

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ  
ПЕТРА ВЕЛИКОГО

ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ  
КАФЕДРА "ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА"

ОТЧЁТ  
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТЫ №5  
ПО ДИСЦИПЛИНЕ  
"МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ"

ВЫПОЛНИЛИ СТУДЕНТЫ:  
САЛИХОВ С.  
ШАРАПОВ С.  
МАЛЬЦОВ Д.  
ГРУППА: 3630102/70401

ПРОВЕРИЛ:  
К.Ф.-М.Н.  
РОДИОНОВА Е.А.

САНКТ-ПЕТЕРБУРГ  
2020 г.

# Содержание

	Стр.
<b>1. Общая постановка задачи</b> .....	<b>3</b>
1.1. Требования .....	3
<b>2. Постановка задачи</b> .....	<b>3</b>
<b>3. Обоснование применимости методов</b> .....	<b>3</b>
<b>4. Описание алгоритма</b> .....	<b>3</b>
4.1. Метод отсекающей гиперплоскости .....	3
4.1.1 Постановка задачи .....	3
4.1.2 Алгоритм метода .....	3
4.2. Метод вычисления субградиента .....	4
4.3. Восстановление решения задачи из решения двойственной .....	4
<b>5. Результаты</b> .....	<b>4</b>
<b>6. Оценка достоверности результатов</b> .....	<b>4</b>

# 1 Общая постановка задачи

Дана задача условной оптимизации:

$$\overline{\phi_0} \rightarrow \min$$

$$x \in \overline{\Omega} = \{x | \phi_1(x) \leq 0, \phi_2 \leq 0\}$$

$x \in R^2$ ;  $\phi_1, \phi_2$  - выпуклые ф-ии такие, что  $\overline{\Omega}$  - замкнутое;  $\overline{\phi_0}$  - нелинейная функция цели.

## 1.1 Требования

1) Привести задачу к виду, пригодному для использования метода отсекающей гиперплоскости.

2) Построить замкнутый многогранник  $S = \{x | Ax \leq b\}$ , при  $\Omega \subset S$ , для начального этапа метода отсекающей гиперплоскости.

3) Решить задачу используя метод отсекающей гиперплоскости, решая на каждом этапе проблему линейной минимизации следующим способом:

1. привести к двойственному виду, 2. применить симплекс метод, 3. восстановить решение прямой по решению двойственной.

## 2 Постановка задачи

## 3 Обоснование применимости методов

## 4 Описание алгоритма

### 4.1 Метод отсекающей гиперплоскости

#### 4.1.1 Постановка задачи

1)  $\epsilon$  - заданная точность вычислений.

2) Выпуклый многогранник  $S$ ,  $\Omega \subset S$ .

3)  $\phi$  - функция, определяющая  $\Omega$ , с возможностью в каждой точке нахождения субградиента.

#### 4.1.2 Алгоритм метода

1) Задаче  $(x, c) \rightarrow \min_x, x \in S = \{x | Ax \leq b\}$  составляется двойственная:  $(y, -b) \rightarrow \min_y, y \in \overline{S} = \{y | A^T y = c, y \geq 0\}$ . Решаем задачу и в качестве результата получаем вектор  $y^*$  и его базис  $(N_k)$ .

2) Восстанавливается решение исходной задачи. Решением будет являться  $x^*$

3) Далее проверяется условие  $x^* \in \Omega$ , если условие выполнено, то решением задачи является  $x^*$ , иначе преобразуем матрицы  $A$  и  $b$ :  $A_{new} = \begin{pmatrix} A \\ -\text{subgrad}\phi(x^*) \end{pmatrix}$ ,

$b_{new} = \begin{pmatrix} b \\ -\phi(x^*) + \text{subgrad}\phi(x^*) * x^* \end{pmatrix}$ . Далее повторяем шаги 1, 2 для новых матриц и получаем в качестве решения  $x_2^*$ . Если  $\|x^* - x_2^*\| < \epsilon$ , то  $x_2^*$  решение, иначе  $x = x_2^*$ ,  $y = y_2^*$ .

## 4.2 Метод вычисления субградиента

$$\text{subgrad } \phi(x) = \nabla \phi_i(x), \forall i \in I = \{i \mid \phi_i(x) = \max \phi_i(x), 1 \leq i \leq m\} (m = 3)$$

## 4.3 Восстановление решения задачи из решения двойственной

## 5 Результаты

## 6 Оценка достоверности результатов