



Relatório Trabalho Computacional

Disciplina: Métodos Numéricos

Professor: João Paulo do Vale Madeiro

Alunos:

- Lucas de Oliveira Sobral (556944)
 - Mateus Andrade Maia (552593)
-

1. Introdução

Este relatório detalha o desenvolvimento do Trabalho Computacional 2 da disciplina de Métodos Numéricos da Universidade Federal do Ceará. O foco central do trabalho, desenvolvido pelos alunos Lucas de Oliveira Sobral e Mateus Andrade Maia, foi a aplicação de métodos de interpolação para analisar e estimar valores a partir de dados tabelados. Os principais objetivos foram: obter e visualizar splines quadráticas e cúbicas, estimar valores intermediários, encontrar raízes de funções interpoladas e realizar o processo de

up-sampling em uma série temporal. Para isso, foram implementadas rotinas numéricas para a solução de sistemas lineares e busca de raízes.

Link para o notebook:

https://colab.research.google.com/github/Luckas33/MetodosNumericos/blob/master/TrabalhoComputacional_2.ipynb

Link do Vídeo: <https://youtu.be/rTRhtJ6lVYw>

2. Descrição do problema

O trabalho foi dividido em três problemas principais:

- **Problema 1:** A partir de uma tabela de dados com valores de X e $f(x)$, o objetivo era (a) obter e plotar o gráfico da spline quadrática, (b) obter e plotar o gráfico da spline cúbica, e (c) usar ambos os métodos para estimar o valor de $f(2,8)$.
- **Problema 2:** Utilizando um segundo conjunto de dados tabelados, a tarefa era aplicar a interpolação por spline cúbica e, a partir dela, determinar o valor de x para o qual $f(x) = 0,23$, resolvendo um problema de busca de raiz no polinômio cúbico correspondente.
- **Problema 3:** Com base em um dataset de vendas mensais de shampoo ao longo de três anos, o desafio era utilizar a interpolação por spline cúbica para realizar um *up-sampling* dos dados, gerando estimativas diárias de vendas a partir dos totais mensais.

3. Metodologia

Para solucionar os problemas propostos, foram aplicados os seguintes métodos numéricos:

- **Resolução de Sistemas Lineares:** Para encontrar os coeficientes das splines, foi necessário resolver sistemas de equações lineares. O método implementado foi a **Eliminação Gaussiana com Pivoteamento Parcial**, uma abordagem robusta e numericamente estável. Essa função, nomeada **gauss_np**, utiliza a função **subs_retroativas_np** para resolver o sistema triangular superior resultante.
- **Interpolação por Spline Quadrática:** Para cada segmento entre dois pontos, foi ajustado um polinômio de grau 2 ($S_i(x) = a_ix^2 + b_ix + c_i$). O sistema de equações foi montado garantindo que (1) a spline passasse pelos pontos de dados, (2) as derivadas nos nós internos fossem contínuas e (3) uma condição de contorno robusta fosse aplicada, definindo o primeiro coeficiente 'a' como zero ($a_0 = 0$).
- **Interpolação por Spline Cúbica Natural:** Para esta interpolação, o método se baseia em calcular as segundas derivadas (M) em cada ponto. Foi montado um sistema de equações tridiagonal que foi resolvido usando a função **gauss_np**. A condição de "spline natural" foi aplicada, que assume que as segundas derivadas nos pontos extremos são nulas, o que é refletido na montagem do vetor completo M .
- **Busca de Raiz:** No segundo problema, após obter a função da spline cúbica, foi utilizado o **Método da Bisseção** para encontrar o valor de x que satisfaz a condição $f(x) = 0,23$. A função **bisseccao** foi implementada para encontrar a raiz da função $f(x) - 0.23 = 0$ dentro de um intervalo e com uma tolerância definida.

4. Implementação

O trabalho foi implementado em um notebook Colab, utilizando a linguagem Python e bibliotecas essenciais para computação numérica e visualização de dados:

- **Bibliotecas:** NumPy para operações com vetores e matrizes ,
Matplotlib.pyplot para a geração de gráficos e
Pandas para a manipulação de dados no problema 3.
- **Funções Principais:**
 - **gauss_np(A, b):** Soluciona o sistema linear $Ax=b$ via eliminação gaussiana com pivoteamento.
 - **quadratic_spline_coeffs(x_points, y_points):** Monta e resolve o sistema para os coeficientes da spline quadrática.
 - **evaluate_quadratic_spline(...):** Avalia a spline quadrática em um ponto específico.
 - **cubic_spline_coeffs(x, y):** Monta e resolve o sistema para os coeficientes da spline cúbica.
 - **evaluate_cubic_spline(...):** Avalia a spline cúbica em um ponto específico.
 - **bisseccao(a, b, tolerancia, maximo):** Implementa o método da bisseção para encontrar raízes.

5. Resultados e Discussão

Os métodos implementados geraram os seguintes resultados:

- **Problema 1:** Foram gerados com sucesso os gráficos das interpolações por spline quadrática e cúbica. As estimativas para $f(2.8)$ foram:
 - Spline Quadrática:
15.7265
 - Spline Cúbica:
15.5154Os gráficos permitiram visualizar a diferença de suavidade entre as duas abordagens, com a cúbica geralmente produzindo uma curva mais suave.
- **Problema 2:** O método da bisseção foi aplicado com sucesso sobre a função da spline cúbica. O valor de x para o qual $f(x)$ corresponde a 0,23 foi estimado em aproximadamente **4.36328** , com um erro de cerca de 0.000895.
- **Problema 3:** A interpolação por spline cúbica foi eficaz para realizar o *up-sampling* dos dados de vendas mensais de shampoo. Foi gerado um gráfico que exhibe a curva de estimativas diárias sobrepostas aos dados mensais originais, demonstrando a utilidade do método para criar séries temporais de maior frequência. Além disso, foi criada uma tabela com as vendas diárias estimadas.

6. Conclusão

O trabalho cumpriu todos os seus objetivos, aplicando com sucesso as técnicas de interpolação por splines quadráticas e cúbicas para resolver problemas práticos de estimação, busca de raízes e reamostragem de dados. A implementação robusta de métodos numéricos, como a eliminação gaussiana com pivoteamento e o método da bisseção, demonstra o domínio dos conceitos da

disciplina de Métodos Numéricos. O projeto validou a eficácia desses algoritmos como ferramentas poderosas para a análise de dados e modelagem de fenômenos a partir de pontos discretos.