# 期末考点分类

## Chapter1 随机事件及其概览

### 考点1 随机事件的基本表示

[2021A]

**1.** 用事件 $A,B,C$ 的运算关系式表示事件：三个事件都不出现 ________________.

[2021B]

**1.** 用事件 $A,B,C$ 的运算关系式表示事件：三个事件至少出现一个 ________________.

[2002]

1、设 A、B、C 为三个随机事件，则“三个事件中至少有一个不发生”可表示为__________。

### 考点2 事件的独立性和相容性的判断

[2021A]

**6.** 对任意两个独立的事件 $A$ 和 $B$，结论一定成立的是（　　　　）.

(A) $A$ 与 $B$ 互不相容　　(B) $\overline{A}$ 与 $\overline{B}$ 独立

(C) $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$　　(D) $P(A-B)=P(A)-P(B)$

[2006A]

8. 设 A 和 B 是任意两个概率不为零的不相容事件，则下列结论中肯定正确的是

(A) $\overline{A}$与$\overline{B}$不相容；　　(B) $\overline{A}$与$\overline{B}$相容；

(C) P(AB)=P(A)P(B);　　(D) P(A-B)=P(A)。

[2006B]

8. 设 A 和 B 是任意两个概率不为零的不相容事件，则下列结论中肯定正确的是　【　】

(A) $\overline{A}$与$\overline{B}$不相容；　　(B) $\overline{A}$与$\overline{B}$相容；

(C) P(AB)=P(A)P(B);　　(D) $P(\overline{A}\cup\overline{B})=1$。

[2004]

1．设 $A,B$ 是两个随机事件，下列等式中一定成立的是（　）

（A）$(A\cup B)-B=A$　　（B）$P(A\overline{B})=P(A)-P(AB)$

（C）$P(AB)=P(A)P(B)$　　（D）若 $A\cup B=B$，则 $P(A)\geq P(B)$

[2006A]

8. 设 A 和 B 是任意两个概率不为零的不相容事件，则下列结论中肯定正确的是【　】

(A) $\overline{A}$与$\overline{B}$ 不相容；　　(B) $\overline{A}$与$\overline{B}$ 相容；

(C) P(AB)=P(A)P(B);　　(D) P(A-B)=P(A)。

## 考点3 概率的计算

### 题型一：利用互斥，独立，条件概率进行计算

[2021A]

**3.** 已知 $P(B)=\dfrac{1}{6}$，$P(B\mid A)=\dfrac{1}{3}$，$P(A\mid B)=\dfrac{1}{2}$，则 $P(A)=$__________________.

[2021B]

**3.** 设 $P(A)=0.4,\ P(A\cup B)=0.7$，若 $A,B$ 相互独立，则 $P(B)=$__________________.

[2006A]

1．设 A，B 为随机事件，已知 P(AB)=0.05，$P(A\overline{B})=0.079, P(\overline{A}\overline{B})=0.782$，则 P(B|A)=______________。

2. 设 A、B 为两个独立的随机事件，已知只有 A 发生的概率为 0.25，只有 B 发生的概率也为 0.25，则 P(A)=_____ .

12. 设X，Y为两个随机变量，且已知$P\{X\geq0,Y\geq0\}=\dfrac{3}{7}$，$P\{X\geq0\}=P\{Y\geq0\}=\dfrac{4}{7}$，则$P\{\max(X,Y)\geq0\}$等于　【　】。

(A) $\dfrac{3}{7}$　　(B) $\dfrac{4}{7}$　　(C) $\dfrac{5}{7}$　　(D) $\dfrac{16}{49}$

[2006B]

1．设 A，B 为随机事件，已知 P(AB)=0.05，$P(A\overline{B})=0.079, P(\overline{A}\overline{B})=0.782$，则 P(B| $\overline{A}$ )=______________。

2．设 A、B 为两个独立的随机事件，已知 P(A)=0.6，P(B)=0.5，则 P(A|A∪B)=______ .

[2004]

2．设 $A,B$ 是两个随机事件，$P(\overline{A})=0.2, P(B)=0.7, P(A|B)=0.8$，则（　）

（A）$A,B$ 相互独立　　　（B）$A,B$ 互斥

（C）$A \subset B$　　　（D）$P(A \cup B)=P(A)+P(B)$

2．设 $A,B$ 为两个随机事件，$P(A)=0.5, P(B)=0.6$，$P(A \cup B)=0.8$，则

$P(AB)=$__________ .

[2005]

1．P(A)=0.4, P(A∪B)=0.9, 若事件 A 与 B 互斥，则 P(B)=__________;______。

2．设 A、B 为随机事件，P(A)=0.7, P($\overline{AB}$)=0.6, 则 P(A-B)=______ .

3. 设 P(A)=0.5, P(B)=0.25, $P(A|\overline{B})=0.4$, 则 P(AB)=__________.

[2002]

**2、设 A、B 为两个随机事件, 且 P(A)=0.6, p(B)=0.7, 则在_____条件下 p(AB) 取到最大值___，在_____条件下 p(AB) 取到最小值___**

**4、设 $P(A)=\frac{1}{4}, P(B|A)=\frac{1}{3}, P(A|B)=\frac{1}{2}$, 则 $P(B)=$____，$P(A \cup B)=$_____.**

**题型二：实际应用（填空）**

[2021B]

**2. 某厂生产的产品为合格品的概率是 96%，而合格品中为一等品的概率为 75%，则该厂生产的这种产品为一等品的概率为____________________.**

[2006A]

3. 现有 6 个红球, 3 个白球。将这 9 个球随机地分装在 3 个空盒(每盒 3 球), 则每盒中均有 2 红 1 白的概率为______.

[2006A]

9．给 K 只犬注射狂犬疫苗，则其中某只犬总在另一只犬前面注射的概率为　　【　】

(A)　$\frac{1}{k}$;　　(B)　$\frac{1}{2}$;　　（C）　$\frac{1}{k(k-1)}$;　　(D)　$\frac{2}{k}$.

[2002]

**3、从 5 双不同的鞋子中任取 4 只，则这 4 只鞋子中至少有两只配成一双的概率为____，这 4 只鞋子中任何两只都配不成一双的概率为____。**

[2002]

5、三人独立地去破译一份密码，已知各人能译出的概率分别为$\frac{1}{5},\frac{1}{3},\frac{1}{4}$，则三人中至少有一人能将此密码译出的概率_____。

## 题型三：实际应用（解答）

[2021A]

11. 设某工厂甲、乙、丙三个车间生产同一种螺钉，产量依次占全厂的 50%、30%、20%，各车间的次品率依次为 4%、2%、5%，现从该厂的产品中任取一个，求：(1) 取到次品的概率有多大？(2)若已知取到一次品，该产品为甲车间生产的概率？

[2021B]

**11. 按以往概率论考试结果分析，努力学习的学生有 90%的可能考试及格，不努力学习的学生有 90%的可能考试不及格.据调查，学生中有 80%的人是努力学习的，试求：(1) 学生考试及格的概率；(2) 考试及格的学生有多大可能是不努力学习的人？**

[2004]

四、一台机器正常工作时产出的废品率是 0.0009，发生故障时的废品率是 0.05，而发生故障的概率是 0.01.

(1)求该机器的产品的废品率；

(2)现从该机器的一批产品中任意抽取一件，若已知取得的是废品，问这时机器是处于正常状态还是有故障的可能性更大？（10 分）

[2005]

14. 在一袋麦种中，其中一等麦种占 80%，二等麦种占 18%，三等麦种占 2%，已知一、二、三等麦种的发芽率分别为 0.8, 0.5, 0.2。(1)现从袋中任取一粒麦种，求它发芽的概率；(2) 从袋中任取一粒麦种，播种后发芽了，求它是一等种子的概率。(10 分)

25

[2006A]

15. 在一袋麦种中，其中一等麦种占 80%，二等麦种占 18%，三等麦种占 2%，已知一、二、三等麦种的发芽率分别为 0.8, 0.5, 0.2。(1)现从袋中任取一粒麦种，求它发芽的概率；(2)从袋中任取一粒麦种，播种后未发芽，求它是一等种子的概率。(10 分)

[2006B]

15. 将两信号分别编码为“1”和“0”传递出去，由于受随机干扰，在传出信号“0”时，接收到信号“0”的概率为 0.98,收到信号“1”的概率为 0.02，在传出信号“1”时，接收到信号“1”的概率为 0.99,收到信号“0”的概率为 0.01，信号“0”和“1”传送的频繁程度为 2：1。(1) 接收到信号“0”的概率；(2) 在接收到的信号为“0”，求原发信号为“0”的概率。(10 分)

[2002]

1、将两信息分别编码为“1”和“0”传递出去，由于受随机干扰，在传出信号“0”时，接收到信号“0”的概率为0.98,收到信号“1”的概率为0.02,在传出信号“1”时，接收到信号“1”的概率为0.99,收到信号“0”的概率为0.01，信号“0”和“1”传送的频繁程度为2：1，（1）求一般情况下接收到的信号为“0”的概率；（2）已知接收到的信号为“0”，求原发信号为“0”的概率。

## 考点4 古典概型

[2021A]

4. 掷一枚均匀硬币直到出现3次正面才停止，问正好在第6次停止的概率=____________.

[2021B]

4. 任取一个正整数，则该数的四次方的末位数字是1的概率为____________.

[2021B]

6. 独立地掷 $2n+1$ 次均匀硬币，则出现正面次数多于反面次数的概率为（　　　）.

(A) $\frac{1}{4}$　　(B) $\frac{1}{3}$　　(C) $\frac{1}{2}$　　(D) 不确定

[2006B]

3. 已知书架上有5本外观相同的书，其中一本内有某人所需资料，因忘记是在哪本书中，遂逐本翻看，则在前3本书中找到资料的概率为______.

[2006B]

9．同时掷三枚硬币，则恰有一枚正面向上的概率是　　【　】

(A) $\frac{1}{8}$；　(B) $\frac{3}{8}$；　(C) $\frac{1}{4}$；　(D) $\frac{3}{4}$.

[2004]

1．同时抛三枚硬币，则至少两枚出现正面的概率为____________.

# Chapter2 一维随机变量及其分布

## 考点1 离散型随机变量及其分布（两点，二项，泊松）

**[2002A]**

**6、将 3 只球随机地放入 4 个杯子中去，以 X 表示杯子中球的最大个数，则随机变量 X 的分布律为____________________________。**

**[2006B]**

11．设随机变量 X 服从参数为 λ 的泊松分布 P（λ），且 P(X=3)=P(X=2)，则 λ 的值为　　　【　】

（A） λ=3；　　（B） λ=2；　　（C） λ=3 或 λ=2；　　（D） λ=6.

**[2004]**

三、设随机变量 $X$ 服从参数为 $p$ 的 0-1 分布，$Y$ 服从参数为 $n,p$ 的二项分布，$Z$ 服从参数为 $2p$ 的 Poisson 分布.

(1) 写出 $X,Y,Z$ 的分布律.

(2) 如果已知 $X$ 取值为 0 的概率是 $Y$ 取值为 0 的概率的 9 倍，$X$ 取值为 1 的概率是 $Y$ 取值为 1 的概率的 3 倍，求 $P(Z<2)$.（10 分）

## 考点2 连续型随机变量—概率密度、分布函数

**[2021A]**

**7. 设 $X$ 的密度函数为 $f(x)=\begin{cases}\frac{3}{2}\sqrt{x}, & 0\le x\le 1\\ 0, & 其他\end{cases}$，则 $P\{X>\frac{1}{4}\}$ 为（　　）.**

（A） $\frac{7}{8}$　　（B） $\int_{\frac{1}{4}}^{+\infty}\frac{3}{2}\sqrt{x}dx$　　（C） $1-\int_{-\infty}^{\frac{1}{4}}\frac{3}{2}\sqrt{x}dx$　　（D） $\frac{2}{3}$

**[2021B]**

**7. 设 $X$ 的密度函数为 $f(x)=\begin{cases}Ax^2, & 0\le x\le 1\\ 0, & 其它\end{cases}$，则 $P\{0<X<\frac{1}{2}\}$ 为（　　）.**

（A） $\frac{1}{8}$　　（B） $\frac{1}{4}$　　（C） $\frac{1}{2}$　　（D） $\frac{7}{8}$

**[2006A]**

4．设连续型随机变量 X 的分布函数为 $F(x)=\begin{cases}0, x<1\\ A\cdot\ln x, 1\le x<e\\ 1, x\ge e\end{cases}$，则 $P\{|X|<\sqrt[3]{e}\}=$_____.

**[2006B]**

4．设连续型随机变量 X 的密度函数为 $f(x)=\frac{A}{1+x^2}(-\infty<x<+\infty)$，则 $P\{|X|<\frac{\sqrt{3}}{3}\}=$_____.

[2005]

4．设随机变量 X 的分布函数为 $F(x)=\begin{cases} A+Be^{-\frac{x^2}{2}}, x>0 \\ 0, \quad x\le 0 \end{cases}$，则 $P\{|X|<\sqrt{3}\}=$_____.

[2002]

7、随机变量 X 的分布函数为 $F(x)=\begin{cases} 0, x<1 \\ \ln x, 1\le x<e \\ 1, x\ge 1 \end{cases}$，则 P{0<X<3}=___，其密度函数为 f(x)=________.

## 考点3 连续型随机变量——常用分布（平均、正态、指数）

[2021A]

5. 设随机变量 $X\sim N(2,\sigma^2)$，若 $P(2<X<4)=0.3$，则 $P(X<0)=$___________.

[2002]

8、随机变量 X 在（0, 5）上服从均匀分布 U（0，5），则方程 $4t^2+4Xt+X+2=0$ 有实根的概率为______。

[2004]

3. 设随机变量 $X\sim N(1,\sigma^2)$ 且 $P(0<X<2)=0.5$，则 $P(X\le 2)=$___________.

## 考点4 随机变量函数——概率密度

[2021A]

12. 设随机变量 $X$ 的密度函数为 $f_X(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\mathrm{e}^{-\frac{x^2}{2}}$，求 $Y=|X|$ 的概率密度函数 $f_Y(y)$.

[2021B]

12. 设随机变量 $X$ 的密度函数为 $f_X(x)=\begin{cases} \frac{A}{1+x^2}, x>0, \\ 0, \quad x\le 0. \end{cases}$，求(1)$A$ 的值；(2)$Y=\ln X$ 的概率密度函数 $f_Y(y)$.

[2006A]

16. 设随机变量 X 的概率密度函数为 $f(x)=\begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, x\ge 0 \\ 0, \quad x<0 \end{cases}$，求随机变量 $Y=X^2$ 的概率密度。（10 分）

[2006B]

16. 设随机变量 X 服从标准正态分布 N(0,1),试求随机变量 $Y=e^X$ 的概率密度。（10 分）

[2005]

15. 设随机变量 X 的概率密度函数为 $f(x)=\begin{cases}Ax, 0<x<4\\ 0, \quad 其它\end{cases}$，求（1）常数 A;（2）随机变量 Y=2X+8 的概率密度。（11 分）

[2002]

3、设随机变量 X 服从区间（0，1）上的均匀分布，求 $Y=-2\ln X$ 的概率密度函数

2、某种型号的器件的寿命 X(单位：小时)具有概率密度为

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1000}{x^2}, x>1000\\ 0, \quad 其他\end{cases}$$

现有一大批这种器件（设各器件损坏与否相互独立），任取 5 只，求其中至少有 2 只寿命大于 1500 小时的概率。

# Chapter3 二维随机变量及其分布

## 考点1 二维随机变量的分布函数

[2006A]

10. 已知二维随机变量(ξ, η)的联合分布函数 F(x,y)=P{ξ≤x,η≤y}则事件{ ξ>1,η>0}的概率是 【 】

(A) F(1,0); (B) 1- F(1,+∞) - F(+∞,0)+F(1,0);

(C) F(1,+∞) - F(1,0); (D) 1- F(1,0)。

[2006B]

12. 设随机变量 $X_i\sim\begin{bmatrix}-1 & 0 & 1\\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4}\end{bmatrix}(i=1,2)$，且满足 $P\{X_1X_2=0\}=1$，则 P{X₁=X₂}等于 【 】

(A) 0; (B) $\frac{1}{4}$; (C) $\frac{1}{2}$; (D) 1.

## 考点2 离散型——联合、边缘概率分布、相关系数

[2021A]

9. 二维随机变量（$X,Y$）的分布律如下，则 $P\{X=Y\}=$（ ）

| Y \ X | -1 | 0 | 1 |
|---|---|---|---|
| -1 | 0.05 | 0.26 | 0.04 |
| 0 | 0.15 | 0.10 | 0.10 |
| 2 | 0.05 | 0.20 | 0.05 |

(A) 0.05 (B) 0.10 (C) 0.15 (D) 0.20

[2002]

4、盒子中装有 3 只黑球、2 只红球、2 只白球，在其中任取 4 只，以 X 表示取到黑球的只数，以 Y 表示取到红球的只数。求 X，Y 的联合分布以及（X, Y）的边缘分布。

[2006A]

17. 设盒子里装有 3 只黑球、2 只红球、2 只白球，在其中任取 4 只球，以 X 表示取到黑球的只数，以 Y 表示取到红球的只数，试求（1）(X, Y)的联合概率分布以及边缘分布。(2)随机变量 X 和 Y 的相关系数 $\rho_{XY}$。（10 分）

[2006B]

17. 一口袋中装有 3 只白球，2 只红球和 3 只黑球，现在随机地抽取 4 只球，设 X 为其中的白球数，Y 为红球数，试求（1）随机向量（X，Y）的联合分布列；（2）随机变量 X 和 Y 的相关系数 $\rho_{XY}$.(10 分)

## 考点3 连续型——联合、边缘概率密度

[2021A]

**14. 设二维随机变量 $(X,Y)$ 的概率密度为 $f(x,y)=\begin{cases} cx^2y, & x^2\le y\le 1 \\ 0, & 其他. \end{cases}$，求（1）试确定常数 $c$;（2）求边缘概率密度 $f_X(x)$.**

[2004]

5. 设 $X_1,X_2$ 是两个相互独立的连续型随机变量，它们的概率密度分别为 $f_1(x),f_2(x)$，分布函数分别是 $F_1(x),F_2(x)$，则（ ）

（A） $f_1(x)+f_2(x)$ 必为某一随机变量的概率密度;

（B） $f_1(x)f_2(x)$ 必为某一随机变量的概率密度;

（C） $F_1(x)+F_2(x)$ 必为某一随机变量的分布函数;

（D） $F_1(x)F_2(x)$ 必为某一随机变量的分布函数.

## 考点4 随机变量的独立性

[2021B]

**5.设随机变量(X,Y)的密度函数为 $f(x,y)=\begin{cases} e^{-y} & 0<x<y \\ 0 & 其它 \end{cases}$，则随机变量 $X$ 与 $Y$ 的独立性为____________.**

# Chapter4 随机变量的数字特征

## 考点1 变量的相关性、独立性

[2021A]

**8. 如果随机变量 $X,Y$ 满足 $D(X+Y)=D(X-Y)$，则必有（ ）**

（A） $X$与$Y$独立　　　　（B） $X$与$Y$不相关

（C） $DY=0$　　　　（D） $DX=0$

[2021B]

9. 设二维随机变量（$X,Y$）的分布律为

| $Y \backslash X$ | $-1$ | $0$ | $1$ |
|---|---|---|---|
| 0 | 0.07 | 0.18 | 0.15 |
| 1 | 0.08 | 0.32 | 0.20 |

则 有（ ）

（A）$X$ 与 $Y$ 独立且相关　　(B) $X$ 与 $Y$ 不独立，但相关

(C) $X$ 与 $Y$ 独立但不相关　　(D) $X$ 与 $Y$ 不独立，也不相关

## 考点2 结合常见分布的期望和方差

[2021B]

8. 设随机变量 $X \sim B(n,p)$，且已知 $E(X)=2.4, D(X)=1.44$，则必有（　　）

（A）$n=4, p=0.4$　　（B）$n=6, p=0.4$　　（C）$n=4, p=0.6$　　（D）$n=6, p=0.6$

[2006A]

11. 设随机变量 X 服从参数为 λ 的泊松分布 P(λ)，且已知 E(X+1)(X-3)=3, 则 λ 的值为　　【　】

（A） λ=3;　　(B)　λ=-2;　　(C)　λ=3 或 λ=-2;　　(D)　λ=1.

[2005]

11. 设 $X$ 服从参数为 $\lambda$ 的指数分布，且已知 $E(X^2)=72$，则 $\lambda=$【　】

A. 6　　B. $\frac{1}{6}$　　C. $\frac{1}{6\sqrt{2}}$　　D. $6\sqrt{2}$

[2002]

9、设长方形的宽（单位:米）X 服从取间（0,2）上的均匀分布，且已知长方形的周长为 20 米，则长方形的面积的数学期望为=________ 。

## 考点3 方差——相关系数

[2006A]

6. 已知 X、Y 为两个随机变量，他们的方差分别为 D(X)=25，D(Y)=36, 他们间的相关系数为 $\rho_{XY}=0.4$，则 D(X-Y)=___ 。

[2006B]

6. 已知 X、Y 为两个随机变量，他们的方差分别为 D(X)=25，D(Y)=36, 且 D(X-Y)=37,则他们间的相关系数 $\rho_{XY}$ 为_________ 。

## 考点4 期望和方差的计算

### 题型一：一维变量

[2021A]

13. 设随机变量 $X$ 的分布律为：

| $X$ | -1 | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|---|
| $p_k$ | 0.1 | 0.2 | 0.4 | 0.3 |

求：（1）$Y=X^2$ 的分布律；（2）$Y$ 的数学期望 $E(Y)$及方差 $D(Y)$.

[2021B]

13. 设随机变量 $X$ 的分布律为：

| $X$ | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| $p_k$ | 0.1 | 0.2 | 0.4 | 0.3 |

求：（1）$Y=\dfrac{1}{1+X}$ 的分布律；（2）$Y$ 的数学期望 $E(Y)$.

[2004]

4. 设随机变量 $X$ 的概率密度是 $f(x)=\begin{cases}x+1, x\in[-1,0]\\1-x, x\in(0,1]\\0, \quad 其它\end{cases}$，则 $X$ 的数学期望 $E(X)=$________.

五、已知随机变量 $X$ 的分布律为

| X | -2 | -1 | 0 | 2 |
|---|---|---|---|---|
| P | 1/8 | 2/8 | 3/8 | 2/8 |

(1) 求随机变量 $Y=2X^2-1$ 的分布律，写出其分布函数，并计算 $Y$ 的方差 $D(Y)$.

(2) 随机变量 $Z$ 与 $Y$ 同分布，$Z$ 与 $X$ 相互独立，试写出二维随机变量 $(X,Z)$ 的联合分布律，并求 $P(Z\le X)$.　（10 分）

[2002]

5、一工厂生产某种设备的寿命 X(单位：年)服从指数分布，概率密度为

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{4}e^{-\frac{x}{4}}, x>0\\ 0, x\le 0\end{cases},$$

工厂规定，出售的设备若在售出一年之内损坏可予以调换。若工厂售出一台设备赢利 100 元，调换一台设备厂方需花费 300 元。试求厂方出售一台设备净利润的期望值。

**题型二：二维变量**

**[2021B]**

**14. 设二维随机变量** $(X,Y)$ **的概率密度为** $f(x,y)=\begin{cases}\frac{1}{8}(x+y), & 0\le x\le 2, 0\le y\le 2\\ 0, & 其他.\end{cases}$ **，求 （1）** $E(X),D(Y)$**；（2）** $(X,Y)$ **的协方差** $Cov(X,Y)$.

**[2004]**

六、设二维随机变量 $(X,Y)$ 的概率密度为

$$f(x,y)=\begin{cases}\frac{1}{\pi}, & x^2+y^2<1\\ 0, & 其他\end{cases}$$

（1） 求 $X,Y$ 的边缘密度函数 $f_X(x),f_Y(y)$.

（2） 求 $E(X),D(X)$.

（3） 求 $E(2X-3Y+1),E(XY),D(X+Y),D(1-2Y)$.

（4） 据理判断 $X$ 与 $Y$ 是否相互独立，是否相关. (20 分)

# Chapter6 数理统计的基本概念

## 考点1 三大分布

**[2021A]**

**10.** $X\sim N(1,1),Y\sim N(1,1)$ **，** $X$ **与** $Y$ **独立，则** $X-Y$ **服从(　　　)分布.**

**(A)** $\chi^2(2)$ **分布**　**(B)** $N(0,1)$ **分布**　**(C)** $N(0,2)$ **分布**　**(D)** $N(2,2)$ **分布**

**[2021B]**

**10.** $X\sim N(2,4),Y\sim N(3,9)$ **，** $X$ **与** $Y$ **独立，则** $3X-2Y$ **服从(　　　)分布.**

**(A)** $\chi^2(2)$ **分布**　**(B)** $N(0,1)$ **分布**　**(C)** $N(0,72)$ **分布**　**(D)** $N(12,72)$ **分布**

[2004]

4．设 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 是来自总体 $X \sim N(0,\sigma^2)$ $(\sigma > 0)$ 的样本，且统计量

$\chi^2 = \sum_{i=1}^{n} X_i^2$ 服从自由度为 $n$ 的 $\chi^2$ 分布，则常数 $\sigma$ 等于（　）

（A）1　　（B）$n$　　（C）$n^2$　　（D）$\sqrt{n}$

# Chapter7 参数估计

## 考点1 点估计（矩估计+最大似然估计）必考！！

[2021A]

**15. 设 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 是取自总体 X 的一个样本，X 的密度函数为 $f(x)=\begin{cases}(\theta+1)x^{\theta} & 0<x<1 \\ 0 & \text{其它}\end{cases}$，其中 $\theta > 0$ 未知，求 $\theta$ 的矩估计和最大似然估计.**

[2021B]

**15. 设 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 是取自总体 X 的一个样本，X 的密度函数为 $f(x)=\frac{1}{2\sigma}e^{-\frac{|x|}{\sigma}}, -\infty < x < +\infty$,，其中 $\sigma > 0$ 未知，求 $\sigma$ 的矩估计和最大似然估计.**

[2006A]

18．设总体 X 有概率密度为 $f(x;\theta)=\begin{cases}\theta c^{\theta} x^{-(\theta+1)}, & x > c \\ 0, & \text{其它}\end{cases}$,其中 C>0 为已知，$\theta > 1$ 为未知参数。$X_1, \cdots, X_n$ 为来自总体 X 的样本，试求未知参数 θ 的矩估计量和极大似然估计量。(10 分)

[2006B]

**18.** 设（$X_1, X_2, \cdots, X_n$）为总体 X 的一个样本，X 的密度函数为 $f(x;\theta)=\begin{cases}\sqrt{\theta}x^{\sqrt{\theta}-1}, & 0 \le x \le 1 \\ 0, & \text{其它}\end{cases}$，$\theta$ >0 为未知参数，求参数 $\theta$ 的矩估计和极大似然估计.（10 分）

[2004]

七、设总体 $X$ 的概率密度为

$$f(x)=\begin{cases}(a+1)x^{a}, & 0<x<1 \\ 0, & \text{其他}\end{cases}$$

$X_1, X_2, \cdots, X_n$ 是来自 $X$ 的样本，试求总体参数 $a$ 的矩估计和最大似然估计.（10 分）

**[2005]**

17．设总体 X 有概率密度为 $f(x;\theta)=\begin{cases}\sqrt{\theta}x^{\sqrt{\theta}-1}, 0\le x\le 1\\ 0, \quad 其它\end{cases}(\theta>0)$，$X_1,\ldots,X_n$ 为来自总体 X 的样本，试求未知参数 θ 的矩估计量和极大似然估计量。（12 分）

**[2002]**

**7、设总体 X 有概率密度为**

$$f(x;\theta)=\begin{cases}\theta c^{\theta}x^{-(\theta+1)}, x>c\\ 0, \quad 其它\end{cases}(\theta>0)$$

$X_1,\ldots,X_n$ **为来自总体 X 的样本，试求未知参数 θ 的矩估计量和极大似然估计量。**

## 考点2 估计量的评价标准——无偏性、有效性

**[2006A]**

5．设 $X_1,X_2,X_3,X_4$ 是来自均值为 θ 的指数分布总体的样本。其中 θ 未知，设有估计量 $T_1=\frac{1}{6}X_1+\frac{1}{3}X_2+\frac{1}{8}X_3+\frac{3}{8}X_4$, $T_2=\frac{1}{6}(X_1+X_2+2X_3+3X_4)$, $T_3=\frac{1}{4}(X_1+X_2+X_3+X_4)$

则其中____________是 θ 的无偏估计。

**[2006B]**

5．设 $X_1,X_2,X_3,X_4$ 是来自均值为 θ 的指数分布总体的样本。其中 θ 未知，设有估计量 $T_1=\frac{1}{6}X_1+\frac{1}{3}X_2+\frac{1}{8}X_3+\frac{3}{8}X_4$, $T_2=\frac{1}{7}(X_1+X_2+2X_3+3X_4)$, $T_3=\frac{1}{4}(X_1+X_2+X_3+X_4)$

则 $T_1,T_2,T_3$ 是 θ 的无偏估计，其中__________是最有效的。

**[2005]**

5．设 $X_1,X_2,X_3,X_4$ 是来自均值为 θ 的指数分布总体的样本。其中 θ 未知，设有估计量 $T_1=\frac{1}{6}X_1+\frac{1}{3}X_2+\frac{1}{8}X_3+\frac{3}{8}X_4$, $T_2=\frac{1}{6}(X_1+X_2+2X_3+3X_4)$, $T_3=\frac{1}{4}(X_1+X_2+X_3+X_4)$

则其中____________是 θ 的无偏估计，在这些无偏估计中______ 是较为有效的。

[2002]

**10、设 $X_1,X_2,X_3,X_4$ 是来自均值为 θ 的指数分布总体的样本。其中 θ 未知，设有估计量**

$$T_1=\frac{1}{6}(X_1+X_2)+\frac{1}{3}(X_3+X_4),T_2=\frac{1}{5}(X_1+2X_2+3X_3+4X_4),$$

$$T_3=\frac{1}{4}(X_1+X_2+X_3+X_4)$$

**则其中__________是 θ 的无偏估计，在这些无偏估计中_____ 是较为有效的。**

[2006A]

13. 设 $(X_1,\cdots,X_n,X_{n+1},\cdots,X_{2n})$ 是总体 $N(\mu,\sigma^2)$ 的一个样本，则当 C=【　　】时，$C\sum_{i=1}^{n}(X_{n+i}-X_i)^2$ 为 $\sigma^2$ 的无偏估计。

（A）$\frac{1}{2n-1}$　　（B）$\frac{1}{2n}$　　（C）$\frac{1}{2(n-1)}$　　（D）$\frac{1}{2n+1}$

[2006B]

13. 设 $(X_1,\cdots,X_n)$ 是总体 $N(\mu,\sigma^2)$ 的一个样本，则当 C=【　　】时，$C\sum_{i=1}^{n-1}(X_{i+1}-X_i)^2$ 为 $\sigma^2$ 的无偏估计。

（A）$\frac{1}{2n-1}$　　（B）$\frac{1}{2n}$　　（C）$\frac{1}{2(n-1)}$　　（D）$\frac{1}{2n+1}$

[2005]

12. 设 $(X_1,\ldots,X_n,X_{n+1},\ldots,X_{2n})$ 是总体 $N(\mu,\sigma^2)$ 的一个样本，则当 C=【　　】时，$C\sum_{i=1}^{n}(X_{n+i}-X_i)^2$ 为 $\sigma^2$ 的无偏估计。

A．$\frac{1}{2n-1}$　　B．$\frac{1}{2n}$　　C．$\frac{1}{2(n-1)}$　　D．$\frac{1}{2n+1}$

[2004]

5. 设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$ $(\sigma>0)$ 的样本，则当 $c=$________ 时，$c\sum_{i=1}^{n-1}(X_{i+1}-X_i)^2$ 是 $\sigma^2$ 的无偏估计.

## 考点3 区间估计

## 题型一 正态总体均值的区间估计

**[2006B]**

7．设总体 X 服从 N（$\mu$，$\sigma^2$）（$\mu$和 $\sigma^2$ 均未知），$X_1,\cdots,X_n$ 是总体 X 的一个简单随机样本，则 $\mu$ 的置信度为 1-α 的置信区间为________________

**[2005]**

7．设总体 X 服从 N($\mu$，$\sigma^2$)($\sigma^2$ 未知)，$X_1,\ldots,X_n$ 是总体 X 的一个样本，则 μ 的置信度为 1-α 的置信区间为____________，$\sigma^2$ 的置信度为 1-α 的区间估计为__________

**[2006A]**

19. 已知某种清漆的干燥时间 X 服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，$\mu,\sigma^2$ 均未知，现随机抽取 9 个样本，测得它们的干燥时间，并计算得它们的平均干燥时间为 $\bar{x}$=6.0 小时，样本标准差为 s=0.5745 小时，求平均干燥时间 $\mu$ 的置信度为 95%的置信区间。（$t_{0.025}(8)$=2.3060，$t_{0.05}(8)$=1.8595）（8 分）

**[2005]**

18. 已知某种果树的产量服从正态分布，随机抽取 6 棵，计算得它们的平均产量为 $\bar{x}$=258.5kg，修正标准差为 s=24.10kg，求全部果树的平均产量的置信度为 95%的置信区间。（$t_{0.025}(5)$=2.5706，$t_{0.05}(5)$=2.0150）（10 分）

## 题型二 正态总体方差的均值估计

**[2006A]**

7. 设总体 X 服从 N($\mu$，$\sigma^2$)($\sigma^2$ 未知)，$X_1,\cdots,X_n$ 是总体 X 的一个简单随机样本，则 $\sigma^2$ 的置信度为 1-α 的置信区间为________________

**[2002]**

**6、随机地取某种炮弹 9 发做试验，得炮口速度的样本标准差是 s=11(m/s).设炮口速度服从正态分布，求这种炮弹的炮口速度的标准差 σ 的置信度为 0.95 的置信区间。**（$\chi^2_{0.975}(8)=2.180, \chi^2_{0.025}(8)=17.535$）

**[2006B]**

19. 已知某种清漆的干燥时间 X 服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，$\mu,\sigma^2$ 均未知，现随机抽取 9 个样本，测得它们的干燥时间，并计算得它们的平均干燥时间为 $\bar{x}$=6.0 小时，样本方差为 $s^2$=0.33，求干燥时间的方差 $\sigma^2$ 的置信度为 95%的置信区间。（$\chi^2_{0.025}(8)=17.535, \chi^2_{0.975}(8)=2.180$）（8 分）

# Chapter8 假设检验

# 考点1 单个正态总体的分布

## 题型一：均值的假设检验

**[2021A]**

**16. 设某校考生的数学成绩服从正态分布 $\mathrm{N}\left(\mu,\sigma^2\right)$，$\mu,\sigma^2$ 都未知，随机抽取 25 位考生的数学成绩，算得平均成绩 $\bar{x}=61$ 分，标准差 $s=15$ 分。问在显著性水 $\alpha=0.05$ 下，是否可以认为全体考生的数学平均成绩为 70 分？（$t_{0.025}(24)=2.0639$，$t_{0.025}(25)=2.0595$）.**

**[2005]**

19．自一批钢管抽取 10 根，测得其内径（mm）的样本均值为 $x$=100.05,样本方差为 $s^2$=22.49,设这批钢管内径 X 服从 $N(\mu,\sigma^2)$（$\mu$ 和 $\sigma^2$ 未知），试在显著性水平 α=0.05 下能否接受假设：这批钢管的均值为 100mm;

( $t_{0.025}(9)$=2.2622，$t_{0.025}(10)$=2.2281，$t_{0.05}(9)$=1.8331）

## 题型二：方差的假设检验

**[2021B]**

**16. 设某厂生产的某种电池，其寿命服从方差 $\sigma^2=5000$ 正态分布，现有一批这种电池，其寿命波动性有所改变。先随机抽取 26 只电池，测出其寿命的样本方差 $s^2=9200$ 分。问在显著性水 $\alpha=0.02$ 下，是否可以认为这批电池的寿命较以往有显著变化？**

（$\chi^2_{0.01}(25)=44.314$，$\chi^2_{0.99}(25)=11.524, \chi^2_{0.01}(26)=45.642, \chi^2_{0.99}(26)=12198$）.

**[2004]**

八、某食用糖厂用自动装袋机装糖，规定：每袋重量为 500g，标准差不超过 10g. 每天定时检查．某天抽取 9 袋，测得平均重量为 $\overline{X}=499$ g，标准差为 $S=16.03$ g. 假设袋装糖的重量 $X$ 服从正态分布．问这一天这台装袋机工作是否正常？（$\alpha=0.05$）参考数据：$t_{0.05/2}(8)=2.306,\quad \chi^2_{0.05}(8)=15.5$ （10 分）