Санкт-Петербургский Политехнический Университет
Петра Великого

Институт прикладной математики и механики

Кафедра "Прикладная математика"

Отчёт
Отчёт по лабораторной работе №1 "Решение задачи линейного программирования симплекс-методом"

Выполнили студенты:
Салихов С.
Шарапов С.
Мальцов Д.
группа: 3630102/70401

Проверил:
к.ф-м.н.
Родионова Е.А.

Санкт-Петербург
2020 г.

Содержание

Стр.

1. Постановка задачи **3**

1.1. Постановка задачи ЛП 3

2. Условие применимости **3**

3. Описание алгоритма **3**

3.1. Метод искуственного базиса 3

3.2. Симплекс-метод 4

3.3. Метод крайних точек 4

3.4. Восстановление решения по решению двойственной задачи 4

4. Результаты **4**

4.1. Результат решения симплекс методом с начальным приближением методом искуственного базиса 4

4.1.1 Начальный базис вектор полученный методом искуственного базиса 4

4.1.2 Интерпретация решения 4

4.2. Ответ в поставленной задаче 4

4.3. Результат методом крайних точек 4

4.4. Двойственная задача 5

4.5. Двойственная задача 5

4.5.1 Ответ в двойственной задаче 5

4.5.2 Результат методом крайних точек для двойственной задачи 5

4.6. Восстановление решения 5

5. Обоснование оптимальности решений **5**

6. Приложения **5**

1 Постановка задачи

Требуется с помощью симплекс-метода с использованием начального приближения методом искусственного базиса и метода крайних точек решить прямую и двойственную задачу линейного программирования, включающую 4 переенных, 1 имеет ограничение на знак, и состоящую из 2 неравенств разных знаков и 2 равенств.
Также требуется написать алгоритм позволяющий восстановить решение прямой задачи по решению двойственной.

1.1 Постановка задачи ЛП

Составим задачу подходящую под наши требования:

$$\begin{cases} x_1 + x_3 = 5 \\ x_2 + x_3 = 4 \\ 4x_1 + 2x_4 >= 7 \\ 2x_1 + 4x_2 <= 8 \\ x_1 >= 0, x_2, .., x_4 - \end{cases}$$

$$C = x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 \text{ -> } \min$$

2 Условие применимости

Любая задача ЛП сводится к канонической форме. Каноническая форма ивеет следующий вид:
AX = B
X >= 0, b>=0 C = <c_i, x> -> extr Сведём нашу систему к каноническому виду, для применения методов:

$$\begin{cases} x_1 + x_4 - x_5 = 5 \\ x_2 - x_3 + x_4 - x_5 = 4 \\ 4x_1 + 2x_6 - 2x_7 - x_8 = 7 \\ 2x_1 + 4x_2 - 4x_3 + x_9 = 8 \\ x_1, .., x_9 >= 0 \end{cases}$$

$$C = x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 3x_4 - 3x_5 + 4x_6 - 4x_7 \text{ -> } \min$$

3 Описание алгоритма

3.1 Метод искуственного базиса

Метод заключается в специальном выборе начального приближения. Алгоритм выбора данного приближения следующий:
1)
2)По завершении работы симплекс-метода отбрасываем дополнительные элементы X, которые мы ввели и получаем решение исходной задачи.

3.2 Симплекс-метод

Симплекс-метод позволяет переходить от одного опорного вектора к другому так, что значение целевой функции не увеличивается.
Рассмотрим k-ый шаг симплекс-метода:
Пусть имеется $X_k[N]$ - опорный вектор. Построим опорный вектор $X_{k+1}[N]$, при котором значение целевой функции не увеличится.
Написать кратенько алгоритм на странцике 88-89 учебника.Тут

3.3 Метод крайних точек

В свою очередь метод крайних точек заключается в переборе возможных базисных векторов и выявление того, при котором функция цели будет наименьшей. Своего рода это полный переборный алгоритм.

3.4 Восстановление решения по решению двойственной задачи

тут

4 Результаты

4.1 Результат решения симплекс методом с начальным приближением методом искуственного базиса

4.1.1 Начальный базис вектор полученный методом искуственного базиса

В нашей задаче базис будет выглядеть следующим образом:
X0 = [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 5, 4, 7, 8]

4.1.2 Интерпретация решения

Условие оптимальности полученного решения:
· Если задача на максимум – в строке функционала нет отрицательных коэффициентов (т.е. при любом изменении переменных значение итогового функционала расти не будет).
· Если задача на минимум – в строке функционала нет положительных коэффициентов (т.е. при любом изменении переменных значение итогового функционала уменьшаться не будет).

4.2 Ответ в поставленной задаче

X = [2.0, 1.0, 0.0, 3.0, 0.0, 0.0, 0.5, 0.0, 0.0]

N = [0, 1, 3, 6]

Оптимальное значение функции цели: C = 11.0

4.3 Результат методом крайних точек

X = [1.9999999999999998, 1.0000000000000004, 0.0, 3.0, 0.0, 0.0, 0.49999999999999956, 0.0, 0.0]

Оптимальное значение функции цели: C = 11.000000000000002

4.4 Двойственная задача

Двойственная к поставленной задаче(из канонического вида поставленной задачи) в каононическом виде:

$$\begin{cases} x_0 - x_1 + 4x_4 - 4x_5 + 2x_6 - 2x_7 + x_8 = 1 \\ x_2 - x_3 + 4x_6 - 4x_7 + x_9 = 2 \\ x_2 - x_3 + 4x_6 - 4x_7 - x_10 = 2 \\ x_0 - 1x_1 + x_2 + -x_3 + x_11 = 3 \\ x_0 - x_1 + x_2 - x_3 - x_12 = 3 \\ 2x_4 - 2x_5 + x_13 = 4 \\ 2x_4 - 2x_5 - x_14 = 4 \\ -x_4 + x_5 + x_15 = 0 \\ x_6 - x_7 + x_16 = 0 \\ x_0..x_16 >= 0 \end{cases}$$

$= 5 * x_0 - 5 * x_1 + 4 * x_2 - 4 * x_3 + 7 * x_4 - 7 * x_5 + 8 * x_6 - 8 * x_7 -> max$

4.5 Двойственная задача

4.5.1 Ответ в двойственной задаче

X = [0.0, 4.333333333333334, 7.333333333333333, 0.0, 2.0, 0.0, 0.0, 1.3333333333333333, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 2.0, 1.3333333333333335]

N = [1, 2, 4, 7, 15, 16]

Оптимальное значение функции цели: C = 10.99999999999999

4.5.2 Результат методом крайних точек для двойственной задачи

X = [0.0, 4.333333333333334, 7.333333333333333, 0.0, 2.0, 0.0, 0.0, 1.3333333333333333, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 2.0, 1.3333333333333335]

Оптимальное значение функции цели: C = 10.99999999999999

4.6 Восстановление решения

тут

5 Обоснование оптимальности решений

тут

6 Приложения

Код лабoратрной