная, поэтому мера риска неэффективности инвестиций равняется нулю. Уровень α_1 уместно назвать верхней границей зоны риска. При $0 < \alpha < \alpha_1$ интервалы пересекаются.

На рис. 2 показана заштрихованная зона неэффективных инвестиций, ограниченная прямыми $G = G_1$, $G = G_2$, $NPV = NPV_1$, $NPV = NPV_2$ и биссектрисой координатного угла $G = NPV$.

Взаимные соотношения параметров $G_{1,2}$ и $NPV_{1,2}$ дают следующий расчет для площади заштрихованной плоской фигуры:

$$S_0 = \begin{cases} 0, NPV_1 \geq G_2 \\ \frac{(G_2 - NPV_1)}{2}, G_2 > NPV_1 \geq G_1, NPV_2 \geq G_2 \\ \frac{(G_1 - NPV_1) + (G_2 - NPV_1)}{2} (G_2 - G_1), \\ NPV_1 < G_1, NPV_2 \geq G_2 \\ (G_2 - G_1) (NPV_2 - NPV_1) - \frac{(NPV_2 - G_1)^2}{2}, \\ NPV_1 < G_1 \leq NPV_2, NPV_2 < G_2 \\ (G_2 - G_1) (NPV_2 - NPV_1), NPV_2 \geq G_1 \end{cases} \quad (3)$$

Поскольку все реализации (NPV, G) при заданном уровне принадлежности α равно возможны, то мера риска неэффективности проекта $\phi(\alpha)$ — геометрическая вероятность события попадание точки (NPV, G) в зону неэффективных инвестиций:

$$\phi(\alpha) = \frac{S_\alpha}{(G_2 - G_1) (NPV_2 - NPV_1)}, \quad (4)$$

где S_α оценивается при помощи выражения (6).

Тогда итоговое значение меры риска неэффек-

тивности проекта: $V \& M = \int_0^{\alpha_1} \phi(a) da$.

В важном частном случае (рис. 3), когда ограничение G определено четко уровнем G , то предельный переход в выражение (4) при $G_2 \rightarrow G_1$ дает:

$$(a) = \begin{cases} 0, G < NPV_1 \\ \frac{G - NPV_1}{NPV_2 - NPV_1}, NPV_1 \leq G \leq NPV_2, \\ 1, G > NPV_2 \end{cases} \quad (5)$$

$$a = [0, 1]$$

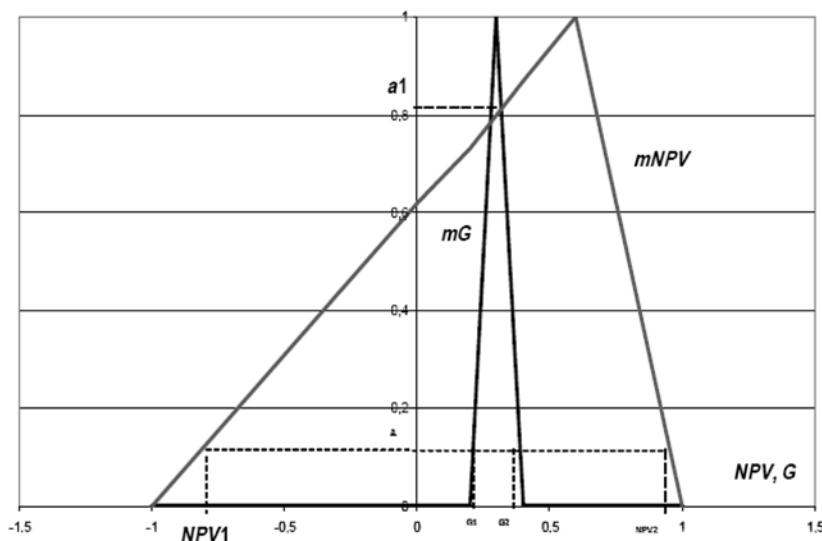


Рис. 1. Соотношение NPV и критерия эффективности

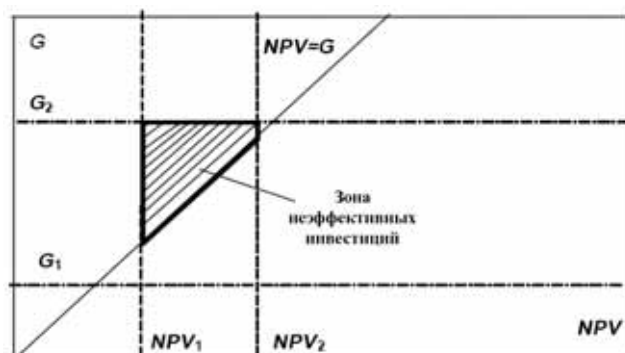


Рис. 2. Зона неэффективных инвестиций

Для определения всех необходимых выходных данных для оценки риска необходимы два значения обратной функции $\mu_{NPV}^{-1}(\alpha_1)$. Первым значением является G (по определению верхней границы зоны риска α_1). NPV_{\min} и NPV_{\max} — два значения обратной функции $\mu_{NPV}^{-1}(0)$.

Выражение для меры инвестиционного риска $V \& M$ с учетом выражения (5) и длинной цепи пре- вращений имеет вид:

$$V \& M = \begin{cases} 0, G < NPV_{\min} \\ R \left[1 + \frac{1-a_1}{a_1} \ln(1-a_1) \right], \\ NPV_{\min} \leq G \leq NPV \\ 1 - (1-R) \left[1 + \frac{1-a_1}{a_1} \ln(1-a_1) \right], \\ NPV \leq G < NPV_{\max} \\ 1, G \geq NPV_{\max} \end{cases}$$

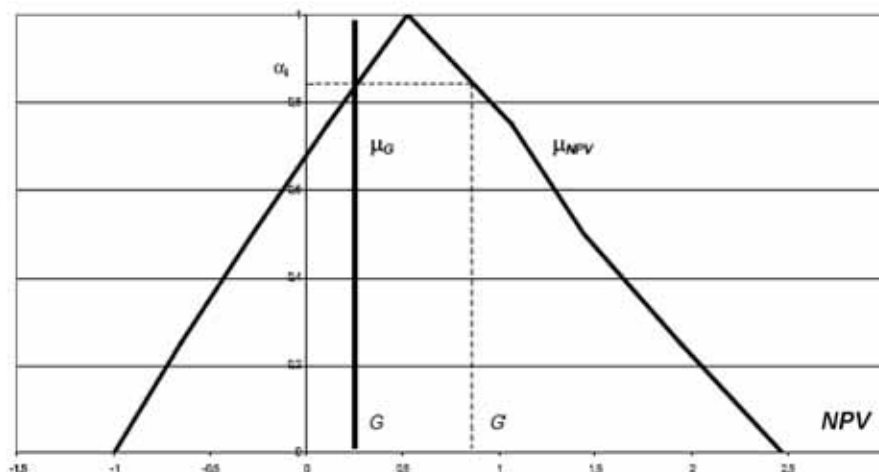


Рис. 3. Точечная нижняя граница эффективности

$$R = \begin{cases} \frac{G - NPV_{\min}}{NPV_{\max} - NPV_{\min}}, G < NPV_{\max}, \\ 1, G \geq NPV_{\max} \end{cases}$$

$$a = \begin{cases} 0, G < NPV_{\min} \\ \frac{G - NPV_{\min}}{NPV - NPV_{\min}}, NPV_{\min} \leq G \leq \overline{NPV}, \\ 1, G > \overline{NPV} \\ \frac{NPV_{\max} - G}{NPV_{\max} - \overline{NPV}}, \overline{NPV} \leq G \leq NPV_{\max}, \\ 0, G \geq NPV_{\max} \end{cases} \quad (6)$$

Исследование выражения (5) при $G = NPV_{\min}$ (предельно низкий риск), $R = 0$, $\alpha_1 = 0$, $G^* = NPV_{\max}$ и предельный переход в выражение (6) дают $V\&M = 0$. При $G = G^* = NPV$ (средний риск) $\alpha_1 = 1$, $R = (NPV_{\max} - NPV) / (NPV_{\max} - NPV_{\min}) = 1 - P$ и предельный переход в выражение (6) дают $V\&M = (NPV_{\max} - NPV) / (NPV_{\max} - NPV_{\min})$. При $G = NPV_{\max}$ (предельно высокий риск) $P = 0$, $\alpha_1 = 0$, $G^* = 0$ и предельный переход в выражение (6) дают $V\&M = 1$. Таким образом, мера риска $V\&M$ приобретает значения от 0 до 1. Каждый инвестор, исходя из своих инвестиционных преимуществ, может классифицировать значение $V\&M$, выделив для себя отрезок неприемлемых значений риска. Также возможна более детализированная градация мер

риска. Например, если ввести лингвистическую переменную «Мера риска» из возможных значений {Незначительная, Низкая, Средняя, Относительно высокая, Неприемлемая}, то каждый инвестор может произвести самостоятельное описание соответствующих нечетких подмножеств, задав соответствующее количество функций принадлежности μ ($V\&M$).

Главный вопрос — это учет неопределенности во время принятия решения об инвести-

тировании. Проведенный анализ экономических и математических методов оценки эффективности инвестиционного проекта в условиях неопределенности свидетельствует об их теоретической значимости, но ограниченности практического приложения для анализа эффективности и риска проекта. При помощи описанного подхода, основанного на нечеткостях, преодолеваются недостатки вероятностного и минимаксного подходов, связанные с учетом неопределенности. Во-первых, здесь формируется полный спектр возможных сценариев инвестиционного процесса. Во-вторых, решение принимается не на основе двух оценок эффективности проекта, а по всей их совокупности. В-третьих, ожидаемая эффективность проекта не является точечным показателем, а является полем интервальных значений со своим распределением ожиданий, которое характеризуется функцией принадлежности соответствующего нечеткого числа. А взвешенная полная совокупность ожиданий позволяет оценить интегральную меру ожидания негативных результатов инвестиционного процесса, т.е. меру инвестиционного риска. На основе нечетко-множественного подхода разработана модель оценки эффективности и риска инвестиционного проекта. Эта модель позволяет учитывать ситуации, когда инвестор не может четко определить некоторых входных параметров, таких как первичная сумма инвестиций, ставка дисконтирования, поступления от реализации проекта и др.

Список литературы

1. Бланк И. А. Инвестиционный менеджмент. М. : Омега-Л, 2008.
2. Кейн А. , Маркус А. Принципы инвестиций. М. : Вильямс, 2004.
3. Волков А. Инвестиционные проекты: от моделирования к реализации. М. : Вершина, 2006.
4. Недосекин А. О. Финансовый менеджмент на нечетких множествах // Аудит и финансовый анализ, 2003. № 4.