Trabajo Práctico 1.2 - Estudio económico-matemático de apuestas en la Ruleta

Danteo, Elías
Universidad Tecnológica Nacional - FRRO
Zeballos 1341, S2000, Argentina
elias.danteo.tomas@hotmail.com

Cosentino, Lucio N.
Universidad Tecnológica Nacional - FRRO
Zeballos 1341, S2000, Argentina
luciocosen@gmail.com

De Bernardo, Aarón
Universidad Tecnológica Nacional - FRRO
Zeballos 1341, S2000, Argentina
aarondebernardo@gmail.com

Fernandez Da Silva, Joaquín C.
Universidad Tecnológica Nacional - FRRO
Zeballos 1341, S2000, Argentina
joaquinfds13@gmail.com

Malizani, Juan Pablo
Universidad Tecnológica Nacional - FRRO
Zeballos 1341, S2000, Argentina
juampi123.m@gmail.com

Pastorino, Juan Jose
Universidad Tecnológica Nacional - FRRO
Zeballos 1341, S2000, Argentina
juanjosepastorino@gmail.com

April 30, 2025

Abstract

El presente trabajo tiene como objetivo analizar el comportamiento económico y matemático de distintas estrategias de apuestas aplicadas a la ruleta europea. Se implementó un simulador en Python 3.x que permite comparar la efectividad de estrategias como Martingala, D'Alembert, Fibonacci y Paroli. Se evalúa cada estrategia bajo dos escenarios: capital infinito, y capital finito, considerando la posibilidad de bancarrota. Los resultados se presentan mediante gráficas y análisis estadístico.

***K*eywords** Simulación · Ruleta · Apuestas · Estrategias · Python

1 Introducción

Apostar en juegos de azar es una práctica tan antigua como controversial. Desde los primeros registros históricos, la humanidad ha estado fascinada por la idea de ganar dinero a través de la suerte, y la ruleta ha sido uno de los juegos más emblemáticos en esta tradición. Sin embargo, a pesar de su aparente simplicidad, la ruleta representa un sistema complejo que involucra probabilidades, decisiones estratégicas y comportamientos estocásticos. A lo largo de la historia, múltiples estrategias han sido propuestas por jugadores con la esperanza de obtener una ventaja sobre la casa, que, en teoría, está diseñada para favorecerla.

Desde una mirada científica e ingenieril, es necesario abandonar prejuicios y analizar objetivamente el funcionamiento estadístico y económico de estas estrategias. Aunque algunos defienden la existencia de métodos infalibles para vencer a la casa, la probabilidad de ganar en la ruleta está fijada por reglas matemáticas inquebrantables. Sin embargo, el análisis de distintas estrategias de apuestas, mediante simulaciones, ofrece un campo interesante de estudio para evaluar no solo las probabilidades inherentes al juego, sino también el impacto de las decisiones estratégicas sobre el saldo del jugador.

El presente trabajo tiene como objetivo evaluar empíricamente la viabilidad de diversas estrategias de apuestas utilizando simulaciones computacionales basadas en una ruleta europea ideal. Este enfoque permite estudiar el comportamiento del saldo del jugador bajo distintas condiciones, como capital finito o infinito, y diversas estrategias de progresión de apuestas. En particular, se busca responder a una pregunta clave: ¿es posible, bajo algún esquema de apuestas, superar estadísticamente la ventaja de la casa? A pesar de la evidencia de que la ventaja de la casa es un componente inherente del juego, las simulaciones permitirán observar la evolución de las ganancias, las probabilidades de bancarrota y otros indicadores que ayuden a desmitificar o validar estas estrategias desde una perspectiva tanto estadística como económica.

El análisis incluirá un estudio detallado de las métricas de interés como el saldo final, la frecuencia de bancarrota y los gráficos de evolución del saldo a lo largo de múltiples simulaciones. Este enfoque no solo permitirá obtener una visión más clara sobre la viabilidad práctica de las estrategias de apuestas, sino que también proporcionará una evaluación crítica de su rendimiento en un contexto realista, considerando las restricciones que los jugadores enfrentan, como límites de capital y límites de apuestas.

De este modo, el presente trabajo no busca ofrecer una solución definitiva o un "truco" para vencer a la ruleta, sino más bien proporcionar una herramienta de análisis que permita comprender mejor los riesgos asociados con el juego, y cómo las estrategias propuestas pueden influir en los resultados a lo largo del tiempo.

2 Marco Teórico

2.1 Modelado de estrategias de apuestas

Las estrategias de apuestas son algoritmos o reglas determinísticas que ajustan el monto apostado en función de los resultados previos. Estas estrategias se fundamentan en la idea de que la cantidad a apostar no es fija, sino que se adapta dependiendo del desempeño anterior, con el objetivo de optimizar las probabilidades de ganar a lo largo de varias rondas. Matemáticamente, se pueden modelar como procesos estocásticos, en los que el capital del jugador sigue una trayectoria aleatoria en un espacio de estados, determinado tanto por la secuencia de apuestas como por los resultados de cada tirada.

Cada estrategia define una sucesión de apuestas $A = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$ y un saldo asociado $S = \{C_0, C_1, \ldots, C_n\}$, donde el saldo C_i al i-ésimo paso está determinado por la fórmula:

$$C_i = C_{i-1} + a_i \cdot r_i$$

donde C_0 es el capital inicial, a_i es la cantidad apostada en la i-ésima jugada, y r_i es el resultado de la i-ésima jugada, con $r_i = 1$ si el jugador gana y $r_i = -1$ si pierde.

El modelado de estas estrategias permite obtener una visión general de cómo se comporta el capital a lo largo de múltiples jugadas. Sin embargo, en la práctica, las estrategias no pueden garantizar beneficios sostenidos en el tiempo debido a la existencia de factores como la quiebra (cuando el capital del jugador llega a cero) y los límites de apuesta máxima impuestos por los casinos o las reglas del juego. Estos factores convierten el análisis de las estrategias de apuestas en un problema clásico dentro de la teoría de la ruina del jugador, un área de estudio bien desarrollada en la teoría de colas y los procesos estocásticos, particularmente los procesos de Markov.

El estudio de la ruina del jugador busca modelar la probabilidad de que un jugador termine su secuencia de apuestas con un saldo de cero, lo que representa una "quiebra". Este tipo de análisis no solo permite evaluar el riesgo asociado a las estrategias, sino también ayuda a entender la dinámica entre las apuestas y los resultados de manera más profunda, incluyendo el comportamiento bajo diferentes escenarios, como los límites de capital y las restricciones del juego.

Por lo tanto, el análisis de las estrategias de apuestas no se limita solo a una evaluación de las ganancias esperadas, sino que también debe considerar las probabilidades de pérdidas totales y cómo el jugador se ve afectado por la aleatoriedad inherente al juego y las limitaciones del entorno. Esto convierte al modelado de estrategias de apuestas en una herramienta fundamental para entender los riesgos involucrados y las expectativas de los jugadores frente a la ruleta.

2.2 Modelado matemático de las estrategias

El comportamiento de cada una de las estrategias se puede modelar matemáticamente de la siguiente manera, donde el capital del jugador, la secuencia de apuestas y el resultado de cada tirada determinan la evolución del saldo.

- **Martingala:** La Martingala es una estrategia de progresión negativa, donde el jugador dobla la apuesta tras cada pérdida con el objetivo de recuperar las pérdidas previas y obtener una ganancia equivalente a la apuesta inicial. El modelo matemático de esta estrategia es:

$$A_{n+1} = 2 \cdot A_n \quad \text{si el jugador pierde en la tirada anterior,}$$

donde A_n es el monto apostado en la n-ésima tirada, y A_0 es la apuesta inicial. Si el jugador gana, la apuesta se reinicia al valor inicial A_0.
La secuencia de apuestas $A = \{A_0, A_1, A_2, \ldots, A_n\}$ sigue una progresión geométrica: $A_n = 2^n \cdot A_0$, donde n es el número de pérdidas consecutivas.
El saldo del jugador, S_n, tras n tiradas se calcula como:

$$S_n = S_0 + \sum_{i=0}^{n} A_i \cdot r_i,$$

donde $r_i = 1$ si el jugador gana y $r_i = -1$ si pierde.

- **Fibonacci:** La estrategia Fibonacci utiliza la sucesión de Fibonacci para determinar el monto de la apuesta. En cada pérdida, el jugador avanza un paso en la secuencia, y en caso de ganar, retrocede dos pasos. El modelo matemático es:

$$A_n = F_k \cdot A_0 \quad \text{donde} \quad F_k \text{ es el k-ésimo número de la sucesión de Fibonacci},$$

y k se actualiza según la regla:

$$k = k + 1 \quad \text{si pierde, y} \quad k = k - 2 \quad \text{si gana.}$$

La secuencia de apuestas en términos de Fibonacci es:

$$A_n = \{1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, \ldots\}.$$

El saldo del jugador S_n se calcula como en la estrategia de Martingala, con las apuestas determinadas por la secuencia de Fibonacci.

- **D'Alembert:** En la estrategia de D'Alembert, el jugador aumenta la apuesta en una unidad tras una pérdida y la reduce en una unidad tras una victoria, sin que la apuesta baje por debajo de la apuesta mínima. El modelo matemático es:

$$A_{n+1} = A_n + A_0 \quad \text{si el jugador pierde,}$$

y

$$A_{n+1} = A_n - A_0 \quad \text{si el jugador gana, con} \quad A_n \geq A_0.$$

La apuesta se mantiene dentro del intervalo $[A_0, A_{\text{max}}]$, donde A_{max} es la apuesta máxima permitida.
El saldo del jugador S_n sigue la misma fórmula que en las estrategias anteriores, con las apuestas determinadas por esta regla de progresión.

- **Paroli:** La estrategia Paroli es una progresión positiva, donde el jugador dobla la apuesta tras cada victoria, hasta alcanzar un número máximo de victorias consecutivas. Si pierde, la apuesta se reinicia a la apuesta mínima. El modelo matemático es:

$$A_n = A_0 \cdot 2^k \quad \text{si el jugador gana en la } n\text{-ésima tirada, con} \quad k \leq \text{max\_doubles},$$

y

$$A_n = A_0 \quad \text{si el jugador pierde.}$$

En Paroli, k es el número de victorias consecutivas, y cuando el jugador alcanza el número máximo de victorias consecutivas (denotado como max_doubles), la apuesta se restablece a la apuesta mínima A_0.
El saldo del jugador S_n también sigue la fórmula general, con las apuestas determinadas por esta regla de progresión positiva.

Estas estrategias son ejemplos de procesos estocásticos que determinan el monto de la apuesta en función del resultado de la tirada anterior. En cada caso, el capital del jugador sigue una trayectoria aleatoria que depende de las ganancias o pérdidas en las tiradas previas, lo que genera distintas dinámicas en el saldo a lo largo de una secuencia de apuestas.

2.3 Métricas de interés

Para evaluar de manera más detallada y cuantitativa el comportamiento de cada estrategia en simulaciones de apuestas, se utilizan las siguientes métricas y visualizaciones:

- **Saldo Final:**
  - **Descripción:** El capital total al final de una corrida de apuestas, que nos permite evaluar el rendimiento económico neto de una estrategia.

  - **Método de Cálculo:** Se obtiene sumando o restando las ganancias y pérdidas de todas las apuestas a lo largo de la corrida.
  - **Visualización:** Se puede representar mediante un gráfico de línea, donde el eje x representa el número de tiradas y el eje y muestra el saldo del jugador. Se puede incluir una línea horizontal para indicar el capital inicial esperado.
  - **Métrica Complementaria:** Comparación del saldo final con el capital inicial para determinar si la estrategia es ganadora o perdedora.
- **Frecuencia de Bancarrota:**
  - **Descripción:** La proporción de corridas en las que el capital del jugador se reduce a cero o por debajo de la apuesta mínima, lo que implica que el jugador se ha quedado sin fondos.
  - **Método de Cálculo:** Se realiza una simulación repetida de la estrategia y se cuentan los casos en los que el capital se vuelve insuficiente para seguir apostando. Se calcula como la proporción de corridas que resultan en bancarrota respecto al total de corridas simuladas.
  - **Visualización:** Se puede representar con un gráfico circular (diagrama de pastel), donde cada segmento representa el porcentaje de simulaciones que terminan con bancarrota frente a aquellas que no.
  - **Métrica Complementaria:** Tasa de bancarrota media en varias corridas de simulación.
- **Gráfico de Evolución del Saldo:**
  - **Descripción:** Muestra la evolución del saldo del jugador a lo largo de las apuestas para observar tendencias, volatilidad, recuperación tras pérdidas y ciclos potenciales en la estrategia.
  - **Método de Cálculo:** Para cada corrida, se registra el saldo del jugador en cada tirada y se traza la línea correspondiente.
  - **Visualización:** Un gráfico de líneas con el saldo del jugador en el eje y y el número de tiradas en el eje x. Es posible agregar líneas adicionales para mostrar el capital esperado o inicial. Este gráfico permite observar cómo la estrategia gestiona las ganancias y pérdidas a lo largo del tiempo.
- **Distribución de Apuestas:**
  - **Descripción:** Analiza cómo se distribuyen las apuestas a lo largo de una corrida. Esta métrica es útil para entender el comportamiento de la estrategia en términos de agresividad y variabilidad.
  - **Método de Cálculo:** Se recopilan los montos apostados en cada tirada y se agrupan en intervalos. Se mide la frecuencia de aparición de cada monto de apuesta.
  - **Visualización:** Se puede usar un gráfico de barras para representar la distribución de las apuestas. El eje x muestra los montos de las apuestas (normalmente multiplicados por la apuesta mínima), y el eje y muestra la frecuencia de aparición de cada monto.
  - **Métrica Complementaria:** Analizar si la distribución es sesgada hacia apuestas altas o bajas y si las apuestas tienden a concentrarse en valores específicos debido a las características de la estrategia.
- **Número de Apuestas:**
  - **Descripción:** El número total de apuestas realizadas durante una corrida. Este dato permite analizar la duración de una corrida bajo cada estrategia y cómo la cantidad de apuestas influye en el saldo final.
  - **Método de Cálculo:** Simplemente se cuenta el número de apuestas realizadas antes de que la corrida termine, ya sea por bancarrota, victoria o alcance de un número máximo de tiradas.
  - **Visualización:** Se puede representar mediante un histograma para ver la distribución de la cantidad de apuestas por corrida en diferentes simulaciones.

2.3.1 Métodos de Visualización en Simulaciones

Las gráficas proporcionadas permiten generar visualizaciones de las métricas mencionadas:

- **Gráfico de línea:** Útil para mostrar la evolución del saldo o de las apuestas a lo largo de las tiradas.
- **Gráfico de barras:** Perfecto para la distribución de apuestas y la frecuencia de resultados.
- **Gráfico circular (pie chart):** Ideal para mostrar la proporción de victorias y pérdidas, o la frecuencia de bancarrota.
- **Gráfico de barras a partir de un contador:** Se utiliza para representar la frecuencia de diferentes montos de apuesta durante una corrida.

Estas métricas y gráficos proporcionan una visión profunda del comportamiento y desempeño de las estrategias de apuestas en la ruleta, permitiendo una comparación directa entre ellas.

2.4 Inferencia Estadística de el número de Tiradas Necesarias.

margin=1in

Cálculo del número de tiradas para intervalo de confianza

Queremos determinar el número mínimo de tiradas n para que la frecuencia relativa de "rojo" en la ruleta, $\hat{p}_n$, se encuentre con un 95 % de confianza dentro de un margen de error ε alrededor del valor teórico

$$p = \frac{18}{37} \approx 0.4865.$$

1. Modelo de Bernoulli

Cada tirada se modela como una variable de Bernoulli

$$X_i = \begin{cases} 1, & \text{si la } i\text{-ésima tirada es roja,} \\ 0, & \text{en caso contrario,} \end{cases}$$

con

$$\mathbb{P}(X_i = 1) = p, \quad \mathbb{P}(X_i = 0) = 1 - p.$$

2. Frecuencia relativa

La frecuencia relativa de ganar con la apuesta elegida en n tiradas es

$$\hat{p}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} X_i.$$

Por linealidad de la esperanza e independencia:

$$\mathbb{E}[\hat{p}_n] = p, \qquad \mathrm{Var}(\hat{p}_n) = \frac{p(1-p)}{n}.$$

3. Aproximación normal (TCL)

Para n grande, por el Teorema Central del Límite,

$$\hat{p}_n \approx \mathcal{N}\Big(p,\ \tfrac{p(1-p)}{n}\Big).$$

4. Tomando un intervalo de confianza al 95 %

Para una normal estándar $Z \sim \mathcal{N}(0,1)$, $\mathbb{P}(|Z| \leq 1.96) = 0.95$. Queremos

$$\mathbb{P}\big(|\hat{p}_n - p| \leq \varepsilon\big) = 0.95 \implies 1.96 \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \leq \varepsilon.$$

5. Despeje de n

Elevando al cuadrado y despejando:

$$\frac{p(1-p)}{n} \leq \frac{\varepsilon^2}{1.96^2} \quad \implies \quad n \geq \frac{1.96^2\, p(1-p)}{\varepsilon^2}.$$

2.5 Calculo de parámetros para una simulación verosímil

Para apuestas "50/50" es decir, apostar a rojo, negro, par o impar.

Tomamos:

$$p = \frac{18}{37}, \quad z = 1.96 \quad (95\%), \quad \varepsilon = 0.05.$$

Entonces

$$n \geq \frac{(1.96)^2 \cdot \frac{18}{37}\big(1 - \frac{18}{37}\big)}{(0.05)^2} \;\approx\; \frac{3.8416 \cdot 0.2498}{0.0025} \;\approx\; 383.9,$$

por lo que redondeamos a $n = 384$ tiradas.

Para apuestas de "1/3", es decir docenas y columnas.

Tomamos:

$$p = \frac{12}{37}, \quad z = 1.96 \quad (95\%), \quad \varepsilon = 0.05.$$

Entonces

$$n \geq \frac{(1.96)^2 \cdot \frac{12}{37}\big(1 - \frac{12}{37}\big)}{(0.05)^2} \;\approx\; \frac{3.8416 \cdot 0.2191}{0.0025} \;\approx\; 336.7,$$

por lo que redondeamos a $n = 337$ tiradas.

Para apuestas a un numero especifico (0-37).

Tomamos:

$$p = \frac{1}{37}, \quad z = 1.96 \quad (95\%), \quad \varepsilon = 0.05.$$

Entonces

$$n \geq \frac{(1.96)^2 \cdot \frac{1}{37}\big(1 - \frac{1}{37}\big)}{(0.05)^2} \;\approx\; \frac{3.8416 \cdot 0.00263}{0.0025} \;\approx\; 40.4,$$

por lo que redondeamos a $n = 41$ tiradas.

2.6 Justificación de la simulación

Las simulaciones son esenciales para analizar estrategias de apuestas en sistemas estocásticos, donde los resultados no siguen patrones deterministas. Permiten evaluar no solo el valor esperado de una estrategia, sino también cómo se distribuyen los resultados, lo cual es clave para entender el riesgo real de una estrategia a largo plazo.

En lugar de realizar apuestas reales, la simulación ofrece una forma segura de probar diversas estrategias y condiciones. Permite ajustar variables como el tamaño de las apuestas o las probabilidades de ganar, y ver cómo estos cambios afectan el desempeño de la estrategia en muchas simulaciones. Esto ayuda a obtener una visión más completa y precisa de los posibles resultados.

Además, la visualización de los resultados a través de gráficos facilita la interpretación del comportamiento del capital a lo largo del tiempo, permitiendo identificar patrones, como fluctuaciones o ciclos de recuperación, que podrían no ser evidentes solo con números. Estas visualizaciones son fundamentales para comprender el impacto real de las estrategias y su estabilidad.

En resumen, la simulación no solo ayuda a evaluar el rendimiento de una estrategia, sino que también permite optimizarla al experimentar con diferentes escenarios y parámetros. Al hacerlo, se pueden tomar decisiones más informadas, basadas en datos, y no solo en intuiciones o modelos simplificados.

3 Parámetros del Simulador

Con el fin de dotar al simulador de mayor flexibilidad y permitir el análisis comparativo entre diferentes configuraciones, se incorporaron nuevos parámetros que pueden especificarse al momento de ejecutar el programa:

- `-t`: define la cantidad de tiradas que se realizan por corrida. A este parámetro se le asigna un valor entero positivo.
- `-c`: define la cantidad de la cantidad de corridas del experimento en la simulación. A este parámetro se le asigna un valor entero positivo.
- `-n`: define la apuesta con la que se realizará la simulación. A este parámetro se le asignar los valores:

  - `number`: Apuesta a cualquier números del 0 - 36
  - `red`: Apuesta a que el resultado sea alguno de los siguientes números: 1, 3, 5, 7, 9, 12, 14, 16, 18, 19, 21, 23, 25, 27, 30, 32, 34, 36
  - `black`: Apuesta a que el resultado sea alguno de los siguientes: 2, 4, 6, 8, 10, 11, 13, 15, 17, 20, 22, 24, 26, 28, 29, 31, 33, 35
  - `even`: Apuesta a que el resultado sea alguno de los siguientes números: 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30, 32, 34, 36
  - `odd`: Apuesta a que el resultado sea alguno de los siguientes números: 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31, 33, 35
  - `dozen1`: Apuesta a que el resultado sea alguno de los siguientes números: 1 - 12
  - `dozen2`: Apuesta a que el resultado sea alguno de los siguientes números: 13 - 24
  - `dozen3`: Apuesta a que el resultado sea alguno de los siguientes números: 25 - 36
  - `column1`: Apuesta a que el resultado sea alguno de los siguientes números: 1, 4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, 25, 28, 31, 34
  - `column2`: Apuesta a que el resultado sea alguno de los siguientes números: 2, 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, 26, 29, 32, 35
  - `column3`: Apuesta a que el resultado sea alguno de los siguientes números: 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36
- `-s`: define la estrategia utilizada. Las opciones disponibles son:
  - `m`: Martingala
  - `d`: D'Alembert
  - `f`: Fibonacci
  - `p`: Paroli
- `-a`: define el tipo de capital disponible:
  - `i`: capital infinito
  - `numero >= 2500`: capital finito

Existen otros parámetros, como la apuesta máxima de la mesa, y la mínima, y el limite de 100 apuestas por Jugador (que representan una corrida) estos están "Hard-Codeados", para modificarlos habría que modificar el código, ya que no son ingresados por consola.

Una corrida con capital finito finaliza cuando el jugador se queda sin capital o cuando transcurren 100 tiradas de la ruleta. En el caso de la simulación con capital infinito, siempre finaliza al realizar las 100 apuestas.

Estos parámetros permiten personalizar la ejecución del simulador según la estrategia deseada y el tipo de capital, facilitando así el estudio de los resultados bajo diferentes escenarios experimentales.

4 Implementación

- Lenguaje: Python 3.x
- Bibliotecas: `random`, `matplotlib`, `argparse`, `numpy`
- Ejecución: `python ruleta.py -c 100 -t 300 -s m -a 2500`

Esta investigación consiste en simular el funcionamiento del plato de una ruleta en Python y las apuestas a realizar sobre ella, siguiendo distintas estrategias, para luego evaluar los valores obtenidos, implementando los conceptos teóricos mencionados en la sección anterior.

El experimento consiste en generar valores aleatorios que representan los números posibles en la ruleta, es decir, los enteros del 0 al 36. Cada valor generado corresponderá a una corrida y en cada corrida se efectuará un número fijo de tiradas.

Hacemos esto de esta manera para circunvenir una debilidad de los sistemas aleatorios computarizados, que es el sesgo debido a que las computadoras, por su propia naturaleza, no son aleatorias: son *deterministas*. Es decir, dado un mismo conjunto de instrucciones y condiciones, siempre producen el mismo resultado.

Lo que hacen es simular aleatoriedad usando un algoritmo llamado generador de números pseudoaleatorios (PRNG, por sus siglas en inglés) partiendo de un valor inicial llamado semilla (seed). Al utilizar varias corridas, obtendremos varias semillas lo que ayudara a evitar la pseudoaleatoriedad.

Nuestro objetivo sera, analizar como evoluciona el capital y su flujo de caja por tirada, empleando las distintas estrategias planteadas. Ademas, evaluaremos el porcentaje de victorias, y aquellas veces que se llega a la cantidad de apuestas maximas (100) en los cuales se considera que no se llego a una bancarrota, y aquellas en las que debido a las apuestas no se pudo completar el experimento.

Ademas se tiene en cuenta la posibilidad de que el Apostador, cuente con capital infinito de apuesta, y aquellas situaciones donde tiene un capital acotado (Que como mínimo tiene que ser 2500).

Nota: El dinero se expresa en unidades monetarias, no refleja ninguna divisa real.

5 Resultados y Análisis

Se presentan los resultados para cada estrategia, considerando capital finito y para el caso de la estrategia Martingala también consideramos el capital infinito. Ejemplos de gráficos:

5.1 Estrategia Martingala con capital finito

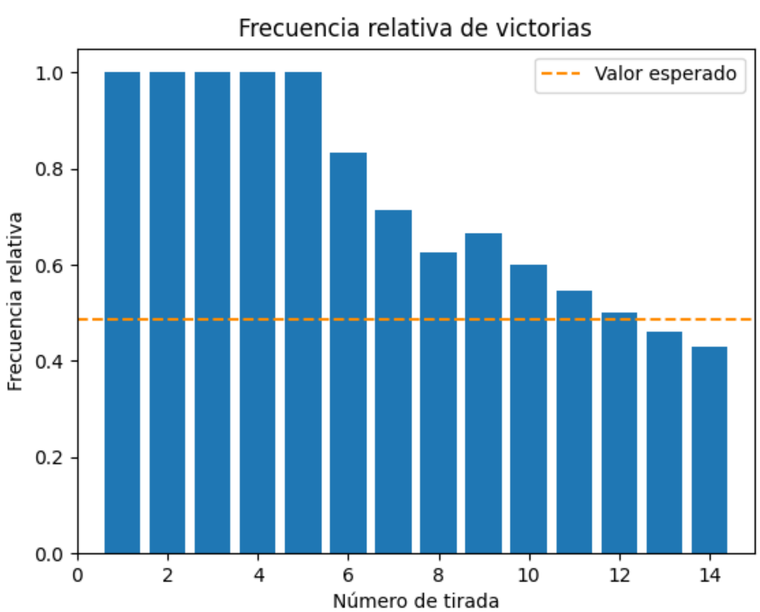

Figure 1: Frecuencia relativa de victorias en la estrategia Martingala. El valor esperado (18/37) está representado por una linea discontinua de puntos color naranja.

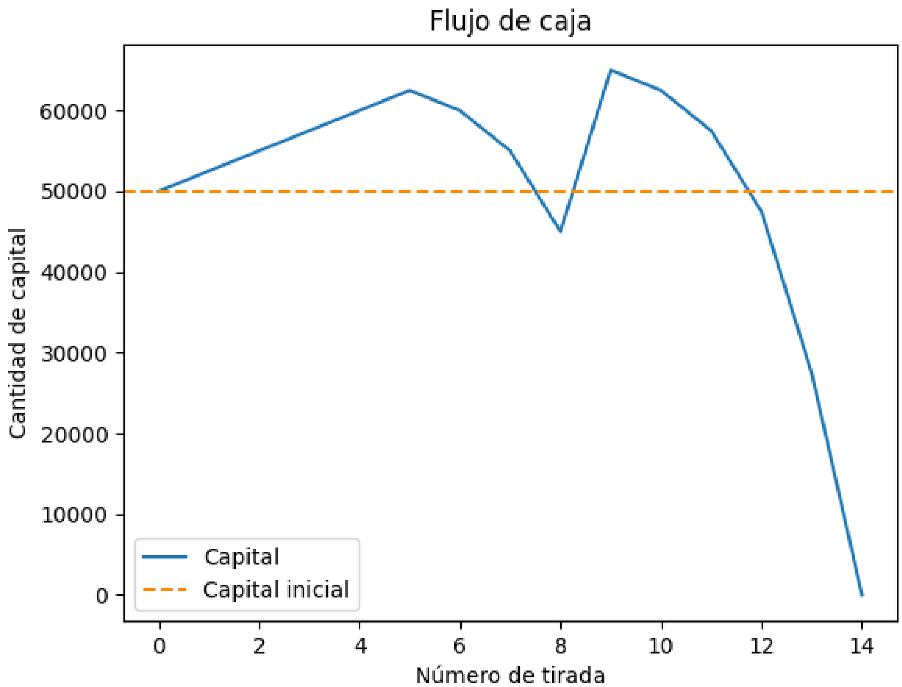

Figure 2: Evolución del flujo de caja en la estrategia Martingala. El capital inicial (50000) está representado por una linea discontinua de puntos color naranja.

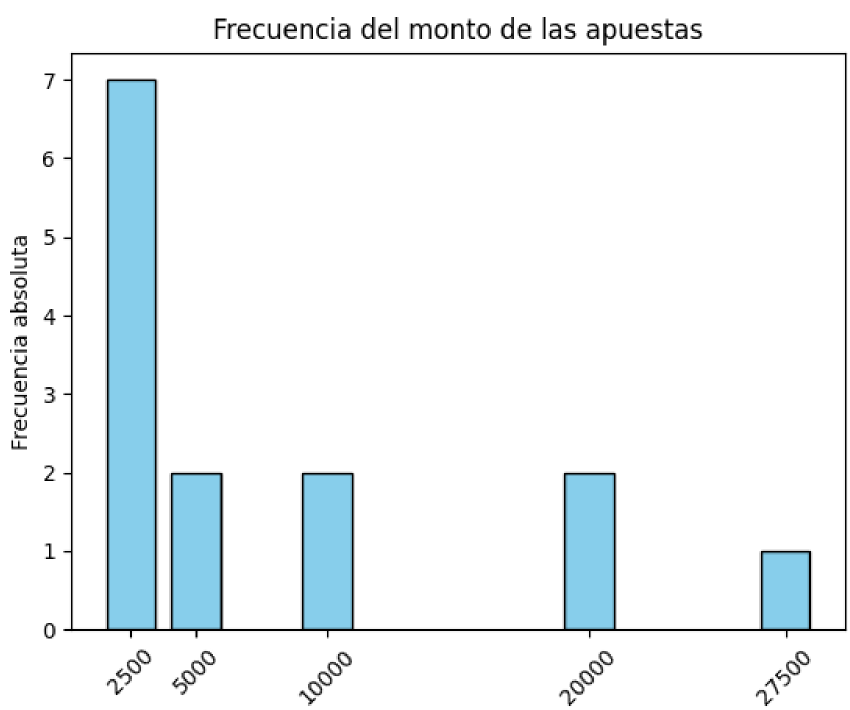

Figure 3: Frecuencia absoluta del monto de las apuestas en Martingala.

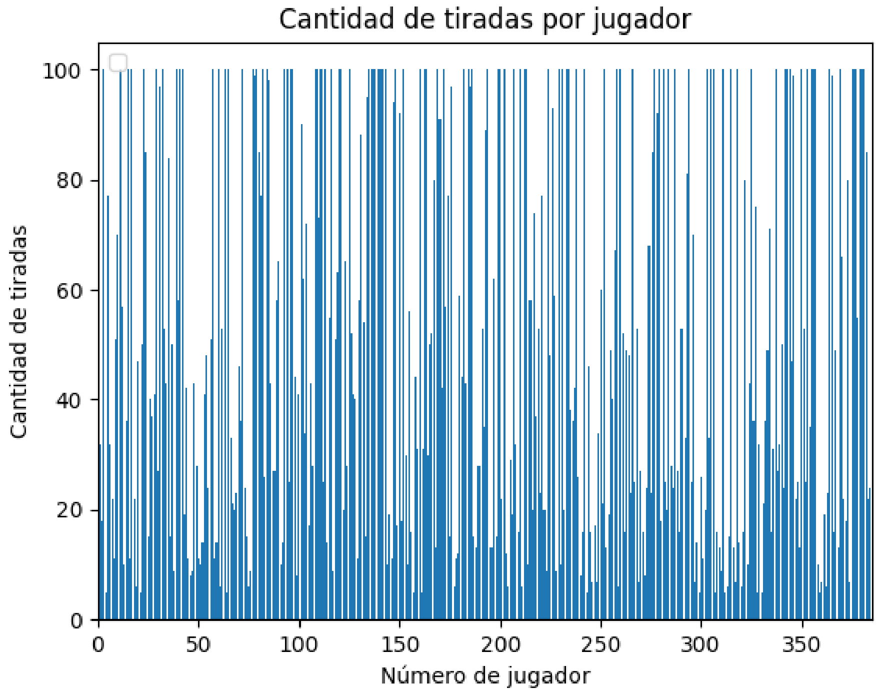

Figure 4: Cantidad de tiradas por jugador en Martingala.

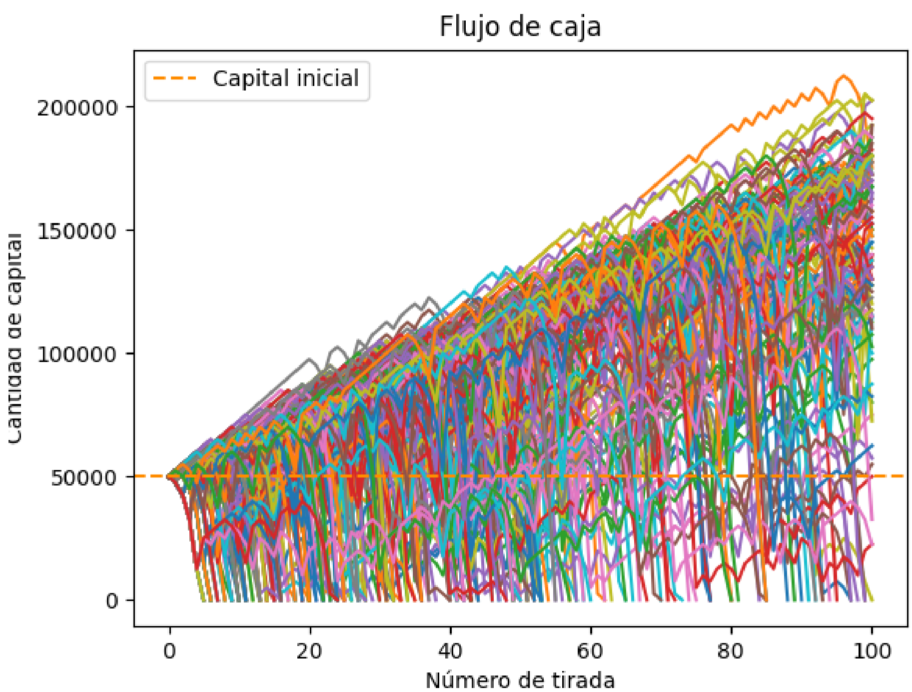

Figure 5: Flujo de caja en múltiples tiradas con Martingala. El capital inicial (50000) está representado por una linea discontinua de puntos color naranja.

Para la estrategia Martingala con capital finito, a partir de la corrida mostrada, se puede observar que el jugador comienza con una racha favorable, acertando en las primeras cinco apuestas. Sin embargo, rápidamente comienza a experimentar pérdidas consecutivas, lo que provoca una disminución acelerada de su capital en cada tirada posterior. Este comportamiento es característico de la estrategia Martingala, que apuesta el doble después de cada pérdida, con la esperanza de recuperar todas las pérdidas anteriores en la siguiente victoria.

Al analizar los gráficos que muestran las 384 simulaciones de manera conjunta, se nota de forma evidente que muy pocos jugadores logran sobrevivir a las 100 tiradas planteadas como límite del experimento. La mayoría de los jugadores se quedan sin capital en las primeras 40 tiradas debido a las rachas negativas, que son inherentes a la estrategia Martingala. Esta estrategia, aunque teóricamente puede funcionar a corto plazo, presenta un riesgo significativo de colapso cuando se enfrenta a una serie prolongada de pérdidas, lo que agota rápidamente el capital disponible. Además, los límites de apuestas máximas propias de las mesas de los casinos, evitan que un jugador doble infinitamente su apuesta.

5.2 Estrategia Martingala con capital infinito

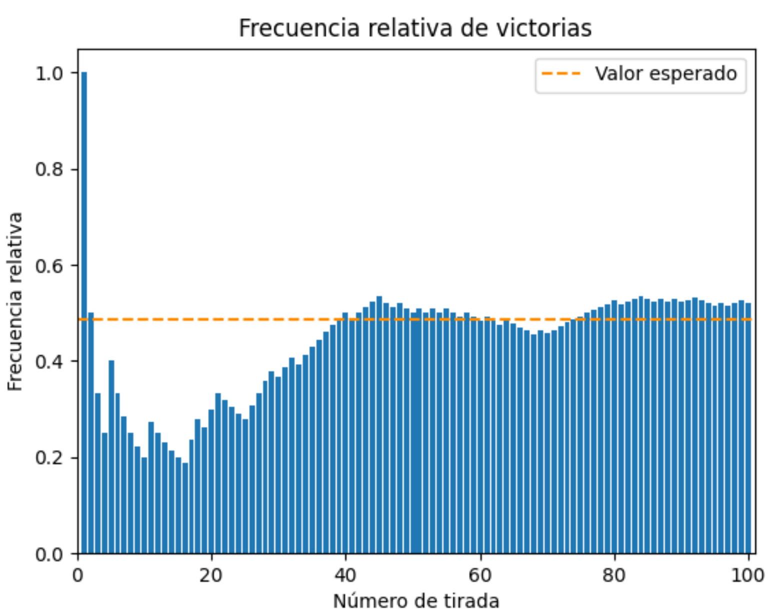

Figure 6: Frecuencia relativa de victorias en la estrategia Martingala. El valor esperado (18/37) está representado por una linea discontinua de puntos color naranja

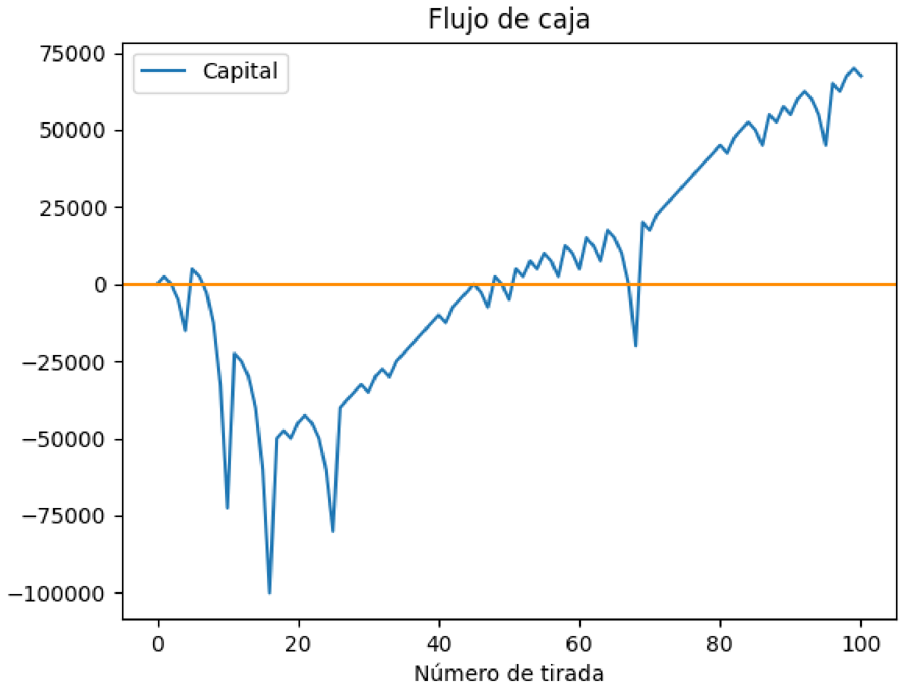

Figure 7: Evolución del flujo de caja en la estrategia Martingala. Se tiene como referencia el "0" señalizado por una línea continua naranja.

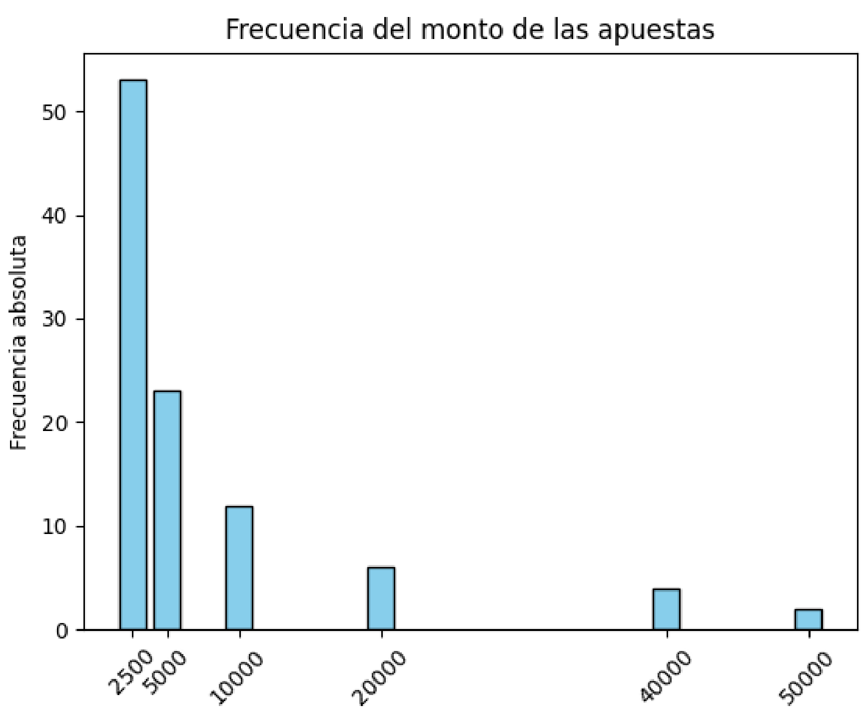

Figure 8: Frecuencia del monto de las apuestas en Martingala

Figure 9: Proporción de victorias

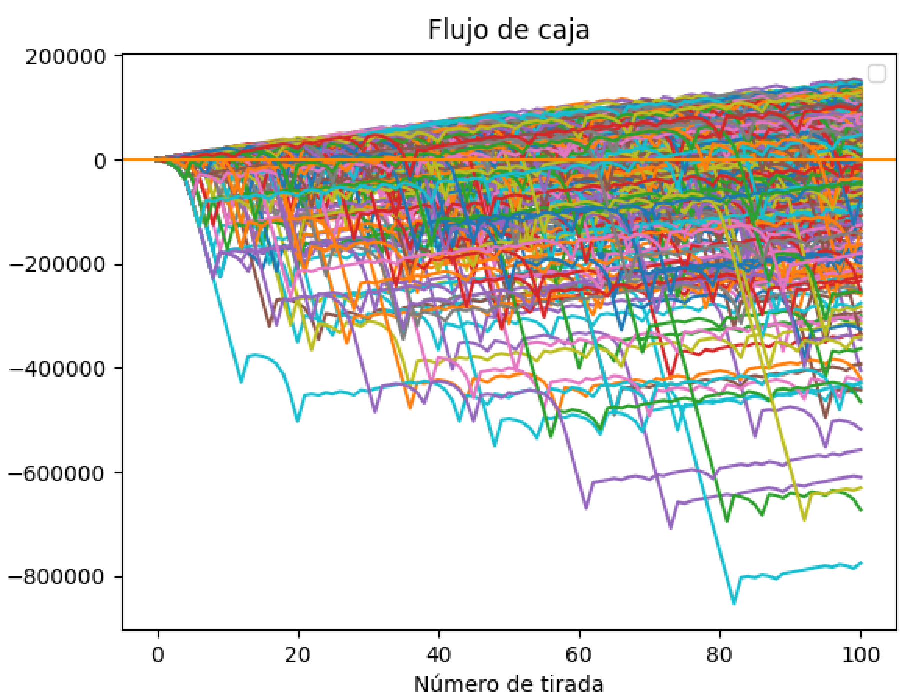

Figure 10: Flujo de caja en múltiples tiradas con Martingala

En el caso de la estrategia Martingala con capital teóricamente infinito, el jugador puede atravesar períodos con un capital negativo considerable, lo cual no representa un problema inmediato mientras tenga la capacidad de seguir duplicando sus apuestas. Lo relevante, en este escenario, es analizar el resultado final luego de las 100 tiradas.

En la corrida seleccionada para el análisis, el jugador experimenta una secuencia prolongada de pérdidas al inicio, lo que lo lleva a un pico negativo de aproximadamente -100.000 unidades monetarias. Sin embargo, en la segunda mitad del juego, comienza a ganar con mayor frecuencia que la esperada, lo que le permite no solo recuperarse, sino cerrar con un capital positivo cercano a las 70.000 unidades. Esta evolución se refleja claramente en el gráfico de flujo de caja, donde se observa una fuerte caída seguida de una recuperación sostenida.

Al extender el análisis a las 384 simulaciones, se observa que un 50,3% de las corridas terminan con capital positivo, mientras que un 49,7% lo hacen con capital negativo. No obstante, el gráfico de flujo de caja agregado revela un aspecto clave: los jugadores que terminan con pérdidas lo hacen con montos significativamente más negativos que los montos positivos alcanzados por los jugadores ganadores. Esto pone en evidencia uno de los principales riesgos de la Martingala: aunque la probabilidad de finalizar en ganancia es cercana al 50%, la magnitud de las pérdidas potenciales puede superar con creces las ganancias obtenidas.

Cabe destacar que, en esta simulación, se mantuvo un límite máximo de apuesta. De no haber existido tal restricción, la recuperación del capital habría sido más rápida en muchos casos, aunque al costo de asumir un riesgo aún mayor y menos realista desde el punto de vista práctico.

5.3 Estrategia D'Alembert

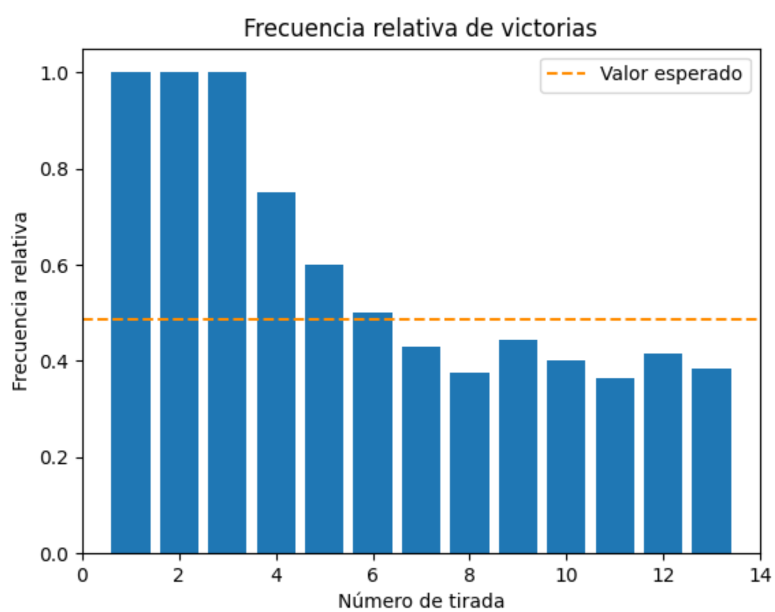

Figure 11: Frecuencia relativa de victorias en la estrategia D'Alembert. El valor esperado (18/37) está representado por una linea discontinua de puntos color naranja

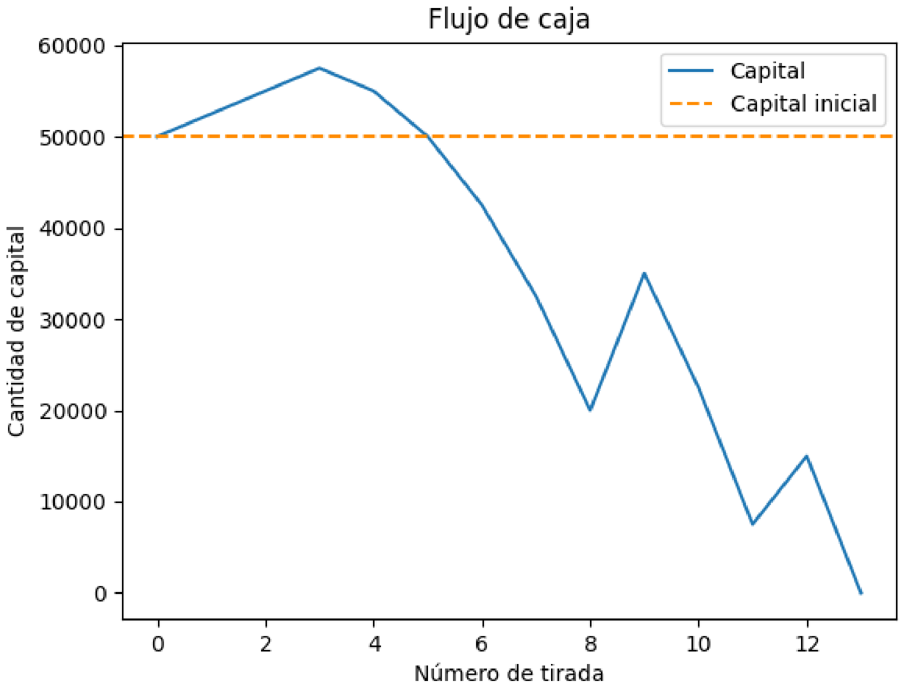

Figure 12: Evolución del flujo de caja en la estrategia D'Alembert

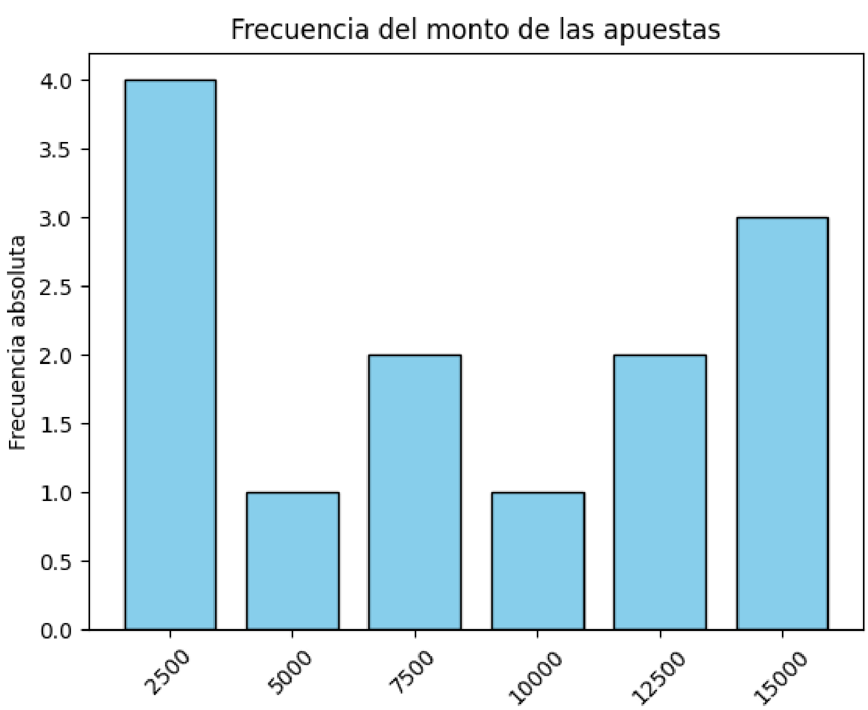

Figure 13: Frecuencia del monto de las apuestas en D'Alembert

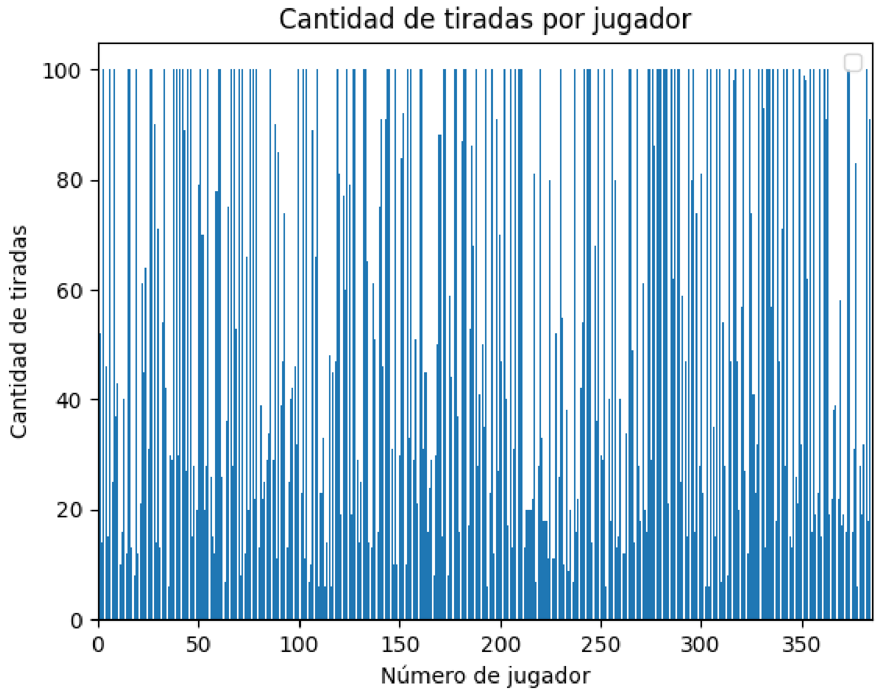

Figure 14: Cantidad de tiradas por jugador en D'Alembert

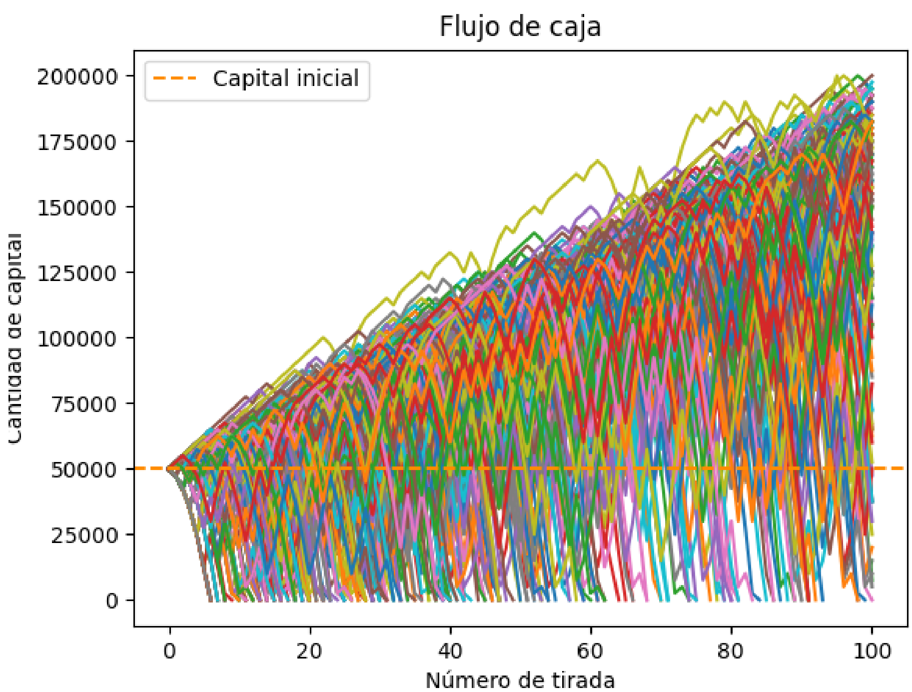

Figure 15: Flujo de caja en múltiples tiradas con D'Alembert. El capital incial (50000) está representado por una linea discontinua de puntos color naranja.

En el caso de la estrategia D'Alembert con capital finito (50.000 unidades monetarias), el jugador también enfrenta riesgos significativos de quiebra, aunque el crecimiento de las apuestas es más moderado en comparación con la Martingala. Esta estrategia consiste en aumentar la apuesta en una unidad tras cada pérdida y disminuirla en una unidad tras cada victoria, lo que genera una progresión más lineal y menos agresiva.

En la corrida seleccionada para el análisis (una de las 384 simulaciones), el jugador comienza ganando tres veces, pero rápidamente entra en una racha de pérdidas. Aunque logra ganar nuevamente en las tiradas 9 y 12, esto no es suficiente para revertir la tendencia negativa. Finalmente, en la tirada número 13, el jugador se queda sin capital disponible, reflejando cómo incluso una estrategia considerada más conservadora puede llevar a una pérdida total del fondo en escenarios de rachas desfavorables.

Al observar el comportamiento global en las 384 corridas, se confirma esta tendencia: la mayoría de los jugadores agotan su capital rápidamente, especialmente durante las primeras 40 tiradas. Esto sugiere que, si bien la estrategia D'Alembert limita el crecimiento explosivo de las apuestas típico de la Martingala, no elimina el riesgo de ruina, especialmente cuando se opera con un capital limitado y sin límites estrictos en la cantidad de tiradas.

En resumen, la estrategia D'Alembert puede ofrecer una ilusión de control y sostenibilidad, pero en contextos de juego prolongado o con rachas adversas, la progresión acumulativa de pérdidas puede superar rápidamente el capital disponible, llevando al jugador a la quiebra de forma inevitable en muchas de las simulaciones.

5.4 Estrategia Fibonacci

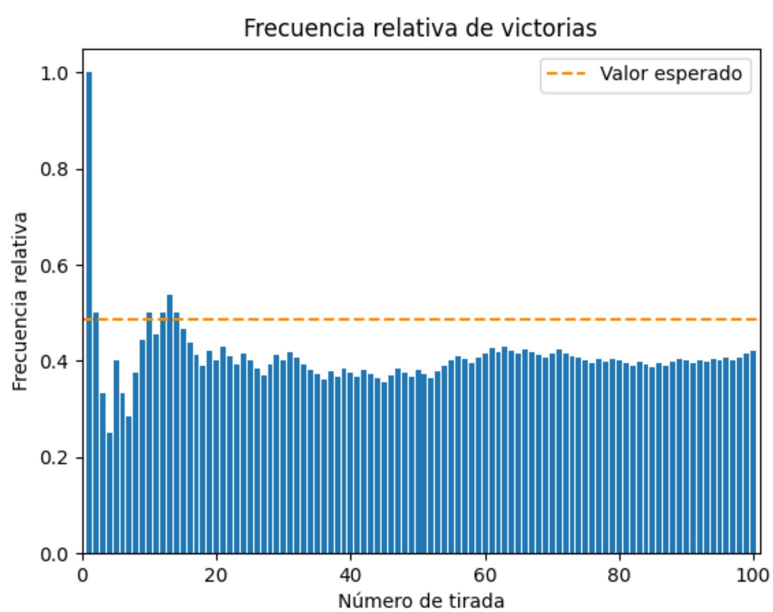

Figure 16: Frecuencia relativa de victorias en la estrategia Fibonacci. El valor esperado (18/37) está representado por una linea discontinua de puntos color naranja

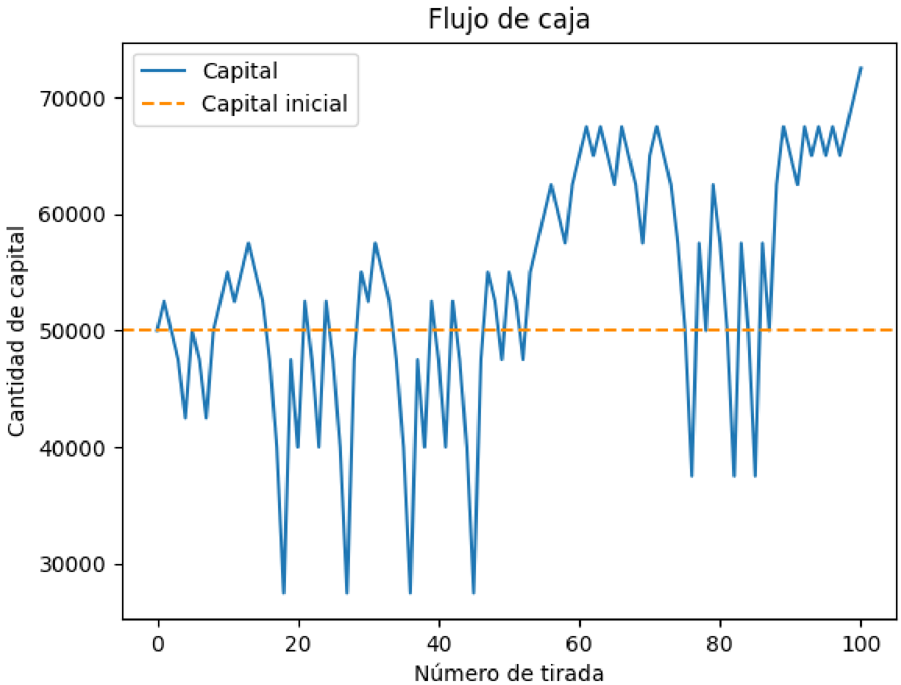

Figure 17: Evolución del flujo de caja en la estrategia Fibonacci

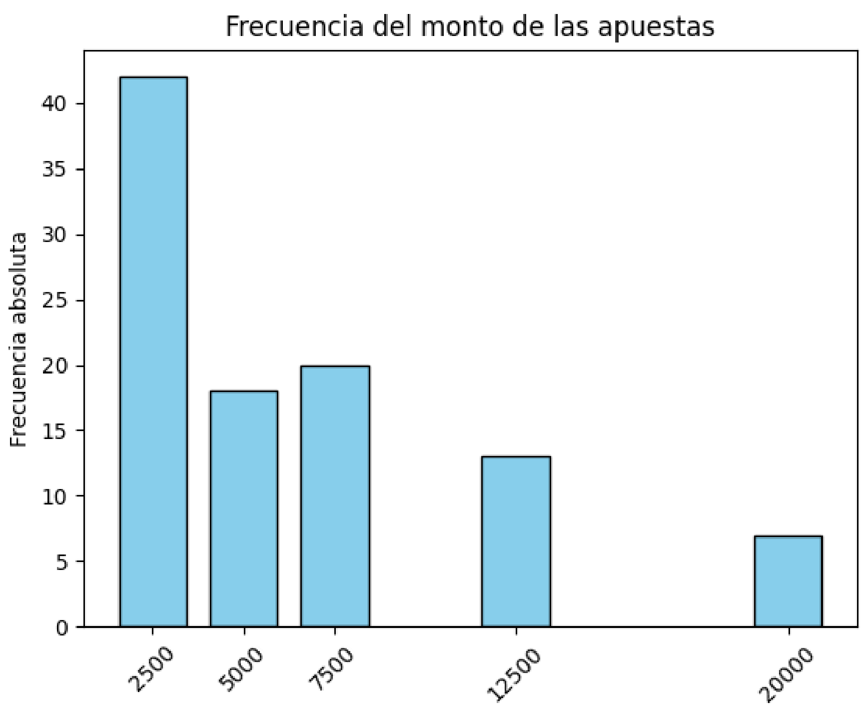

Figure 18: Frecuencia del monto de las apuestas en Fibonacci

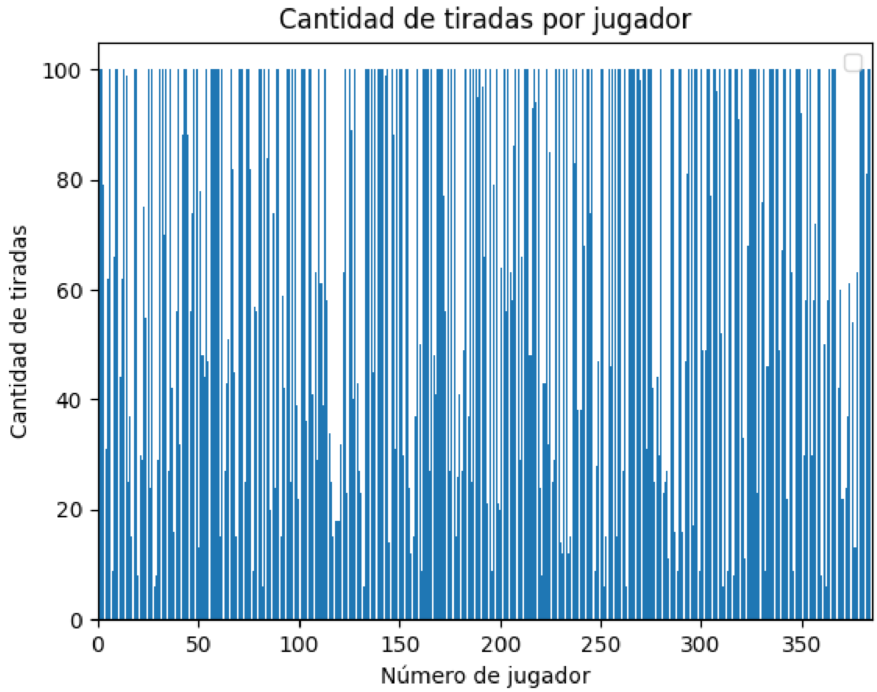

Figure 19: Cantidad de tiradas por jugador en Fibonacci

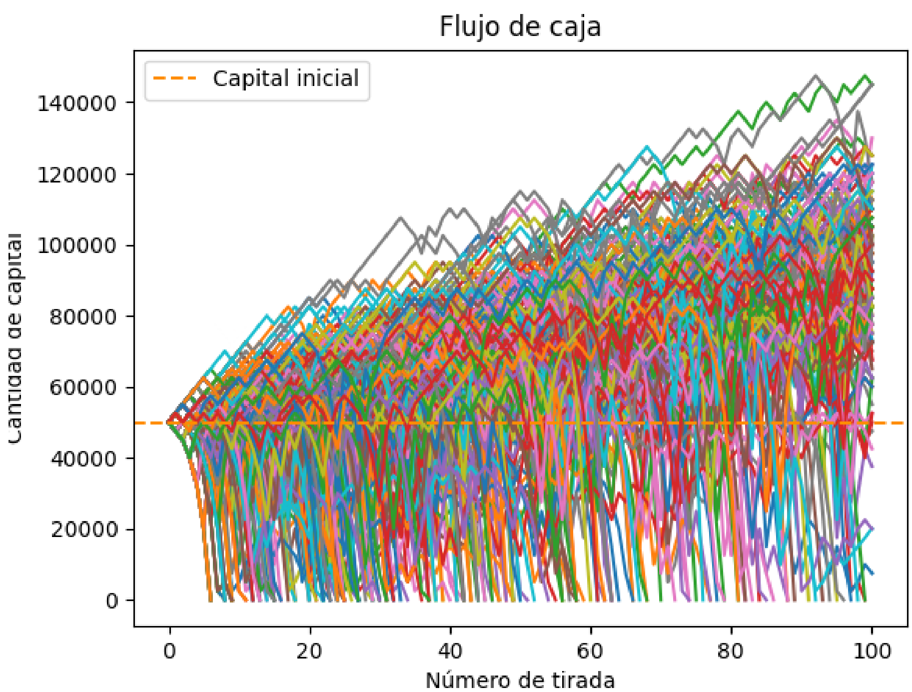

Figure 20: Flujo de caja en múltiples tiradas con Fibonacci. El capital inicial (50000) está representado por una linea discontinua de puntos color naranja

En el caso de la estrategia Fibonacci, también con un capital inicial finito de 50.000 unidades monetarias, se observa un comportamiento notablemente diferente respecto a estrategias como Martingala o D'Alembert. Esta estrategia se basa en aumentar la apuesta siguiendo la sucesión de Fibonacci tras cada pérdida y retroceder dos posiciones en la secuencia tras una victoria, lo cual da lugar a una progresión de apuestas más suave que la duplicación constante de la Martingala, pero más agresiva que D'Alembert en ciertas fases.

En la corrida seleccionada para el análisis, el jugador no se queda sin capital, y logra completar las 100 tiradas. A lo largo del juego no se presentan rachas largas de pérdidas, lo que evita que las apuestas crezcan de forma crítica. La apuesta máxima que llega a realizar es de aproximadamente 20.000 unidades, comenzando desde una apuesta base de 2.500, lo cual indica un manejo del riesgo más escalonado. El capital disponible nunca llega a agotarse, lo que permite que el jugador sostenga la estrategia durante toda la sesión.

Al analizar las 384 simulaciones en conjunto, se observa que un porcentaje considerablemente mayor de jugadores logra alcanzar las 100 tiradas sin perder todo su capital. Esto sugiere que la estrategia Fibonacci, si bien no garantiza ganancias, posee una mayor capacidad de resistencia frente a las rachas adversas, al distribuir el riesgo de manera más progresiva que la Martingala. Aun así, su efectividad depende fuertemente del patrón de resultados a lo largo del juego y puede también llevar a pérdidas importantes si las rachas negativas son prolongadas.

5.5 Estrategia Paroli

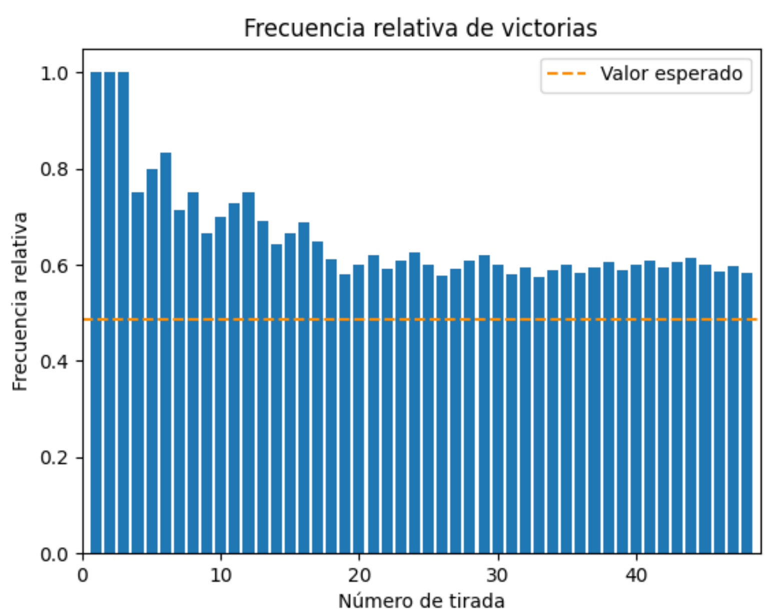

Figure 21: Frecuencia relativa de victorias en la estrategia Paroli. El valor esperado (18/37) está representado por una linea discontinua de puntos color naranja

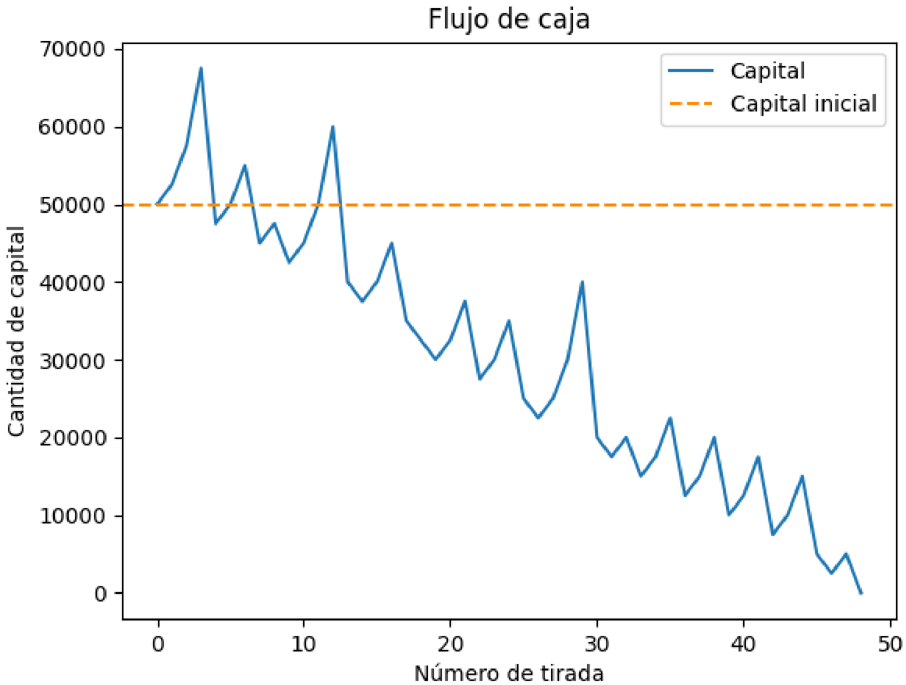

Figure 22: Evolución del flujo de caja en la estrategia Paroli

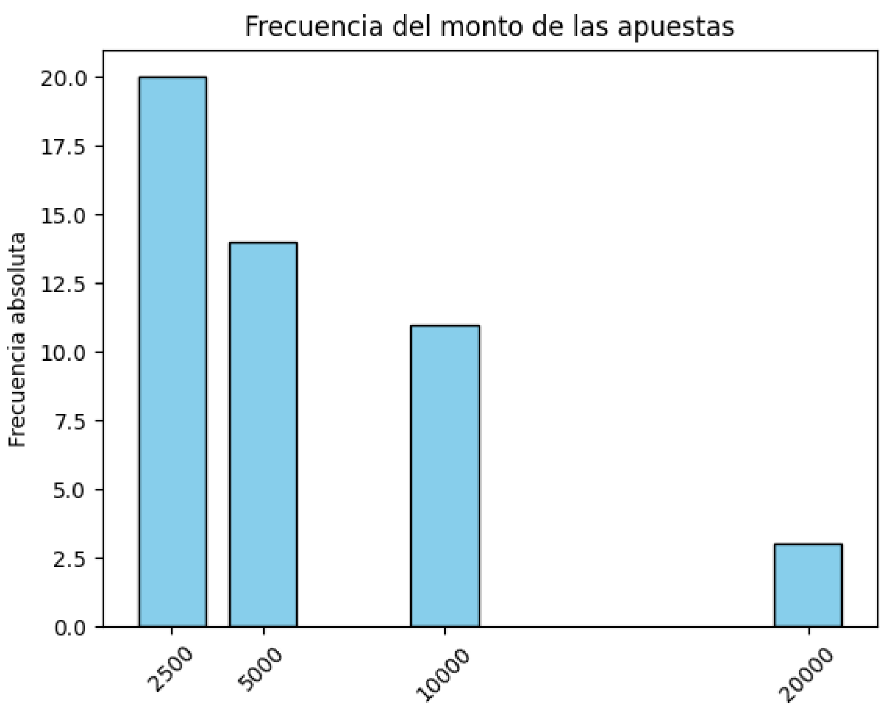

Figure 23: Frecuencia del monto de las apuestas en Paroli

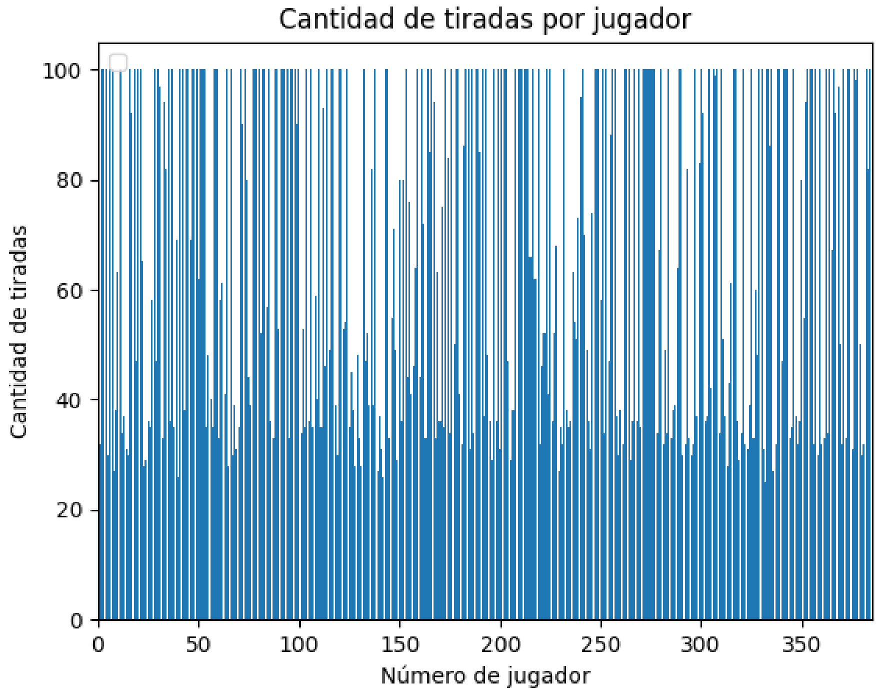

Figure 24: Cantidad de tiradas por jugador en Paroli

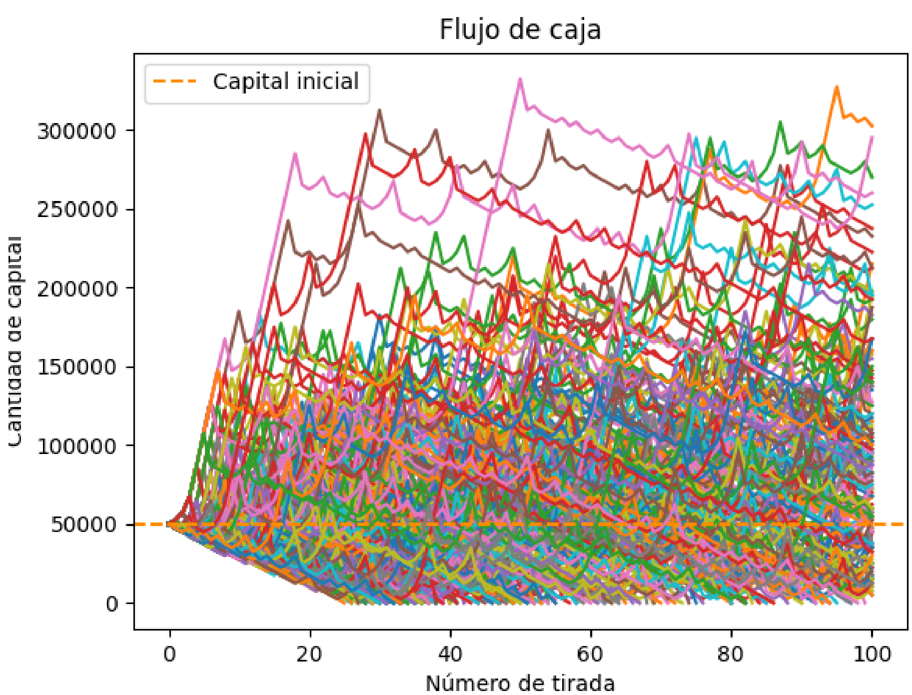

Figure 25: Flujo de caja en múltiples tiradas con Paroli. El capital inicial (50000) está representado por una linea discontinua de puntos color naranja

Por último, en la estrategia Paroli en la corrida seleccionada para el análisis, el jugador tiene una secuencia claramente favorable, ganando más de lo esperado en términos de frecuencia. Sin embargo, esta buena racha no es suficiente para sostener su capital a largo plazo. A pesar de los aciertos, el jugador se queda sin fondos en la tirada número 48, lo que evidencia que incluso con un desempeño estadísticamente positivo, la dinámica de la estrategia puede llevar al colapso si las ganancias no se consolidan durante las rachas favorables.

Al analizar las 384 simulaciones globales, se observa que alrededor del 40% de los jugadores finaliza con ganancias, lo que sugiere un rendimiento aceptable para una estrategia de bajo riesgo en sus primeras etapas. Ningún jugador se queda sin capital antes de la tirada 25, lo cual indica que Paroli ofrece una buena capacidad de supervivencia en el corto plazo. Sin embargo, las quiebras se distribuyen de manera relativamente uniforme entre las tiradas 25 y 100, lo que demuestra que, a medida que se prolonga el juego, la falta de rachas ganadoras sostenidas termina afectando la estabilidad del capital.

En resumen, Paroli es una estrategia que favorece la estabilidad inicial y minimiza el riesgo de quiebra temprana, pero depende fuertemente de la ocurrencia de rachas ganadoras para generar beneficios sostenidos. Su perfil conservador puede resultar atractivo en contextos de juego moderado, aunque sufre las consecuencias de la falta de consistencia en los aciertos a medida que avanza la sesión.

6 Conclusiones Finales

El experimento permitió evaluar el comportamiento de cuatro estrategias de apuesta clásicas —Martingala, D'Alembert, Fibonacci y Paroli— bajo condiciones controladas, con capital finito (50.000 u.m.) y un máximo de 100 tiradas por jugador. A través de 384 simulaciones para cada estrategia, se pudo observar su rendimiento tanto en casos individuales como en el conjunto poblacional.

- **Martingala:** Si bien promete recuperar pérdidas rápidamente en teoría, se muestra extremadamente volátil en la práctica. Las apuestas se duplican tras cada pérdida, lo que lleva a una alta probabilidad de quiebra cuando el capital es limitado. Aunque algunos jugadores logran ganancias, la mayoría no sobrevive a rachas negativas prolongadas.
- **D'Alembert:** Su progresión más suave ofrece una sensación de mayor estabilidad, pero las ganancias también son más modestas. La estrategia sigue siendo vulnerable a rachas adversas, y la mayoría de los jugadores terminan sin capital dentro de las primeras 40 tiradas.
- **Fibonacci:** Logra un equilibrio entre agresividad y sostenibilidad. Permite a más jugadores completar las 100 tiradas sin quebrar, aunque sigue expuesta a pérdidas acumuladas en secuencias desfavorables. Muestra mayor resistencia que Martingala y D'Alembert.
- **Paroli:** Al aumentar las apuestas solo tras una victoria, minimiza las pérdidas acumulativas. Es la estrategia con mayor capacidad de supervivencia: ningún jugador se queda sin capital antes de la tirada 25 y una proporción significativa finaliza con saldo positivo. No obstante, depende fuertemente de que ocurran rachas ganadoras para generar beneficios.

En todos los casos, se evidencia que la ventaja matemática del juego siempre prevalece a largo plazo, y que ninguna estrategia logra superar las probabilidades del casino. Incluso con capital infinito, lo único que cambia es la durabilidad del jugador, pero no el resultado esperado.

En conclusión, las estrategias de progresión pueden influir en el ritmo de las ganancias o pérdidas, pero no alteran el resultado esperado del juego. Las simulaciones refuerzan la idea de que, en un juego con expectativa negativa como la ruleta, no existe un sistema infalible que garantice ganancia sostenida. Las estrategias pueden servir como herramientas de gestión del riesgo o del juego, pero no como medios para vencer al azar.

Agradecimientos

Agradecemos a los profesores Juan I. Torres y Jorge A. Flamini por su orientación, y a la Universidad Tecnológica Nacional - FRRO por el apoyo brindado.

References

[1] Wikipedia. *Ruleta*. https://es.wikipedia.org/wiki/Ruleta

[2] Blog Sportium. *3 estrategias simples para ganar en la ruleta que cualquiera puede intentar*. https://blog.sportium.es/3-simples-estrategias-para-ganar-en-la-ruleta-que-cualquiera-puede-intentar/

[3] Ross, S. M. *Introduction to Probability and Statistics for Engineers and Scientists*. Academic Press.

[4] Python Software Foundation. https://docs.python.org/3/

[5] Overleaf. *Plantilla Latex Cornell University*. https://es.overleaf.com/latex/templates-style-and-template-for-preprints-arxiv-bio-arxiv/pkzcrhzcdxmc

[6] García, M. *Simulación de sistemas estocásticos*. Editorial Universitaria, 2018.

[7] Devore, J. L. *Probabilidad y Estadística para Ingeniería y Ciencias*. Cengage Learning, 2016.