Lista 1 - Exercícios de Números Complexos

Exercício 1

Reduzir à forma $a + ib$ cada uma das expressões abaixo:

(a) $(3 + 5i) + (-2 + 7i)$

(b) $(\sqrt{3} - 2i) - i\,[2 - i(\sqrt{3} + 4)]$

(c) $(3 - 5i)(-2 - 4i)$

(d) $(2 + 3i)^2$

(e) i^{733}

(f) i^4

(g) i^5

Exercício 2

Para o número complexo $z = x + iy = re^{i\theta}$, expressar:

(a) r e θ em função de x e y

(b) x e y em função de r e θ

Exercício 3

Empregar a fórmula de Euler para demonstrar as seguintes relações:

(a) $\cos\theta = \frac{1}{2}(e^{i\theta} + e^{-i\theta})$

(b) $\theta = \frac{1}{2i}(e^{i\theta} - e^{-i\theta})$

(c) $\cos^2\theta = \frac{1}{2}(1 + \cos 2\theta)$

Exercício 4

Considerar z como um número complexo nas coordenadas polares (r_0, θ_0) e nas coordenadas cartesianas (x_0, y_0). Determinar as coordenadas cartesianas dos seguintes números complexos e representar z_0, z_1, z_2, z_3 no plano complexo quando $r_0 = 2$ e $\theta_0 = \pi$.

(a) $z_1 = r_0 e^{i\theta_0}$

(b) $z_2 = r_0$

(c) $z_3 = r_0 e^{i(\theta_0 + \pi/2)}$

Exercício 5

Calcular o valor de:

(a) i^{729}

(b) i^{402}

(c) i^{90}

(d) i^{217}

(e) $(1+i)^4$

(f) $(1-i)^{20}$

(g) $1 + i^2 + i^4 + \cdots + i^{20}$

Exercício 6

Para o número complexo $z = x + iy = re^{i\theta}$ definir o número complexo conjugado, representado por $\overline{z}$, como $\overline{z} = x - iy = re^{-i\theta}$. Demonstrar que as seguintes relações são válidas:

(a) $z\overline{z} = r^2$

(b) $\dfrac{z}{\overline{z}} = e^{i2\theta}$

(c) $z + \overline{z} = 2\Re(z)$

(d) $z - \overline{z} = 2i\,\Im(z)$

Exercício 7

Expressar cada um dos seguintes números complexos em coordenadas retangulares e polares, e representar no plano complexo:

(a) $z = 1 + i$

(b) $z = -1 + i$

(c) $z = -1 - i$

(d) $z = 1 - i$