

北京一零一中学信息学奥林匹克竞赛模拟赛

Div 1 模拟赛

时间：2024 年 5 月 25 日 13:00 ~ 16:00

题目名称	中国剩余定理	中国剩余定理	中国剩余定理
题目类型	传统题	传统题	传统题
目录	crt	crt	crt
可执行文件名	crt	crt	crt
输入文件名	crt.in	crt.in	crt.in
输出文件名	crt.out	crt.out	crt.out
测试点时限	1 秒	1 秒	1 秒
内存限制	512 MiB	512 MiB	512 MiB
测试点数目	1	1	1
测试点是否等分	是	是	是

提交源程序文件名

对于 C++	crt.cpp	crt.cpp	crt.cpp
--------	---------	---------	---------

编译选项

对于 C++	-O2 -std=c++14 -static
--------	------------------------

注意事项与提醒（请选手务必仔细阅读）

1. 选手提交的源程序必须存放在已建立好的，且带有样例文件和下发文件的的文件夹中，文件名称与对应试题英文名一致；
2. 文件名（包括程序名和输入输出文件名）必须使用英文小写。
3. C++ 中函数 `main()` 的返回值类型必须是 `int`，值必须为 `0`。
4. 对于因未遵守以上规则对成绩造成的影响，相关申诉不予受理。
5. 若无特殊说明，结果比较方式为忽略行末空格、文末回车后的全文比较。。
6. 程序可使用的栈空间大小与该题内存空间限制一致。
7. 在终端中执行命令 `ulimit -s unlimited` 可将当前终端下的栈空间限制放大，但你使用的栈空间大小不应超过题目限制。
8. 若无特殊说明，每道题的代码大小限制为 100KB。
9. 若无特殊说明，输入与输出中同一行的相邻整数、字符串等均使用一个空格分隔。
10. 输入文件中可能存在行末空格，请选手使用更完善的读入方式（例如 `scanf` 函数）避免出错。

11. 直接复制 PDF 题面中的多行样例，数据将带有行号，建议选手直接使用对应目录下的样例文件进行测试。
12. 使用 `std::deque` 等 STL 容器时，请注意其内存空间消耗。
13. 请务必使用题面中规定的的编译参数，保证你的程序在本机能够通过编译。此外**不允许在程序中手动开启其他编译选项**，一经发现，本题成绩以 0 分处理。

中国剩余定理 (crt)

【题目描述】

「物不知数」问题：

有物不知其数，三三数之剩二，五五数之剩三，七七数之剩二。问物几何？

即求满足以下条件的整数：除以 3 余 2，除以 5 余 3，除以 7 余 2。该问题最早见于《孙子算经》中，并有该问题的具体解法。宋朝数学家秦九韶于 1247 年《数书九章》卷一、二《大衍类》对「物不知数」问题做出了完整系统的解答。上面具体问题的解答口诀由明朝数学家程大位在《算法统宗》中给出：

三人同行七十希，五树梅花廿一支，七子团圆正半月，除百零五便得知。

$2 \times 70 + 3 \times 21 + 2 \times 15 = 233 = 2 \times 105 + 23$ ，故答案为 23。

用现代数学的语言来说明的话，中国剩余定理 (Chinese Remainder Theorem, CRT) 可求解如下形式的一元线性同余方程组（其中 n_1, n_2, \dots, n_k 两两互质）：

$$\begin{cases} x \equiv a_1 \pmod{n_1} \\ x \equiv a_2 \pmod{n_2} \\ \vdots \\ x \equiv a_k \pmod{n_k} \end{cases}$$

上面的「物不知数」问题就是一元线性同余方程组的一个实例。使用中国剩余定理求解一元线性同余方程组的步骤如下：

1. 计算所有模数的积 n ；

2. 对于第 i 个方程：

(a) 计算 $m_i = \frac{n}{n_i}$ ；

(b) 计算 m_i 在模 n_i 意义下的逆元 m_i^{-1} ；

(c) 计算 $c_i = m_i m_i^{-1}$ （不要对 n_i 取模）。

3. 方程组在模 n 意义下的唯一解为： $x = \sum_{i=1}^k a_i c_i \pmod{n}$ 。

中国剩余定理的一个应用是，如果要计算 $a \bmod n$ ，其中 $n = p_1^{c_1} p_2^{c_2} \cdots p_k^{c_k}$ ，那么可以先计算 $a_i = a \bmod p_i^{c_i}$ ，然后使用中国剩余定理求解出 $a \bmod n$ 的值，这样就可以在 n 是一个比较大的合数的时候减小乘法运算的规模。

Alice 想要计算两个数字 a, b 的乘积对某个整数 n 取模的结果。在学习了中国剩余定理后，她决定采用上述的方法，先对 n 进行质因数分解，然后计算答案对每个质因数取

模的结果，最后使用中国剩余定理求解出答案。但是很悲惨的是，在计算过程中，对于其中一个质因数的运算过程出现了错误，导致最终的结果也是错误的。虽然经过重新计算她得出了正确的结果，但是她还是想知道她之前的计算过程中在哪个质因数上出错了。

【输入格式】

从文件 `crt.in` 中读入数据。输入的第一行包含一个整数 T ，表示数据组数。

接下来 T 行，每行包含四个整数 a, b, m, n ，分别表示要计算乘积的两个数，Alice 计算出的错误结果，以及模数。

【输出格式】

输出到文件 `crt.in` 中。输出到文件 `crt.out` 中。

输出 T 行，每行一个整数，表示 Alice 在哪个质因数上出错了。

【样例输入】

```
1 1
2 2 3 1 10
```

【样例输出】

```
1 2
```

【样例解释】

将 10 质因数分解，得到 $10 = 2 \times 5$ 。接下来检查这两个质因数： $(2 \times 3) \bmod 2 = 0 \neq 1$ ， $(2 \times 3) \bmod 5 = 1$ 。因此，Alice 在 2 这个质因数上出错了。

【数据范围】

对于所有测试数据，保证： $1 \leq T \leq 1000$ ， $1 \leq a, b, m, n \leq 10^{18}$ 。

每个测试点的具体限制见下表：

测试点编号	$T \leq$	$a, b, m, n \leq$	特殊限制
1 ~ 2	1000	10^6	
3 ~ 4	1000	10^{18}	n 的所有质因数都 ≤ 100
5 ~ 6	1	10^{18}	
7 ~ 10	1000	10^{18}	

中国剩余定理 (crt)

【题目描述】

「物不知数」问题：

有物不知其数，三三数之剩二，五五数之剩三，七七数之剩二。问物几何？

即求满足以下条件的整数：除以 3 余 2，除以 5 余 3，除以 7 余 2。该问题最早见于《孙子算经》中，并有该问题的具体解法。宋朝数学家秦九韶于 1247 年《数书九章》卷一、二《大衍类》对「物不知数」问题做出了完整系统的解答。上面具体问题的解答口诀由明朝数学家程大位在《算法统宗》中给出：

三人同行七十希，五树梅花廿一支，七子团圆正半月，除百零五便得知。

$2 \times 70 + 3 \times 21 + 2 \times 15 = 233 = 2 \times 105 + 23$ ，故答案为 23。

用现代数学的语言来说明的话，中国剩余定理 (Chinese Remainder Theorem, CRT) 可求解如下形式的一元线性同余方程组（其中 n_1, n_2, \dots, n_k 两两互质）：

$$\begin{cases} x \equiv a_1 \pmod{n_1} \\ x \equiv a_2 \pmod{n_2} \\ \vdots \\ x \equiv a_k \pmod{n_k} \end{cases}$$

上面的「物不知数」问题就是一元线性同余方程组的一个实例。使用中国剩余定理求解一元线性同余方程组的步骤如下：

1. 计算所有模数的积 n ；

2. 对于第 i 个方程：

(a) 计算 $m_i = \frac{n}{n_i}$ ；

(b) 计算 m_i 在模 n_i 意义下的逆元 m_i^{-1} ；

(c) 计算 $c_i = m_i m_i^{-1}$ （不要对 n_i 取模）。

3. 方程组在模 n 意义下的唯一解为： $x = \sum_{i=1}^k a_i c_i \pmod{n}$ 。

中国剩余定理的一个应用是，如果要计算 $a \bmod n$ ，其中 $n = p_1^{c_1} p_2^{c_2} \cdots p_k^{c_k}$ ，那么可以先计算 $a_i = a \bmod p_i^{c_i}$ ，然后使用中国剩余定理求解出 $a \bmod n$ 的值，这样就可以在 n 是一个比较大的合数的时候减小乘法运算的规模。

Alice 想要计算两个数字 a, b 的乘积对某个整数 n 取模的结果。在学习了中国剩余定理后，她决定采用上述的方法，先对 n 进行质因数分解，然后计算答案对每个质因数取

模的结果，最后使用中国剩余定理求解出答案。但是很悲惨的是，在计算过程中，对于其中一个质因数的运算过程出现了错误，导致最终的结果也是错误的。虽然经过重新计算她得出了正确的结果，但是她还是想知道她之前的计算过程中在哪个质因数上出错了。

【输入格式】

从文件 `crt.in` 中读入数据。输入的第一行包含一个整数 T ，表示数据组数。

接下来 T 行，每行包含四个整数 a, b, m, n ，分别表示要计算乘积的两个数，Alice 计算出的错误结果，以及模数。

【输出格式】

输出到文件 `crt.in` 中。输出到文件 `crt.out` 中。

输出 T 行，每行一个整数，表示 Alice 在哪个质因数上出错了。

【样例输入】

```
1 1
2 2 3 1 10
```

【样例输出】

```
1 2
```

【样例解释】

将 10 质因数分解，得到 $10 = 2 \times 5$ 。接下来检查这两个质因数： $(2 \times 3) \bmod 2 = 0 \neq 1$ ， $(2 \times 3) \bmod 5 = 1$ 。因此，Alice 在 2 这个质因数上出错了。

【数据范围】

对于所有测试数据，保证： $1 \leq T \leq 1000$ ， $1 \leq a, b, m, n \leq 10^{18}$ 。

每个测试点的具体限制见下表：

测试点编号	$T \leq$	$a, b, m, n \leq$	特殊限制
1 ~ 2	1000	10^6	
3 ~ 4	1000	10^{18}	n 的所有质因数都 ≤ 100
5 ~ 6	1	10^{18}	
7 ~ 10	1000	10^{18}	

中国剩余定理 (crt)

【题目描述】

「物不知数」问题：

有物不知其数，三三数之剩二，五五数之剩三，七七数之剩二。问物几何？

即求满足以下条件的整数：除以 3 余 2，除以 5 余 3，除以 7 余 2。该问题最早见于《孙子算经》中，并有该问题的具体解法。宋朝数学家秦九韶于 1247 年《数书九章》卷一、二《大衍类》对「物不知数」问题做出了完整系统的解答。上面具体问题的解答口诀由明朝数学家程大位在《算法统宗》中给出：

三人同行七十希，五树梅花廿一支，七子团圆正半月，除百零五便得知。

$2 \times 70 + 3 \times 21 + 2 \times 15 = 233 = 2 \times 105 + 23$ ，故答案为 23。

用现代数学的语言来说明的话，中国剩余定理 (Chinese Remainder Theorem, CRT) 可求解如下形式的一元线性同余方程组（其中 n_1, n_2, \dots, n_k 两两互质）：

$$\begin{cases} x \equiv a_1 \pmod{n_1} \\ x \equiv a_2 \pmod{n_2} \\ \vdots \\ x \equiv a_k \pmod{n_k} \end{cases}$$

上面的「物不知数」问题就是一元线性同余方程组的一个实例。使用中国剩余定理求解一元线性同余方程组的步骤如下：

1. 计算所有模数的积 n ；

2. 对于第 i 个方程：

(a) 计算 $m_i = \frac{n}{n_i}$ ；

(b) 计算 m_i 在模 n_i 意义下的逆元 m_i^{-1} ；

(c) 计算 $c_i = m_i m_i^{-1}$ （不要对 n_i 取模）。

3. 方程组在模 n 意义下的唯一解为： $x = \sum_{i=1}^k a_i c_i \pmod{n}$ 。

中国剩余定理的一个应用是，如果要计算 $a \bmod n$ ，其中 $n = p_1^{c_1} p_2^{c_2} \cdots p_k^{c_k}$ ，那么可以先计算 $a_i = a \bmod p_i^{c_i}$ ，然后使用中国剩余定理求解出 $a \bmod n$ 的值，这样就可以在 n 是一个比较大的合数的时候减小乘法运算的规模。

Alice 想要计算两个数字 a, b 的乘积对某个整数 n 取模的结果。在学习了中国剩余定理后，她决定采用上述的方法，先对 n 进行质因数分解，然后计算答案对每个质因数取

模的结果，最后使用中国剩余定理求解出答案。但是很悲惨的是，在计算过程中，对于其中一个质因数的运算过程出现了错误，导致最终的结果也是错误的。虽然经过重新计算她得出了正确的结果，但是她还是想知道她之前的计算过程中在哪个质因数上出错了。

【输入格式】

从文件 `crt.in` 中读入数据。输入的第一行包含一个整数 T ，表示数据组数。

接下来 T 行，每行包含四个整数 a, b, m, n ，分别表示要计算乘积的两个数，Alice 计算出的错误结果，以及模数。

【输出格式】

输出到文件 `crt.in` 中。输出到文件 `crt.out` 中。

输出 T 行，每行一个整数，表示 Alice 在哪个质因数上出错了。

【样例输入】

```
1 1
2 2 3 1 10
```

【样例输出】

```
1 2
```

【样例解释】

将 10 质因数分解，得到 $10 = 2 \times 5$ 。接下来检查这两个质因数： $(2 \times 3) \bmod 2 = 0 \neq 1$ ， $(2 \times 3) \bmod 5 = 1$ 。因此，Alice 在 2 这个质因数上出错了。

【数据范围】

对于所有测试数据，保证： $1 \leq T \leq 1000$ ， $1 \leq a, b, m, n \leq 10^{18}$ 。

每个测试点的具体限制见下表：

测试点编号	$T \leq$	$a, b, m, n \leq$	特殊限制
1 ~ 2	1000	10^6	
3 ~ 4	1000	10^{18}	n 的所有质因数都 ≤ 100
5 ~ 6	1	10^{18}	
7 ~ 10	1000	10^{18}	