

第五章 数组和广义表

5.1 数组的定义

5.2 数组的顺序表示和实现

5.3 矩阵的压缩存储

5.3.1 特殊矩阵

5.3.2 稀疏矩阵

5.4 广义表的定义

5.5 广义表的存储结构

本章讨论的两种数据结构：数组和广义表，其共同特点是：

- 1) 从逻辑结构上看它们，可看成是线性结构的一种扩展；
- 2) 数据元素本身也是一个数据结构；

本章讨论三个方面的内容：

数组、 矩阵的压缩存储、广义表

5. 1 数组的定义

数组的概念

数组是我们十分熟悉的，几乎所有的程序设计语言都包含数组。本书在讨论各种数据结构的顺序存储分配时，也都是借用一维数组来描述它们的存储结构。

数组是由一组个数固定，类型相同的数据元素组成阵列。

由于数组中各元素具有统一的类型，并且数组元素的下标一般具有固定的上界和下界，因此，数组的处理比其它复杂的结构更为简单。多维数组是向量的推广。例如，二维数组：

$$A_{mn} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

可以看成是由m个行向量组成的向量，也可以看成是n个列向量组成的向量。

n维数组中的每个元素都受n个线性关系的约束，即在每个关系中，每个元素 a_{ij} 都有且仅有一个直接前趋，都有且仅有一个直接后继。

以二维数组为例：二维数组中的每个元素都受两个线性关系的约束。

$$A_{m \times n} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

在行关系中

a_{ij} 直接前趋是 $a_{i,j-1}$

a_{ij} 直接后继是 $a_{i,j+1}$

在列关系中

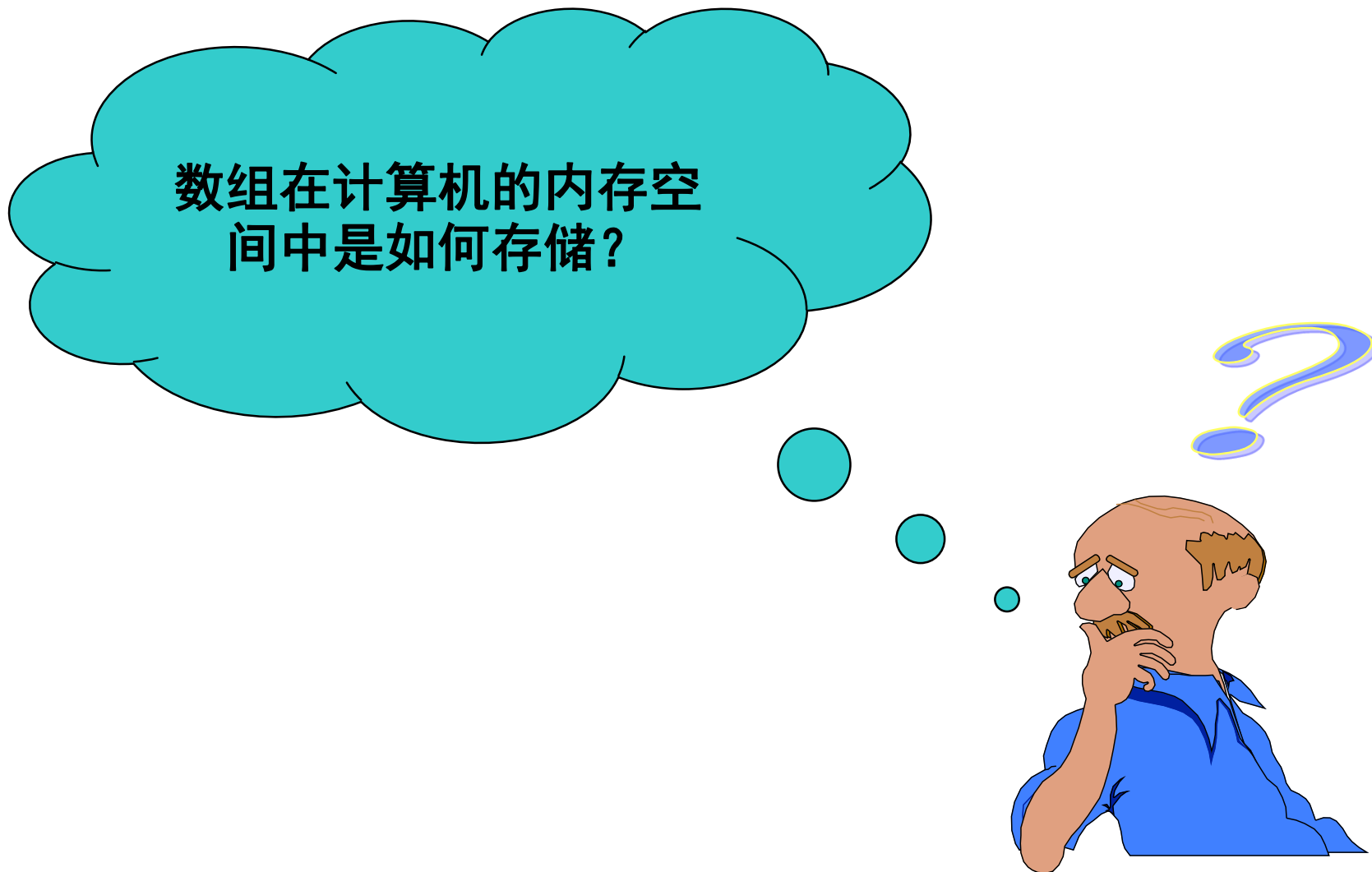
a_{ij} 直接前趋是 $a_{i-1,j}$

a_{ij} 直接后继是 $a_{i+1,j}$

 数据元素之间在每个关系中具有线性特性，但在整个结构中呈非线性关系。

5. 2 数组的顺序表示和实现

数组在计算机的内存空间中是如何存储？



数组的顺序存储结构

一般来说，数组一旦定义，其元素的个数和元素之间的相互关系不再发生变化，即对数组一般不进行插入和删除操作。因此，数组采用顺序存储结构是十分自然的事情。

计算机的内存空间是一个一维结构，而二维以上的数组是多维结构。用一维内存来表示多维数组，就必须按某种次序将数组元素排成一系列列，然后将这个线性序列存放在存储器中。因此，用一组连续的存储单元存放数组元素，就有次序约定的问题。

通常有两种顺序存储方式：

(1) **以行为主序的方式** (行优先顺序) —— 将数组元素按行优先关系排列，第 $i+1$ 个行向量紧接在第 i 个行向量后面。

在PASCAL、 COBOL、 C及扩展BASIC 中，数组就是按行优先顺序存储的。

(2) **以列序为主序的方式** (列优先顺序) —— 将数组元素按列优先关系排列，第 $j+1$ 个列向量紧接在第 j 个列向量之后。

在FORTRAN语言中，数组就是按列优先顺序存储的。

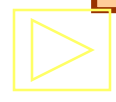
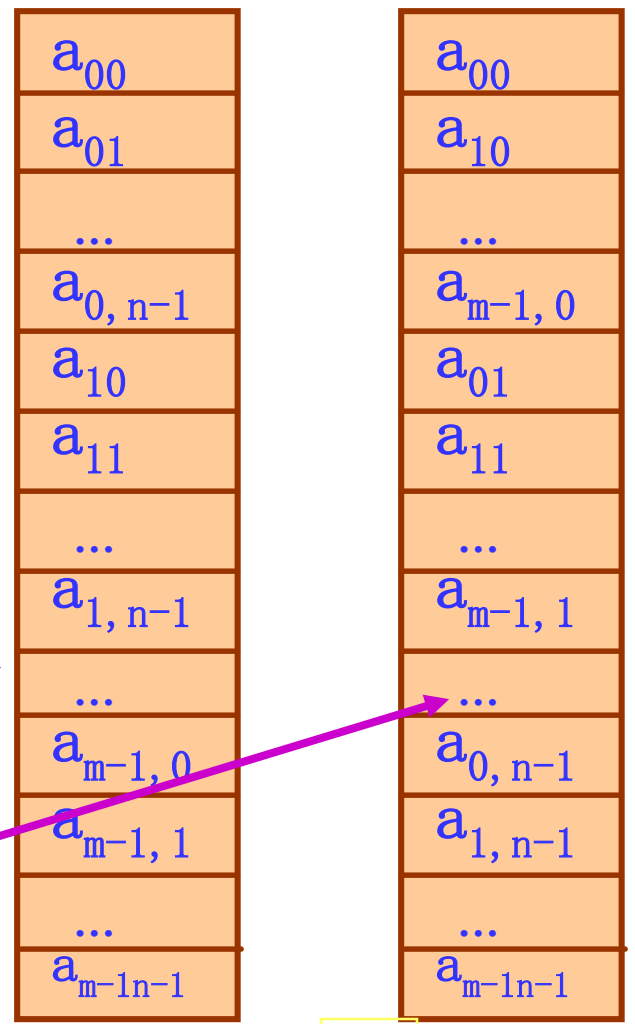


设A是一个具有m 行n列的元素的二维数组（借助矩阵形式给出比较直观）如下：

$$A_{m \times n} = \begin{pmatrix} a_{00} & a_{01} & \dots & a_{0n-1} \\ a_{10} & a_{11} & \dots & a_{1n-1} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m-10} & a_{m-11} & \dots & a_{m-1n-1} \end{pmatrix}$$

以行为主序的方式：

以列为主序的方式：



数组元素存储地址的计算

无论采用哪种存储方式，
确定了存储映象的首地址，
数组中任意元素的存储地
址是不是都可以确定？

当然可以，你看...



数组元素存储地址的计算

假设二维数组 A_{mn} 每个元素占用 L 个存储单元， $Loc(a_{ij})$ 为元素 a_{ij} 的存储地址， $Loc(a_{00})$ 是 a_{00} 存储位置，也是二维数组 A 的基址。

若以行序为主序的方式存储二维数组，则元素 a_{ij} 的存储位置可由下式确定：

$$Loc(a_{ij}) = Loc(a_{00}) + (n \times i + j) \times L$$

a_{00}	a_{01}	...	a_{0n-1}
a_{10}	a_{11}	...	a_{1n-1}
\vdots	\vdots		\vdots
\vdots	\vdots		\vdots
a_{m-10}	a_{m-11}	...	a_{m-1n-1}

若以列序为主序的方式存储二维数组，则元素 a_{ij} 的存储位置可由下式确定：

$$Loc(a_{ij}) = Loc(a_{00}) + (m \times j + i) \times L$$

$$\begin{pmatrix} a_{00} & a_{01} & \dots & a_{0n-1} \\ a_{10} & a_{11} & \dots & a_{1n-1} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m-10} & a_{m-11} & \dots & a_{m-1n-1} \end{pmatrix}$$

按上述两种方式顺序存储的数组，只要知道开始结点的存放地址（即**基地址**），**维数**和**每维的上、下界**，以及**每个数组元素所占用的单元数**，就可以**将数组元素的存放地址表示为其下标的线性函数**。因此，数组中的任一元素可以在相同的时间内存取，即**顺序存储的数组是一个随机存取结构**。

1、设有数组A[i, j]，数组的每个元素长度为3字节，i的值为1 到8，j的值为1 到10，数组从内存首地址BA开始顺序存放，当用以列为主存放时，元素A[5, 8]的存储首地址为()。

A. BA+141 B. BA+180 C. BA+222 D. BA+225

2、设有数组A[i, j]，数组的每个元素长度为3字节，i的值为1 到8，j的值为1 到10，数组从内存首地址BA开始顺序存放，当用以行为主存放时，元素A[8, 5]的存储首地址为()。

A. BA+141 B. BA+180 C. BA+222 D. BA+225

3、二维数组M的元素是4个字符(每个字符占一个存储单元)组成的串，行下标i的范围从0到4，列下标j的范围从0到5，M按行存储时元素M[3][5]的起始地址与M按列存储时元素_____的起始地址相同。

A. M[2][4]

B. M[3][4]

C. M[3][5]

D. M[4][4]

4、数组A中，每个元素的长度为3个字节，行下标i的范围从1到8，列下标j的范围从1到10，从首地址SA开始连续存放在存储器内，存放该数组至少需要的单元数是_____。

A. 80

B. 100

C. 240

D. 270

小 结

- 1 n 维数组中的每个元素都受 n 个线性关系的约束，在每个关系中，每个元素 a_{ij} 都有且仅有一个直接前趋，都有且仅有一个直接后继。
- 2 二维数组有两种顺序存储方式：一种是以行为主序的方式，另一种是以列序为主序的方式。

5. 3 矩阵的压缩存储

基本内容

- 1 特殊矩阵的压缩存储 ；
- 2 稀疏矩阵的压缩存储；
- 3 稀疏矩阵在三元组顺序表存储方式下，矩阵的运算的实现；

采用“压缩存储”：

1. 为多个相同的非零元素只分配一个存储空间；
2. 对零元素不分配空间。

考虑特殊情况：

1、矩阵中非零元素呈某种规律分布

$$\begin{pmatrix} 1 & 5 & 1 & 3 & 7 \\ 5 & 0 & 8 & 0 & 0 \\ 1 & 8 & 9 & 2 & 6 \\ 3 & 0 & 2 & 5 & 1 \\ 7 & 0 & 6 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

2、矩阵中出现大量的零元素

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 & 0 \\ 7 & 0 & 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}$$

5.3.1 特殊矩阵

所谓特殊矩阵是指值相同的元素或零元素的分布有一定规律的矩阵，下面我们讨论几种特殊矩阵的压缩存储。

1、对称矩阵

在一个n阶方阵A中，若元素满足下述性质：

$$a_{ij}=a_{ji} \quad 0 \leq i, j \leq n-1$$

则称A为对称矩阵。

如右图便是一个5阶对称矩阵。

$$\begin{pmatrix} 1 & 5 & 1 & 3 & 7 \\ 5 & 0 & 8 & 0 & 0 \\ 1 & 8 & 9 & 2 & 6 \\ 3 & 0 & 2 & 5 & 1 \\ 7 & 0 & 6 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$



$$\begin{pmatrix} 1 & 5 & 1 & 3 & 7 \\ 5 & 0 & 8 & 0 & 0 \\ 1 & 8 & 9 & 2 & 6 \\ 3 & 0 & 2 & 5 & 1 \\ 7 & 0 & 6 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

a_{00}

$a_{10} \quad a_{11}$

$a_{20} \quad a_{21} \quad a_{22}$

.....

$a_{n-1\ 0} \quad a_{n-1\ 1} \quad a_{n-1\ 2} \dots a_{n-1\ n-1}$

在这个下三角矩阵中，第*i*行恰有*i*+1个元素，元素总数为：

$$\sum_{i=0}^{n-1} (i+1) = \frac{n(n+1)}{2}$$

因此，我们可以按图中箭头所指的次序将这些元素存放在一个向量sa[0..n(n+1)/2-1]中。



为了便于访问对称矩阵A中的元素，我们必须在 a_{ij} 和 $sa[k]$ 之间找一个对应关系。

若 $i \geq j$ ，则 a_{ij} 在下三角形中。 a_{ij} 之前的 i 行（从第0行到第 $i-1$ 行）一共有

$$1 + 2 + \cdots + i = \frac{i(i+1)}{2}$$

个元素，在第 i 行上， a_{ij} 之前恰有 j 个元素（ $a_{i0}, a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{ij-1}$ ）因此有：

$$k = \frac{i \times (i+1)}{2} + j$$

若 $i < j$ ，则 a_{ij} 是在上三角矩阵中。因为 $a_{ij}=a_{ji}$ ，所以只要交换上述对应关系式中的 i 和 j 即可得到：

$$k = \frac{j \times (j + 1)}{2} + i \qquad 0 \leq k \leq \frac{n(n + 1)}{2} - 1$$

A中任意一元素 a_{ij} 与它的存储位置之间存在着如下对应关系：

$$k = \begin{cases} \frac{i \times (i + 1)}{2} + j & \text{当 } i \geq j \\ \frac{j \times (j + 1)}{2} + i & \text{当 } i < j \end{cases}$$

对于任意给定一组下标 (i, j) ，均可在 $sa[k]$ 中找到矩阵元素 a_{ij} ，反之，对所有的 $k=0, 1, 2, \dots, n(n-1)/2-1$ ，都能确定 $sa[k]$ 中的元素在矩阵中的位置 (i, j) 。由此，称 $sa[n(n+1)/2]$ 为 n 阶对称矩阵 A 的压缩存储，见下图：

a_{00}	a_{10}	a_{11}	a_{20}	$a_{n-1,0}$...	$a_{n-1,n-1}$
$k=0$	1	2	3		$n(n-1)/2$		$n(n+1)/2-1$

例如 a_{21} 和 a_{12} 均存储在 $sa[4]$ 中，这是因为

$$k=i*(i+1)/2+j=2*(2+1)/2+1=4$$

2、三角矩阵

以主对角线划分，三角矩阵有**上三角**和**下三角**两种。上三角矩阵如图所示，它的下三角（不包括主对角线）中的元素均为常数。下三角矩阵正好相反，它的主对角线上方均为常数。

$$\begin{array}{c} \left(\begin{array}{cccc} a_{00} & a_{01} & \dots & a_{0\ n-1} \\ c & a_{11} & \dots & a_{1\ n-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ c & c & \dots & a_{n-1\ n-1} \end{array} \right) \\ \text{(a) 上三角矩阵} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \left(\begin{array}{cccc} a_{00} & c & \dots & c \\ a_{10} & a_{11} & \dots & c \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n-1\ 0} & a_{n-1\ 1} & \dots & a_{n-1\ n-1} \end{array} \right) \\ \text{(b) 下三角矩阵} \end{array}$$

三角矩阵中的重复元素c可共享一个存储空间，其余的元素正好有 $n(n+1)/2$ 个，因此，**三角矩阵可压缩存储到向量**
 $sa[0..n(n+1)/2]$ 中，其中c存放在向量的最后一个分量中，

5.3.2 稀疏矩阵

1 什么是稀疏矩阵

简单说，设矩阵A中有s个非零元素，若s远远小于矩阵元素的总数，且零元素的分布没有规律，则称A为稀疏矩阵。

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 12 & 9 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 14 & 0 \\ 0 & 0 & 24 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 18 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 15 & 0 & 0 & -7 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

M有42 (6×7) 个元素
有8个非零元素

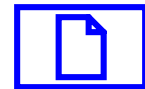
在存储稀疏矩阵时，为了节省存储单元，很自然地想到使用压缩存储方法。但由于非零元素的分布一般是没有规律的，因此在存储非零元素的同时，还必须同时记下它所在的行和列的位置 (i, j) 。反之，一个三元组 (i, j, a_{ij}) 唯一确定了矩阵A的一个非零元。因此，稀疏矩阵可由表示非零元的三元组及其行列数唯一确定。

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 12 & 9 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 14 & 0 \\ 0 & 0 & 24 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 18 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 15 & 0 & 0 & -7 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

例如，下列三元组表

$((1, 2, 12) (1, 3, 9), (3, 1, 3), (3, 6, 14), (4, 3, 24), (5, 2, 18),$
 $(6, 1, 15), (6, 4, -7))$ 加上 $(6, 7)$ 这一对行、列值便可作为下
列矩阵M的另一种描述。

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 12 & 9 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 14 & 0 \\ 0 & 0 & 24 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 18 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 15 & 0 & 0 & -7 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$



而由上述三元组表的不同表示方法可引出稀疏矩阵不同的
压缩存储方法。

一、三元组顺序表

假设以顺序存储结构来表示三元组表，则可得到稀疏矩阵的一种压缩存储方法——三元顺序表。

稀疏矩阵的三元组顺序表的类型定义

```
#define MAXSIZE 12500
typedef struct {
    int i, j;
    ElemType data;
}Triple;

typedef union {
    Triple data[MAXSIZE+1]; //用于存储非零元三元组表, data[0]未用
    int mu, nu, tu; //矩阵的行数、列数和非零元个数
}TSMatrix;
```

Triple: 是包含三个域的结构类型，其变量用于存储矩阵的非零元三元组表

data: 一维数组，用于存储矩阵的非零元三元组表

设M是 TSMatrix 类型的结构变量，则M有四个域，其中M.data用于存储矩阵M的三元组表，在此我们约定，M.data域中非零元三元组是以行序为主序顺序存储的。

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 12 & 9 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 14 & 0 \\ 0 & 0 & 24 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 18 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 15 & 0 & 0 & -7 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$



M的三元组顺序表图示

M.data

	i	j	e
1	1	2	12
2	1	3	9
3	3	1	-3
4	3	6	14
5	4	3	24
6	5	2	18
7	6	1	15
8	6	4	-7

M.mu

M.nu

M.tu

6
7
8

转置运算算法

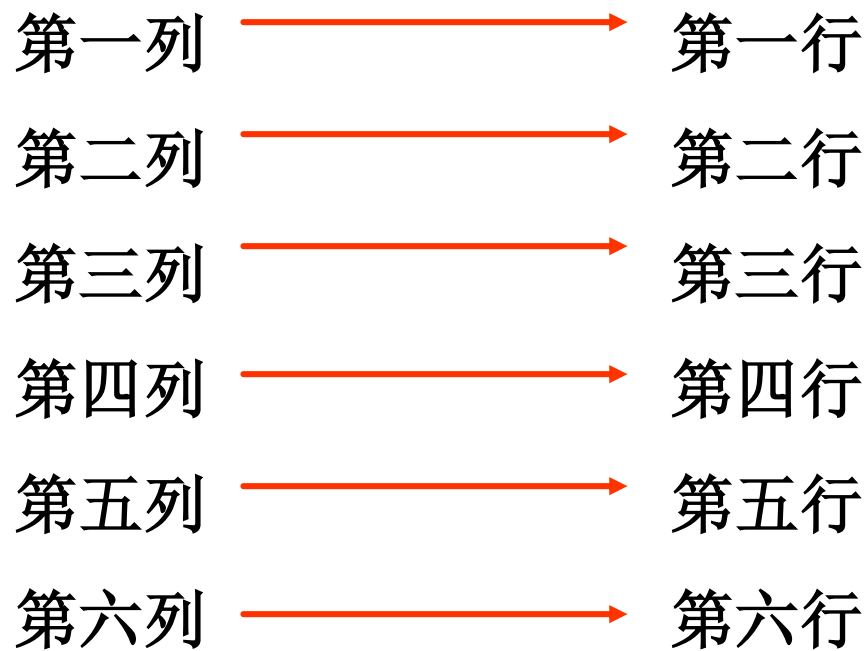


转置运算是一种最简单的矩阵运算。对于一个m行 n列的矩阵M， 它的转置矩阵T是一个n行m列的矩阵。例如， 下图中的矩阵M和T互为转置矩阵。

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 12 & 9 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 14 & 0 \\ 0 & 0 & 24 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 18 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 15 & 0 & 0 & -7 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad T = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -3 & 0 & 0 & 15 \\ 12 & 0 & 0 & 0 & 18 & 0 \\ 9 & 0 & 0 & 24 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 14 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

M

T



矩阵M的
三元组
顺序表

M. data

1
2
3
4
5
6
7
8

i	j	v
1	2	12
1	3	9
3	1	-3
3	6	14
4	3	24
5	2	18
6	1	15
6	4	-7

M. mu	6
M. nu	7
M. tu	8

T. data

1
2
3
4
5
6
7
8

i	j	v
1	3	-3
1	6	15
2	1	12
2	5	18
3	1	9
3	4	24
4	6	-7
6	3	14

T. mu	7
T. nu	6
T. tu	8

M的转置
矩阵T的
三元组
顺序表



1) 转置运算算法TransposeSMatrix(TSMatrix M, TSMatrix &T)

基本思想：

对M.data从头至尾扫描：

第一次扫描时，将M.data中列号为1的三元组赋值到T.data中，

第二次扫描时，将M.data中列号为2的三元组赋值到T.data中，

依此类推，直至将M.data所有三元组赋值到T.data中



```
Status TransposeSMatrix(TSMatrix M, TSMatrix &T) {  
    //采用三元组表存储表示，求稀疏矩阵M的转置矩阵T  
    T.mu=M.nu; T.nu=M.mu; T.tu=M.tu;  
    if (T.tu) {  
        q=1;           // q为当前三元组在T.data[ ]存储位置(下标)  
        for (col=1; col<=M.nu; ++col)  
            for (p=1; p<=M.tu; ++p)    //p为扫描M.data[ ]的“指示器”  
                                        //p“指向”三元组称为当前三元组  
                if (M.data[p].j==col){  
                    T.data[q].i=M.data[p].j; T.data[q].j=M.data[p].i;  
                    T.data[q].e=M.data[p].e; ++q;  
                }  
    }  
    return OK;  
}// TransposeSMtrix
```

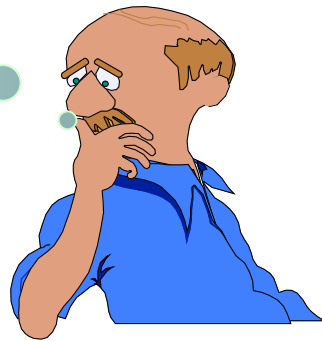
时间复杂度分析

算法的基本操作为将M.data中的三元组赋值到T.data，是在两个循环中完成的，故算法的时间复杂度为 $O(n \times t_u)$

我们知道，若用二维数组存储矩阵，转置算法的时间复杂度为 $O(m \times n)$ 。当非零元的个数 t_u 和矩阵元素个数 $m \times n$ 同数量级时，转置运算算法1的时间复杂度为 $O(m \times n \times n)$ 。由此可见：在这种情况下，用三元组顺序表存储矩阵，虽然可能节省了存储空间，但时间复杂度提高了，因此算法仅适于 $t_u \ll m \times n$ 的情况。

我不知道，让我想想。。。

该算法效率不同的原因是什么？



该算法效率不高的原因是：为实现M到T的转置，该算法对M.data进行了多次扫描。能否在对M.data一次扫描的过程中，完成M到T 的转置？

快速转置算法

分析

在M.data中，M的各列非零元三元组是以行为主序存储的，故M的各列非零元对应的三元组存储位置不是“连续”的。然而，M的各列非零元对应的三元组在T中的存储位置是“连续”的。

M的三元组
顺序表

如果能先求得M各列第一个非零元三元组在T.data中的位置，就能在对M.data一次扫描的过程中，完成M到T的转置：

对M.data一次扫描时，首先遇到各列的第一个非零元三元组，可按先前求出的位置，将其放至T.data中，当再次遇到各列的非零元三元组时，只须顺序放到对应列元素的后面。

辅助向量num[]、cpot[]

为先求得M各列第一个非零元三元组在T.data中的位置。引入两个辅助向量num[]、cpot[]:

num[col]: 存储第col列非零元个数

cpot[col]: 存储第col列第一个非零元三元组在T.data中的位置

cpot[col]的计算方法:

{
cpot[1]=1
cpot[col]=cpot[col-1]+num[col-1]

i	j	v
1	2	12
1	3	9
3	1	-3
3	6	14
4	3	24
5	2	18
6	1	15
6	4	-7

例 矩阵M

col	1	2	3	4	5	6	7
num[col]	2	2	2	1	0	1	0
cpot[col]	1	3	5	7	8	8	9

col	1	2	3	4	5	6	7
num[col]	2	2	2	1	0	1	0
cpot[col]	1	3	5	7	8	8	9



	i	j	v
M. data 1	1	2	12
2	1	3	9
3	3	1	-3
4	3	6	14
5	4	3	24
6	5	2	18
7	6	1	15
8	6	4	-7

T. data 1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	

i	j	v
1	3	-3
1	6	15
2	1	12
2	5	18
3	1	9
3	4	24
4	6	-7
6	3	14

M. mu	6
M. nu	7
M. tu	8

T. mu	7
T. nu	6
T. tu	8

各列第一个
非零元三元组
按先前求出的
位置，放至
T.data中

各列后续
的非零元
三元组，
顺序放到
对应列元
素的后面



快速转置算法主要步骤:

- 1 求M中各列非零元个数 $num[]$;
- 2 求M中各列第一个非零元在T.data中的下标 $cpot[]$;
- 3 对M.data进行一次扫描, 遇到col列的第一个非零元三元组时, 按 $cpot[col]$ 的位置, 将其放至T.data中, 当再次遇到col列的非零元三元组时, 只须顺序放到col列元素的后面;

Status FastTransposeSMatrix(TSMatrix M, TSMatrix &T) {

//采用三元组顺序表存储表示，求稀疏矩阵M的转置矩阵T。

T.mu=M.nu; T.nu=M.mu; T.tu=M.tu;

if (T.tu){

for (col=1; col<=M.nu; ++col) num[col]=0;

for (t=1; t<=M.tu; ++t) ++num[M.data[t].j]; //求M中每一列非零元个数

cpot[1]=1;

//求第 col列中第一个非零元在T.data中的序号

for(col=2; col<=M.nu; ++col) cpot[col]=cpot[col-1]+num[col-1];

for(p=1; p<M.tu; ++p) {

col=M.data[p].j; q=cpot[col];

T.data[q].i=M.data[p].j; T.data[q].j=M.data[p].i;

T.data[q].e=M.data[p].e; ++cpot[col];

}//for

}//if

return OK;

}//FastTransposeSMatrix

算法演示

时间复杂度分析

该算法利用两个辅助向量 $\text{num}[]$ 、 $\text{cpos}[]$ ，实现了对 $M.\text{data}$ 一次扫描完成 M 到 T 的转置。

从时间上看，算法中有四个并列的单循环，循环次数分别为 nu 、 tu 、 nu 和 tu ，因而总的时间复杂度为 $O(\text{nu} + \text{tu})$ ，在 M 的非零元个数 tu 和 $\text{mu} \times \text{nu}$ 同等数量级时，其时间复杂度为 $O(\text{mu} \times \text{nu})$ ，和转置算法5.1的时间复杂度相同。由此可见，**只有当 $\text{tu} \ll \text{mu} \times \text{nu}$ 时，使用快速转置算法才有意义。**

小 结

- 1 **矩阵压缩存储**是指为多个值相同的元素分配一个存储空间，对零元素不分配存储空间；
- 2 **特殊矩阵的压缩存储**是根据元素的分布规律，确定元素的存储位置与元素在矩阵中的位置的对应关系；
- 3 **稀疏矩阵的压缩存储**除了要保存非零元素的值外，还要保存非零元素在矩阵中的位置；

5. 4 广义表

基本内容

- 1 广义表的概念；
- 2 广义表的基本操作；

广义表的概念

1 什么是广义表

广义表也称为**列表**，是线性表的一种扩展，也是数据元素的有限序列。

记作： $LS = (a_1, a_2, \dots, a_n)$ 。

其中 a_i 其可以是单个元素，也可以是广义表。

- 1) LS 是**广义表的名称**， n 是**广义表长度**；
- 2) 广义表的定义是一个**递归定义**，因为在描述广义表时又用到了广义表；
- 3) 在线性表中数据元素是单个元素，而在广义表中，元素可以是单个元素称为**原子**，也可以是广义表，称为**广义表的子表**；

4) 广义表例:

$A = ()$

空表, 表长为0;

$B = (e)$

B中只有一个原子e, 表长为1;

$C = (a, (b, c, d))$

C的表长为2, 两个元素分别为原子a 和子表

$B = (e)$ 表头: e 表尾 ()

$C = (a, (b, c, d))$ 表头: a 表尾 ((b, c, d))

$D = (A, B, C)$ 表头: A 表尾 (B, C)

$E = (a, E)$

递归表, 长度为2

5) 对非空广义表LS:

称第一个元素 a_1 为LS的表头;

其余元素组成的表 (a_2, \dots, a_n) 称为LS的表尾;

2 广义表的基本操作

- 1) 创建空的广义表L;
- 2) 销毁广义表L;
- 3) 已有广义表L, 由L复制得到广义表T;
- 4) 求广义表L的长度;
- 5) 求广义表L的深度;
- 6) 判广义表L是否为空;
- 7) 取广义表L的表头;
- 8) 取广义表L的表尾;
- 9) 在L中插入元素作为L的第一个元素;
- 10) 删除广义表L的第一个元素, 并e用返回其值;
- 11) 遍历广义表L, 用函数visit()处理每个元素;

小 结

- 1 广义表是数据元素的有限序列。其数据元素可以单个元素，也可以是广义表；
- 2 若广义表不空，则可分成表头和表尾，反之，一对表头和表尾可唯一确定广义表；

第五章 习题

1、 P32 5.1

2、 P33 5.10 1) 2) 3) 4) 5)



求各列
非零元
个数

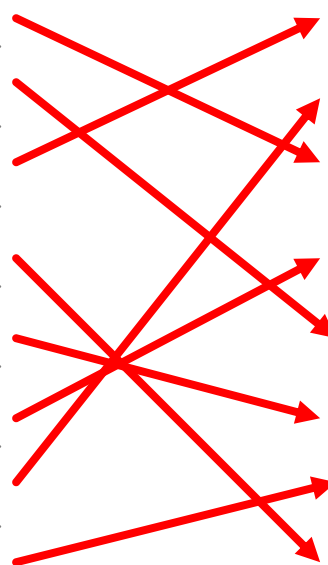
col	1	2	3	4	5	6	7
num[col]	2	2	2	1	0	1	0
cpot[col]	3	5	7	7	8	9	9

求各列第
个非零元
b中位置

扫描M.data
实现M到T
的转置

i	j	v
1	2	12
1	3	9
3	1	-3
3	6	14
4	3	24
5	2	18
6	1	15
6	4	-7

M.data



i	j	v
1	3	-3
1	6	15
2	1	12
2	5	18
3	1	9
3	4	24
4	6	-7
6	3	14

T.data

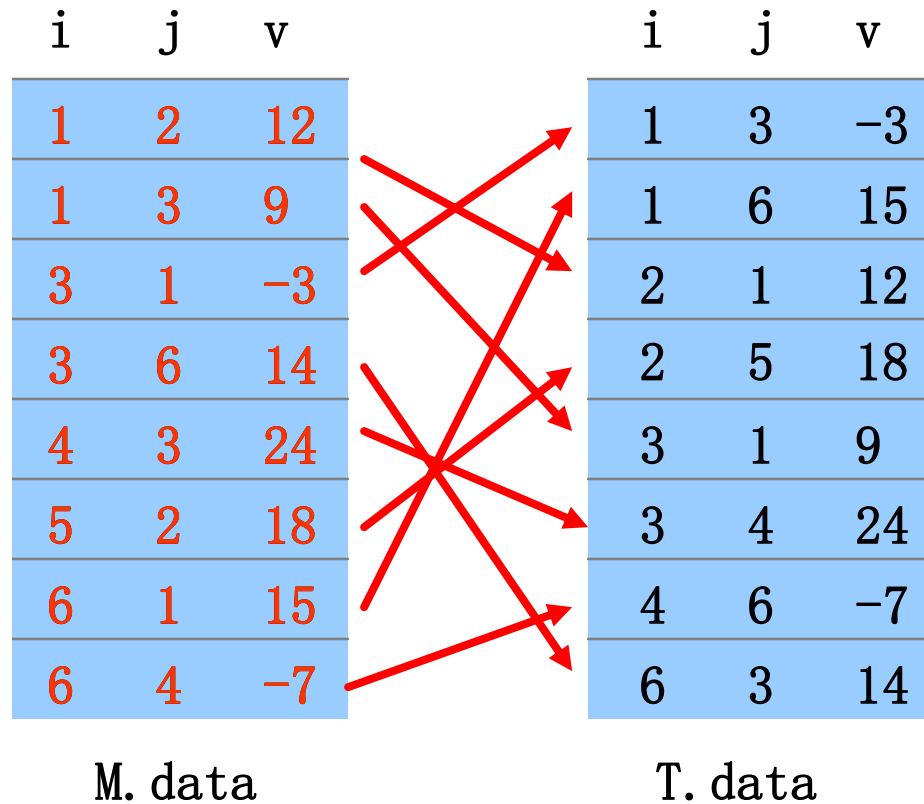
1
2
3
4
5
6
7
8

快速转置算法图示

返回算法

转置运算算法图示

第六次扫描查找
第6列元素



对M六次扫描完成转置运算