

---

## Serie 06: Methode der kleinsten Quadrate

---

### Aufgabe 1

Berechnen Sie das Streudiagramm der Daten:

$x$	5	10	20	8	4	6	12	15
$y$	27	46	73	40	30	28	46	59

- Zeichnen Sie das Streudiagramm der Daten.
- Berechnen Sie die Gleichung der Regressionsgeraden mit Hilfe einer Tabelle.
- Lösen Sie Aufgabe b) mit dem Taschenrechner bzw. mit Python.
- Bestimmen Sie das Bestimmtheitsmass und die Korrelation.
- Zeichnen Sie den Residuen Plot.

### Aufgabe 2

Gegeben die Datenpaare

$x$	3	4	6	5	9	15
$y$	2	4	1	2	6	45

- Zeichnen Sie das Streudiagramm
- Bestimmen Sie die Regressionsgerade mit und ohne den letzten Punkt (Ausreisser), und tragen Sie die Regressionsgeraden ein. Welchen Einfluss hat der Ausreisser?

### Aufgabe 3

Für ein Unternehmen soll untersucht werden, welcher Zusammenhang zwischen Umsatz und Anzahl Beschäftigten gilt:

Anz. Beschäftigte	3	8	19	22	31	42	48	52	54
Umsatz in Mio.	2	31	49	65	84	96	117	129	146

- Bestimmen Sie die Parameter der Regressionsgeraden.
- Welchen Umsatz könnte das Unternehmen erwarten, wenn es 200 Beschäftigte hätte?
- Berechnen Sie die korrigierte Gesamtvarianz, die korrigierte erklärte Varianz und die Summe der Residuen Quadrate.

---

## Nichtlineares Verhalten

---

### Aufgabe 4

Bestimmen Sie für die folgenden Daten das beste Modell vom Typ  $y = C \cdot a^x$  :

$x$	2	5	8	12	15
$y$	4	6	15	21	35

Bestimmen sie auch die durch das Modell errechneten  $y$  - Werte.

### Aufgabe 5

Ein gegossener Glaskörper kühlt bei einer Aussentemperatur von 300K langsam ab. Man beobachtet die folgenden Temperaturen:

Zeit (in h)	5	10	15	20	30
Temp.T(Kelvin)	720	540	430	380	335

- Zeichnen Sie ein Streudiagramm.
- Welches Modell passt?
- Verwenden Sie das Modell  $T - 300 = C \cdot a^t$ . Zeichnen Sie dementsprechend ein Streudiagramm mit den Daten  $x = t$  und  $y = \ln(T - 300)$ . Bestimmen Sie aus dem linearen Trend die Grössen  $a$  und  $C$ .
- Berechnen Sie mit den modellierten Grössen: Nach wie vielen Stunden ist der Glaskörper auf 305K abgekühlt?

### Aufgabe 6

Von einem bestimmten Autotyp wurden bei den Angeboten von Gebrauchtwagen die gefahrenen km mit den Preisen verglichen:

$x$ (in T km)	10	18	26	37	45	60	75
$y$ (CHF.)	9500	7000	5600	5200	4500	4000	3500

Bestimmen Sie mit Hilfe der linearen Regression einen funktionellen Zusammenhang zwischen den Variablen  $x$  und  $y$ . wie teuer würde ein Gebrauchtwagen mit 90'000 km geschätzt?

---

## Mehrere Variablen

---

### Aufgabe 7

In einer Region soll der Gasverbrauch ( $gasv$ ) aufgrund des Gaspreises ( $gpr$ ) und des Fernwärmepreises ( $fpr$ ) modelliert werden. Es wird das Regressionsmodell

$gasv = a \cdot gpr + b \cdot fpr + c$  aufgestellt.

$gasv$	10	10.6	10.4	11.1	11.9	13.8	13.7	13.7	12.2	12.9	13.6	13.8	13.6	13.6	13.8
$gpr$	0.92	1.04	1.15	1.11	1.08	1.11	1.05	0.84	0.80	0.80	0.82	0.85	0.83	0.80	0.78
$fpr$	0.90	1.04	1.08	1.11	1.10	1.11	1.14	1.07	1.02	1.00	1.01	1.02	1.00	0.97	0.95

- Bestimmen Sie mit Python die Parameter  $a, b, c$ .
- Berechnen Sie die geschätzten Werte für den Gasverbrauch sowie die Residuen, stellen Sie die Werte in einer Tabelle zusammen
- Zeichnen Sie einen Residuenplot (Residuen gegen die Schätzwerte) und beurteilen Sie damit das Modell.