Devoir Maison Novembre - 1ère Spécialité

Exercice 1. Soir $m \in \mathbb{R}$ et f_m la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f_m(x) = x^2 + 2mx + 9$
Pour chaque proposition, répondre vrai ou faux en justifiant.

1. $f_5(x) = (x+1)(x+9)$.
2. Pour tout $m \in \mathbb{R}$, la courbe de f_m passe par le point $A(0;9)$.
3. Pour tout $m \in \mathbb{R}$, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f_m(x) \geq 0$.
4. Pour tout $m \in \mathbb{R}$, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f_{m+1}(x) \geq f_m(x)$.

Exercice 2. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^n - 1$ avec $n \geq 1$.

1. Cas particulier : $n = 2$. Factoriser $f(x)$.
2. Cas particulier : $n = 3$. Montrer que $f(x) = (x-1)(ax^2 + bx + c)$, en développant et en identifiants les coefficients. On donnera les valeurs de a, b et c.
3. Cas particulier : $n = 4$.
   a) Factoriser une première fois $f(x)$ en utilisant une identité remarquable.
   b) Factoriser une seconde fois $f(x)$ afin de faire apparaître 3 facteurs.
   c) Montrer que $f(x) = (x-1)(x^3 + x^2 + x + 1)$.
4. Cas général.
   a) Calculer $f(1)$.
   b) En développant, montrer que l'on a $f(x) = (x-1)(x^{n-1} + x^{n-2} + \cdots + x + 1)$.