Prova scritta di Analisi Matematica 2

Prof. Simonetta Abenda - C.d.S. Fisica

22/12/2022 - PG167345

Cognome: .... Nome: ....

1	2	3	4

$1-4$	5	A

Per gli esercizi 1-4 segnare la lettera della risposta scelta nella corrispondente casella numerata. Per l'esercizio 5: scrivere le formule utilizzate, i passaggi principali - compreso l'eventuale cambiamento di variabile utilizzato nel calcolo dell'integrale - e il risultato.

ESERCIZIO 1 La funzione $f(x,y,z) = 4x^2y^2 + 5xy^2 + 3xz^2$
A) soddisfa ad altro.
B) possiede punti critici di massimo locale, ma non di minimo locale.
C) possiede punti critici di minimo locale, ma non di massimo locale.
D) possiede esclusivamente punti critici di tipo sella.
E) possiede infiniti punti critici di tipo sella ed esattamente due punti critici rispettivamente di massimo e minimo locale.
F) possiede un numero infinito di punti critici sia di minimo locale, sia di massimo locale che di tipo sella.*

ESERCIZIO 2 La derivata direzionale di $f(x,y,z) = \dfrac{1}{16}y^{xz} + \dfrac{79}{7}x^y + \dfrac{83}{7}z^x$ nella direzione $\hat{\nu}(P)$, versore normale a $\Gamma = \{(x,y,z) \in \mathbf{R}^3 \ : \ x^2y + xyz - 2y^2z = 0\}$ nel punto $P = (2,2,2)$ tale che $\prec \hat{\nu}(P), \hat{i} \succ > 0$, vale

A) altro. B) $6\sqrt{14} - 4\sqrt{14}\log(2)$. C) $4\sqrt{14} + 6\sqrt{14}\log(2)$.

D) $-6\sqrt{14} - 4\sqrt{14}\log(2)$. E) $4\sqrt{14} - 6\sqrt{14}\log(2)$. F) $-4\sqrt{14} - 6\sqrt{14}\log(2)$.

G) $-4\sqrt{14} + 6\sqrt{14}\log(2)$. H) $6\sqrt{14} + 4\sqrt{14}\log(2)$.* I) $-6\sqrt{14} + 4\sqrt{14}\log(2)$.

ESERCIZIO 3 Il volume del compatto $A = \{(x,y,z) \in \mathbf{R}^3 \ : \ 4x^2 + 6y^2 \leq 5z^2 + 5, \ \ z \leq 1/2, \ 4x^2 + 6y^2 \geq 10z^2 \ \}$, vale

A) $\dfrac{15\sqrt{6}}{16}\pi$. B) $\dfrac{3}{20}\pi\sqrt{30}$. C) $\dfrac{15}{32}\pi\sqrt{6}$.* D) $\dfrac{8}{45}\pi\sqrt{30}$. E) $\dfrac{55}{144}\sqrt{6}\pi$. F) altro. G) $\dfrac{11}{90}\pi\sqrt{30}$.

ESERCIZIO 4 Per la funzione $f(x,y,z) = xy^2 - 3z^2$, ristretta all'insieme $A = \{(x,y,z) \in \mathbf{R}^3 \ : \ x^2 + 3y^2 + 4z^2 = 12\}$ si ha

A) $\min\limits_A f = -8$. B) $\max\limits_A f = 8/3$. C) $\min\limits_A f = -1/6$. D) altro. E) $\max\limits_A f = 0$.

F) $\min\limits_A f = -107/54$. G) $\max\limits_A f = 16/3$.* H) $\min\limits_A f = -9/4$. I) $\max\limits_A f = 51/16$.

ESERCIZIO 5 Siano $\vec{f}(x,y,z) = (3xy - z^2)\hat{\imath} + 2xz\hat{\jmath} + (x^2 + 3xy)\hat{\kappa}$, $\quad \Sigma = \{(x,y,z) \in \mathbf{R}^3 : 3x^2 + 2z^2 = 6,\ -1 \leq y \leq 4\}$ superficie orientata con orientamento $\hat{\nu}$ tale che $\prec \hat{\nu}, \hat{\imath} \succ < 0$ in $(\sqrt{2}, 0, 0)$; sia $(\partial\Sigma, \hat{\tau})$ il bordo di Σ con l'orientamento indotto $\hat{\tau}$.

A) (0.5 pt) $\partial\Sigma =$

B) (1.3 pt) Determinare $\hat{\tau}(0, -1, -\sqrt{2})$ e disegnare Σ e $\partial\Sigma$ con i rispettivi orientamenti.

C) (0.5 pt) $\mathrm{rot}\vec{f} =$

D) (0.5 pt) Parametrizzazione con dominio:

E) (1.2 pt) Orientamento associato alla parametrizzazione e compatibilità con l'orientamento assegnato:

F) (2 pt) $\iint_{\Sigma} \prec \mathrm{rot}\vec{f}, \hat{\nu} \succ d\sigma =$