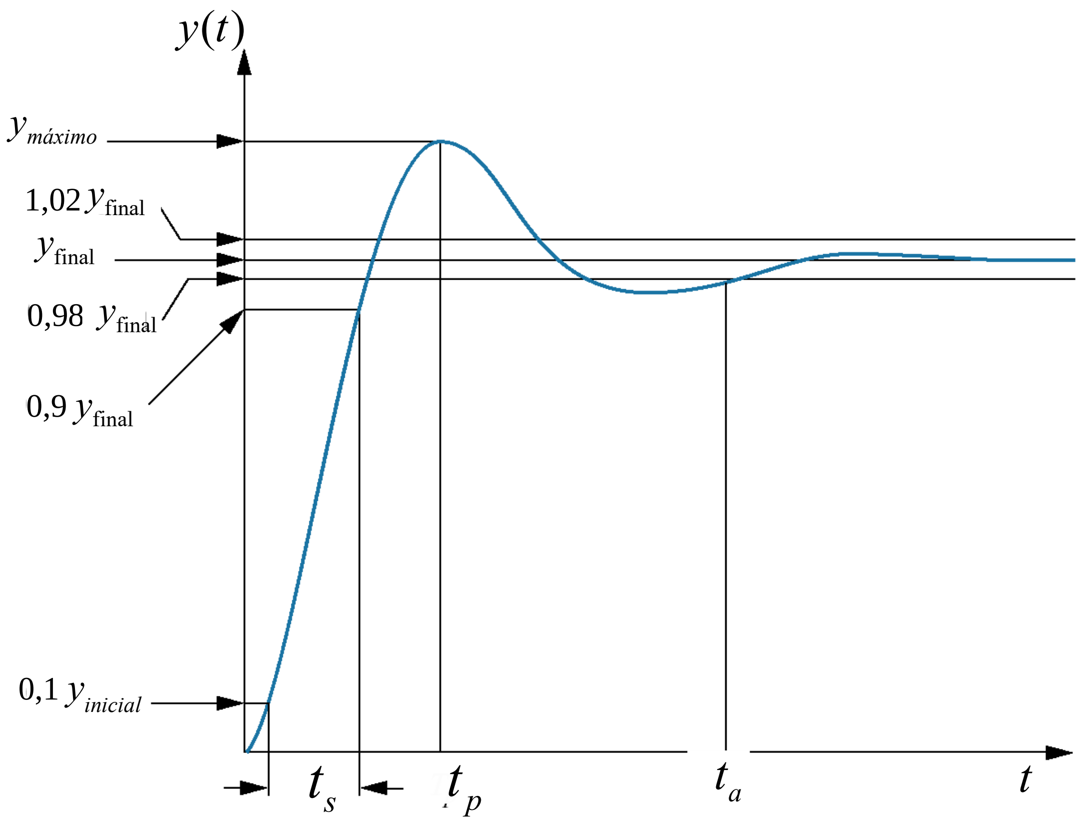
Especificação no domínio do tempo

Sistema de 2ª. ordem

Verificar as especificações da resposta ao degrau deste sistema, isto é, determinar o tempo de pico, o sobressinal máximo, o tempo de estabilização e o tempo de subida.



Tempo de pico, t_p - Tempo necessário para que a resposta alcance o pico da primeira sobre-elevação $y\,(t_{\mathrm{p}}) = y_{max}$

Cálculo de $\boldsymbol{t_{p}}$:

$$y(t) = 1 - e^{-\zeta\,\omega_n\,t}\left(\cos\omega_d\,t + \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}\,\mathrm{sen}\,\omega_d\,t\right)$$

$$\frac{dy(t)}{dt} = \zeta\omega_n e^{-\zeta\omega_n t}\left(\cos\omega_d t + \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}\,\mathrm{sen}\,\omega_d t\right) + \omega_d e^{-\zeta\omega_n t}\left(\mathrm{sen}\,\omega_d t - \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}\cos\omega_d t\right) = 0$$

Note que os termos com cosseno se cancelam.

$$-\omega_d\,\frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} = -\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}\cdot\frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} = -\zeta\omega_n$$

$$\frac{dy(t)}{dt} = \zeta\omega_n e^{-\zeta\omega_n t} \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \operatorname{sen} \omega_d t - \omega_d e^{-\zeta\omega_n t} \operatorname{sen} \omega_d t = 0$$

$$e^{-\zeta\omega_n t} \operatorname{sen} \omega_d t \left(\zeta\omega_n \cdot \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} - \omega_d \right) = 0 \rightarrow \operatorname{sen} \omega_d t = 0 \therefore \omega_d t = k\pi, k = 0,1,2,\ldots$$

$$\boxed{\omega_d t_p = \pi \rightarrow t_p = \frac{\pi}{\omega_d}}$$

Nota: Para $k = 0$: ponto de mínimo (por que?). Para $k = 1$: ponto de máximo!

E ponto de máximo $y\,(t_p) = y_{max}$ da resposta ao degrau $y(t)$?

$$y(t_p) = 1 - e^{-\zeta\omega_n\left(\frac{\pi}{\omega_d}\right)}\left(\cos\omega_d\frac{\pi}{\omega_d} + \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}\,\mathrm{sen}\,\omega_d\frac{\pi}{\omega_d}\right) = 1 + e^{-\zeta\omega_n\left(\frac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}}\right)}$$

$$y(t_p) = y_{\max} = 1 + e^{\left(\frac{-\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right)}$$

Porcentagem de Sobressinal

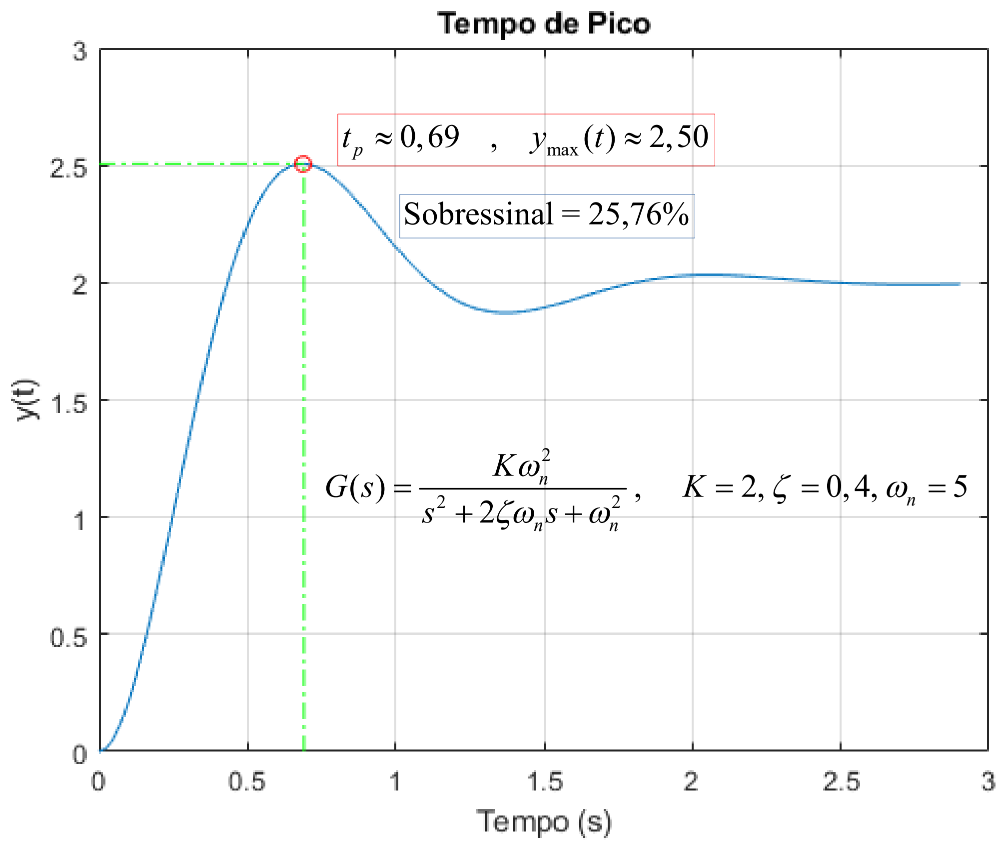
$$M_p = 100\% \times \frac{y(t_p) - y(\infty)}{y(\infty)} = 100\% \times \frac{1 + e^{\left(\frac{-\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right)} - 1}{1} = 100\% \times e^{\left(\frac{-\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right)}$$

$$M_p = 100\% \times e^{\left(\frac{-\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right)}$$

Porcentagem de sobressinal - A quantidade que a resposta de um sistema subamortecido ultrapassa o estado estacionário, ou valor final no tempo de pico

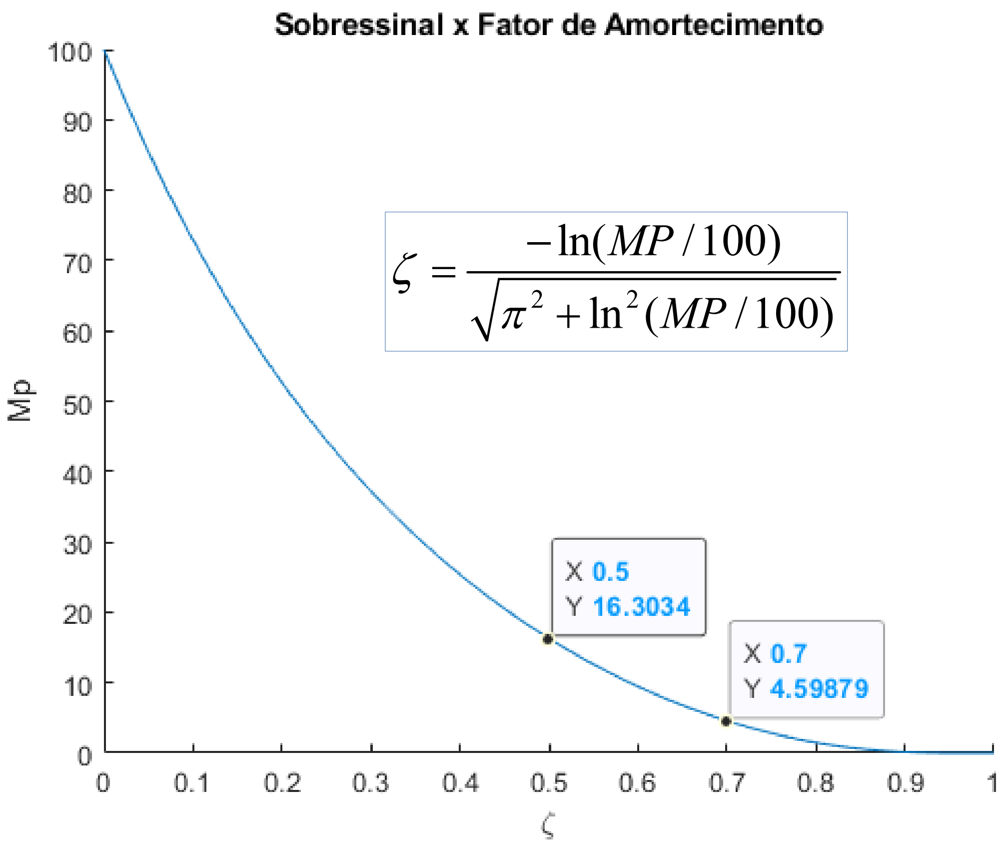
Tempo de pico t_p

```
clear;
% Definindo um sistema de 1a. ordem
s = tf('s');
%G = K/(T*s + 2);
K=2; % Ganho DC
xi=0.4; % Fator de amortecimento
omega=5; % Frequência natural
G = (K*omega^2)/(s^2 + 2*xi*omega*s + omega^2);
% Calculando a resposta ao degrau do sistema
[y,t] = step(G);
stepResults = stepinfo(y,t);
% Extrair o tempo de pico da estrutura stepinfo
tSettle= stepResults.PeakTime;
% Outros resultados de resposta ao degrau de interesse podem ser
% encontrados pesquisando na estrutura stepResults
% Encontrar o primeiro índice onde o tempo excede o tempo de pico
% Para melhorar ainda mais, você pode interpolar entre os pontos.
indexSettle = find(t >= tSettle,1,'first');
tSettle = t(indexSettle);
ySettle = y(indexSettle);
% Gráfico da resposta ao degrau
plot(t,y);
grid on;
hold on;
% Ponto do tempo de pico no gráfico
plot(tSettle,ySettle,'ro');
%Traçar linhas do gráfico até o ponto de pico
plot([0 tSettle],[ySettle ySettle],'g-.');
plot([tSettle tSettle],[0 ySettle],'g-.');
xlabel('Tempo (s)');
ylabel('y(t)')
title('Tempo de Pico')
hold off;
```



Porcentagem de sobressinal

```
clear all
clf;
zeta=[0.0:0.01:1]; % Fator de amortecimento
hold on
for i=1:length(zeta);
   sb(i)=100*exp(-zeta(i)*pi/sqrt(1-(zeta(i))^2)); % Sobressinal
end
plot(zeta,sb) % Gráfico - Sobressinal x Fator de Amortecimento
xlabel('\zeta');
ylabel('Mp');
title('Sobressinal x Fator de Amortecimento')
hold off
```



$$\zeta = \frac{-\ln(MP/100)}{\sqrt{\pi^2 + \ln^2(MP/100)}}$$