Diferencialne enačbe

July 2, 2022

1 Uvod

1. Definiraj parcialno diferencialno enačbo
2. Definiraj red enačbe
3. Kdaj imamo eno funkcijo in kdaj sistem funkcij?
4. Kaj je rešitev PDE?
5. Navedi tri oblike PDE in opiši vsako on njih
   - Linearna
   - Semilinearna
   - Kvazlinearna
6. Navedi izreke o rešljivosti PDE
7. Koliko rešitev je v splošnem? Kako dobimo eno samo rešitev?
8. Definirajs F kot vektorsko polje. Kaj velja za rešitev PDE? (zakaj?)
9. Opiši rešitev PDE geometrijsko
   - Kak graf pripada funkciji u? Kaj je to geometrijsko?
   - Kaj je definirano na tej ploskvi?
   - Kaj sta tangenti na krivulji v neki točki?
   - Čemu je enaka linearna ogrinjača teh dveh tangent?
10. Definiraj - povzami - kaj je tangentna ravnina?
11. Kaj podaja vsak par funkcij f in g?
12. Kako je polje invariantno?
13. Kakšen je predpis za polje ravnin?
14. Definiraj integrabilno polje

15. Kaj je avtonomen sistem?
16. Kaj je avtonomen sistem NDE 1. reda?
17. Kako ga še lahko zapišemo?
18. Kaj je rešitev sistema?
19. Kaj torej velja za tangente funkcije gama?
20. Kako imenujemo funkcijo gama?
21. Kaj pove eksistenčni izrek o tej krivulji?
22. Velja kaj podobnega za polje ravnin?
23. Navedi Stokesov izrek na vektorskem polju $(f(x, y), g(x, y))$
24. Kdaj je polje potencialno?
25. Kaj velja na majhnih območjih?

2 Število rešitev PDE

1. Kaj so rešitve sistema NDE 1. reda n neznanih funkcij?
2. Kaj so rešitve, če je sistem linearen in homogen?
3. Kaj so rešitve, če je sistem nehomogen?
4. Navedi valovno enačbo
5. Kaj so njene rešitve?
6. Kaj je njena splošna rešitev?

2.1 Enačba za nihanje strune

1. Kako opišemo struno?
2. Kako dobimo obliko strune v fiksnem času?
3. Kaj predstavlja vrednost funkcije?
4. Katere sile delujejo na kratkem delčku strune?
5. Navedi hookov zakon
6. Navedi tangento na krivuljo in njen enotski vektor
7. Kako opišemo dinamiko delčka?
8. Prevedi to enačbo na enačbo valovanja strune

9. Navedi diskreten sistem enačb valovne enačbe
10. Kaj je rešitev?
11. Kako iz sistema dobimo valovno enačbo?
12. Kaj je torej splošna rešitev valovne enačbe?

3 Enačbe prvega reda

1. Definiraj PDE 1. reda
2. Kako poiščemo rešitve PDE 1. reda v dveh spremenljivkah?
   - Kaj iščemo namesto rešitve $u(x, y)$?
   - Kaj imamo v vsaki točki te ploskve?
   - Kako je določena tangentna ravnina?
   - Od kod dobimo pogoje za odvoda u?
   - Kaj je normala tangentne ravnine?
   - Kaj torej določa naša enačba?
   - Kaj podaja vsaka normala?
   - Kaj torej dobimo?

3.1 Kvazlinearna PDE 1. reda

1. Kakšne oblike je kvazlinearna enačba 1. reda?
2. Razloži kako rešujemo kvazlinearno PDE (v dveh korakih)
3. Geometrijsko razloži kako poiščemo rešitev

4 Metoda karakteristik

1. Za kaj se uporablja?
2. Kakšen problem rešujemo?
3. Kaj je začetni pogoj?
4. Kakšen pomen ima začetni pogoj?
5. Kako se imenuje problem skupaj z začetnim pogojem?
6. Kaj je splošna rešitev?
7. Kako lahko prepišemo problem?

8. Kaj je normala na iskano ploskev?
9. Kaj nam pove enačba iz vprašanja 7?
10. Kaj so integralske krivulje polja (a, b, c)? Kaj rešijo?
11. Kje ležijo integralske krivulje?
12. Kako se imenuje sistem?
13. Koliko rešitev ima karakteristični sistem ob nekem začetnem pogoju?
14. Kje je definiran začetni pogoj Cauchyjeve naloge? Kaj vzamemo za začetne vrednosti rešitev?
15. x in y sta funkciji t in s. Zapiši Cauchyjev problem. Kaj so rešitve in kje so definirane.
16. Skiciraj
17. Kaj je karakteristična krivulja?
18. Kako izmerimo velikost karakteristične krivulje?
19. Kaj je rešitev karakterističnega sistema?
20. Kdaj je rešitev parametrizacija ploskve?
21. Kaj pa če rang ni 2?
22. Kaj linearen Cauchyjev problem?
23. Kako izgleda njegov karakteristični sistem?
24. Kako rešijemo linearno PDE 1. reda?
    - Kaj naredimo najprej?
    - Kaj naredimo, če s tem dobimo rešitev?
    - Kaj naredimo, če s tem ne najdemo rešitve?

5 Eksistenčni izrek za kvazlinearne enačbe

1. Katero nalogo rešujemo?
2. Navedi tranzverzalnostni pogoj
3. Kaj je še drugi pogoj, da izrek velja?
4. Kaj je bistvo izreka?
5. Kaj se spremeni, če transverzalnostni pogoj ni izpolnjen na nekem intervalu za s?

5.1 Pomen transverzalnostnega pogoja - 1

1. Katero preslikavo moramo opazovati?
2. Primerjaj transverzalnostni pogoj in odvod preslikave F
3. V kakšni zvezi sta?
4. Katera vektorja predstavljata vrstici iz transverzalnostnega pogoja?
5. Kaj transverzalnostni pogoj pove o teh dveh vektorjih?
6. Za katera dva vektorja zato velja isto?
7. Kaj lahko sklepamo?

5.2 Pomen transverzalnostnega pogoja - 2

1. Kateri dve determinanti sta enaki? Kolikšna je njuna vrednost?
2. Po katerem izreku nadaljujemo? Kaj dobimo?
3. Kaj je karakteristika za rešitev Cauchyjevega problema?

5.3 Dokaz eksistenčnega izreka

1. Spet navedi Cauchyjev pogoj
2. Kaj nam da eksistenčni izrek za NDE 1. reda?
3. Katero preslikavo dobimo?
4. Kje je rang te preslikave maksimalen in koliko je to?
5. Zakaj je maksimalen?
6. Kaj torej ta preslikava parametrizira
7. Kaj lahko zaradi maksimalnosti ranga definiramo (v obe smeri)?
8. Izračunaj odvoda u_x in u_y
9. Kaj sledi iz inverznosti preslikav?
10. Kateri dve enačbi dobimo
11. Pokaži, da rešitev obstaja
12. Kaj želimo dokazati, ko dokazujemo enoličnost rešitve?
13. Katero preslikavo definiramo?
14. Vstavi karakterističi sistem v odvod te preslikave

15. Kaj dobimo?
16. Kaj je pri tem začetni pogoj?
17. Kaj je rešitev NDE?
18. Kaj je zaključek?

5.4 Neizpolnjevanje tranzverzalnostnega pogoja

1. Kaj takoj velja?
2. Kakšna sta lahko stolpca? (2 možnosti)
3. Kaj velja, če nista vzporedna?
4. Koliko je rešitev?
5. Kaj velja, če sta vzporedna?
6. Koliko je rešitev?

6 Nelinearna PDE 1. reda

1. Kakšne oblike je PDE 1. reda?
2. Kaj nam določa ta enačba v fiksni točki?
3. Vpelji nove oznake
4. Kaj je potem normala?
5. Kateri pogoj morajo izpolnjevati normale?
6. Kakšne ravnine iščemo?
7. Kako podamo enačbo take ravnine?
8. Kaj nas pri tem zanima?
9. Kako je podana ogrinjača te družine?
10. Kako se imenuje?
11. Kako izgleda rešitvena ploskev

6.1 Parametrizacija Mongeejevega stožca

1. Odvajaj PDE po λ
2. Vpelji 1-parametrično družino vektorskih polj
3. Kaj mora za njo veljati?
4. Kaj je normala?
5. Kakšno zvezo med komponentami vektorskega polja dobimo iz druge enačbe?
6. Kakšen je sistem za Mongeejev stožec?
7. Kakšna zveza sledi iz danih sistemov?
8. Kaj je parametrizacija Mongeejevega stožca?
9. Iščemo rešitev $r(t) = (x(t), y(t), u(t))$ enačbe $r' = F$. Zapiši karakteristični sistem
10. Pokaži, da iz tega karakterističnega sistema sledi karakterističi sistem za kvazlinearno enačbo
11. Kako so geometrijsko prikazane normale Mongeejevega stolpca v kvazlinearnem sistemu?
12. Kaj nista p in q? Kaj sta?
13. Kaj moramo narediti, da dobimo dobro definiran sistem?
14. Geometrično opiši kaj bomo naredili
15. Sistem kakšne oblike želimo?
16. Zakaj?
17. Pokaži, da je konstrukcija traku smiselna
18. Odvajaj začetno PDE po x in po y
19. Katera odvoda p in q sta enaka? Zakaj?
20. Vstavi v odvajano PDE
21. Čemu sta enaka odvoda p in q po t?
22. Združi vse v karakteristični sistem 5 enačb
23. Poimenuj pogoja katerima mora ustrezati začetna krivulja?
24. Definiraj projekcijo iz R^5 na krivuljo v R^3
25. Navedi kompatibilnostna pogoja
26. Navedi tranzverzalnostni pogoj

6.2 Eksistenčni izrek za PDE 1. reda

1. Navedi izrek. Kaj so pogoji? Kaj je Bistvo izreka?
2. Katera preslikava podaja parametrizacijo ploskve?
3. Kaj je rešitev?
4. Kaj velja za rešitev?
5. Kako dobimo izražave u, p in q v odvisnosti od x in y?
6. Kakšno rešitev da kompatibilnostni pogoj?
7. Kaj zagitavlja izpolnjevanje kompatibilnostnih pogojev?
8. Kaj iščemo?
9. TRDITEV - Navedi trditev, ki nam to zagotavlja

   Dokaz
10. Definiraj preslikavo F
11. Kaj iščemo?
12. Kaj že vemo?
13. Kateri izrek uporabimo?
14. Kaj je njegov pogoj?
15. Kaj sledi?

7 Linearne PDE 2. reda

1. Navedi 2 razloga zakaj so PDE pomembne
2. Kakšne oblike je linearna PDE 2. reda? Kaj je na levi in kaj na desni strani?
3. Kakšen predpis ima linearni operator?
4. Kakšna je linearna PDE 2. reda za dve neznanki?
5. Definiraj glavni del operatorja L
6. Klasificiraj enačbe 2. reda dveh spremenljivk. Za vsako podaj pogoj
   - Hiperbolična
   - Parabolična
   - Eliptična

7. Kaj pomeni, da je klasifikacija smiselna?
8. Kako dobimo vektor novih spremenljivk?
9. Kako se izraža rešitev v novih spremenljivkah?
10. Izračunaj odvode, ki nastopajo v PDE 2. reda za dve spremenljivki
11. Kaj je glavni del operatorja L v starih spremenljivkah?
12. Kaj je glavni del operatorja L v novih spremenljivkah?
13. Izrazi koeficiente v glavnem delu operatorja v novih spremenljivkah s koeficienti v glavnem delu operatorja v starih spremenljivkah
14. Kaj predstavljajo te izražave?
15. Zapiši kvadratno formo v matrični obliki
16. Kaj velja za determinanto?
17. Kaj zato velja za tip enačbe?

8 Kanonične oblike

1. Kaj je finta kanonične oblike?
2. Kaj je kanonična oblika hiperbolične enačbe?
3. Kaj je kanonična oblika eliptične enačbe?
4. Kaj je kanonična oblika parabolične enačbe?

8.1 Kanonična oblika hiperboličnega tipa

1. Kaj pravi izrek o kanonični obliki hiperboličnega tipa?
   Dokaz
2. Kako se glasi naša enačba v novih spremenljivkah in kaj želimo?
3. Kako izrazimo željeno s starimi spremenljivkami?
4. Kaj predstavljata dobljeni enačbi?
5. Kako rešujemo tako enačbo in kaj dobimo?
6. Zapiši enačbo v drugačni obliki
7. Kaj iščemo in kako to izračunamo?
8. Kaj sta dobljeni enačbi?

9. Kako rešujemo dobljeni enačbi?
10. Kaj je rešitev?
11. Kako se izrazi ξ?
12. Kaj je geometrični pomen te izražave?
13. Kako dobimo drugo kanonično spremenljivko? ζ?
14. Navedi Triconijevo enačbo
15. Kdaj je enačba hiperbolična?
16. Kaj je njen kanonični sistem?
17. Poišči njene kanonične koordinate
18. Zapiši enačbo v kanoničnih koordinatah

8.2 Kanonična oblika paraboličnega tipa

1. Kaj pravi izrek o kanonični obliki paraboličnega tipa? Dokaz
2. Kaj smemo predpostaviti po definiciji enačbe paraboličnega tipa? Zakaj?
3. Kaj moramo pokazati?
4. Dovolj je pokazati le eno enakost. Zakaj?
5. Pretvori enačbo na lažjo obliko
6. Kako izberemo kanonične koordinate?
7. PRIMER - Najdi kanonične koordinate enačbe $x^2 * u_{xx} - 2xy * u_{xy} + y^2 * u_{yy} + x * u_x + y * u_y = 0$

8.3 Kanonična oblika eliptičnega tipa

1. Kaj pravi izrek o kanonični obliki eliptičnega tipa?
2. Za kakšne koeficiente originalne enačbe iščemo kanonične koordinate? Dokaz
3. Kakšna je enačba v novih koordinatah in kaj velja za njene koeficiente?
4. Izrazi nove koeficiente s starimi
5. Uporabi 3. vprašanje
6. Definiraj novo funkcijo
7. Kateri izraz je ekvavilenten sistemu iz 5. vprašanja
8. Za katero funkcijo in izraz velja enako?

9. Kako dobimo enačbi prvega reda za ti dve na novo definirani preslikavi?
10. Kateri enačbi dobimo?
11. Kako dobimo $\Phi(x, y)$ in $\Psi(x, y)$?
12. Kako sta $\Phi(x, y)$ in $\Psi(x, y)$ povezana z rešitvjo u?
13. Čemu je ekvavilentna prvotna enačba?
14. Kdaj ima definiranje $\Phi(x, y)$ in $\Psi(x, y)$ smisel?
15. Izrazi koorfinati ξ in ζ
16. Kako iz starih koeficientov PDE dobimo nove? Zapiši v matrini obliki
17. Uporabi to v našem primeru in izračunaj kanonično obliko enačbe
18. Kaj je translacija pri hiperboličnem tipu?
19. Kako jo dobimo?
20. Kako se imenujejo translacije?

9 Podaj primer hiperbolične enačbe

1. Kaj je njena formula?
2. Domena
3. Kanonična oblika?
4. Kanonični spremenljivki?
    - Kaj je karakteristični sistem?
5. Kaj je kanonična oblika?
6. Reši kanonično enačbo
7. Kaj je originalnih koordinatah?
8. Definiraj krepko rešitev
9. Definiraj šibko rešitev?
10. Je limita še vedno 2-krat odvedljiva?
11. Kaj so karakteristične premice valovne enačbe?
12. Kakšna informacija se prenaša vzdolž karakteristik neke hiperbolične enačbe?
13. Zapiši valovno enačbo na drugačen način

14. V kakšni zvezi sta dobljena člena?
15. Kaj velja za rešitev?
16. Kaj sta rešitvi "manjših" PDE?
17. Kako se imenujeta rešitvi?
18. Kako rečemo rešitvi $u = F + G$?
19. Kako se glasi Cauchyjeva naloga valovne enačbe?
20. Izrazi F in G z začetnimi pogoji
21. Kaj je torej rešitev?
22. Kako se imenuje?
23. IZREK - Podaj eksistenčni izrek za valovno enačbo
24. Kaj pomeni dobra pogojenost? Dokaz
25. Kako dokažemo obstoj in enoličnost?
26. Kdaj je rešitev dvakrat zvezno odvedljiva?
27. Kaj pomeni zvezna odvisnost?
28. Pokaži, da je res zvezno odvisna od začetnih pogojev

10 Nehomogena valovna enačba

1. Cauchyjev problem nehomogene valovne enačbe
2. Kaj v homogeni enačbi vpliva na vrednosti njene rešitve?
3. Kje je definirana rešitev homogene?
4. Kaj je karakteristični trikotnik?
5. Kje je definirana rešitev nehomogene?
6. TRDITEV - Koliko rešitev ima nehomogen problem?
7. Dokaz
    - Definiraj novo funkcijo in zapiši katero enačbo rešitev
    - Kaj so začetni pogoji te funkcije?
    - Po čem sledi enoličnost rešitve nehomogene?
8. IZREK - Greenov izrek (formula)

9. Izračunaj drugi integral nehomogenega dela po karakterističnem trikotniku
   - Uporabi greenovo formulo
   - Izračun po bazi
   - Izračun po desni strani
   - Izračun po levi strani
   - Združi v eno vrstico
   - Kaj je dobljena rešitev?

10.1 Duhamelov postopek

1. Kaj je finta postopka?
2. TRDITEV - S pomočjo rešitve katerega problema znamo rešiti našo valovno enačbo pri pogojih $u = 0$ in $u_t = 0$? Dokaz
3. Označi integral pomožne funkcije
4. Kaj so začetni pogoji te funkcije?
5. Katero PDE porodi?
6. Kaj je rešitev za v?
7. Kaj je rešitev zaćetnega problema za u_{crta}?
8. Kateri splošnejši problem želimo po navadi rešiti?
9. Kaj je njegova rešitev?
10. Zapiši formulo rešitve

11 Uporaba Fourierove analize pri reševanju PDE

1. Kaj je nastavek za rešitev?
2. Kako lahko opišemo našo rešitev?
3. Navedi toplotno enačbo na končnem nosilcu
4. Kje je definirana rešitev?
5. Navedi Dirichletov robni pogoj
6. Kaj je začetni pogoj
7. Ob skici pojasni kaj imamo podano in kaj želimo zračunati
8. S kakšnim nastavkom rešujemo enačbo?

9. Prevedi toplotno enačbo na sistem enačb
10. Kako se imenuje sistem?
11. Kaj je prostorski del našega problema? Kaj je robni pogoj?
12. Katere tri možnosti ločimo?
13. Kaj je splošna rešitev prostorskega dela pri $\lambda < 0$?
14. Kaj je rešitev?
15. Kaj je splošna rešitev prostorskega dela pri $\lambda = 0$?
16. Kaj je rešitev?
17. Kaj je splošna rešitev prostorskega dela pri $\lambda > 0$?
18. Kaj je rešitev?
19. Kaj smo reševali?
20. Kaj so lastne vrednosti?
21. Kaj so lastni vektorji?
22. Kaj so rešitve časovnega dela?
23. Kaj je rešitev in zakaj?
24. Katero rešitev moramo poiskati?
25. Kako razvijemo začetni problem v vrsto?
26. Kaj so koeficienti v razvoju začetnega problema?
27. Kaj je torej rešitev?
28. Kaj pomeni, da je rešitev krepka?
29. S čem lahko dokažemo krepkost?
30. Kaj je Neumannov pogoj za začetno enačbo?

11.1 Neomogeni začetno-robni problemi

1. Navedi sistem za nehomogen začetno robni problem valovne enačbe
2. Ali lahko rešujemo s seperacijo spremenljivk?
3. Kako lahko opazujemo homogen sistem?
   - Kot kakšno funkcijo smo opazovali rešitev problema?
   - Kako lahko zapišemo krivulje v R^3?

- Kako zapišemo krivuljo v R^3 glede na neko bazo?
- Kaj so baze v prostoru spremenljivke x?
- Kako lahko zapišemo rešitev glede na bazo?

4. S kakšnim nastavkom lahko rešujemo nehomogeno enačbo?
5. Kako?
6. Čemu ustreza desna stran enačbe?
7. Najdi koeficiente v razvoju rešitve odvisne od t
8. Kako določimo neznane koeficiente?
9. Enačbe kakšne oblike smo reševali?
10. Kaj je $\mathcal{L}$
11. Kaj je definicijsko območje, zaloga prednosti in predpis za $\mathcal{L}$
12. Kaj smo dobili?
13. Kaj pomeni KONS?
14. Kaj predpostavljamo za lastne vektorje?
15. Kako lahko zato izrazimo funkcijo definirano na prostosu od x?
16. Kako lahko predstavimo rešitev?
17. Vstavi rešitev v toplotno reačbo
18. Kaj dobimo?
19. Kdaj znamo rešiti naš problem?
20. Kaj je Sturm-Lionvilleeva teorija?

11.2 Toplotna enačba na neskončnem nosilcu

1. Katero metodo uporabljamo pri tem?
2. Kako lahko razvijemp periodično funkcijo v vrsto?
3. Kaj je baza? Na katerem prostoru?
4. Kaj so koeficienti v vrsti?
5. Vpelji novo oznako funkcije
6. Vpelji oznako za spremenljivko
7. Kaj je razlika med dvema zaporednima spremenljivkama?

8. Čemu je enaka začetna funkcija?

9. Kako se imenuje vsota, ki jo dobimo?

10. Zapiši f z integralom

11. Definiraj Fourierovo transformacijo

12. Definiraj inverzno Fourierovo transformacijo

13. Definiraj Schwarzov razred

14. Kaj velja za Fourierovo transformacijo? (2)

15. Kakšen začetni problem želimo rešiti s Fourierovo transformacijo?

16. Kako dobimo integralsko jedro, če je začetni problem definiran na Schwarzovem razredu?

12 Diracova delta "funkcija"

1. Kako generiramo Diracovo delta funkcijo?
   - Kaj je nosilec?
   - integral
   - (pol)

2. Opis $\delta_0(x)$

3. Kako bi to intuitivno opisal?

4. Nariši vse

5. Kako pridemo do evaluacije?
   - integral
   - Kaj velja za $\delta_0(x)$?
   - Zakaj to velja?
   - Oznaka evaluacije

6. Kaj v resnici definicija evaluacije?

7. Kako imenujemo $\delta_0(x)$?

8. Kako bi laho zapisali evaluacijo kot skalarni produkt?

9. Po kateri mertiki?

10. Podaj primer

- Kaj je njena *posebnost*

11. Definiraj prostor testnih funkcij
12. Definiraj prostor distirbucij
13. Prostor česa je torej to? Kaj je to?
14. Podaj primer elementa iz prostora
15. Podaj primer - REGULARNA DISTRIBUCIJA
16. Definiraj odvod distribucije
17. Kaj je odvod regularne distribucije?
18. Definiraj odvod $\delta_0(x)$
19. Definiraj $\delta_0(x)$ s polom v poljubni točki

13 Integralska jedra

1. Kje do zdaj se skriva linearen operator?
2. Definiraj jedro
3. Kakšen linearen operator vzamemo?
4. Po kakšnem integralu integriramo?
5. Kaj je disktretna verzija integralskega jedra?
6. Zapiši ekvavilentna matrična zapisa (integralskega in matričnega)
7. TRDITEV - Je Diracova funkcija soda ali liha?
8. Dokaži
9. Kaj sledi iz tega? Pokaži, da res

13.1 Iskanje toplotnega jedra

1. Kaj je toplotna enačba?
2. S kakšnim nastavkom jo rešujemo?
3. Vstavi v enačbo in posploši
4. Izrazi koeficiente nastavka
5. Kako dobimo konstanto, ki nastopa v koeficientu iz nastavka?
6. Izračunaj jo

7. Kaj je torej rešitev?
8. Kaj je najenostavnejši začetni pogoj za to rešitev?
9. Izračunaj rešitev
10. Polepšaj zapis rešitve
11. Kaj predstavlja rešitev?
12. TRDITEV - Kaj je rešitev $u(x-a,t)$? Dokaz
13. Kaj je rešitev začetnega problema, če je začetni pogoj poljubna delta funkcija?
14. TRDITEV - Kaj je posledica linearnosti toplotne enačbe? Dokaz
15. Kako lahko zapišemo rešitev splošnega začetnega problema
16. Kako lahko drugače zapišemo $f(x)$?
17. Kaj je torej rešitev?
18. Kako bi opisala kaj smo dobili?
19. Kaj v tem je toplotno jedro?

14 Eliptična enačba

1. S kakšnimi enačbami se bomo ukvarjali? (2)
2. Poimenuj ju
3. Kako je definiran Laplacov operator?
4. Kaj pa v več dimenzijah?
5. Kaj opisujeta enačbi?
6. Kaj je enačba nehomogene toplotne enačbe v dveh spremenljivkah?
7. Kje je podan robni pogoj?
8. Kaj pomeni, da je problem stacionaren (pri velikih časih)?
9. Kako opišemo stacionarno stanje?
10. Kaj je enačba eliptičnega začetnega problema?
11. Naštej tri vrste robnih problemov
12. Opiši Dirichletov problem
13. Opiši Neumannov problem

14. Kaj je Neumannov odvod?

15. Kakšna je normala?

16. Ali so lahko podatki Neumannovega problema povsem poljubni?

17. Opiši mešani problem

18. Kdaj je Neumannov problem rešljiv?

19. Iz katerega zreka to sledi?

20. Navedi ta izrek

21. V kaj pretvorimo izrek v našem primeru?

22. Kaj mora torej veljati v Neumannovem primeru? Poimenuj

23. Kaj mora veljati v Dirichletovem primeru?

24. Definiraj harmonično funkcijo

25. Kaj velja za vse harnomične funkcije?

26. Definiraj rotacijsko simetričnost. Kaj to intuitivno pomeni?

27. Zapiši laplacov operatov v polarnih koordinatah

28. Kako se torej glasi laplacova enačba?

29. Kaj pa če je W rotacijsko simetrična?

30. Kaj je rešitev?

31. Kako se rešitev imenuje?

14.1 Princip maksima

1. IZREK - krepki princip maksima

2. IZREK - šibki princip maksima

3. IZREK - princip sfecičnih povprečij

4. Dokaz principa sferičnih povprečij

   - Vpelji funkcijo
   - Kaj hočemo pokazat?
   - Kaj bo iz tega sledilo?
   - Dokaz 1
   - Dokaz 2

5. Kaj je obrat izreka sferičnih povprečij?
6. Dokaz obrata
    - Predpostavi, da ni harmonična. Kje?
    - Na operatorju (integral) uporabi Greenovo formulo
    - S čem je dobljeno v protislovju?
7. Navedi krepki princip maksima
8. Dokaz
    - Nariši skico
    - Kaj hočemo dokazat?
    - Predpostavi nasprotno - dobimo dve možnosti
    - Katera možnost takoj odpove? Zakaj?
    - Zakaj druga možnost ne velja?
    - Kako dobimo, da je u konstantna na celotnem območju?

14.2 Primeri uporabe principa maksima

1. IZREK - Kdaj ima Dirichletov problem največ eno rešitev?
2. Dokaz
    - Def novo funkcijo
    - Je harmonična? Zakaj?
    - Koliko sta njen min in max?
3. Kaj pa če območje ni omejeno? Podaj primer z več kot eno rešitvijo
4. IZREK - od česa je odvisna rešitev?
5. Dokaz
    - Definiraj dva problema in novo funkcijo z njima
    - Kaj je problem za novo funkcijo?
    - Kaj naj velja za robna pogoja?
    - Kaj potem sledi za novo funkcijo?

15 Osnove Greenove teorije

1. Pri čem se uporablja?
2. Katere probleme rešuje?
3. Kako jih rešuje?
4. Kaj iščemo v Dirichletovem primeru? Kje sta definirani?
5. Kaj mora zanju veljati?

15.1 Greenove identitete

1. Iz česa sledijo greenove identitete?
2. Kaj je 1. Greenova identiteta?
3. Kaj je 2. Greenova identiteta?
4. Kaj je 3. Greenova identiteta?
5. IZREK - Posledica česa je?
   - Kaj so pogoji?
   - Koliko rešitev ima Dirichletov problem?
   - Koliko rešitev ima mešani problem?
   - Koliko rešitev ima Neumannov problem in kakšne oblike so?
6. Dokaz za Dirichletov
7. Dokaz za mešani
   - Definiraj novo funkcijo
   - Kaj je njen začetni problem?
   - Kaj dobimo z 2. Greenovo identiteto?
   - Kaj sledi za normalo gradienta nove funkcije?
   - Kaj sledi za to novo funkcijo?
8. Dokaz za Neumannov problem
   - Kaj hočemo dokazat?
   - Definiraj novo funkcijo
   - Kaj je njen začetni problem?
   - Vstavi v 2. Greenovo identiteto
   - Kaj velja za gradient nove funkcije?
   - Kakšna je torej nova funkcija?

15.2 Greenova funkcija

1. Kaj je motivacija? DIRICHLETOV PROBLEM
2. Kaj je rešitev fundamentalna Laplacove enačbe?
3. Kaj je rešitev Laplacove enačbe, ki je definirana povsod razen v eni točki
4. Kakšna je ta rešitev?
5. Kaj pa velja za u?
6. Vpelji oznako rešitve
7. Kako bomo iskali jedro?
8. Kakšna mora biti u in kakšen Ω?
9. Kje lahko zapišemo 3. Greenovo formujo za u? Formalno zapiši to območje
10. Uporabi 3. Greenovo identiteto za u in Γ na tem območju
11. Uporabi vse kar veš o območjih in funkcijah, ki nastopajo v tej enačbi KAJ DOBIMO KO GRE $\epsilon \Rightarrow 0$?
12. Kaj je fundamentalna rešitev v polarnih koordinatah?
13. Kaj je rešitev za točke iz roba kroga, ki smo ga odvzeli?
14. Kako se glasi prvi člen - integral po robu kroga
15. Kaj dobimo v limiti?
16. Kako se glasi drugi člen - integral po robu kroga?
17. Kaj dobimo v limiti?
18. Kaj je torej rešitev?
19. Kako se imenuje rešitev?
20. Kakšna bo torej rešitev za naš (Dirichletov) problem?
21. Kako bomo modificirali funkcije, da bomo rešitev izrazili z že znanimi funkcijami?
22. Koliko funkcij rabimo?
23. Definiraj jih
24. Definiraj preslikavo, ki jo bomo uporabili v rešitvi
25. Zapiši Greenovo reprezentijsko formulo za u, h in Γ
26. Izrazi rešitev u z G_Ω

27. IZREK - Povzetek
28. Navedi Greenovo reprezentijsko formulo s funkijo G_Ω
29. Kako dokažemo?

15.3 Fundamentalne rešitve

1. Kako se glasi Greenova reprezentijska formula za testno funkcijo?
2. Navedi nekoliko splošnejšo obliko
3. Razpiši
4. Kako integriramo naprej?
5. Kaj potem dobimo?
6. Kako se dobljen rezultat vede?
7. Čemu je torej ta integral enak?
8. Kaj pa velja za $grad(\Gamma)$?
9. Definiraj fundamentalno rešitev Laplacove enačbe
10. Navedi še boljšo definicijo fundamentalne rešitve
11. Koliko je fundamentalnih rešitev? Dokaži
12. Podaj primer fundamentalne rešitve
13. Definiraj adjungirana operatorja
14. Podaj primer sebi adjungiranega operatorja (2x)
15. Podaj primer operatorja, ki ni samemu sebi adjungiran
16. Definiraj fundamentalno rešitev z adjungiranim operatorjem
17. Čemu je enak parcialni diferencialni operator uporabljen na fundamentalni rešitvi?

16 Neumannova funkcija

1. Kaj je motivacija?
2. Pokaži, da Neumanove funkcije ne moremo dobiti na isti način kot Greenove
    - Kaj je Greenova reprezentijska formula?
    - S čem smo nadomestili Γ?

- Uporabi kompatibilnostni pogoj
- Čemu je torej enaka rešitev?
- Kaj dobimo, če je $u = 1$?

3. Kako popravimo robni pogoj za h?
4. Definiraj Neumannovo funkcijo
5. Kaj je rešitev Neumannovega problema?
6. Zakaj se rešitve razlikujejo le za konstanto?
7. Poišči dve rešitvi Neumannovega problema

17 Greenova funkcija in konformne preslikave

1. Kaj je motivacija?
2. Definiraj konformno preslikavo
3. Definiraj kompleksno odvedljivost
4. Kako razdelimo kompleksno odvedljivo funkcjo?
5. Definiraj odvod te razdelitve
6. Kaj je matrika odvoda?
7. Zapiši "realno" definicijo odvoda
8. Zapiši jo v realni obliki
9. Zapiši sistem iz odvodov ϕ
10. Kakšen sistem sestavljata ϕ_R in ϕ_C?
11. Kaj sledi iz tega za realni in imaginarni del funkcije?
12. IZREK - Med kakšnimi območji obstajajo konformne preslikave?
13. V katero območje lahko vedno slikamo? aka podaj primer takega območja
14. IZREK - Definiraj preslikavo in zapiši Greenovo funkcijo za Dirichletov problem Dokaz
15. Kaj velja zaradi konformnosti preslikave iz izreka?
16. Kako jo lahko zapišemo drugače?
17. Kaj velja za novo funkcijo v zapisu? Pokaži

18. Ali je $\Psi(\xi, \xi) = 0$? Zakaj?
19. Razpiši desno stran greenove funkcije
20. Kako bi torej zapisali Greenovo funkcijo?
21. Kaj velja za h v tem zapisu?
22. Kaj še moramo dokazati? (2)
23. 1
    - Kaj sledi iz konformnosi?
    - Kam se slika rob?
    - Kakšna je torej preslikava med roboma?
    - Koliko je Greenova funkcija enaka?
24. 2
    - Kaj je h?
    - Kateri del h oz. Ψ mora biti harmoničen?
    - Razpiši Ψ
    - Zakaj je Ψ holomorfna?
25. Kako iz konformne preslikave dobiš preslikavo iz izreka?

18 Valovna enačba v R^3

1. Kaj je valovna enačba v 1+1?
2. Kaj je rešitev valovne enačbe v 1+1?
3. Kaj je rešitev, če je $f = 0$?
4. Nariši skico vala
5.
6. Kako imenujemo valovno enačbo v R^3
7. Kaj je valovna enačba v R^3?
8. Kakšna morata biti začetna pogoja?
9. Zapiši problem za valovno enačbo v sferičnih koordinatah
10. Kakšne rešitve iščemo?
11. Na kaj se pretvori valovna enačba?

12. Kako jo pretvorimo na standardno valovno enačbo?
13. Kaj želimo rešiti s pomočjo tega?
14. Kaj je problem pri reševanju?
15. Kako razširimo začetna pogoja?
16. Kaj je torej rešitev?
17. Kaj je splošen problem?
18. LEMA - Kako sta povezani rešitvi problemov, ki imata ničeln f oz. g?
19. Dokaz
20. Kako razdelimo problem valovne enačbe na dva podproblema?
21. Definiraj sferično povprečje
22. DARBOUXOV IZREK Dokaz
23. Zakaj hočemo sferično povprečje zapisati v lepši obliki?
24. Zapiši sferično povprečje v lepši obliki
25. Koliko je odvod sferičnega povprečja po a?
26. Kako vidimo, da res reši enačbo?
27. Kateri začetni problem reši sferično povprečje?
28. Kakšen operator je sferično povprečje?
29. Koliko je sferično povprečje pri radiju 0?
30. IZREK - Če u repi valovno enačbo v 3D, katero enačbo reši sferično povprečje za u?
31. Dokaz
32. Če u reši valovno enačbo za $f = 0$, Katero enačbo reši M_u in pri katerem začetnem pogoju?
33. Kaj je tu parameter in kaj aktivna spremenljivka?
34. Katero enačbo in pri katerem začetnem pogoju reši M_u po izreku?
35. Kaj je tu parameter in kaj aktivna spremenljivka?
36. Kako razširimo na celo realno os?
37. Kako se glasi rešitev?
38. Kako pa dobimo rešitev u?
39. Kako se glasi rešitev u?
40. ?