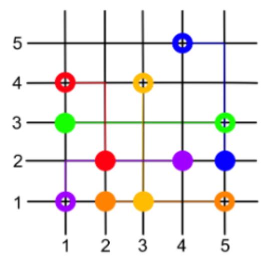
Dana je mreža G velikosti $n \times m$ in k robotov, opisanih s pari točk $\mathcal{R} = \{(s_i, t_i) | i \in [k]\}$, kjer prva komponenta s_i predstavlja začetno lego robota i, t_i pa njegovo končno točko. Roboti se lahko premikajo v sosednja polja ali pa ostanejo na mestu, dokler ne trčijo z drugim robotom. Pot robota i je definirana kot nabor $W_i = (u_0 \ldots u_t)$, kjer je $u_0 = s_i$, $u_t = t_i$, in za vsak $j \in [t]$ velja $u_{j-1} = u_j$ ali $u_{j-1}u_j \in E(G)$. Cilj je oblikovati urnik premikanja robotov od začetnih do končnih točk, pri čemer problem imenujemo CMP-M, če želimo, da roboti dosežejo svoje destinacije v največ l časovnih korakih, in CMP-L, če je cilj najti urnik, kjer je skupna pot robotov manjša od λ.



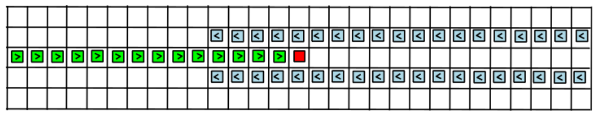
Slika 1: Rešen CMP-M problem s šestimi roboti in štirimi časovnimi koraki.

V članku sta problema CMP-M in CMP-L parametrizirana s številom robotov k. Oba problema sta traktabilna s fiksnim parametrom (FPT), kar pomeni, da lahko rezultat najdemo v času $f(k) \cdot n^{O(1)}$, kjer je f funkcija, in n velikost vhoda.

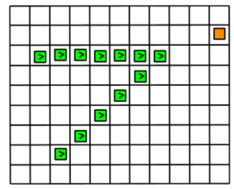
Dokaz, da je CMP-M FTP, je sestavljen iz dveh korakov. Najprej se pokaže, da ima vsak rešljiv problem rešitev, katere število zavojev je omejeno s funkcijo parametra k. Pri izpeljavi se definira $\mathbf{slack}_T(R_i)$, ki meri število zapravljenih časovnih korakov med premikom robota na nekem podintervalu. Tako se ločijo roboti na tiste z majhnim in tiste z velikim **slack**om, število zavojev robotov obeh skupin pa je navzgor omejeno. V drugem delu se pokaže obstoj rešitve z razdelitvijo problema na več posnetkov mreže. Za vsak posnetek konstruiramo ekvivalenten problem v linearnem programiranju in preverimo, ali je slednji rešljiv v času FPT. V kolikor je, je CMP-M rešljiv v času FPT. Podobno se dokaže, da je problem CMP-L, ki je parametriziran s številom robotov, rešljiv v času FPT.

V članku je problem CMP parametriziran tudi s ciljem, ki ga želimo optimizirati. Tako lahko CMP-L parametriziramo s skupno dolžino poti vseh robotov. Z izčrpnim razvejitvenim algoritmom ugotovimo, da je problem rešljiv v času FPT.

Če parametriziramo CMP-M glede na število časovnih korakov, se soočamo z NP-težkim problemom, kar dokažemo z redukcijo na NP-težek problem 4-omejenega ravninskega 3-SAT, kjer je potrebno evaluirati CNF formulo na ravninskem grafu. Ta problem prevedemo v situacijo, kjer imamo dani graf in množico parov vozlišč ter moramo ugotoviti, ali obstaja množica disjunktnih poti, ki bi povezala vsak par danih vozlišč s potjo dolžine največ d. Pri redukciji slednjega problema do CMP-M uporabimo nekaj pomožnih definicij, natančneje tok in puščico robotov, ki usmerjata glavne robote.



(a) Tok robotov.



(b) Puščica robotov

Posledično je CMP-M, parametriziran s skupno dolžino poti robotov, NP-težek problem, saj ga je mogoče reducirati iz 4-omejenega ravninskega 3-SAT problema. Avtorji upajo, da bo ta dokaz NP-težkosti služil kot osnova za dokaze NP-težkosti drugih geometrijskih in topoloških problemov.