# 那天我在学校门口捡到了一块砖

# Div 1 模拟赛

时间：2024 年 5 月 25 日 13:00 ~ 16:00

| 题目名称 | 中国剩余定理 | 中国剩余定理 | 中国剩余定理 |
|---|---|---|---|
| 题目类型 | 传统题 | 传统题 | 传统题 |
| 目录 | crt | crt | crt |
| 可执行文件名 | crt | crt | crt |
| 输入文件名 | crt.in | crt.in | crt.in |
| 输出文件名 | crt.out | crt.out | crt.out |
| 测试点时限 | 1 秒 | 1 秒 | 1 秒 |
| 内存限制 | 512 MiB | 512 MiB | 512 MiB |
| 测试点数目 | 2 | 2 | 2 |
| 测试点是否等分 | 是 | 是 | 是 |

提交源程序文件名

| | | | |
|---|---|---|---|
| 对于 C++ | crt.cpp | crt.cpp | crt.cpp |

编译选项

| | |
|---|---|
| 对于 C++ | -O2 -std=c++14 -static |

**注意事项与提醒（请选手务必仔细阅读）**

1. 选手提交的源程序必须存放在**已建立**好的，且**带有样例文件和下发文件的**的文件夹中，文件名称与对应试题英文名一致；
2. 文件名（包括程序名和输入输出文件名）必须使用英文小写。
3. C++ 中函数 main() 的返回值类型必须是 int，值必须为 0。
4. **对于因未遵守以上规则对成绩造成的影响，相关申诉不予受理**。
5. 若无特殊说明，结果比较方式为**忽略行末空格、文末回车后的全文比较**。。
6. 程序可使用的栈空间大小与该题内存空间限制一致。
7. 在终端中执行命令 `ulimit -s unlimited` 可将当前终端下的栈空间限制放大，但你使用的栈空间大小不应超过题目限制。
8. 若无特殊说明，每道题的**代码大小限制为 100KB**。
9. 若无特殊说明，输入与输出中同一行的相邻整数、字符串等均使用一个空格分隔。
10. 输入文件中可能存在行末空格，请选手使用更完善的读入方式（例如 scanf 函数）避免出错。

11. 直接复制 PDF 题面中的多行样例，数据将带有行号，建议选手直接使用对应目录下的样例文件进行测试。
12. 使用 std::deque 等 STL 容器时，请注意其内存空间消耗。
13. 请务必使用题面中规定的的编译参数，保证你的程序在本机能够通过编译。此外**不允许在程序中手动开启其他编译选项**，一经发现，本题成绩以 0 分处理。

# 中国剩余定理（crt）

**【题目描述】**

「物不知数」问题：

> 有物不知其数，三三数之剩二，五五数之剩三，七七数之剩二。问物几何？

即求满足以下条件的整数：除以 3 余 2，除以 5 余 3，除以 7 余 2。该问题最早见于《孙子算经》中，并有该问题的具体解法。宋朝数学家秦九韶于 1247 年《数书九章》卷一、二《大衍类》对「物不知数」问题做出了完整系统的解答。上面具体问题的解答口诀由明朝数学家程大位在《算法统宗》中给出：

> 三人同行七十希，五树梅花廿一支，七子团圆正半月，除百零五便得知。

$2\times70+3\times21+2\times15=233=2\times105+23$，故答案为 23。

用现代数学的语言来说明的话，中国剩余定理 (Chinese Remainder Theorem, CRT) 可求解如下形式的一元线性同余方程组（其中 $n_1,n_2,\cdots,n_k$ 两两互质）：

$$\begin{cases} x\equiv a_1 \pmod{n_1} \\ x\equiv a_2 \pmod{n_2} \\ \quad\vdots \\ x\equiv a_k \pmod{n_k} \end{cases}$$

上面的「物不知数」问题就是一元线性同余方程组的一个实例。使用中国剩余定理求解一元线性同余方程组的步骤如下：

1. 计算所有模数的积 $n$；
2. 对于第 $i$ 个方程：
   (a) 计算 $m_i=\frac{n}{n_i}$；
   (b) 计算 $m_i$ 在模 $n_i$ 意义下的逆元 $m_i^{-1}$；
   (c) 计算 $c_i=m_im_i^{-1}$（不要对 $n_i$ 取模）。
3. 方程组在模 $n$ 意义下的唯一解为：$x=\sum_{i=1}^{k}a_ic_i \pmod{n}$。

中国剩余定理的一个应用是，如果要计算 $a \bmod n$，其中 $n=p_1^{c_1}p_2^{c_2}\cdots p_k^{c_k}$，那么可以先计算 $a_i=a \bmod p_i^{c_i}$，然后使用中国剩余定理求解出 $a \mod n$ 的值，这样就可以在 $n$ 是一个比较大的合数的时候减小乘法运算的规模。

Alice 想要计算两个数字 $a,b$ 的乘积对某个整数 $n$ 取模的结果。在学习了中国剩余定理后，她决定采用上述的方法，先对 $n$ 进行质因数分解，然后计算答案对每个质因数取

模的结果，最后使用中国剩余定理求解出答案。但是很悲惨的是，在计算过程中，对于其中一个质因数的运算过程出现了错误，导致最终的结果也是错误的。虽然经过重新计算她得出了正确的结果，但是她还是想知道她之前的计算过程中在哪个质因数上出错了。

**【输入格式】**

从文件 ***crt.in*** 中读入数据。输入的第一行包含一个整数 $T$，表示数据组数。

接下来 $T$ 行，每行包含四个整数 $a, b, m, n$，分别表示要计算乘积的两个数，Alice 计算出的错误结果，以及模数。

**【输出格式】**

输出到文件 ***crt.in*** 中。输出到文件 ***crt.out*** 中。

输出 $T$ 行，每行一个整数，表示 Alice 在哪个质因数上出错了。

**【样例输入】**

```
1
2 3 1 10
```

**【样例输出】**

```
2
```

**【样例解释】**

将 10 质因数分解，得到 $10 = 2 \times 5$。接下来检查这两个质因数：$(2 \times 3) \bmod 2 = 0 \neq 1$，$(2 \times 3) \bmod 5 = 1$。因此，Alice 在 2 这个质因数上出错了。

**【数据范围】**

对于所有测试数据，保证：$1 \le T \le 1000$，$1 \le a, b, m, n \le 10^{18}$。

每个测试点的具体限制见下表：

| 测试点编号 | $T \le$ | $a, b, m, n \le$ | 特殊限制 |
|---|---|---|---|
| $1 \sim 2$ | 1000 | $10^6$ | |
| $3 \sim 4$ | 1000 | $10^{18}$ | $n$ 的所有质因数都 $\le 100$ |
| $5 \sim 6$ | 1 | $10^{18}$ | |
| $7 \sim 10$ | 1000 | $10^{18}$ | |

# 中国剩余定理（crt）

**【题目描述】**

「物不知数」问题：

> 有物不知其数，三三数之剩二，五五数之剩三，七七数之剩二。问物几何？

即求满足以下条件的整数：除以 3 余 2，除以 5 余 3，除以 7 余 2。该问题最早见于《孙子算经》中，并有该问题的具体解法。宋朝数学家秦九韶于 1247 年《数书九章》卷一、二《大衍类》对「物不知数」问题做出了完整系统的解答。上面具体问题的解答口诀由明朝数学家程大位在《算法统宗》中给出：

> 三人同行七十希，五树梅花廿一支，七子团圆正半月，除百零五便得知。

$2 \times 70 + 3 \times 21 + 2 \times 15 = 233 = 2 \times 105 + 23$，故答案为 23。

用现代数学的语言来说明的话，中国剩余定理 (Chinese Remainder Theorem, CRT) 可求解如下形式的一元线性同余方程组（其中 $n_1, n_2, \cdots, n_k$ 两两互质）：

$$\begin{cases} x \equiv a_1 \pmod{n_1} \\ x \equiv a_2 \pmod{n_2} \\ \quad \vdots \\ x \equiv a_k \pmod{n_k} \end{cases}$$

上面的「物不知数」问题就是一元线性同余方程组的一个实例。使用中国剩余定理求解一元线性同余方程组的步骤如下：

1. 计算所有模数的积 $n$；
2. 对于第 $i$ 个方程：
   (a) 计算 $m_i = \frac{n}{n_i}$；
   (b) 计算 $m_i$ 在模 $n_i$ 意义下的逆元 $m_i^{-1}$；
   (c) 计算 $c_i = m_i m_i^{-1}$（不要对 $n_i$ 取模）。
3. 方程组在模 $n$ 意义下的唯一解为：$x = \sum_{i=1}^{k} a_i c_i \pmod{n}$。

中国剩余定理的一个应用是，如果要计算 $a \bmod n$，其中 $n = p_1^{c_1} p_2^{c_2} \cdots p_k^{c_k}$，那么可以先计算 $a_i = a \bmod p_i^{c_i}$，然后使用中国剩余定理求解出 $a \mod n$ 的值，这样就可以在 $n$ 是一个比较大的合数的时候减小乘法运算的规模。

Alice 想要计算两个数字 $a, b$ 的乘积对某个整数 $n$ 取模的结果。在学习了中国剩余定理后，她决定采用上述的方法，先对 $n$ 进行质因数分解，然后计算答案对每个质因数取

模的结果，最后使用中国剩余定理求解出答案。但是很悲惨的是，在计算过程中，对于其中一个质因数的运算过程出现了错误，导致最终的结果也是错误的。虽然经过重新计算她得出了正确的结果，但是她还是想知道她之前的计算过程中在哪个质因数上出错了。

**【输入格式】**

从文件 ***crt.in*** 中读入数据。输入的第一行包含一个整数 $T$，表示数据组数。

接下来 $T$ 行，每行包含四个整数 $a, b, m, n$，分别表示要计算乘积的两个数，Alice 计算出的错误结果，以及模数。

**【输出格式】**

输出到文件 ***crt.in*** 中。输出到文件 ***crt.out*** 中。

输出 $T$ 行，每行一个整数，表示 Alice 在哪个质因数上出错了。

**【样例输入】**

```
1
2 3 1 10
```

**【样例输出】**

```
2
```

**【样例解释】**

将 10 质因数分解，得到 $10 = 2 \times 5$。接下来检查这两个质因数：$(2 \times 3) \bmod 2 = 0 \neq 1$，$(2 \times 3) \bmod 5 = 1$。因此，Alice 在 2 这个质因数上出错了。

**【数据范围】**

对于所有测试数据，保证：$1 \leq T \leq 1000$，$1 \leq a, b, m, n \leq 10^{18}$。

每个测试点的具体限制见下表：

| 测试点编号 | $T \leq$ | $a, b, m, n \leq$ | 特殊限制 |
|---|---|---|---|
| $1 \sim 2$ | 1000 | $10^6$ | |
| $3 \sim 4$ | 1000 | $10^{18}$ | $n$ 的所有质因数都 $\leq 100$ |
| $5 \sim 6$ | 1 | $10^{18}$ | |
| $7 \sim 10$ | 1000 | $10^{18}$ | |

# 中国剩余定理（crt）

**【题目描述】**

「物不知数」问题：

> 有物不知其数，三三数之剩二，五五数之剩三，七七数之剩二。问物几何？

即求满足以下条件的整数：除以 3 余 2，除以 5 余 3，除以 7 余 2。该问题最早见于《孙子算经》中，并有该问题的具体解法。宋朝数学家秦九韶于 1247 年《数书九章》卷一、二《大衍类》对「物不知数」问题做出了完整系统的解答。上面具体问题的解答口诀由明朝数学家程大位在《算法统宗》中给出：

> 三人同行七十希，五树梅花廿一支，七子团圆正半月，除百零五便得知。

$2\times70+3\times21+2\times15=233=2\times105+23$，故答案为 23。

用现代数学的语言来说明的话，中国剩余定理 (Chinese Remainder Theorem, CRT) 可求解如下形式的一元线性同余方程组（其中 $n_1,n_2,\cdots,n_k$ 两两互质）：

$$\begin{cases} x\equiv a_1 \pmod{n_1} \\ x\equiv a_2 \pmod{n_2} \\ \quad\vdots \\ x\equiv a_k \pmod{n_k} \end{cases}$$

上面的「物不知数」问题就是一元线性同余方程组的一个实例。使用中国剩余定理求解一元线性同余方程组的步骤如下：

1. 计算所有模数的积 $n$；
2. 对于第 $i$ 个方程：
   (a) 计算 $m_i=\frac{n}{n_i}$；
   (b) 计算 $m_i$ 在模 $n_i$ 意义下的逆元 $m_i^{-1}$；
   (c) 计算 $c_i=m_im_i^{-1}$（不要对 $n_i$ 取模）。
3. 方程组在模 $n$ 意义下的唯一解为：$x=\sum_{i=1}^{k}a_ic_i \pmod{n}$。

中国剩余定理的一个应用是，如果要计算 $a \bmod n$，其中 $n=p_1^{c_1}p_2^{c_2}\cdots p_k^{c_k}$，那么可以先计算 $a_i=a \bmod p_i^{c_i}$，然后使用中国剩余定理求解出 $a \mod n$ 的值，这样就可以在 $n$ 是一个比较大的合数的时候减小乘法运算的规模。

Alice 想要计算两个数字 $a,b$ 的乘积对某个整数 $n$ 取模的结果。在学习了中国剩余定理后，她决定采用上述的方法，先对 $n$ 进行质因数分解，然后计算答案对每个质因数取

模的结果，最后使用中国剩余定理求解出答案。但是很悲惨的是，在计算过程中，对于其中一个质因数的运算过程出现了错误，导致最终的结果也是错误的。虽然经过重新计算她得出了正确的结果，但是她还是想知道她之前的计算过程中在哪个质因数上出错了。

**【输入格式】**

从文件 ***crt.in*** 中读入数据。输入的第一行包含一个整数 $T$，表示数据组数。

接下来 $T$ 行，每行包含四个整数 $a, b, m, n$，分别表示要计算乘积的两个数，Alice 计算出的错误结果，以及模数。

**【输出格式】**

输出到文件 ***crt.in*** 中。输出到文件 ***crt.out*** 中。

输出 $T$ 行，每行一个整数，表示 Alice 在哪个质因数上出错了。

**【样例输入】**

```
1
2 3 1 10
```

**【样例输出】**

```
2
```

**【样例解释】**

将 10 质因数分解，得到 $10 = 2\times 5$。接下来检查这两个质因数：$(2\times 3) \bmod 2 = 0 \neq 1$，$(2 \times 3) \bmod 5 = 1$。因此，Alice 在 2 这个质因数上出错了。

**【数据范围】**

对于所有测试数据，保证：$1 \le T \le 1000$，$1 \le a, b, m, n \le 10^{18}$。

每个测试点的具体限制见下表：

| 测试点编号 | $T \le$ | $a, b, m, n \le$ | 特殊限制 |
|---|---|---|---|
| $1 \sim 2$ | 1000 | $10^6$ | |
| $3 \sim 4$ | 1000 | $10^{18}$ | $n$ 的所有质因数都 $\le 100$ |
| $5 \sim 6$ | 1 | $10^{18}$ | |
| $7 \sim 10$ | 1000 | $10^{18}$ | |