Санкт-Петербургский Политехнический Университет
Петра Великого

Институт прикладной математики и механики

Кафедра "Прикладная математика"

Отчёт
Лабораторная работа №1
по дисциплине
"Математическая статистика"

Выполнил студент:
Салихов С.Р.
группа: 3630102/70401

Проверил:
к.ф-м.н., доцент
Баженов Александр Николавич

Санкт-Петербург
2020 г.

Содержание

Стр.

1. Постановка задачи **4**

2. Теория **4**

3. Реализация **4**

4. Результаты **4**

5. Обсуждение **7**

6. Литература **7**

7. Приложения **7**

Список таблиц

1 Стандартное нормальное распределение. 5

2 Стандартное распределение Коши. 5

3 Распределение Лапласа. 6

4 Равномерное распределение. 6

5 Распределение Пуассона. 7

1 Постановка задачи

Для 5-ти рапределений:
Нормальное распределение $N(x, 0, 1)$
Распределение Коши $C(x, 0, 1)$
Распределение Лапласа $L(x, 0, \frac{1}{\sqrt{2}})$
Распределение Пуассона $P(k, 10)$
Равномерное Распределение $U(x, -\sqrt{3}, \sqrt{3})$

Сгенерировать выборки размером 10, 50 и 1000 элементов. Для каждой выборки вычислить $\overline{x}$, $med\,x$, Z_R, Z_Q, Z_{tr}, при $r = \frac{n}{4}$..

2 Теория

1. Выборочное среднее [?]:
$$\overline{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \tag{1}$$

2. Выборочная медиана [?]:
$$med\,x = \begin{cases} x_{k+1}, & n = 2k+1 \\ \frac{1}{2}\left(x_k + x_{k+1}\right), & n = 2k \end{cases} \tag{2}$$

3. Полусумма экстремальных значений [?]:
$$Z_R = \frac{1}{2}\left(x_1 + x_n\right) \tag{3}$$

4. Полусумма квартилей [?]:
$$Z_Q = \frac{1}{2}\left(Z_{\frac{1}{4}} + Z_{\frac{3}{4}}\right) \tag{4}$$

5. Усечённое среднее [?]:
$$Z_{tr} = \frac{1}{n-2r}\sum_{i=r+1}^{n-r} x_i \tag{5}$$

3 Реализация

Для генерации выборки был использован *Python* 3.7: модуль *random* библиотеки *numpy* для генерации случайных чисел с различными распределениями.
После вычисления характеристик положения 1000 раз находится среднее значение и дисперсия:
$$E(z) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} z_i \tag{6}$$
$$D(z) = E\left(z^2\right) - E^2(z) \tag{7}$$

4 Результаты

Таблица 1: Стандартное нормальное распределение.

$n = 10$	average	med	Z_R	Z_Q	$Z_{tr},\ r = \frac{n}{4}$
$E =$	$0,012$	-0.017	-0.012	0.007	-0.011
$D =$	0.099329	0.136603	0.180949	0.117795	0.113781
$n = 50$	average	med	Z_R	Z_Q	$Z_{tr},\ r = \frac{n}{4}$
$E =$	0.001	-0.003	$0,009$	-0.002	$0,007$
$D =$	0.019784	0.031479	0.119618	0.024300	0.023070
$n = 1000$	average	med	Z_R	Z_Q	$Z_{tr},\ r = \frac{n}{4}$
$E =$	-0.002	-0.002	0.007	-0.001	0.000
$D =$	0.001009	0.001542	0.068695	0.001319	0.001158

Таблица 2: Стандартное распределение Коши.

$n = 10$	average	med	Z_R	Z_Q	$Z_{tr},\ r = \frac{n}{4}$
$E =$	-0.679112	0.015196	-2.113598	-0.002701	-0.021571
$D =$	412.916940	0.341791	8385.756871	0.803734	0.477004
$n = 50$	average	med	Z_R	Z_Q	$Z_{tr},\ r = \frac{n}{4}$
$E =$	-22.042147	-0.005189	8.862238	-0.010248	0.003119
$D =$	474719.963665	0.052230	1746206.475624	0.102886	0.061232
$n = 1000$	average	med	Z_R	Z_Q	$Z_{tr},\ r = \frac{n}{4}$
$E =$	0.283247	0.000389	1150.281859	-0.001524	-0.002924
$D =$	272.360308	0.002577	2196736948.38	0.004952	0.002573

Таблица 3: Распределение Лапласа.

$n = 10$	average	med	Z_R	Z_Q	$Z_{tr},\ r = \frac{n}{4}$
$E =$	-0.001	-0.010	0.026	-0.015	-0.002
$D =$	0.100732	0.069101	0.425729	0.094138	0.071388
$n = 50$	average	med	Z_R	Z_Q	$Z_{tr},\ r = \frac{n}{4}$
$E =$	-0.004	-0.000	0.022	0.005	0.004
$D =$	0.019090	0.013506	0.401127	0.020183	0.012568
$n = 1000$	average	med	Z_R	Z_Q	$Z_{tr},\ r = \frac{n}{4}$
$E =$	0.000	0.000	-0.036	0.001	0.000
$D =$	0.001024	0.000521	0.406238	0.000957	0.000602

Таблица 4: Равномерное распределение.

$n = 10$	average	med	Z_R	Z_Q	$Z_{tr},\ r = \frac{n}{4}$
$E =$	0.007	-0.004	-0.000	-0.0212	0.000
$D =$	0.098426	0.220679	0.041760	0.139387	0.158571
$n = 50$	average	med	Z_R	Z_Q	$Z_{tr},\ r = \frac{n}{4}$
$E =$	0.001	0.005	0.000	-0.004	-0.009
$D =$	0.021157	0.056003	0.002331	0.029958	0.034239
$n = 1000$	average	med	Z_R	Z_Q	$Z_{tr},\ r = \frac{n}{4}$
$E =$	0.000	-0.001	0.000	0.002	0.000
$D =$	0.001032	0.002946	0.000006	0.001437	0.002022

Таблица 5: Распределение Пуассона.

$n = 10$	average	med	Z_R	Z_Q	Z_{tr}, $r = \frac{n}{4}$
$E =$	10.040 9.899	10.319	9.912	9.898	
$D =$	1.005791	1.493150	1.793239	1.111356	1.144207
$n = 50$	average	med	Z_R	Z_Q	Z_{tr}, $r = \frac{n}{4}$
$E =$	9.969	9.835	10.748	9.928	9.874
$D =$	0.196334	0.356690	1.181998	0.281660	0.267151
$n = 1000$	average	med	Z_R	Z_Q	Z_{tr}, $r = \frac{n}{4}$
$E =$	10.000 9.997	11.657	9.995	9.853	
$D =$	0.008918	0.002991	0.643851	0.002528	0.011820

5 Обсуждение

При вычислении средних значений пришлось отбрасывать некоторое число знаков после запятой, так как получаемая дисперсия не могла гарантировать получаемое точное значение.
Иными словами дисперсия может гарантировать порядок точности среднего значения только до первого значащего знака после запятой в дисперсии включительно.
Единственным исключением [в отбрасывании знаков после запятой] стало стандартное распределение Коши, так как оно имеет бесконечную дисперсию, а значит не может гарантировать никакой точности.

6 Литература

Модуль numpy

7 Приложения

Код лаборатрной
Код отчёта