中国剩余定理（crt）

【题目描述】

「物不知数」问题：

> 有物不知其数，三三数之剩二，五五数之剩三，七七数之剩二。问物几何？

即求满足以下条件的整数：除以 3 余 2，除以 5 余 3，除以 7 余 2。该问题最早见于《孙子算经》中，并有该问题的具体解法。宋朝数学家秦九韶于 1247 年《数书九章》卷一、二《大衍类》对「物不知数」问题做出了完整系统的解答。上面具体问题的解答口诀由明朝数学家程大位在《算法统宗》中给出：

> 三人同行七十希，五树梅花廿一支，七子团圆正半月，除百零五便得知。

$2 \times 70 + 3 \times 21 + 2 \times 15 = 233 = 2 \times 105 + 23$，故答案为 23。

用现代数学的语言来说明的话，中国剩余定理 (Chinese Remainder Theorem, CRT) 可求解如下形式的一元线性同余方程组（其中 $n_1, n_2, \cdots, n_k$ 两两互质）：

$$\begin{cases} x \equiv a_1 \pmod{n_1} \\ x \equiv a_2 \pmod{n_2} \\ \quad \vdots \\ x \equiv a_k \pmod{n_k} \end{cases}$$

上面的「物不知数」问题就是一元线性同余方程组的一个实例。使用中国剩余定理求解一元线性同余方程组的步骤如下：

1. 计算所有模数的积 n；
2. 对于第 i 个方程：
   (a) 计算 $m_i = \frac{n}{n_i}$；
   (b) 计算 m_i 在模 n_i 意义下的逆元 m_i^{-1}；
   (c) 计算 $c_i = m_i m_i^{-1}$（不要对 n_i 取模）。
3. 方程组在模 n 意义下的唯一解为：$x = \sum_{i=1}^{k} a_i c_i \pmod{n}$。

中国剩余定理的一个应用是，如果要计算 $a \bmod n$，其中 $n = p_1^{c_1} p_2^{c_2} \cdots p_k^{c_k}$，那么可以先计算 $a_i = a \bmod p_i^{c_i}$，然后使用中国剩余定理求解出 $a \mod n$ 的值，这样就可以在 n 是一个比较大的合数的时候减小乘法运算的规模。

Alice 想要计算两个数字 a, b 的乘积对某个整数 n 取模的结果。在学习了中国剩余定理后，她决定采用上述的方法，先对 n 进行质因数分解，然后计算答案对每个质因数取

模的结果，最后使用中国剩余定理求解出答案。但是很悲惨的是，在计算过程中，对于其中一个质因数的运算过程出现了错误，导致最终的结果也是错误的。虽然经过重新计算她得出了正确的结果，但是她还是想知道她之前的计算过程中在哪个质因数上出错了。

【输入格式】

从文件 ***crt.in*** 中读入数据。输入的第一行包含一个整数 T，表示数据组数。

接下来 T 行，每行包含四个整数 a, b, m, n，分别表示要计算乘积的两个数，Alice 计算出的错误结果，以及模数。

【输出格式】

输出到文件 ***crt.in*** 中。输出到文件 ***crt.out*** 中。

输出 T 行，每行一个整数，表示 Alice 在哪个质因数上出错了。

【样例输入】

```
1
2 3 1 10
```

【样例输出】

```
2
```

【样例解释】

将 10 质因数分解，得到 $10 = 2 \times 5$。接下来检查这两个质因数：$(2 \times 3) \bmod 2 = 0 \neq 1$，$(2 \times 3) \bmod 5 = 1$。因此，Alice 在 2 这个质因数上出错了。

【数据范围】

对于所有测试数据，保证：$1 \leq T \leq 1000$，$1 \leq a, b, m, n \leq 10^{18}$。

每个测试点的具体限制见下表：

测试点编号	$T \leq$	$a, b, m, n \leq$	特殊限制
$1 \sim 2$	1000	10^6	
$3 \sim 4$	1000	10^{18}	n 的所有质因数都 ≤ 100
$5 \sim 6$	1	10^{18}	
$7 \sim 10$	1000	10^{18}	