2020

Introducción a
la Estadística

UNIDAD 1: EL ROL DE LA ESTADÍSTICA EN LA TOMA DE DECISIONES

Extractado de: Métodos Estadísticos. Ruggieri, Arnesi, Prunello (UNR Editora)

Capítulo 1: ¿CÓMO TOMAR UNA DECISIÓN CON ESTADÍSTICA?

1.1. INTRODUCCIÓN : ESTADÍSTICA Y EL MÉTODO CIENTÍFICO

Según algunos autores:

Estadística es la “**ciencia** de los datos “

↓

En latín significa *Conocimiento*

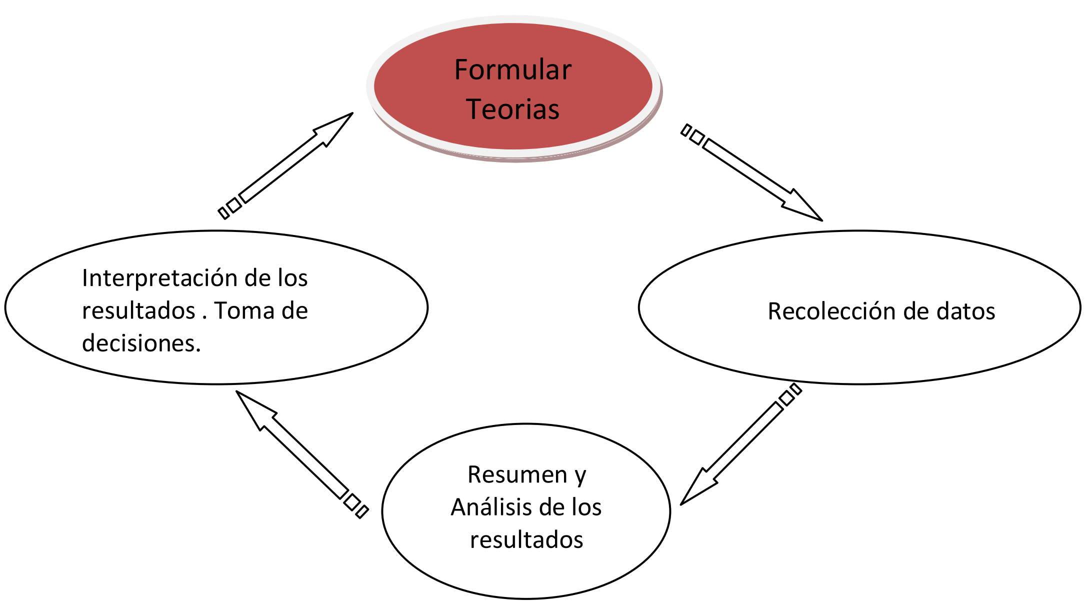
ESTADISTICA → asociada al ***Método Científico***

↓

comprende un conjunto de principios y procedimientos
para la obtención sistemática del conocimiento

La Estadística y el Método Científico nos proveen un conjunto de principios y procedimientos para obtener y resumir la información para la ***Toma de Decisiones.***
Es un proceso iterativo (que se repite) de aprendizaje sobre el mundo que nos rodea.

El Método Científico comprende los siguientes pasos:



Comenzamos con una *teoría:* supongamos que fabricamos un producto y algunos clientes nos lo devuelven aduciendo que no trabaja como se esperaba. Reconocemos que es una buena oportunidad para mejorar el proceso.

Con las descripciones realizadas por los clientes, ascendemos a la Teoría y nos preguntamos sobre cuáles son las causas que hacen que el producto no opere correctamente

- ✓ ***ensayamos la teoría***
- ✓ ***realizamos experimentos (juntamos datos)***

Podríamos introducir cambios en el proceso productivo de nuestro artículo y medir el comportamiento de algunos productos hechos con este cambio. Estas mediciones son los ***datos:*** podríamos elaborarlos y reducirlos por ejemplo al porcentaje de productos fabricados bajo este nuevo cambio de proceso que aún siguen operando incorrectamente***.***

Interpretamos los resultados y los usamos para afirmar o rechazar la teoría, por supuesto que si el % de producto que no opera correctamente, no se ha reducido lo suficiente, la teoría no puede ser sustentada, en este caso, se desarrolla una nueva teoría y se la somete a ensayo.

Sería hermoso probar concluyentemente si una teoría es ⇒ **V**erdadera ó **F**alsa

pero en este mundo de ***incertidumbre*** es ***imposible***.

La mayoría de las teorías están en permanente estado de incertidumbre.

Siempre hay nuevas observaciones sobre el mundo que las rodea, nuevos datos. También los científicos están pensando siempre en nuevas maneras de ensayar las viejas hipótesis o nuevas maneras de interpretar los datos. Esto puede conducirnos a ver la debilidad de las viejas teorías y ensayarlas de nuevo.

Si bien no podemos concluir si la teoría es verdadera o falsa, sería interesante cuantificar "nuestra fe " en la decisión tomada, decir algo así como *"tenemos un 95% de confianza en nuestra conclusión".*

Es aquí donde la estadística y sus métodos juegan un papel preponderante

Una teoría será rechazada si se puede demostrar estadísticamente que los datos que observamos son ***muy poco probables*** *de ocurrir si la teoría fuera cierta.*

Una teoría es aceptada si no es rechazada por los datos.

1.2 . DECISIONES

Prácticamente, todos los días estamos constantemente ***juntando información*** para la toma de decisiones.

Por ejemplo:

- *¿Puedo cruzar la calle en esta intersección?*

    ¿Qué información o dato necesito para tomar esta decisión?

Tal vez en una forma inconsciente, nuestra mente está procesando un número de preguntas tales como :

¿Cuántos autos se están acercando?
¿A qué velocidad están viajando?
¿Hay algún obstáculo en mi camino?
¿Las condiciones climáticas me permiten cruzar?

Si bien no puedo pensar esta situación como un problema estadístico, hay otras más complicadas tales como:

- Supongamos que son estudiantes de U.N.R. y están interesados en juntar información sobre la población de los estudiantes ingresados a las distintas carreras: ¿qué porcentaje de alumnos es de los alrededores?. ¿Qué porcentaje son mujeres?. ¿Cuántos son vegetarianos? ¿Cuántos trabajan?, etc.
- Supongamos que quiero comprar un nuevo auto 0KM y decido hacerlo con la General Motors. La respuesta a las siguientes preguntas puede influir sobre la decisión: Distintos modelos producidos en el corriente año, ¿qué modelo es más eficiente en cuanto a Km recorridos por litro de combustible, en precio?

Como consumidores *¿podemos evaluar la información que se nos presenta a diario?*

Aprendemos a hacer preguntas:

- *¿Cómo fue el estudio realizado?*
- *¿Qué tipo y cuántos sujetos fueron usados?*
- *¿Pueden estos resultados extenderse a todos los hombres de todas las edades?*
- *¿Pueden estos resultados extenderse a todas las mujeres de todas las edades?*
- *¿Cuál fue la verdadera definición operacional de los términos?*

1.3 EL LENGUAJE DE LA ESTADISTICA EN LA TOMA DE DECISIONES

APRENDER ESTADÍSTICA ES APRENDER UN NUEVO LENGUAJE

Esta nueva terminología involucra frases, símbolos y definiciones especiales. El significado de una palabra es el lenguaje corriente puede ser diferente de cómo esa palabra está definida en el contexto de la Estadística. En esta Sección discutiremos la terminología estadística en el contexto del proceso de tomar decisiones. Hay muchas componentes en este proceso; incluye teorías, datos, una medida de "likeliness" y la posibilidad de errores. En las próximas secciones discutiremos esas componentes e introduciremos una terminología más formal.

1.3.1. El ensayo de las teorías

Conceptos previos [1]

*La **población** es el grupo de objetos o individuos bajo estudio, sobre los cuales se requiere información.*

*Una **muestra** es una parte de la población que se usa como información.*

***Inferencia estadística** es el proceso de extraer conclusiones sobre la población basándose en la información de una muestra extraída de esa población.*

En el primer ejemplo, la población está formada por los alumnos de la U.N.R, En el segundo ejemplo, la población está constituida por todos los modelos producidos por la General Motors en el año estudiado. Usamos la información de nuestra muestra para generalizar y tomar decisiones sobre la población. Este proceso se llama *inferencia estadística.*

La validez de las generalizaciones obtenidas dependerá de la validez de la muestra seleccionada.

.

¿Tomaré Bayaspirina o Migral para curar mi dolor de cabeza?

Una teoría es que la "Invertir en acciones de Alpargatas es igualmente redituable que invertir en Microsoft", mientras que otra dice que el " Invertir en Microsoft es más redituable que invertir en Alpargatas".
Tenemos ***competencia de teorías*** sobre una población que deseamos investigar. Estas teorías en estadística se denominan ***Hipótesis Estadísticas***.

---
[1] Estos conceptos se irán puliendo a lo largo del desarrollo del curso

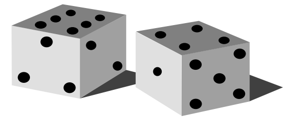
HIPÓTESIS ESTADÍSTICAS

***HIPÓTESIS NULA*:** es la creencia convencional, el status quo.

HIPÓTESIS ALTERNATIVA: es la competencia a esa creencia.

H_o: Hipótesis nula *es la afirmación de que nada está sucediendo, no existe diferencia, no hay cambios en la población*.

H_1: Hipótesis alternativa *es la afirmación que el investigador espera que sea cierta. El cambio en la población que el investigador está buscando*.



☐ RESUELVE !!! 1.1 ¿Dados regulares?

En un famoso experimento de dados: de 315.672 tiradas, 106.656 resultaron 5 ó 6. Si los dados son regulares la verdadera proporción de 5 ó 6 es 2/6.
Sin embargo en un examen hecho a los dados revela que los puntos son hechos por pequeñas muescas o depresiones en la cara del dado.
Los lados con 5 y 6 tienen más muescas que las otras caras y así estos lados son más livianos que las otras caras, de lo cual se sugiere que la verdadera proporción de 5 ó 6 sea más alta que el valor regular "1/3"

Establezca las hipótesis H_o y H_1 apropiadas

……………………………………………………………………………………..
……………………………………………………………………………………

☐ RESUELVE !!! 1.2 ¿Puede el stress causar resfríos?

El periódico local de enero de 1997 informa que ciertos investigadores sugieren que "el **stress** duplica el riesgo de los resfríos". Un stress agudo, puede en pocos minutos conducirnos a un resfrío.
Un misterio que aún prevalece en las investigaciones sobre resfríos es que mientras muchos individuos están infectados con el virus del resfrío, muy pocos lo contraen. En promedio, más del 90% de las personas expuestas al virus resultan infectadas (el virus se multiplica en el cuerpo), pero sólo el 40% se enferma.
Un investigador piensa que la acumulación de stress propicia a que la persona infectada contraiga la enfermedad.
Al investigador le gustaría evaluar si el stress incrementa ese porcentaje.
Establezca la s hipótesis apropiadas para evaluar la teoría del investigador.

H_o: ____

H_1: ____

1.3.2. ¿Cómo decidimos cuál teoría sustentar?

En estadística el proceso de la toma de decisiones es como sigue:
Tenemos dos teorías o ideas que compiten sobre una población de interés.
Para aprender cuál de estas dos teorías parece más razonable, juntamos información (*datos*) los miramos y nos preguntamos:

¿son estos datos más probables de ser observados si la 1º teoría es cierta o si la 2º teoría es cierta?

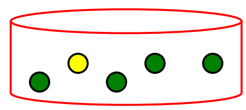
Si los datos son poco probables de ocurrir cuando la primer teoría es cierta → **Rechazo esta teoría**

(y sustentamos la otra)

Debo recordar que el **no rechazo** de la H_o ***no implica*** necesariamente que la Teoría sea cierta.

La lógica detrás de la toma de decisión esta basada en el concepto de ***suceso raro***. Dado que la H_o es en general, el *status quo*, comenzamos **suponiendo que la H_o es cierta.**

Ejemplo 1.1. Bolsa con bolillas



Supongamos que nos muestran una bolsa cerrada que contiene 5 bolillas.
El paquete está en liquidación porque se perdió el rótulo que describe el contenido exacto en término de los colores de las bolillas. El vendedor afirma que la mayoría de los paquetes vendidos en ese negocio contiene 1 amarillo y 4 verdes.

Deseamos *ensayar* las hipótesis sobre el contenido del paquete:

H_o: El paquete contiene 4 bolillas verdes y 1 amarilla

H_1: El paquete no contiene 4 bolillas verdes y 1 amarilla

Por lo tanto *recogemos datos*: mezclamos bien las bolillas en la bolsa y luego sin mirar extraemos una y anotamos su color. Reponemos, extraemos, extraemos, anotamos y así hasta obtener 5 observaciones.

Situación 1:
Supongamos que los datos fueron:

1ra. bola amarilla
2da. bola amarilla
3ra. bola amarilla
4ta. bola amarilla
5ta. bola amarilla

Sobre el contenido del paquete de 1 amarilla y 4 verdes, ¿aceptamos o rechazamos la H_o? ¿Por qué?

Los datos observados *son posibles* bajo la H_o , ¡pero sacamos 5 veces la amarilla!
Sin embargo, observar 5 amarillas, ***es muy poco probable*** de ocurrir si realmente el paquete contiene 4 verdes y 1 amarilla.

Nos inclinamos más al ***rechazo de H_o*** basados en las observaciones.

Situación 2:

Supongamos que los datos fueron:

1ra. bola verde
2da. bola verde
3ra. bola verde
4ta. bola verde
5ta. bola verde

¿Aceptamos H_o? ¿Por qué?

Nuevamente los datos observados son posibles bajo la H_o

Observación: 5 verdes $\Rightarrow$ es ***muy probable*** que los datos provengan de la bolsa que contiene 4 verdes y 1 amarilla.

De esta manera nos inclinamos más al ***no rechazo de H_o***

Ahora bien ¿la decisión fue correcta?
Sólo lo sabremos si compramos la bolsa y miramos los colores que hay.

Ciertamente, en cada caso podríamos haber cometido un **ERROR.**

Observación: estas dos suposiciones son extremas. Existen otros resultados posibles que nos proveen información para rechazar o no la H_o.

Ejemplo 1.2: ¿*ES MEJOR LA NUEVA DROGA*?

Nos enfrentamos con dos teorías que compiten, por lo tanto juntamos datos, y en base a los datos tenemos que decidir a que teoría adherimos.

¿Cómo será tomada la decisión?

Supongamos que se desarrolló una nueva y muy cara droga que cura algunas enfermedades y deseamos ver cómo actúa la nueva droga comparada con la estándar comparando (contrastando) las siguientes hipótesis

H_o) La nueva droga es igualmente eficaz a la droga estándar

H_1) La nueva droga es más efectiva que la droga estándar.

Se lleva a cabo un experimento por ejemplo el investigador selecciona aleatoriamente dos grupos de enfermos con la misma sintomatología. A un grupo le asigna la nueva droga y a otro, la estándar (luego se estudiará como asignar los pacientes a los dos tratamientos). Se registra la proporción de pacientes curados por ambas drogas.

Basados en esta información debemos decidir ¿rechazo H_o?

Surgen así los siguientes interrogantes:

¿?1: Si la proporción de sujetos curados con la nueva droga es exactamente equivalente a la proporción de sujetos curados con la droga estándar, ¿cuál hipótesis sustentaremos?

¿?2: Si el 40 % de los sujetos son curados con la nueva droga mientras el 38% lo son con la droga standard ¿cuál hipótesis sustentaría?

Observación: se define diferencia de proporciones de cura como la diferencia entre el **% de curados con la nueva droga y % de curados con la droga standard. E**n nuestro caso : 2%

¿?3: Si la diferencia de proporción de cura es del 20% ¿Cuál hipótesis sustentaría?

¿?4: Cuál será la diferencia de proporción de cura que necesitamos para sentirnos *confiados* en rechazar Ho?

La respuesta a esta pregunta en realidad depende de muchas cosas: ¿Cuántos datos se juntaron?, ¿Fueron 50, 500? , ¿Cómo fueron asignados los sujetos a los distintos grupos?. ¿Cuáles son las consecuencias de cometer un error?

Observación: Los diarios y artículos a menudo afirman frases:

"Los resultados no fueron estadísticamente significativos", o bien, "No hay diferencias estadísticamente significativas entre los dos grupos"

En general, la H_1 es la nueva teoría, el "clamor" del investigador.
Al investigador le gustaría rechazar H_o . Cuando rechazamos H_o en favor de la H_1 se dice que los datos (los resultados obtenidos a partir de ellos) son **Estadísticamente significativos,** o mejor dicho estos datos conducen a un test o ensayo **Estadisticamente significativo.**

Definición:

Los datos observados me conducen a un test **estadísticamente significativos** si ellos son poco probables de ser observados bajo el supuesto de que H_o es cierta.
Si rechazamos H_o, decimos que los datos conducen a un test o ensayo estadísticamente significativo.

☐ **RESUELVE !!! 1.3.Queja sobre el peso de las papas fritas**

Suponga que el último mes, una cadena de supermercados recibió quejas de los clientes sobre el contenido de papas fritas en las bolsas de 250grs.

Con el propósito de no perder clientes, la cadena decidió ensayar las siguientes hipótesis sobre el verdadero peso promedio de papas (en grs.) en bolsas de 250 grs. en el próximo cargamento recibido de sus abastecedores.

H_o) Peso promedio de papas contenidas en las bolsas es de por lo menos 250 grs.($\geq$250 grs)

H_1) Peso promedio es $<$ que 250 grs.

Si hay evidencia a favor de la alternativa H1 $\Rightarrow$ el cargamento será rechazado.

Para ello se seleccionan algunas bolsas de papas fritas del próximo cargamento y se pesan. El estadístico contratado afirma que los datos son **estadísticamente significativos**.

- ¿Qué hipótesis fue rechazada?

- ¿El supermercado presentó una queja al abastecedor?

- ¿Podría haberse cometido un error? ¿Cuáles son sus consecuencias? Descríbalo.

1.3.3. ¿Qué errores podemos cometer?

Un principio del sistema de la justicia es que “El acusado será considerado inocente hasta que se pruebe su culpabilidad”

En el contexto de un juicio criminal ¿cómo juegan las hipótesis nula y alternativas?

La H_o es el *status quo* que el acusado es inocente.

H_o: El acusado es inocente
H_1:El acusado es culpable

Se deberán presentar las evidencias y se evaluarán. Si hay suficientes dudas acerca de la inocencia del acusado entonces será declarado “culpable”

El sistema de la justicia no es perfecto.
Si se dictamina un veredicto “culpable” y el acusado es “inocente” ocurrirá un ***ERROR*.**
Si se dictamina un veredicto “inocente” y el acusado es “culpable” ocurrirá un ***ERROR***.

En términos estadísticos llevan el nombre de:

Error tipo I: error que se comete cuando se rechaza H_o siendo cierta (e_I).
Error tipo II: error que se comete cuando no se rechaza H_o y es cierta la H_1.(e_{II})

En nuestro ejemplo, se pueden cometer dos errores:

e_I : declarar culpable cuando en realidad es inocente.

e_{II} : declarar inocente cuando en realidad es culpable.

Consecuencias:

"Aceptar Ho" significa que no tenemos suficiente evidencia para rechazar aquella teoría.

Resumimos en la siguiente tabla los dos tipos de errores en ensayo de hipótesis.

Decisión Basada en los datos

	H_o es verdadera	H_1 es verdadera
Sustentar H_o	No hay error	$\mathbf{e_{II}}$
Sustentar H_1	$\mathbf{e_{I}}$	No hay error

El error de tipo II (esquema derecha arriba) se interpreta como: la verdadera hipótesis es H_1 pero nuestra decisión es sustentar H_o, lo que es equivocado.

Recuerde que: un error de tipo II sólo se puede cometer si la hipótesis alternativa es verdadera.

Ejemplo 1.1: **Rain Rain, Go Away!**
Supongamos que planeamos ir a una fiesta esta noche. Al escuchar el informe meteorológico observamos que hay un 70% de chance de lluvia esta noche.
¿Qué hacemos? ¿llevaremos paraguas? ; por supuesto ¡no queremos mojarnos!

H_o: Esta noche lloverá

H_1: Esta noche no lloverá

Los errores que podemos cometer cuando decidimos entre estas dos hipótesis son:

e_I : decidimos que esta noche no lloverá, cuando en realidad lloverá.

e_{II}: decidimos que esta noche lloverá cuando en realidad no lloverá

¿Cuáles serán las consecuencias?

Consecuencia del e_I: es que me mojaré.
Consecuencia del e_{II}: cargaré con el paraguas y no lloverá

Observaciones: 70% de chance de lluvia: significa que si se toman registros diarios con condiciones atmosféricas similares, 70% de tales días lloverá y el 30% restante no. ***Ahora puede que llueva o no***!

RESUELVE !!! 1.4. Ensayando teorías sobre rentabilidad de acciones

En la sección anterior teníamos dos teorías competitivas sobre la rentabilidad de acciones de dos empresas distintas y las hipótesis planteadas:
H_o: Ambas son igualmente redituables
H_1: Las acciones de Microsoft son más redituables que las acciones de Alpargatas

Se realiza un estudio en el que el investigador hace un seguimiento de la rentabilidad diaria de ambos tipos de acciones durante un período de tiempo.

Se registran las "rentabilidades medias" en cada caso.

¿Qué tipo de errores se podrían cometer cuando se decide entre estas dos hipótesis?

¿Cuáles son las consecuencias de cometer un error e_I y e_{II}:?

Observación:

Recordemos que los datos provienen de una muestra y por lo tanto podemos tomar una decisión errónea. Esta es una razón del por qué continuamos el ciclo a través del método científico como una parte del proceso de aprendizaje.
Generalmente, deseamos proteger el punto de vista predominante mediante un procedimiento que asegure una pequeña chance de cometer un error tipo I.

Piensa!!!!!

Si el error tipo I es considerado **muy serio** *¿por qué no tratamos de que la chance de cometer e_I sea 0?*

Para lograr un valor 0 en la chance de cometer e_I, nunca rechazaríamos la H_o, **nunca** sustentaríamos una teoría nueva o alternativa. Por lo tanto debemos aceptar una pequeña chance de cometer un error.

$P(e_I)$: *es la probabilidad de rechazar Ho siendo ella cierta.*
(es la probabilidad de cometer un e_I)

$P(e_{II})$: *es la probabilidad de no rechazar H_o, cuando en realidad es cierta H_1 .*
(es la probabilidad de cometer un e_{II}.)

Cuando ensayamos una hipótesis podemos arribar a la decisión correcta o bien cometer uno de los dos errores.

Dado que ambos $P(e_I)$ y $P(e_{II})$ representan probabilidades de cometer error, idealmente deseamos que sean lo más pequeños posible.
Se desea encontrar un test de manera tal que las $P(e_I)$ y $P(e_{II})$ sean mínimas.
Desafortunadamente cuando el número de observaciones ***está dado*** no podemos controlar ambas probabilidades.
Por lo tanto se acostumbra asignar un límite a la P(rechazar H_0/H_0 es cierta) y minimizar la otra probabilidad. Es decir seleccionamos un número $0 < \alpha < 1$, llamado nivel de significación e imponemos la condición :

$$\boxed{P(\text{rechazar } H_0/H_0 \text{ es cierta}) \leq \alpha}$$

y con ello pido minimizar la P(no rechazar H_0/H_1 es cierta) $\longrightarrow$ con lo cual se maximiza la potencia del test.

Algunos investigadores usan α = 0.01; 0.05; 0.10

Cuándo usar α = 0.01 en vez de usar 0.05? Se usa α pequeño cuando las consecuencias de decidir el rechazo de la hipótesis nula equivocadamente son graves.

Más adelante veremos cómo $P(e_I)$[2] y $P(e_{II})=\beta$ están relacionados a través de pequeños ejemplos. Veremos cómo se puede fijar de antemano α para obtener una regla de decisión para aceptar o rechazar Ho. El nivel de significación puede ser también usado para establecer cuánta evidencia en contra de la hipótesis nula se necesita para rechazarla.

[2] En este capítulo consideraremos $P(e_I) = \alpha$

√***TRABAJEMOS JUNTOS***

1.4. ¿Qué hay en la bolsa?

En esta sección descubriremos algunos aspectos del proceso de toma de decisión.
Supongamos que tenemos dos hipótesis sobre el contenido de la bolsa. Nos permitiremos extraer datos de la bolsa para tomar una decisión sobre su contenido.
Desarrollaremos varias reglas de decisiones y compararemos las reglas en términos de las chances de error tipo I y II.
Veremos como α y β están relacionados.
Nos concentramos en lo que nos dicen los datos, estableciendo cuán extremos (o extraños) son ellos si suponemos que la Ho es verdadera.

Supongamos contar con dos bolsas idénticas : A y B

Cada bolsa contiene 20 billetes de igual tamaño pero de distinto valor. Se presenta el contenido de cada uno en términos de los valores y la frecuencia de billetes.

Gráfico de frecuencias de la bolsa A:

	X						
	X	X					
	X	X					
	X	X					
	X	X					
	X	X	X	X			
X	X	X	X	X	X	X	
$-1000	**$10**	**$20**	**$30**	**$40**	**$50**	**$60**	**$1000**

Gráfico de frecuencias de la bolsa B:

						X	
					X	X	
					X	X	
					X	X	
					X	X	
			X	X	X	X	
	X	X	X	X	X	X	X
$-1000	**$10**	**$20**	**$30**	**$40**	**$50**	**$60**	**$1000**

La bolsa A ➔ tiene un total de -560$
La bolsa B ➔ tiene un total de 1890$

Se nos pide que elijamos una bolsa. Si la bolsa seleccionada es la A, perdemos $560. Si la bolsa seleccionada es la B, ganamos $1890.
La forma de selección depende del experimento que se describe a continuación.

El experimento consiste en recibir una bolsa, extraer un billete y decidir si el mismo proviene de la bolsa A o B . Obviamente no deseamos la bolsa A.
De modo que si concluimos, a través de la información suministrada por el billete, que la bolsa recibida es la A cambiaremos la bolsa. Si concluimos que se trata de la bolsa B, no la cambiamos.

1.4.1. La selección de un billete

Dijimos que el experimento consiste en seleccionar un billete de la bolsa mostrada sin mirar y después de haber mezclado bien.
En este caso decimos que se ***extrae una muestra de n=1***.
Basados en una sola observación, debemos decidir entre las dos hipótesis:

H_o : bolsa mostrada es la A
H1: bolsa mostrada es la B

¿Cuáles son los dos tipos de errores que se pueden cometer en este caso?

e_I.: decido por la B cuando en realidad la mostrada es la A
e_{II}: decido por la A cuando en realidad la bolsa mostrada es la B.

¿Cómo establecemos la regla de decisión basada en n=1 observación?

Consideremos dos casos *obvios:*

1. *Si el billete seleccionado en –1000$, luego "sé que la bolsa mostrada es A" y por lo tanto* ***decido aceptar H_o***
2. *Análogamente si el billete seleccionado es 1000$, luego "sé que la bolsa mostrada es la B y por lo tanto* ***decido rechazar H_o***

En cada uno de estos casos **no cometemos errores**.

 Piensa acerca de esto!!

- ✓ ¿Qué pasa si el billete es de 60$?
- ✓ ¿Me conduce esta observación a pensar que la bolsa mostrada es la A o la B?
- ✓ ¿Por qué?
- ✓ ¿Cuál será su respuesta si el billete seleccionado es de 10$?

Observación:

Una **regla de decisión** es una regla formal que nos dice cuando rechazar la Ho en base a los datos obtenidos.

1.4.1.1. Formación de dicha regla de decisión

Desarrollaremos más formalmente la regla de decisión basada sobre los posibles valores que podemos seleccionar de la bolsa que nos muestran.

Para ello examinaremos la chance que tiene cada billete de ser seleccionado de cada uno de las dos bolsas posibles.

Valor de los billetes	Chance si la bolsa es A	Chance si la bolsa es B
-1000	1/20	0
10	7/20	1/20
20	6/20	1/20
30	2/20	2/20
40	2/20	2/20
50	1/20	6/20
60	1/20	7/20
1000	0	1/20

Comentario:

- Dado que en la bolsa A hay 20 billetes y exactamente 7 son de $10 la chance de obtener un billete de $10 es 7/20
- Los billetes de 30$ y 40$ tienen la misma chance en cada una de las bolsas.
- Si seleccionamos un billete de $10 ó de $20 podemos concluir que la bolsa es la A dado que tales observaciones son más probables de ocurre si provienen de ella.
- Si seleccionamos un billete de $50 o de $60 podemos concluir que la bolsa es la B.

Usaremos el concepto de determinar valores que son más extremos que otros para la regla de decisión entre H_o y H_1.

Valor más extremo:

Consideremos dos valores (de billetes) **x** y **z .**
Sea $ch_0(x)$ la chance que tiene x bajo H_o.
Sea $ch_1(x)$ la chance que tiene x bajo H_1.

De forma análoga se define $ch_0(z)$ y $ch_1(z)$

*El valor **x** se dirá **más extremo** que **z** si:*

$$\frac{ch_0(x)}{ch_1(x)} < \frac{ch_0(z)}{ch_1(z)}$$

En el ejemplo de la bolsa:

	Cociente de chances
-1000	∞
10	7
20	6
30	1
40	1
50	1/6
60	1/7
1000	0

Vemos aquí que para cualquier valor de billete si $x > z$, x es un valor más extremo que z. Es decir los valores mayores tienen menos chances de pertenecer a la bolsa A que a la B. Los *cocientes de chances* son decrecientes para valores de billetes que ascienden (no necesitan decrecer monótonamente).
Cuando esto ocurre, decimos que ***la dirección de los casos extremos es hacia la derecha*** (un test unilateral por derecha estará dado por la posición de los valores que son más probables bajo H_1 que bajo H_0). Mirando a los gráficos de las frecuencias, de todos los posibles valores especificados por la hipótesis nula (bolsa A), el valor más extremo es $60.
El valor más extremo me conduce a la **primera regla de decisión #1**.

Rechazar H_o si seleccionamos un billete de $60 ó $1000.

O bien,

Rechazar H_o Si seleccionamos un billete de $60 ó más.($\geq$ $60)

Gráfico de frecuencias de la bolsa A:

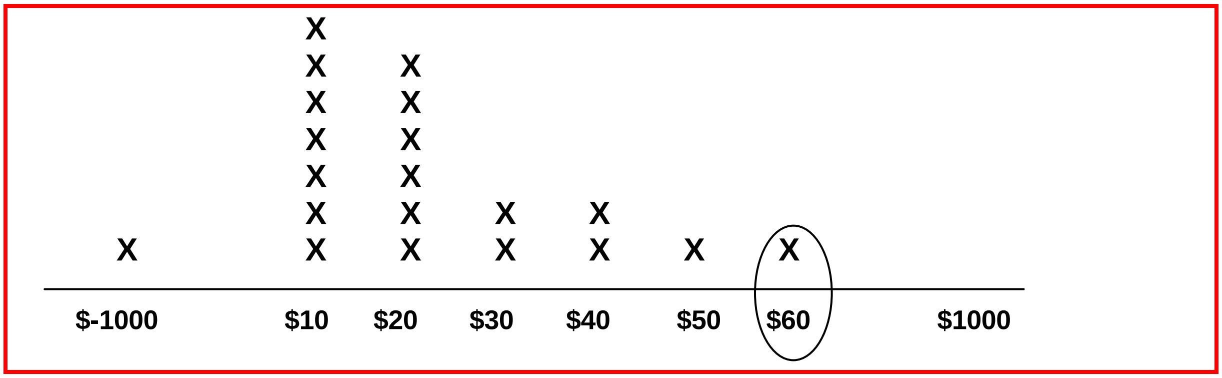
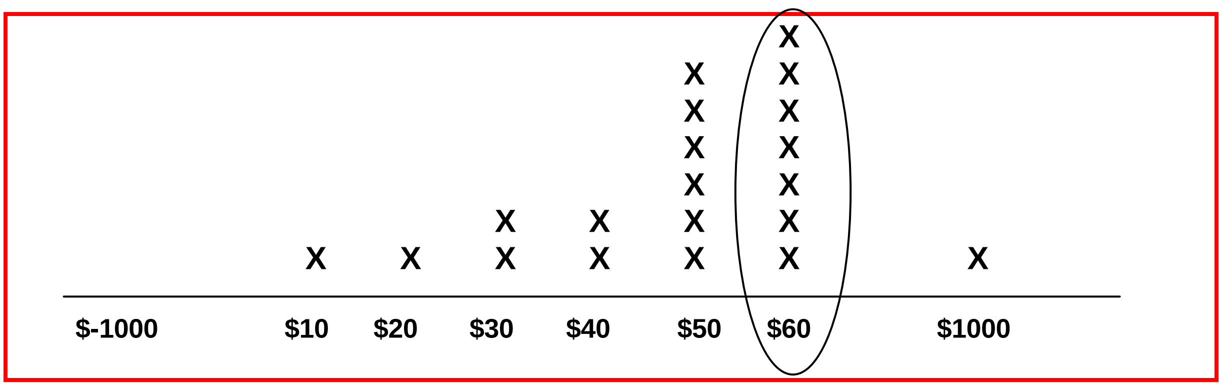


Gráfico de frecuencias de la bolsa B:



Notemos que esta regla♣ de decisión es consistente con la dirección del extremo a la derecha.

- Rechazamos la H_o para valores que son mayores o iguales a $60.
- El billete de valor más grande es de $1000, el cual proviene de la bolsa B, y que de salir seleccionado, ciertamente nos conduciría a un rechazo de H_o

♣ A cualquier regla de decisión le corresponde una **región de rechazo;** una región de rechazo comprende un conjunto de valores para los cuales rechazaríamos H_o.

- En la regla de decisión #1: la región de rechazo está dada para $60 o más. Este **valor extremo** $60 es denominado **valor crítico**.

Definiciones:

- ✓ Una **región de rechazo o crítica**: es el conjunto de valores para los cuales rechazaríamos H_o. Tales valores son contradictorios a la H_o y favorables a la H_1.
- ✓ Una **región de aceptación** : comprende un conjunto de valores para los cuales aceptaríamos la H_o.
- ✓ Un **valor crítico** : es aquel valor que marca el "punto inicial" del conjunto de valores que comprenden la región de rechazo o crítica

Veamos ahora el papel que juegan los e_I y e_{II} .

Si usamos **la regla de decisión #1** es posible que cometamos un error.

En particular un billete de $60 es posible que provenga tanto de la bolsa A como de la B. Recordemos que el error tipo I se comete cuando se rechaza H_o siendo ella cierta.

Para **la regla de decisión #1**: un error tipo I correspondería seleccionar un billete de $60 o más grande de la bolsa A. (o sea rechazo la bolsa A, cuando en realidad saqué el billete de $60 o más de ella)

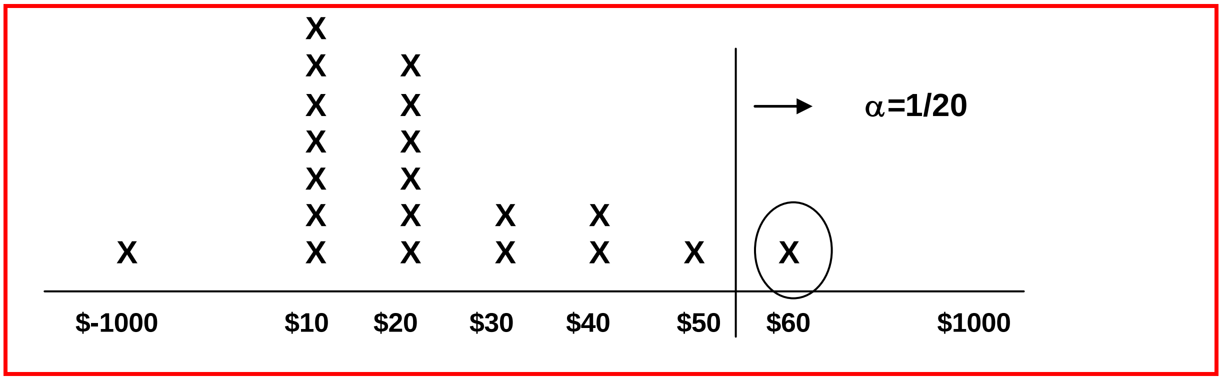
Para **la regla de decisión #1:** un error tipo II se cometería cuando seleccionamos un billete de menos de $60 ($-1000, $10,$20,$30,$40 ó $50) de la bolsa B.

Veamos ***¿Cuáles son las chances?***

Dado que e_I sólo ocurriría si la H_o es cierta buscamos la chance de este error, ($P(e_I)$),mirando el gráfico de frecuencia de la bolsa A.

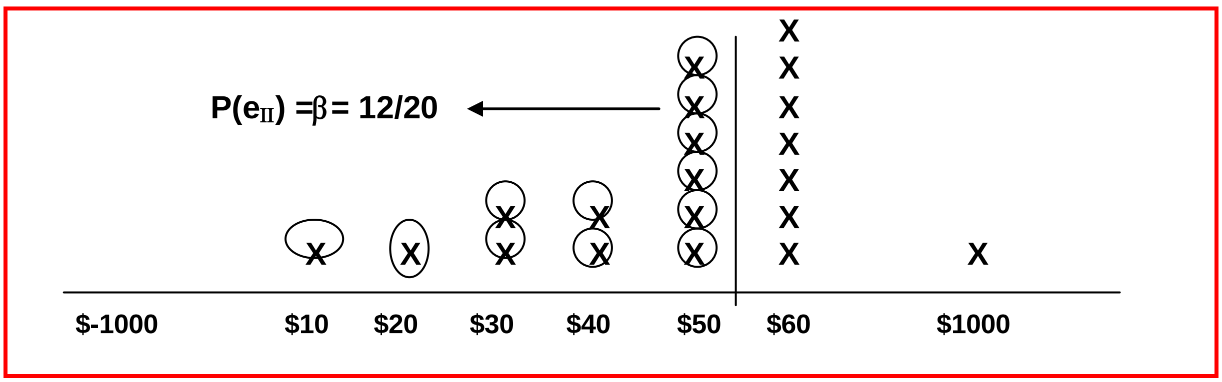
$P(e_I)$ = probabilidad de rechazar H_o cuando H_o es verdadera
$P(e_I)$ = probabilidad de seleccionar un billete de $60 o $1000 de la bolsa A.
$P(e_I) = 1/20$
$P(e_I) = 0.05$

Gráfico de frecuencias de la bolsa A:



Dado que e_{II} sólo se cometerá si la H_1 es verdadera, hallamos la chance de este error mirando el gráfico de frecuencias de la bolsa B.

$P(e_{II})$ = proababilidad de de aceptar H_o cuando H_1 es verdadera.
$P(e_{II})$ = probabilidad de sacar \$-1000, \$10,\$20,\$30,\$40 ó \$50 de la bolsa B.
$P(e_{II})$ = 12/20
$P(e_{II})$ = 0.60



El $P(e_I)$= 0.05 y β= 0.60 (habría un 60% de chance de cometer el error de aceptar Ho cuando es cierta H1)

¿Estamos satisfechos con estos niveles de $P(e_I)$y $P(e_{II})$?

¿Preferiríamos que ambos ó uno de ellos sean más bajos?

Existen diversas reglas de decisiones y los niveles de $P(e_I)$y $P(e_{II})$ dependerán de la regla de decisión usada.

Si la regla de decisión cambia $\Rightarrow$ los niveles $P(e_I)$y $P(e_{II})$ generalmente cambiarán y éstos niveles están relacionados entre sí.

En la regla de decisión #1, el β es muy grande, porque la región crítica o de rechazo fue pequeña.
Aumentaremos la región de rechazo, para lo que necesitamos encontrar el valor más extremo sobre los posibles valores remanentes que son menos probables bajo H_o y más probables bajo H_1.
El valor más extremo nos marca una nueva región crítica y será el billete de $50 o más.

Valor de los billetes	Chance si la bolsa es **A**	Chance si la bolsa es **B**
-1000	1/20	0
10	7/20	1/20
20	6/20	1/20
30	2/20	2/20
40	2/20	2/20
50	1/20	6/20

Regla de decisión #2:

Rechazar H_o si seleccionamos un billete de $50 o de mayor valor.

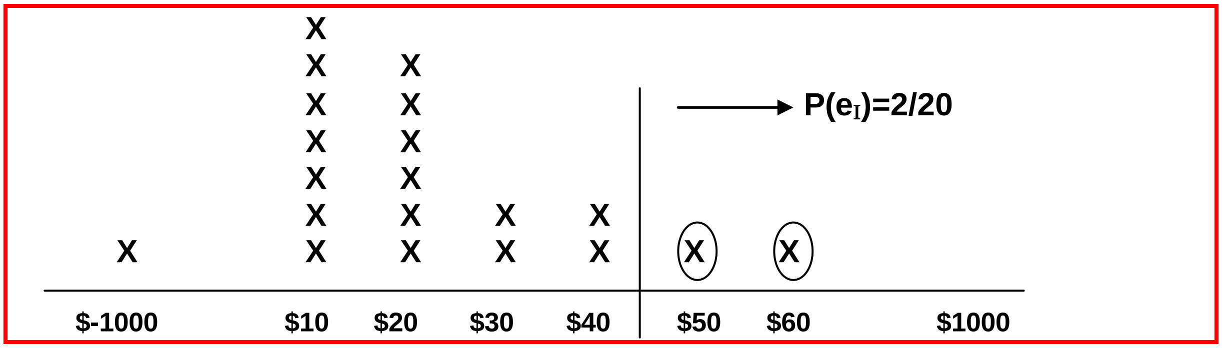
Observemos que:
- Esta regla de decisión es consistente con la **dirección del extremo** a la derecha (test unilateral por derecha)
- El valor crítico es $50.

Por lo tanto los valores de $P(e_I)$ y β correspondientes a esta **regla de decisión #2**:

Marcando en el gráfico de frecuencias para la bolsa A

$P(e_I)$ = Probabilidad de rechazar H_o siendo ella cierta.
$P(e_I)$ = probabilidad de seleccionar $50, $60, ó $1000 de la bolsa A.
$P(e_I)$ = 2/20

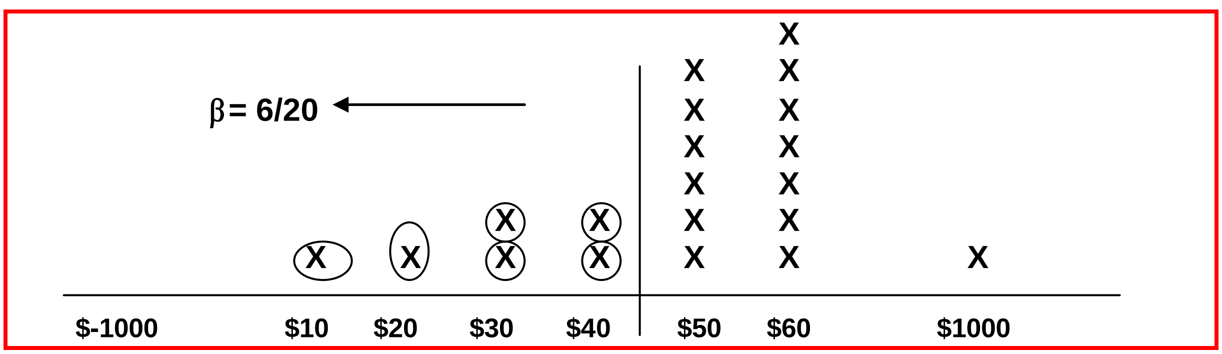
Gráfico de frecuencias de la bolsa A:



Mirando el gráfico de frecuencias de la bolsa B.

β = probabilidad de aceptar H_o cuando H_1 es cierta.
β = probabilidad de seleccionar \$-1000, \$10, \$20,\$30, \$40 de la bolsa B.
β = 6/20
β = 0,30

Gráfico de frecuencias de la bolsa B:



Aumentando la región crítica Aumenta la $P(e_I)$ **de 0.05 a 0.10**
Pero el valor de β disminuye a 0.30

Si pensamos que el valor de β es todavía grande, debemos considerar un mayor incremento de la región crítica.

⊗ *¿Cuál será ese próximo valor extremo remanente?*

Entre los posibles valores remanentes bajo H_o, \$-1000, \$10,\$20,\$30,\$40, los valores \$30 y \$40 son igualmente probables tanto en la bolsa A como en la bolsa B.

Sin embargo, manteniendo la dirección del extremo para este escenario, seleccionamos el valor más grande, \$40.

Valor de los billetes	Chance si la bolsa es **A**	Chance si la bolsa es **B**
-1000	1/20	0
10	7/20	1/20
20	6/20	1/20
30	2/20	2/20
40	2/20	2/20

Regla de decisión #3:

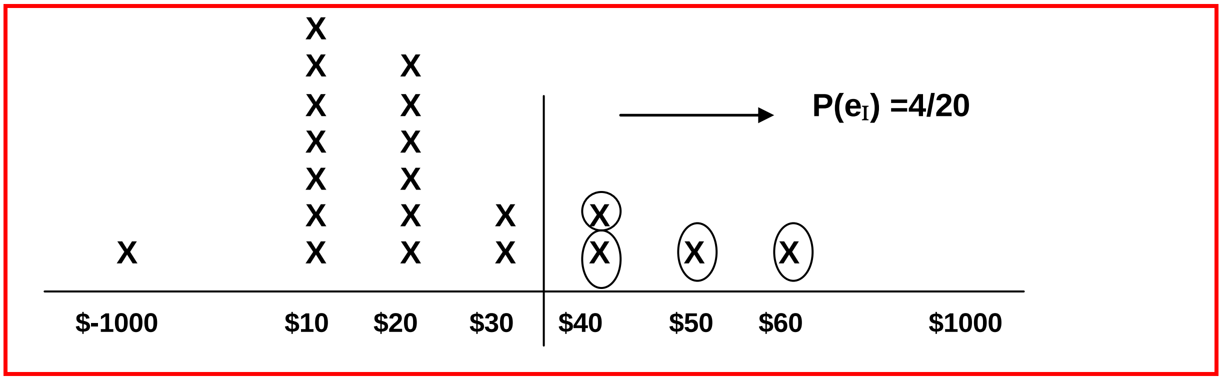
Rechazar Ho si el billete seleccionado es $\geq$ \$40.

Por lo tanto los valores de $P(e_I)$ y β correspondientes a esta **regla de decisión #3:**

Marcando en el gráfico de frecuencias para la bolsa A

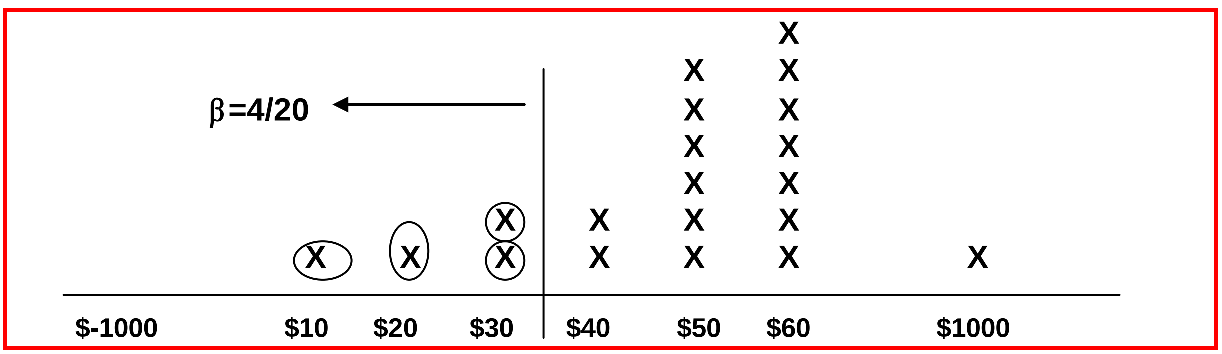
$P(e_I)$ = probabilidad de rechazar H_o siendo ella cierta.
$P(e_I)$ = probabilidad de seleccionar \$40,\$50, \$60, ó \$1000 de la bolsa A.
$P(e_I)$ = 4/20
$P(e_I)$ = 0.20

Gráfico de frecuencias de A:



Mirando el gráfico de frecuencias de la bolsa B.

β = probabilidad de aceptar H_o cuando H_1 es cierta.
β = probabilidad de seleccionar $-1000, $10, $20,$30, de la bolsa B.
β = 4/20
β = 0.20



Nuevamente, vemos que al incrementar de la región de rechazo, la $P(e_I)$ aumentó a 0.20 y el β disminuyó a 0.20.

A continuación presentamos una tabla resumen de las tres reglas de decisión, con sus correspondientes valores $P(e_I)$ y β.

Regla de decisión	Región de rechazo	Decimos que...	$P(e_I)$	$P(e_{II})$
#1: rechazo H_o si el valor elegido es ≥$60	$60 ó más	...el valor crítico es $60 y los valores más grandes son aún más extremos.	0.05	0.60
#2: rechazo H_o si el valor elegido es ≥$50	$50 ó más	. ...el valor crítico es $50 y los valores más grandes son aún más extremos..	0.10	0.30
#3: rechazo H_o si el valor elegido es ≥$40	$40 ó más	...el valor crítico es $40 y los valores más grandes son aún más extremos	0.20	0.20

Por lo tanto comenzamos por una región de rechazo particular, y comparamos la correspondiente regla de decisión en términos de las chances de cometer e_I y e_{II}.

Dada una regla de decisión, podemos hallar los niveles de $P(e_I)$ y β exactamente. También podemos ir al revés:

> **Fijar el nivel de significación** α y a partir de él, determinar la regla de decisión.

Sin embargo, puede darse que para algunos valores exactos de α, no se puede determinar la regla de decisión. Por ejemplo: mirando la tabla resumen, si quiero trabajar con un α=0.15 no tengo exactamente una regla de decisión, lo que hacemos, en este caso, es buscar una regla de rechazo que corresponda a un α lo más cercano posible, pero sin excederme de α. Si fijo α=0.15, la **regla de decisión #2** será la apropiada.

Dicha tabla resumen también nos muestra que para un tamaño de muestra fijo (en este ejemplo n=1), existe una relación entre $P(e_I)$ y $P(e_{II})$. Agrandando la región de rechazo, aumentaríamos la $P(e_I)$ y disminuiríamos la $P(e_{II})$.

¿Existe alguna manera o camino para disminuir ambos errores simultáneamente?

(se verá la respuesta en la sección *1.4.2 cuando seleccionemos 2 billetes en lugar de 1, pero este tema no se incluye en el dictado de esta asignatura)*

1.4.1.2 *¿Cuán raros son los datos?*

En esta sección dejamos de lado la idea de un nivel de significación fijo y nos ubicamos en la tarea de descubrir que nos "cuentan" los datos observados.
Supondremos por el momento que H_o es cierta, es decir, que el billete seleccionado pertenece a la bolsa A.
La idea es que seleccionamos un billete y afirmamos si el valor observado nos hubiera conducido a rechazar H_o o no rechazarla.

Supongamos que seleccionamos un billete, y que nos hacemos la pregunta: Si H_o fuera cierta, ¿Cuán probable es que hubiésemos elegido ese valor de billete o uno aún más extremo que preste aún más soporte al rechazo de H_o?

A esta chance se la denomina valor de p-asociado al resultado **(p-value)** o **nivel de significación observado.**

Definición:
El valor de p-asociado a un resultado es la probabilidad de obtener el resultado observado más la chance de observar valores más extremos que el observado, computada asumiendo que la H_o es la verdadera.

El p-value es un valor comprendido entre 0 y 1 que mide cuan probable es el resultado observado o alguno más extremo (si la H_o es verdadera)

Un p-value pequeño indica que los datos observados o un dato más extremo son poco probables de ocurrir si la H_o es cierta. Un p-value pequeño provee una mayor evidencia en contra de H_o.

Cuanto menor es el p-value, mayor es la evidencia provista por los datos en contra de Ho.

Para la toma de decisiones podemos fijar el nivel de significación α . Sin embargo, existen distintas opiniones respecto a que nivel de significación α es el apropiado a usar.
El p-value me provee una "medida de la fuerza que tienen los datos en contra de la H_o".

¿Cuán pequeño deberá ser el p-value para rechazar H_o?

El p-value es el ***nivel de significación observado***, basado en los datos; de allí que es comparado con el nivel de significación α requerido para la toma de decisiones.
Retornemos al escenario de las dos bolsas ***A y B*** y determinemos el p-value (o probabilidad asociada) para el ensayo de los distintos valores de los billetes observados.
Recordemos que debíamos decidir entre las dos teorías:
H_o **:** *la bolsa A es la mostrada* versus H_1 : *la bolsa B es la mostrada*, y nos permitimos seleccionar **sólo un billete.**

- Supongamos que seleccionamos un billete de la bolsa mostrada y él es de $30. Si el nivel de significación se fijó en 10% ¿qué decidiremos?

Hallemos el p-value:

El p-value es la chance de observar un valor igual al observado o de observar uno más extremo si la hipótesis nula es verdadera.
En este caso será la chance de observar un billete de $ 30 o un billete de mayor valor que 30 suponiendo que la bolsa mostrada es la A.

Mirando el gráfico de frecuencias para la bolsa A: hay 6 billetes de los 20 que son de $30 o más, por lo tanto el p-value es 6/20=0.30 y es **más grande** que el nivel de significación α=0.10.

Interpretación del p-value:

Si la bolsa mostrada fuera la A, esperaríamos seleccionar un billete de $30 o uno de mayor valor, un 30% de las veces.

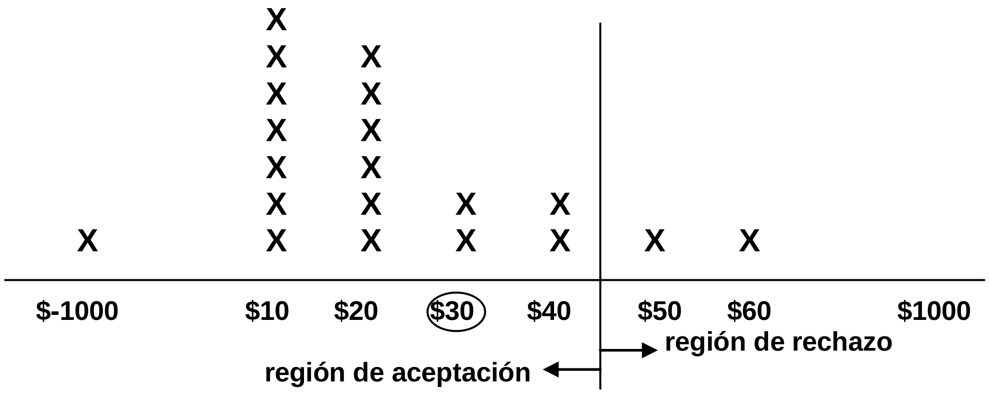
Si alguien desea usar el 10% de nivel de significación, *la regla de decisión será : Rechazar H_o, si el billete seleccionado es de $50 o más ($\geq$$50).*

Dado que le billete observado (de $30) es menor que $50 $\Rightarrow$ **No rechazo Ho**.

Análogamente, dado que el p-value=0.30 es mayor que el α=0.10.$\Rightarrow$ **No rechazo Ho**

Obviamente que un valor del p-value mayor que el $\alpha \Rightarrow$que el valor observado cae en la región de aceptación.

Gráfico de frecuencias de la bolsa A:



Si observamos un billete de \$30, el p-value=6/20=0.30 y es mayor que α=0.10
Y el valor observado \$30 está en la zona de aceptación.

- Supongamos que seleccionamos un billete de la bolsa mostrada y es de \$60

Si el α no se fijó de antemano ¿qué decisión tomamos?

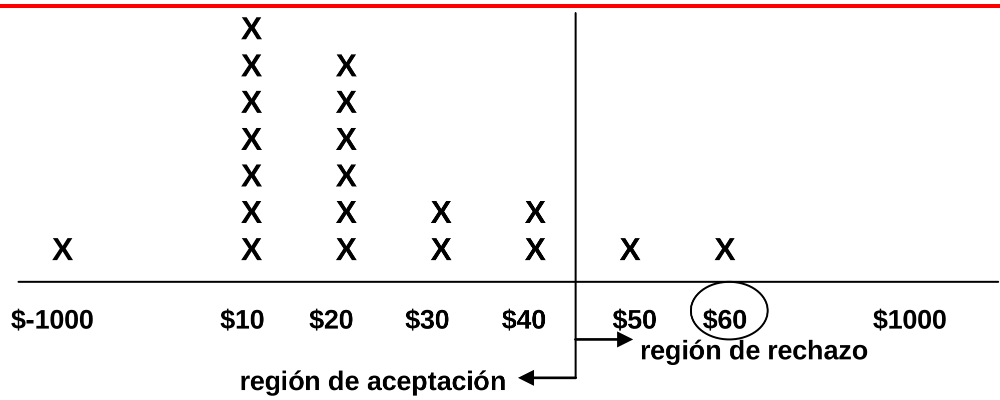
Busquemos el p-value. El p-value será la chance de observar de la bolsa A un billete de \$60 o de más valor.

Del gráfico para la bolsa A, vemos que hay exactamente **uno** de entre los **20,** lo que implica p-value=1/20=0.05.

Si la bolsa mostrada fuera la A, esperaríamos seleccionar un billete de \$60 o uno más grande, sólo el 5% de las veces.

Si alguien desea fijar α=1% $\Rightarrow$Acepto H_o. Sin embargo si el investigador desea usar un α=5% o α=10%, rechazaría la H_o, y los datos serían estadísticamente significativos a esos niveles,
Obviamente un **p-value < α** $\Rightarrow$ que el valor observado está en la **región de rechazo.**

Gráfico de frecuencias de la bolsa A:



Si observamos un billete de $60, el p-value=1/20=0.05 y es menor que α=0.10
Y el valor observado $30 está en la zona de rechazo.

Relación entre p-value y el nivel de significación α

Si el p-value $\leq \alpha \Rightarrow$ rechazar Ho y los datos conducen a un test estadísticamente significativo.
Si el p-value $> \alpha \Rightarrow$ No rechazar Ho y los datos conducen a un test NO estadísticamente significativos.

Pensemos!!

El nivel de significación es α = 0.05. La correspondiente regla de decisión es: *Rechazamos H_o si el billete seleccionado es de $60 o más.*
Se selecciona un billete y resulta ser de $60. Su decisión es *RECHAZAR* la hipótesis nula y concluir que los datos son estadísticamente significativos al 5% de nivel de significación.

- Rechazó la Ho ¿Cometió un error? Si No
- ¿Qué tipo de error pudo haber cometido? e_I e_{II}
- ¿Cuál es la chance de haber cometido ese error? --------------------

Observaciones:

Es importante distinguir entre establecer una regla de decisión: "***antes de observar los datos"*** y tomar una decisión "***luego de observar los datos"***

Antes de observar los datos podemos establecer una regla de decisión y computar la chance de cometer un error de tipo I.

Para la regla de decisión # 1, teníamos α = 5%, luego de observar los datos y haber tomado una decisión➔ nuestra decisión será **correcta o errónea**.

Una bolsa es mostrada (la A o la B). Si el billete seleccionado es $60, la decisión será rechazar H_o.
Si la bolsa mostrada es realmente la A, luego cometimos un error y es de tipo I.
Si la bolsa mostrada es la B, luego no cometimos error alguno.
Si hemos *observado los datos y hemos decidido rechazar Ho*, la probabilidad de haber cometido un error de tipo I será siempre 0 ó 1. (Si la bolsa B fue la mostrada es 0 y si la bolsa mostrada fue la A es 1)

Una vez que se ha tomado una decisión, será correcta o errónea y tendrá una chance de cometer una equivocación es igual a **0** ó **1.**

Resuelve: 1.5.- Suplementos de cromo.

Sobre un estudio utilizado por el Colegio Americano de Medicina Deportiva, los hombres que entrenaban mientras tomaban suplementos de cromo no aumentaron su fuerza más que los que entrenan sin ingerir tal suplemento.
En el estudio fueron monitoreados 16 hombres. A la mitad se les suministró suplemento de cromo y a la otra mitad un falso sustituto (placebo).
Al final del programa de entrenamiento, el estudio concluyó lo siguiente:

Ambos grupos habían ganado en fuerza, no hubo diferencias estadísticamente significativas en el crecimiento de la fuerza. Considera las siguientes hipótesis:

H_0: no hay diferencias en el aumento de la fuerza entre los dos grupos.
H_1: el grupo con suplemento de cromo presenta mayor aumento en la fuerza.

Basándose en los resultados:

¿cuál hipótesis es sustentada por los datos?
¿el p-value ha sido demasiado pequeño para testar las hipótesis?

Explique.

Resuelve.1.6!!. Tres estudios.

La siguiente tabla resume los resultados de tres estudios diferentes.

	H_0	H_1	p- value
A	La verdadera duración de vida promedio es $\geq$ 54 meses	La verdadera duración de vida promedio es $<$ 54 meses	0.0251
B	El tiempo promedio de supervivencia con el T_I es igual al tiempo promedio con el T_{II}	El tiempo promedio de supervivencia con el T_I es distinto al tiempo promedio con el T_{II}	0.0018
C	La verdadera proporción de personas que tienen dos empleos es $\leq$0.33	La verdadera proporción de personas que tiene dos empleos es $>$0.33	0.3590

a) Para cuál estudio, los resultados muestran mayor soporte para la H_o?.Explique
b) Suponga que en el estudio A se concluyó que los datos sustentan la H1 de que la verdadera vida promedio es menor 54 meses, pero en realidad, la vida promedio es $\geq$ 54 meses. En el lenguaje estadístico,¿es éste un error tipo I o un error tipo II?.
c) Si los resultados del “estudio C” no son estadísticamente significativos,¿Cuál hipótesis aceptaría?

IMPORTANTE!!.

Si el **tamaño muestral n se incrementa** aportamos mayor información, y las probabilidades **$P(e_I)$ y $P(e_{II})$ disminuyen**.
Para un **nivel de significación α dado**, si el **tamaño de la muestra aumenta,** el β **disminuirá**.

Debemos ser cuidadosos, más datos no necesariamente significan más comprensión.

Muchos datos pueden resultar caros e inútiles, porque no hay un diseño estadístico subyacente a la colección de datos. Más adelante analizaremos la noción de que no todos los datos son buenos y aprenderemos algunas técnicas estadísticas para “espiar” que hay detrás de una buena colección de datos.

Una mala interpretación del significado de p-value es asociarlo con la chance de que H_o sea cierta. Hay dos hipótesis que compiten y sólo una de ellas es cierta.
De allí que la chance de que H_o sea cierta es 0 ó 1.
El p-value se calcula suponiendo que H_o es cierta y es la chance de observar un resultado extremo o aún más extremo que el observado bajo esa suposición.

1.4.3. Más sobre la dirección del extremo

Vemos que en el ejemplo de las bolsas **A** y **B**, la dirección de los valores extremos fue a la derecha. Dijimos que la región de rechazo era **unilateral por derecha.**
Llevaremos ahora a cabo un ensayo de hipótesis **unilateral** pero a la **izquierda** (la dirección de los valores extremos es hacia la izquierda)

Ejemplo 1.4. **Región de rechazo unilateral por izquierda**

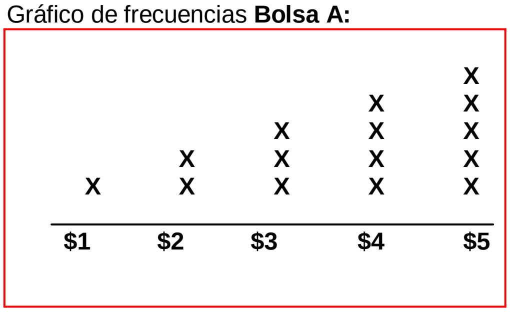
Supongamos que tenemos nuevamente dos bolsas idénticas A y B, cada una conteniendo 15 billetes. Se nos mostrará sólo una bolsa.

H_o: la bolsa mostrada es la A,
H_1: la bolsa mostrada es la B.

En las tablas y gráficos se describen los contenidos de cada bolsa, en términos de los valores. La frecuencia (el número) de billetes y la chance de seleccionar billetes con determinados valores.

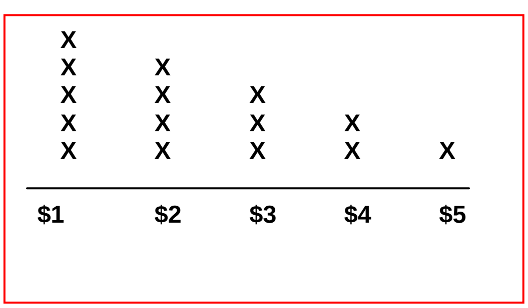
Bolsa A		
Valor	***frecuencia***	***Chance***
1	1	1/15
2	2	2/15
3	3	3/15
4	4	4/15
5	5	5/15

Gráfico de frecuencias **Bolsa A:**



Bolsa B		
Valor	***frecuencia***	***Chance***
1	5	5/15
2	4	4/15
3	3	3/15
4	2	2/15
5	1	1/15

Gráfico de frecuencias **Bolsa B:**



Supongamos que seleccionamos un billete de la bolsa mostrada y decidiéramos “aceptar” H_o o “rechazar” H_o
Mirando los gráficos de frecuencias ¿Qué clase de valores son contradictorios a la Ho? y ¿de mayor soporte para la H_1?
Son los billetes de menos valor.

Si se calculan los cociente $ch_0(x)/ch_1(x)$ para los valores posibles de x, observamos que si $x > z$ $ch_0(x)/ch_1(x) \geq ch_0(z)/ch_1(z)$, es decir este cociente es una función no decreciente.

Así la **dirección del extremo** para esta situación es a la **izquierda**.
Para establecer una regla de decisión debemos encontrar el valor más extremo.
¿Cuál es?

el billete de $1 porque es el menos probable de provenir de la bolsa A (1/15) y al mismo tiempo es el más probable para sustentar la H_1 (5/15)

Este valor más extremo nos conduce a establecer nuestra primera regla de decisión.

Regla de decisión #1: *Rechazo H_o si el billete seleccionado es $\leq \$1$.*

La región de rechazo es unilateral y contendrá aquellos valores tan pequeños o más que el **valor crítico** de $1.

Los valores de $P(e_I)$ y $P(e_{II})$ correspondiente a esta región de decisión serán:

$P(e_I)$ = probabilidad de rechazar H_o cuando H_o es cierta
$P(e_I)$ = probabilidad de seleccionar un billete de $1de la bolsa A
$P(e_I) = 1/15$
$P(e_I) = 0.067$

$P(e_{II})$ = probabilidad de aceptar H_o cuando es cierta H_1
$P(e_{II})$ = probabilidad de seleccionar billetes de $2, $3, $4, $5 de la bolsa B
$P(e_{II}) = 10/15$
$P(e_{II}) = 0.667$

Con la regla de decisión #1 el nivel de significación es pequeño (0.067), mientras que el nivel β es algo grande (0.667)

¿Qué hacemos para reducir este nivel de β?

Agrandaremos la región de rechazo!

☐ *Resuelve! 1.8. Aumentando la región de rechazo*

.Bolsa A		
Valor	***frecuencia***	***Chance***
1	1	1/15
2	2	2/15
3	6	3/15
4	4	4/15
5	5	5/15

Gráfico de frecuencias **Bolsa A:**

```
                                    X
                          X         X
                 X        X         X
        X        X        X         X
X       X        X        X         X
____________________________________________
$1      $2       $3       $4        $5
```

Bolsa B		
Valor	***frecuencia***	***Chance***
1	5	5/15
2	4	4/15
3	3	3/15
4	2	2/15
5	1	1/15

Gráfico de frecuencias **Bolsa B:**

```
   X
   X        X
   X        X        X
   X        X        X        X
   X        X        X        X        X
_____________________________________________
$1 $2       $3       $4       $5
```

H_o: la bolsa mostrada es la A.

H_1: la bolsa mostrada es la B.

Aumentando la región de rechazo y dando una nueva regla de decisión, lograremos una disminución en el nivel de β.

Para lograrlo, debemos hallar el *valor más extremo* entre 2, 3, 4, y 5 ¿Cuál es?.......
Regla de decisión #2: *rechazar H_o si el billete seleccionado es…………..*

- Los valores de $P(e_I)$y $P(e_{II})$ para esta regla de decisión #2 son:

$P(e_I)$:
$P(e_{II})$:

- Compare con los valores correspondientes a la regla de decisión #1.

DISTINTA DIRECCIÓN EN LA DEFINICIÓN DE EXTREMO

Ejemplo 1.5: Región de rechazo "bilateral" o "a dos colas".

Tenemos dos bolsas idénticas A y B, cada una contiene 30 billetes.

Nos muestran sólo una de las bolsas y nos planteamos:

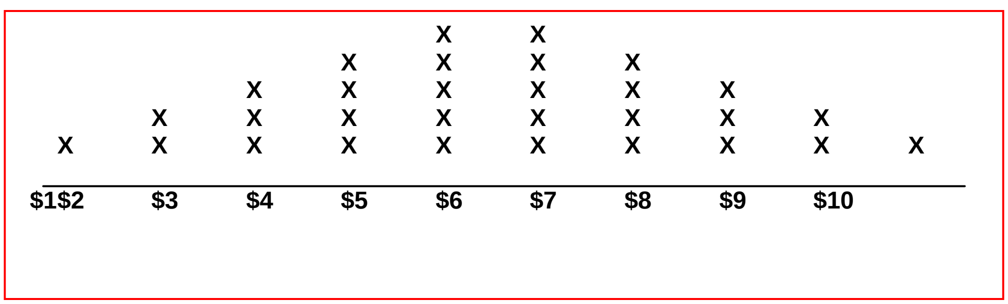
H_o: la bolsa mostrada es la A

H_1: la bolsa mostrada es la B.

El contenido de cada bolsa con sus respectivas chances y los correspondientes gráficos:

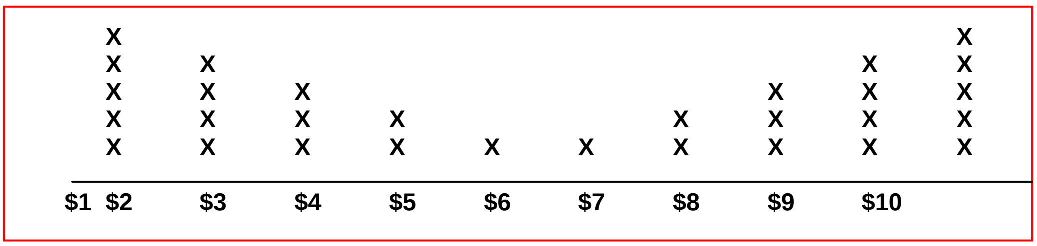
Bolsa A		
Valor	***frecuencia***	***Chance***
1	1	1/30
2	2	2/30
3	3	3/30
4	4	4/30
5	5	5/30
6	5	5/30
7	4	4/30
8	3	3/30
9	2	2/30
10	1	1/30

Gráfico de frecuencias **Bolsa A:**



Bolsa B		
Valor	***frecuencia***	***Chance***
1	5	5/30
2	4	4/30
3	3	3/30
4	2	2/30
5	1	1/30
6	1	1/30
7	2	2/30
8	3	3/30
9	4	4/30
10	5	5/30

Gráfico de frecuencias **Bolsa B:**



Se nos permite seleccionar sólo un billete de la bolsa mostrada. Y decidimos “aceptar” o “rechazar” H_o.

Observando los gráficos de frecuencias: ¿Qué valores son contradictorios a la H_o (bolsa A) pero que a su vez muestran mayor soporte a la hipótesis H_1 (bolsa B)?

En este caso, la **dirección del extremo** está tanto a la **izquierda** como a la **derecha.**
Para establecer una regla de decisión necesitamos hallar **valores más extremos**. El gráfico de $ch_0(x)/ch_1(x)$ muestra que los valores más afines con la H_1 están en los extremos izquierdo y derecho.

¿Cuál es el valor de los billetes que es **menos probable** de provenir de la bolsa A y a la vez **más probable** de que provenga de la bolsa B?

En este caso tendremos dos valores más extremos ($1 y $10), por lo tanto la:

Regla de decisión #1: *rechazar Ho si el billete seleccionado es de ≤ $1 ó bien ≥ $10.*

En este caso la regla de rechazo incluye valores extremos en ambas direcciones y los valores críticos para cada uno de las direcciones serán $1 y $10.

- ✓ Halle los valores de α y β para esta regla de decisión #1.
- ✓ Aumentando la región crítica, establezca una segunda regla de decisión #2.
- ✓ Halle los niveles de α y β para esta regla de decisión #2.

RESULTADO **SIGNIFICATIVO** *versus* RESULTADO **IMPORTANTE**.

Cuando los datos observados son muy diferentes de lo que uno esperaría bajo la H_o, es decir que el p-value sea pequeño, decimos que el resultado es ***estadísticamente significativo.***

Sin embargo la frase estadística ***"significativo"*** no es ***"importante"***.
Un resultado puede ser estadísticamente significativo pero no prácticamente importante.

Consideremos por ejemplo un estudio conducente a comparar dos drogas para el tratamiento de streptococos: una droga nueva y una droga estándar.

Las hipótesis que se ensayarán:

Ho: la nueva droga es tan efectiva como la primera.(en términos del tiempo medio en que se logra la "cura")

H1: la nueva droga es más efectiva que la estándar.

Supongamos que el tiempo promedio de "cura" para sujetos con la nueva droga fue de 6,5 días, mientras que para los pacientes tratados con la estándar, dicho promedio fue de 7 días.
La nueva droga curó a los pacientes en promedio de 0,5 días más rápido comparado con los de la droga estándar.

El análisis estadístico de estos datos indicó que esta diferencia en tiempo promedio de cura fue *"estadísticamente significativo"*
Los fabricantes de esta nueva droga lanzan al mercado una campaña citando que en un reciente estudio "*ha probado*" que esta nueva droga "*cura más rápido*"que la droga estándar. Los médicos comienzan a prescribir esta nueva droga a sus pacientes.

El análisis estadístico sólo nos cuenta que una diferencia de ½ día es casi ***imposible de ocurrir por azar*** si realmente las dos drogas fueran igualmente efectiva.

¿Qué otros interrogantes deberán considerarse?

Efectos colaterales con la nueva droga si es tolerable, su consumo es más y más frecuente para los pacientes que deben pagar sus consultas, el costo de información juega un rol importante.

Desde un punto de vista estadístico, un factor clave a considerar es el **Tamaño de la muestra.**

EL P-VALUE DEPENDE DEL TAMAÑO DE LA MUESTRA

Pensemos!

Caso #1: La población consta de 100 alumnos del curso de estadística

Las hipótesis a ser ensayadas:

H_o: el curso está formado por todos hombres.

H_1: la clase no consiste de todos hombres.

La regla de decisión es :
Rechazar Ho si observamos por lo menos una mujer en nuestra muestra.

Supongamos que la clase actual consta de 2 mujeres y 98 varones, es decir, que ______ es cierta.

a) Si usted toma una muestra aleatoria de tamaño 2 (n=2) la chance de obtener una mujer es:
Muy baja *Más o menos* *Muy grande*

b) Si usted considera una muestra aleatoria de tamaño n=20, la chance de obtener una mujer es:
Muy baja *Más o menos* *Muy grande*

c) Si la muestra fuera de tamaño n=80 la chance de obtener una mujer es:
Muy baja *Más o menos* *Muy grande*

Pensemos!

Caso #2: Una clase en la Universidad tiene 100 alumnos.

H_o: Los alumnos son todos hombres

H_1: La clase no consiste de todos hombres.

Supongamos que hay 70 hombres y 30 mujeres, o sea H_1 es verdadera.

d) Si usted toma una muestra aleatoria de tamaño 2 (n=2) la chance de obtener una mujer es:
Muy baja *Más o menos* *Muy grande*

e) Si usted considera una muestra aleatoria de tamaño n=20, la chance de obtener una mujer es:
Muy baja *Más o menos* *Muy grande*

f) Si la muestra fuera de tamaño n=80 la chance de obtener una mujer es:
Muy baja *Más o menos* *Muy grande*

Ejercicios

1.1. En estadística usamos símbolos H_o y H_1. Describa que significados tienen tales símbolos, pensando que su interlocutor no ha tomado un curso de Estadística.

1.2. Un artículo del diario "USA Today" sugiere que:
"Una vacuna para el tratamiento de melanoma maligno- el cáncer de piel que más muertes causa - mejora notablemente la sobrevivencia de los pacientes sin causar efectos colaterales serios".
La vacuna fue administrada a pacientes cuyo melanoma se había extendido. Una medida del efecto de tal vacuna es el porcentaje de pacientes que sobreviven 5 años después del tratamiento. El artículo dice que de los que recibieron otros tratamientos sólo el 10% llegó a sobrevivir 5 años.
Establezca la hipótesis apropiada para establecer si "la vacuna es tan efectiva como otros tratamientos" o si "la vacuna es más efectiva que otros tratamientos", en términos de la tasa de sobrevivencia quinquenales.

1.3. Buscar un artículo en un diario reciente que trate de una hipótesis realizada por algún científico. Establezca las hipótesis H_o y H_1 y escriba con sus palabras el significado de e_I y e_{II}.

1.4. Una corporación internacional planea realizar un sistema de "control de drogas" para sus empleados. En principio, se supone que un empleado no es consumidor

H_o: el empleado no consume drogas.
H_1: el empleado usa drogas.

El test clasifica a una persona como un consumidor de drogas cuando en realidad no lo es, un porcentaje de veces igual al 4%.

a) Explique, en esta situación, cuando son los e_I y e_{II}.
b) ¿Cuál es la chance de cometer e_I en esta situación?

1.5. Suponga que Ud. es un quintero "amateur" con interés en los tomates y la estadística. En los últimos años Ud. ha usado una particular marca de fertilizante, marca A, para sus plantas de tomate, pero ahora piensa que una nueva marca de fertilizante, más caro, llamado B, puede aumentar el rendimiento promedio de sus tomates.
Por lo tanto, Ud. decide que este año va a fertilizar la mitad de sus plantaciones de tomates con la marca A y la otra mitad con la marca B. Luego va a comparar el rendimiento promedio para estos dos tipos de fertilizantes.

a) ¿Cuáles son sus hipótesis nula y alternativa?
b) Explique cuáles son los errores de tipo I y tipo II que Ud. puede cometer.

1.6. ¿Qué es un "valor de p asociado" a un resultado (p-value)?. Escriba una explicación para una persona que no sabe Estadística.

1.7. ¿Un valor de p-asociado a un resultado debería ser grande o pequeño para rechazar la hipótesis nula H_o?

1.8. Un ensayo de hipótesis se llevó a cabo y los datos fueron *estadísticamente significativos* a un nivel del 5%.¿Serán los mismos datos significativos al 1%?.
Elija una respuesta:

i) Si, siempre
ii) No, nunca
iii) A veces sí, a veces no.

Explique su respuesta.

1.9. Se realizó un estudio para verificar si el tomar suplementos de zinc podría ayudar a ciertas mujeres, especialmente delgadas, a tener hijos más pesados. Mitad de las mujeres en el estudio tomaron vitaminas prenatales con 25mg de zinc. El otro grupo recibió la misma vitamina prenatal, pero sin zinc.
Los resultados fueron elevados al Journal of the American Medical Association. El estudio comparaba el peso medio al nacer, tasa de partos prematuros y por cesárea. No hubo diferencias significativas en el porcentaje de cesáreas en los dos grupos.
Considere las siguientes hipótesis:

H_o: la tasa de parto por cesárea es la misma en los dos grupos.

H_1: la tasa de parto por cesárea en los dos grupos no son las mismas.

a) Basándose en los resultados, ¿qué hipótesis fue sostenida por los datos?.
b) ¿Habrá sido el valor de p-asociado para el test de la hipótesis anterior grande o pequeño?
Explique su respuesta.

1.10. En el escenario de las bolsas A y B de la sección anterior vimos que para un nivel de significación fijo del 0.10, **aumentando** el tamaño de la muestra [(n=1) a (n=2)] se **reduce** el nivel β.
Verifiquemos que esto también se mantiene cuando fijamos un α=0.05. Complete la siguiente tabla determinando la regla de decisión y el nivel de β para n=1 y n=2.

α=0.05			
Tamaño de la muestra	n = 1	Regla de decisión: Rechazar Ho si -------- --	β =--------
	n = 2	Regla de decisión: Rechazar Ho si ---------- --	β=---------

¿qué le ocurrió a la chance de e_{II} al incrementar el tamaño de la muestra?

1.11. Volvamos al ejemplo región crítica unilateral por izquierda. Extienda el escenario aumentando el tamaño de muestra de n=1 a n=2.
a) Construye los gráficos de frecuencias para las bolsas A y B (cuando n=2) y el promedio de los valores de los dos billetes seleccionados *sin reemplazo* es usado para realizar el test.

b) Considera la siguiente regla de decisión: *Rechace H_o si el promedio de dos valores de los billetes es ≤ 2.* De otra manera acepte H_o. Encuentre los valores de α y β que corresponden a esta regla de decisión.

c) Si el valor promedio observado es \$3, ¿cuál es el correspondiente valor p-asociado?

1.12. Volvamos al ejercicio de la región de rechazo bilateral. La regla de decisión considerada fue: Rechace Ho si el valor del billete seleccionado es ≤ 1 ó si el valor del billete seleccionado es $\geq$\$10 (regla de decisión #1).
En caso contrario, acepte Ho. La región de rechazo contiene aquellos valores tan pequeños o menores de \$1 y tan grandes o mayores que \$10.

a) Encuentre los niveles de α y β que corresponden a la regla de decisión #1.
b) Agrande la región de rechazo. Compute los correspondientes niveles α y β.¿Cómo son comparados con los valores obtenidos en a)?.

1.13. Suponga que le solicitan evaluar las habilidades de un individuo que dice poseer percepción extrasensorial (ESP). Ud. decide llevar a cabo un experimento para comprobar (o no) esta habilidad. De un mazo común de 52 cartas Ud. da vueltas una carta, y le pregunta al sujete cuál es la carta en cuestión.
Considere las siguientes hipótesis:

Ho: el sujete no tiene ESP.

H_1: el sujete tiene ESP.

a) ¿Cuál seria un error de Tipo I en este contexto? (Dé su respuesta en un lenguaje no estadístico)
b) ¿Cuál seria un error de Tipo II? ((Dé su respuesta en un lenguaje no estadístico)
c) Suponga que Ud. decide concluir que un individuo tiene ESP si y sólo si el (o ella) identifica correctamente la carta ¿Cuál es el nivel de significación de esta particular regla de decisión?
d) ¿Cuál es la chance de un error de Tipo II para la regla de decisión dada en c)?
e) Cuando el experimento es llevado a cabo, el individuo no identifica correctamente la carta escondida ¿Cuál es el valor de p-asociado?
f) Cuando el experimento se lleva a cabo, el individuo identifica correctamente la carta escondida. El valor de p-asociado es 1/52. Es esta la chance de que la hipótesis nula es correcta. Dé una explicación.

1.14. Un investigador quiere ensayar la hipótesis que el porcentaje de Republicanos que están a favor de la pena de muerte es mayor que el de los Demócratas:
a) Establezca la H_o y H_1.
b) Elegiría una región crítica unilateral o bilateral?. Explique.
c) Suponga que los datos muestran que el porcentaje de republicanos a favor de la pena de muerte es del 42% y el de los Demócratas es del 40%. ¿Ud. piensa que el resultado es:
   i) estadísticamente significativo?
   ii) Prácticamente significativo?