Introducción al Procesamiento de Señales
Curso 2013

Clase 1

Javier G. García

20 de agosto de 2013

BIENVENIDOS !!

Integrantes

Profesor Adjunto: Ing. Javier G. García

JTP: Ing. Jorge Cogo

Ayudante Diplomado: Ing. Javier A. Smidt

Ayudante Alumno: Tomás Scataglini

Organización

- Contenido
  - clases teórico-prácticas
  - ejercitación práctica y consulta
  - práctica con utilitarios
  - experiencias y demostraciones de laboratorio
- `www.ing.unlp.edu.ar/catedras/E0302`

Reglamento

- Bibliografía
- Inscripción:
  - Siu-Guaraní
- Cursada
- Aprobación

Contenido de la materia

Señales: 1D-MD. VIC y VID. Energía. Potencia. Periodicidad.

Sistemas: Sistemas en general (SVIC-SVID). Linealidad. Memoria. Causalidad. Estabilidad. Invarianza en el tiempo.

Sistemas Lineales: Respuesta impulsional. Convolución. Superposición.

Análisis en frecuencia: Transformada de Fourier y Serie de Fourier de SVIC. Transformada de Fourier y Serie de Fourier de SVID. Respuesta en frecuencia. FFT.

Muestreo y reconstrucción: Teorema del muestreo. Reconstrucción. Diezmado e interpolación.

Transformadas operacionales: transformada de Laplace (SVIC bilaterales) y transformada $\mathcal{Z}$ (SVID bilaterales).

Aplicaciones: SLIT y SLID. Causalidad. Región de convergencia. Estabilidad. Relación entre SLIT y SLID. Filtros digitales.

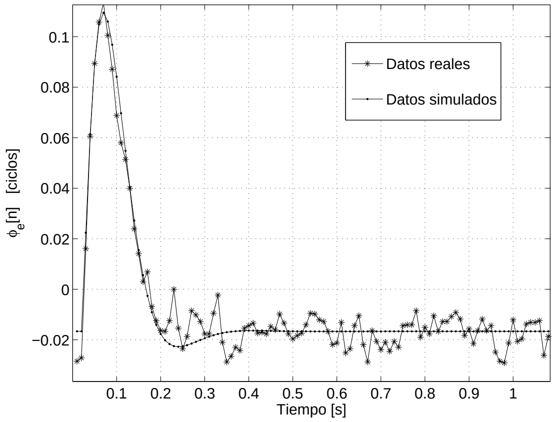
Plan para hoy

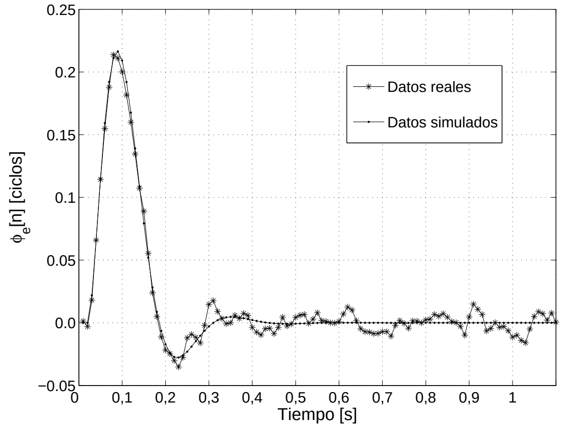
- Presentación de la materia.
- Contexto de IPS: mundo físico - transductor / sensor - conversión A/D (discretización en VI y amplitud) - computadora / procesamiento - conversión D/A - transductor / accionamiento - mundo físico.
- Explicación general determinístico vs aleatorio. Ejemplos.
- Señales 1D, 2D. Determinísticas, aleatorias. Ejemplos.

Señal

Definición: Funciones de una o más *variables independientes* que llevan información o que representan a una magnitud física.

Ejemplo: error de un lazo de enganche de fase en un receptor de GPS





¿Cómo comparamos estas señales? ¿Qué podemos decir?

Sistema

Definición: Es una colección de uno o más *objetos* cuyas magnitudes físicas representativas interactúan entre sí.

Ejemplo 1: Circuito LC simple

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{1/sC}{sL + (1/sC)} = \frac{1/LC}{s^2 + (1/LC)}$$

Ejemplo 2: Rueda de un auto, sin amortiguador

$$m\frac{d^2y}{dt^2} = f(t) - ky \qquad \Rightarrow_{Laplace} \qquad \frac{Y(s)}{F(s)} = \frac{1/m}{s^2 + (k/m)}$$

Dos sistemas bien *distintos*, pero con comportamiento *similar*: básicamente las mismas ecuaciones diferenciales.

Modelización

- Descripción
- Señal
- Sistema
- Finalidad

Para qué?

1. Analizar y comprender el comportamiento.
2. Extraer información o PROCESAMIENTO.
3. Interactuar y sintetizar.

¿Sirve? ¿Dónde? Control automático; Comunicaciones; Electrónica de potencia; Bioingeniería; Geofísica; Sensado remoto; Radar; etc.

IPS: 1) y 2). Un poco de 3).
¿Cómo? análisis temporal, análisis frecuencial, diseño de sistemas básicos de procesamiento.

Contexto moderno

Esquema básico: Análisis, extracción y síntesis de la información

Los sistemas digitales de cómputo (computadoras) manejan señales

- en instantes discretos (*muestreo* y *reconstrucción*) y
- con amplitudes discretas (*cuantización*)

Muestreo - cuantización

Idea: Transformar una señal del ”mundo analógico” al ”dominio digital”

SVIC $\rightarrow$ SVID,
T : intervalo de muestreo

$$x(nT) = x[n]$$

$\boxed{\text{señal analógica } x(t) \rightarrow \text{señal muestreada } x[n]} \rightarrow$
$\boxed{\text{señal cuantizada } x_Q(t) \rightarrow \text{señal digital } x_Q[n]}$.

Señales Analógicas y Digitales

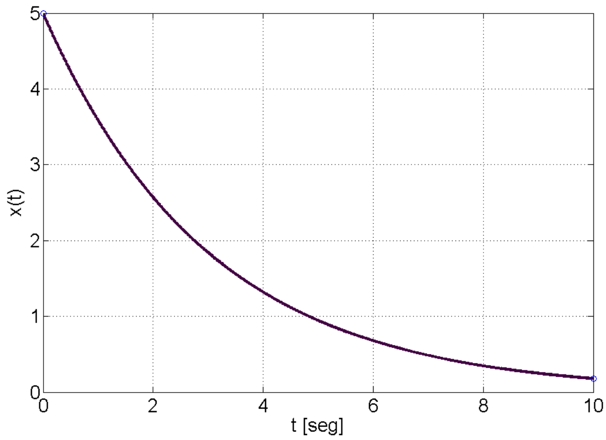
- Variables independientes (tiempo):
  - Señales de tiempo continuo, $x(t)$, $t \in \mathbb{R}$.
  - Señales de tiempo discreto, $x[n]$, $n \in \mathbb{Z}$.
- Variable dependiente (valores):
  - Señales de valores continuos.
  - Señales de valores discretos.

Señales analógicas

Tiempo y valores continuos

Señales digitales

Tiempo y valores discretos



Por su *variable independiente* - 1

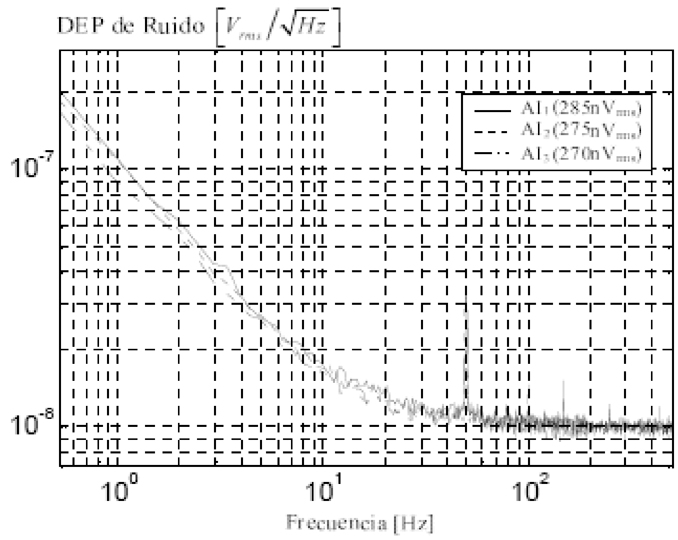
Número de variables independientes

- 1 (1D): tratadas en IPS
- 2 (2D), 3 (3D): imágenes rasterizadas (TV, monitor); cortes tomográficos (imágenes de resonancia magnética, de tomografía computada de rayos X, de emisión de positrones, etc), sensado remoto...
- Múltiples (MD): multidimensionales

Variable independiente

La variable independiente no tiene por qué ser siempre "tiempo".

Ejemplo: amplificador



Por su *variable independiente* - 2

Tipo de Dominio

$$f : \mathcal{D} \to \mathcal{R}$$

- SVIC: Señal de Variable Independiente Continua (naturalmente SVIC o por reconstrucción de SVID). Funciones $\boxed{f(t)}$ con $\mathcal{D} = \mathbb{R}$, $\mathbb{R}^+$ o un intervalo $\mathcal{I} \in \mathbb{R}$
- SVID: Señal de Variable Independiente Discreta (naturalmente SVID o por muestreo de SVIC). Secuencias $\boxed{f[n]}$ con $\mathcal{D} = \mathbb{Z}$, $\mathbb{N}$ o un intervalo $\mathcal{I} \in \mathbb{Z}$.

Por su rango o *amplitudes* 1

Rango de la función o secuencia

$$f : \mathcal{D} \to \mathcal{R}$$

- Continuo: Las amplitudes toman valores que pertenecen a $\mathcal{R} \equiv$ intervalo de $\mathbb{R}$.
  Ejemplos: tensión eficaz de línea, temperatura promedio del día en un invernáculo, presión intraventricular del corazón, tensión sobre el cuero cabelludo de un electrodo de EEG

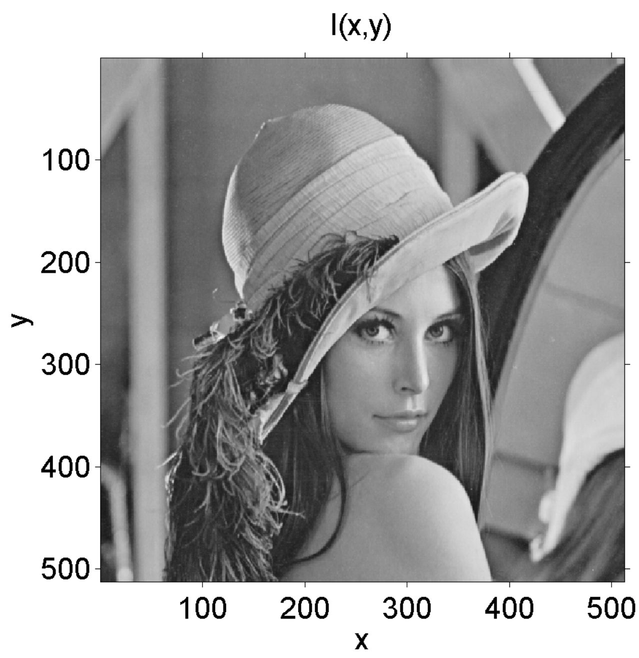
Por su rango o *amplitudes* 2

$$f : \mathcal{D} \to \mathcal{R}$$

- Discreto: Las amplitudes pueden tomar sólo un número contable de valores; p.ej.: 2 niveles (o señal binaria); o $\mathcal{R} \equiv$ intervalo de $\mathbb{Z}$.
  Ejemplos: señal de manipulador telegráfico (idealizada), número de requerimientos de llamado a una central telefónica, número de fotones que llegan a un fotodiodo, número de autos que pasan por “verde” de un semáforo, códigos para detección y corrección de errores, códigos para encriptación y seguridad.

Señales Vectoriales y Multidimensionales

- Valor (variable dependiente): real, complejo, o vectorial.
  - $s(t) = A\cos(3\pi t)$
  - $s(t) = A\exp(j3\pi t) = A\cos(3\pi t) + jA\text{sen}(3\pi t)$
  - $\mathbf{s} = \begin{bmatrix} s_1(t) \\ s_2(t) \\ s_3(t) \end{bmatrix}$
- N$^{\text{o}}$ variables independientes $\equiv$ Dimensión.
  - $I(x, y)$
  - $I(x, y, t)$
  - $\mathbf{I} = \begin{bmatrix} I_R(x, y, t) \\ I_G(x, y, t) \\ I_B(x, y, t) \end{bmatrix}$



Tipos de señales

- Analógica: SVIC y Amplitud continua
- Muestreada: SVID y Amplitud continua
- Cuantizada: SVIC y Amplitud discreta
- Digital: SVID y Amplitud discreta

Tipos de señales

Por su naturaleza 1

Realización: señal que se toma de una experiencia sobre una magnitud física.

- Determinística: describible para todo valor de la variable indep'te por una función matemática (sin variables aleatorias). Al repetir una experiencia, cada realización da la misma señal.
  Ejemplo: $x(t) = A\cos(2\pi f_o t + \phi)$, con A, f_0, ϕ constantes.

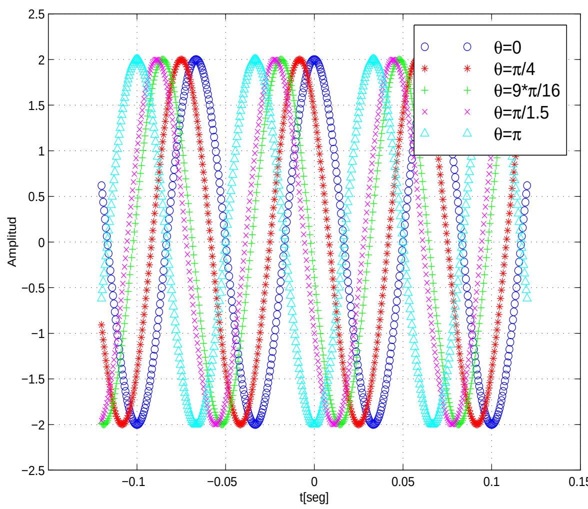
Tipos de señales

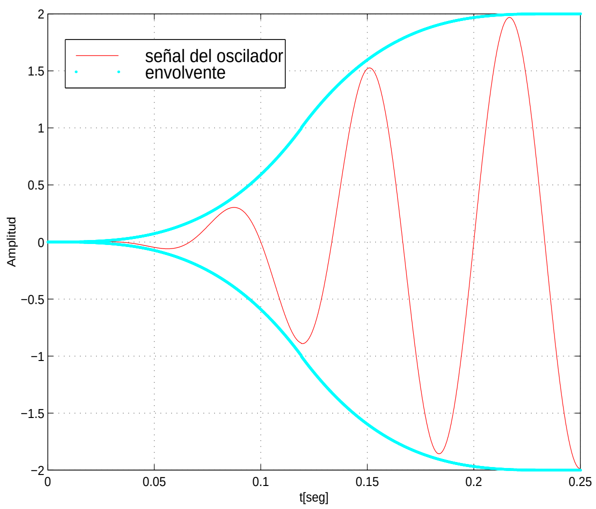
Por su naturaleza 2

- Aleatoria: no se puede describir por una función matemática sin recurrir a un número (finito o infinito) de variables aleatorias. Al repetir una experiencia, todas las realizaciones difieren entre sí. La colección o *ensemble* de realizaciones se denomina PROCESO ESTOCÁSTICO
  Ejemplos:
  Con una VA: $x(t) = A\cos(2\pi f_o t + \phi)$ con ϕ una VA distribuida uniformemente en $[-\pi, \pi)$.
  Con infinitas VA: proceso independiente e idénticamente distribuido *iid* ("ruido").

Señales aleatorias 1

Distintas realizaciones del generador senoidal modelado como proceso estocástico

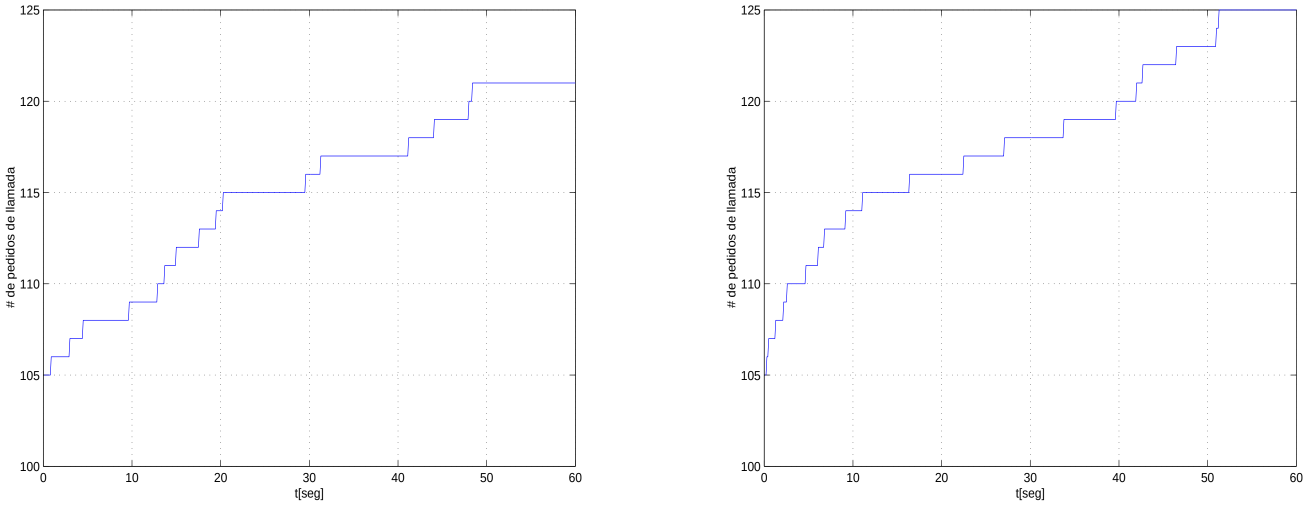




Una aproximación de la tensión de salida de un generador senoidal desde su inicio

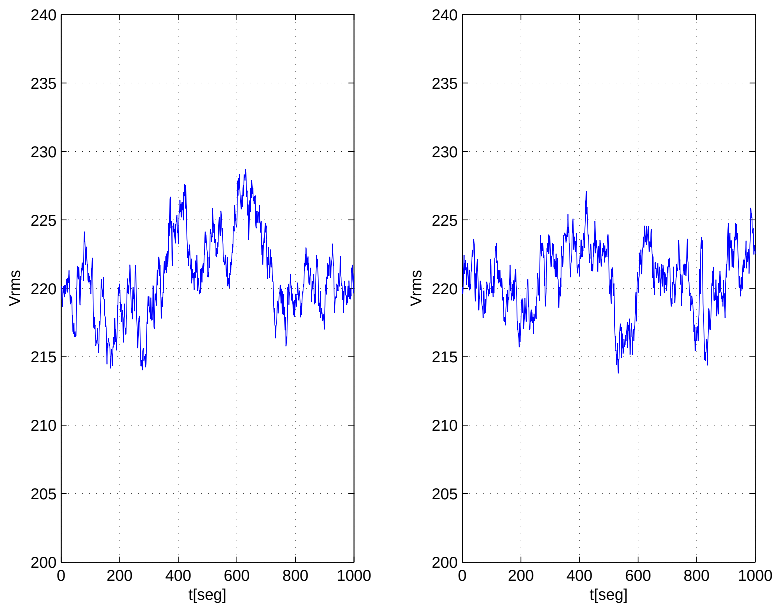
Señales aleatorias 2

Número de llamadas a una central telefónica en una hora pico



Señales aleatorias 3

Registros de tensión eficaz de línea

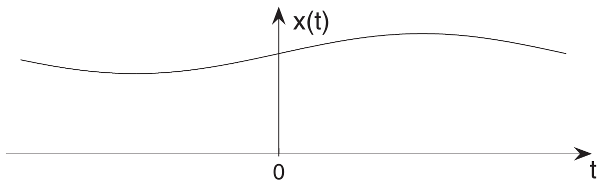


Señales aleatorias 4

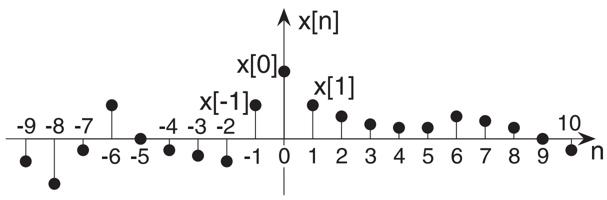
Lo anteriormente descripto no es la única forma posible de aleatoreidad; existen por ejemplo, las señales caóticas, fractales, etc. *No las usaremos en IPS*.

Señales, secuencias. VI: tiempo, índice

SVIC



SVID



No “hay” señal entre muestras; no está definida

Señales especiales

SVIC

- escalón $\rightarrow u(x)$
- cajón $\rightarrow \sqcap(x)$
- triángulo $\rightarrow \wedge(x)$
- exponencial $\rightarrow e^{cx}$, $c \in \mathbb{C}$
- sinc $\rightarrow \frac{\text{sen}(\pi x)}{\pi x}$
- sind $\rightarrow$ $\text{sind}_N(x) = \frac{\text{sen}(\pi N x)}{\text{sen}(\pi x)}$

SVID

- escalón $\rightarrow u[n]$
- cajón $\rightarrow \sqcap_N[n]$ de N-puntos, sólo para N impar
- triángulo $\rightarrow \wedge_N[n]$ de $2N-1$-puntos, $\wedge_N[0] = N$
- exponencial $\rightarrow e^{cn}$, $c \in \mathbb{C}$
- seno y coseno $\rightarrow$ $\text{sen}(2\pi f_0 n + \varphi)$

Delta de Dirac – SVIC

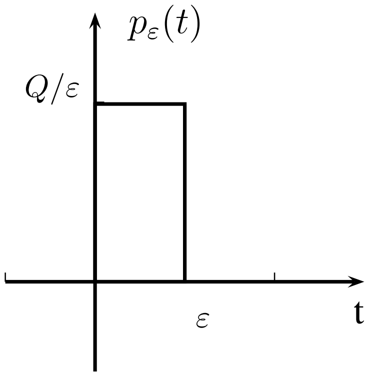
Importante para

- representar condiciones iniciales de sistemas (en circuitos por ej, carga inicial de un capacitor)
- para poder transformar señales periódicas (Fourier, Laplace)
- para definir la respuesta impulsional de sistemas lineales

entre otros usos.

Delta de Dirac – Idea

Teoría de distribuciones o
Funciones generalizadas



- Pulso/límite
  $\int \lim_{\epsilon\to 0} p_\epsilon(\tau)d\tau = 0$ pero $\lim_{\epsilon\to 0}\int p_\epsilon(\tau)d\tau = 1$
- Representantes de la Delta ("integral=1; soporte=0")

$$\lim_{a\to\infty} 2a\bigwedge(x/a); \quad \lim_{a\to\infty}\frac{\mathrm{sen}(ax)}{x}; \quad \lim_{\sigma\to 0}\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-x^2/2\sigma^2}$$

y muchas otras...

Delta de Dirac – Propiedades 1

- Igualdad en sentido distribucional $\delta_{LI}(x)“=”\delta_{LD}(x)$ es

$$\int \delta_{LI}(x)\Phi(x)dx = \int \delta_{LD}(x)\Phi(x)dx \qquad \forall\Phi(x)\in FPB$$

  donde *FPB* es la clase de funciones que se "portan bien".
- Expansión-Compresión

$$\int_{-\infty}^{\infty}\delta(ct)dt = \frac{1}{c}\int_{-c\infty}^{c\infty}\delta(x)dx = \frac{1}{|c|}$$

- No se puede definir, en general, el producto de distribuciones de manera consistente

Delta de Dirac – Propiedades 2

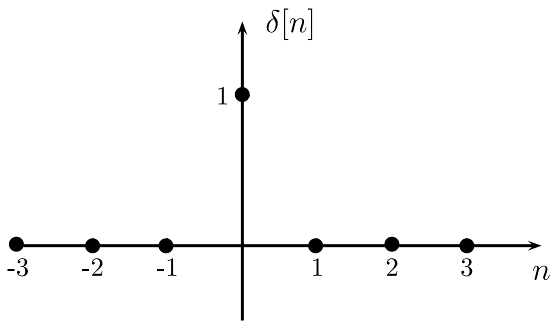
- Extracción
$$\int_a^b \delta(x) f(x) dx = f(0)$$
siempre que $a < 0 < b$
- Derivada
$$\int_a^b \delta^{(n)}(x) f(x) dx = (-1)^n f^{(n)}(0)$$
con $a < 0 < b$, donde $f^{(n)}(x)$ es la derivada n-sima de $f(x)$
- $\delta(x)$ tiene área 1; $A\delta(x)$ tiene área A

Delta de Kronecker – SVID

- Juega un papel similar a la Delta de Dirac en SVIC
- Mucho más sencilla de tratar

Definición:

$$\delta[n] = \begin{cases} 1 & si \quad n = 0 \\ 0 & si \quad n \neq 0 \end{cases}$$



Próxima Clase

- Señales periódicas VID-VIC.
- Transformaciones de var. indep'te: reflexión, cambio de escala, traslación p/ VID-VIC.

Énfasis en las "diferencias" entre SVIC y SVID.