



中国科学院大学
University of Chinese Academy of Sciences

信息安全数学基础作业 #1

XXX : 202XX80XXXXXXXXXX

2023 年 4 月 16 日

第一题

$$A_1 = A \cup B \cup C$$

$$A_2 = \overline{A}\overline{B}\overline{C} \cup \overline{A}B\overline{C} \cup \overline{A}\overline{B}C$$

$$A_3 = A\overline{B}\overline{C} \cup A\overline{B}C \cup A\overline{B}C$$

$$A_4 = \overline{A}B\overline{C} \cup \overline{A}BC \cup A\overline{B}\overline{C} \cup A\overline{B}C$$

$$A_5 = ABC$$

$$A_6 = \overline{ABC}$$

第二题

设其中有黑球为事件 A

$$N(\Omega) = C_{50}^3 = \frac{50 \times 49 \times 48}{3 \times 2 \times 1} = 19600$$

$$P(A) = \frac{C_{45}^0 C_5^3 + C_{45}^1 C_5^2 + C_{45}^2 C_5^1}{N(\Omega)} = \frac{541}{1960}$$

第三题

性质 1: A, B 独立 $\iff A, \overline{B}$ 独立 $\iff \overline{A}, B$ 独立 $\iff \overline{A}, \overline{B}$ 独立。

首先证明 A, \overline{B} 独立 $\rightarrow A, B$ 独立 (不妨称之为【theorem1.1】)。

$$\begin{aligned} P(AB) &= P(A) - P(A\overline{B}) \\ &= P(A) - P(A)P(\overline{B}) \\ &= P(A)(1 - P(\overline{B})) \\ &= P(A)P(B) \end{aligned}$$

故【theorem1.1】得证。

若 A, B 独立, 即 $A, \overline{\overline{B}}$ 独立, 那么由【theorem1.1】, 可推得 A, \overline{B} 独立。由此, 可推出 A, B 独立 $\Leftrightarrow A, \overline{B}$ 独立【theorem1.2】。

A, B 独立 $\Leftrightarrow B, A$ 独立 $\xrightarrow{\text{theorem1.2}} B, \overline{A}$ 独立 $\Leftrightarrow \overline{A}, B$ 独立, 即 A, B 独立 $\Leftrightarrow \overline{A}, B$ 独立【theorem1.3】。

A, B 独立 $\xrightarrow{\text{theorem1.2}} A, \overline{B}$ 独立 $\xrightarrow{\text{theorem1.3}} \overline{A}, \overline{B}$ 独立【theorem1.4】。

综上 theorem1.2、1.3、1.4, 性质 1 得证。