

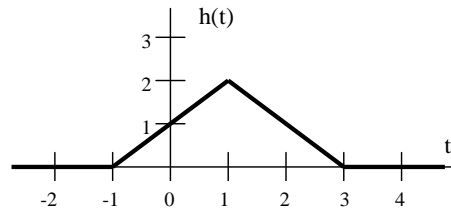
INTRODUCCIÓN AL PROCESAMIENTO DE SEÑALES - AÑO 2013

Práctica 1:

Señales VIC y VID. Delta de Dirac. Periodicidad. Energía y Potencia.

1. Manejo de Señales VIC

Dada la señal de variable independiente continua $h(t)$ de la figura, calcule y grafique las siguientes señales:



a) $h(t + 1)$

b) $h(2t - 3)$

c) $2h(-\frac{1}{2}(t + 10))$

d) $h(\frac{t}{2})[u(t + 2) - u(t - 2)]$

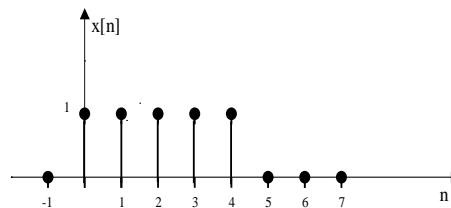
e) $h(t^2)$

f) $\text{Impar}\{h(t)\}$

g) $\text{Par}\{h(t)\}$

2. Manejo de Señales VID

Dada la señal de variable independiente discreta $x[n]$ de la figura, calcule y grafique las siguientes señales:



a) $x[n - 1]$

b) $x[2n]$

c) $x[n^2]$

d) $x[-n - 3]$

e) $\text{Impar}\{x[n]\}$

f) $\text{Par}\{x[n]\}$

g) $y[n] = \begin{cases} x[n/2] & n \text{ pares} \\ 0 & n \text{ impares} \end{cases}$

3. Impulsos continuos y discretos

- a) Enuncie la propiedad de extracción de la delta de Dirac.
- b) Considerando la delta de Dirac como límite para $\epsilon \rightarrow 0$ de la función $\frac{1}{\epsilon} \Pi((t - \epsilon/2)/\epsilon)$, trate de interpretar la propiedad de extracción cuando se aplica a una función continua en $t = 0$.
- c) Evalúe las siguientes integrales usando propiedades de la delta de Dirac

I. $\int_{-\infty}^t \delta(\tau) d\tau$

II. $\int_{-2t}^{2t} \delta(\tau - 3) d\tau$

III. $\int_{-\infty}^{\infty} u(\tau/2 - 6) \delta(\tau/3 - 5) d\tau$

IV. $\int_{-\infty}^{at+b} f(at - 2 - \tau/3) \delta((\tau - 5)/2) d\tau$

- d) Enuncie una propiedad equivalente a la de extracción de la delta de Dirac para señales discretas.
- e) Escriba la señal $x[n]$ del ejercicio 2 en términos de impulsos (como suma de deltas de Kronecker).

4. Señales Periódicas y Aperiódicas

Determine si cada una de las siguientes señales es periódica o aperiódica. En el primer caso especifique su período fundamental.

- a) $x(t) = -2 \sin(-0,2t + \frac{5\pi}{3})$ b) $x[n] = -2 \sin(-0,2n + \frac{5\pi}{3})$
c) $x(t) = \frac{1}{2}[\cos(2t - \frac{\pi}{4})]^2$ d) $x(t) = \cos(2\pi t^2)$
e) $x(t) = e^{j(\frac{\pi}{2}t - \pi)}$ f) $x[n] = e^{j(\frac{n}{2} - \pi)}$
g) $x(t) = 2 \cos(2\pi t) + \sin(10t)$ h) $x(t) = 2 \cos(2\pi t) \sin(10t)$
i) $x[n] = \cos(2\pi n^2)$ j) $x(t) = \frac{\sin(5\pi t)}{\sin(\pi t)}$
k) $x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} c_k e^{\frac{j2\pi kt}{T_0}}$

¿Cambiaría su respuesta de los incisos b) y f) pensando que el procesamiento de la señal se llevará a cabo en un sistema de cómputo que posee una representación de π con un número finito de decimales (por ej. 3,14; 3,1416; etc.)?

5. Energía, Potencia y Valor Medio

Para una señal (VIC o VID) x , que podría ser compleja, denotaremos con E_x a su energía, con P_x a su potencia y con \bar{x} a su valor medio.

- a) Escriba las definiciones de E_x , P_x y \bar{x} para señales VIC y para señales VID.
b) Probar que si E_x es finita, entonces P_x es cero, y que si P_x es finita, entonces E_x es infinita.
c) Calcular E_x , P_x y \bar{x} para las siguientes señales.
I. $x(t) = u(t)$ II. $x(t) = A \sin(2\pi f_0 t + \phi)$, con $f_0, \phi \in \mathbb{R}$
III. $x(t) = 2e^{j6\pi t}$ IV. $x[n] = (1/2)^n u[n]$
V. $x[n] = \begin{cases} 3 & n = 3k, \quad k \in \mathbb{Z} \\ 0 & \text{c.c.} \end{cases}$
d) Definiendo $x_P(t) = \text{Par}\{x(t)\}$ y $x_N(t) = \text{Impar}\{x(t)\}$, calcular E_x , E_{x_P} y E_{x_N} para la siguiente señal
$$x(t) = 3t \cdot [u(t) - u(t-2)]$$

e) Probar que, en general, para señales de energía $E_x = E_{x_P} + E_{x_N}$. Verificar que la señal anterior cumple con esto.
f) Probar que, en general, para señales de potencia $P_x = P_{x_P} + P_{x_N}$, y que $\bar{x} = \bar{x}_P$.
g) Definiendo $\tilde{x}[n] = x[n] - \bar{x}$, probar que $P_x = P_{\tilde{x}} + |\bar{x}|^2$.

6. Usando MATLAB

- a) Genere la función $h(t)$ del ejercicio 1 creando un archivo de texto titulado 'tri1.m'. Dicho archivo debe contener las siguientes sentencias:

```
function h=tri1(t)
% TRI1 señal del ejercicio 1 de la Práctica 1
h= (t+1).*(t >= -1 & t <1) + (-t+3).*(t >= 1 & t <3) ;
```


En el ambiente de trabajo de MATLAB defina un vector para la variable independiente t , evalúe la señal y grafique ejecutando las siguientes instrucciones:

```
t=[-2:.001:8];
h=tri1(2*t-3);
plot(t,h);
```

Repita los pasos anteriores y evalúe los restantes incisos (puede utilizar los comandos `grid`, `axis`, `title`, `xlabel` e `ylabel` para personalizar la presentación de los gráficos).

Aclaración: en algunos casos puede parecer que existen diferencias con los resultados obtenidos analíticamente, ésto se resuelve definiendo adecuadamente el vector `t`.

- b) Genere una nueva función que permita definir la señal $x[n]$ del ejercicio 2, y verifique los resultados obtenidos. Deberá definir un nuevo vector `n`. En este caso puede utilizar el comando `stem` para graficar las secuencias.
- c) Grafique las señales del ejercicio 4 (salvo inciso *k*) utilizando un rango de valores adecuados para que se note el tipo de señal que es. Para las señales complejas puede graficar parte real e imaginaria, o módulo y fase, o si acepta el desafío puede probar con un gráfico 3D (usando `plot3`).
- d) Genere un *script* de MATLAB que permita obtener una aproximación para los cálculos del ejercicio 5e), incisos II y IV.

7. Comportamiento Aleatorio

Existen señales que no pueden ser caracterizadas por un comportamiento determinístico (no podemos decir mediante una fórmula cómo se van a comportar en el tiempo). Estas señales se comportan de manera aleatoria. Para su caracterización se recurre al concepto de *proceso aleatorio* y quedan descriptas por medio de determinados parámetros estadísticos.

Para comenzar a tomar noción de cómo se “ven” estas señales, recurriremos a las herramientas de generación de señales aleatorias que posee MATLAB. Vale la pena aclarar que la generación de estas señales se lleva a cabo de forma determinística, mediante métodos que permiten obtener señales que *lucen como aleatorias*, y que por ello se denominan pseudo-aleatorias.

- a) Mediante las siguientes instrucciones puede generar una serie de valores (denominado vector en la nomenclatura de MATLAB, y que interpretaremos como los valores que toma nuestra señal) de una señal aleatoria con distribución uniforme.

```
N = 1000; x = rand(1,N); figure, plot(x); figure, hist(x);  
y = 10*(rand(1,N)-0.5); figure, plot(y); figure, hist(y);
```

Vea qué ocurre al ejecutar nuevamente las instrucciones. Compare las figuras. ¿En qué se parecen y en qué difieren? Vea qué sucede al modificar el valor de `N`.

- b) Ejecute las sentencias siguientes y compare con los resultados anteriores (en este caso la distribución es de tipo Normal o Gaussiana)

```
N = 1000; z = randn(1,N); figure, plot(z); figure, hist(z);
```

Vea qué sucede al modificar el valor de `N`. Puede modificar la cantidad de intervalos utilizados por la gráfica del histograma, utilizando la sentencia `hist(z,K)` con `K` el número de intervalos a utilizar (por ejemplo 20, 50, etc.).

- c) Para analizar qué sucede cuando se suman señales aleatorias con distribución uniforme, ejecute las sentencias siguientes

```
N = 1000; M = 2; x = rand(M,N)-0.5; y = sum(x,1); figure, hist(x'); figure,  
hist(y);
```

Vea cómo resulta la señal `y` (su histograma). ¿Qué sucede si se cambia el valor de `M` por los valores 5, 10, 20? ¿A qué se parece el histograma de estas señales? Vea cuáles son los valores máximos que puede tomar la señal en cada caso.

Algunos resultados

3. b) I. $u(t)$ II. $u(2t - 3) - u(-2t - 3)$ III. 3 IV. $2f(at - 11/3)u(at + b - 5)$
- a) $T = 10\pi$ b) Ap. c) $T = \pi/2$ d) Ap. e) $T = 4$
4. f) Ap. g) Ap. h) Ap. i) $N = 1$ j) $T = 1$
- k) $T = T_0$

5. c)

	E_x	P_x	\bar{x}
I	∞	$1/2$	$1/2$
II	0	$A^2/2$	0
III	∞	4	0
IV	$4/3$	0	0
V	∞	3	1

d) $E_x = 24, E_{x_P} = 12, E_{x_N} = 12$