Esercitazione di Analisi B n. 1

1. Sia $A := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 \leq 1, 0 < x_3 < 1\}$. Allora
a. A è aperto;
b. A è chiuso;
c. $(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 0) \in Fr(A) \setminus D(A)$;
d. $(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 0) \in Fr(A) \cap D(A)$.

2. Siano $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 \leq x_2 < 1 - x_1^2\}$, $f : A \to \mathbf{R}$ continua. Allora, necessariamente,
a. f è limitata;
b. $f(A)$ è un intervallo;
c. f ammette minimo;
d. f ammette massimo.

3. Siano $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_2 \neq 0\}$, $f : A \to \mathbf{R}$, $f(x) = f(x_1, x_2) = \frac{\sin(x_1 x_2)}{x_2}$. Allora $\lim_{x \to (1,0)} f(x)$
a. esiste e vale 0;
b. esiste e vale 1;
c. esiste e vale $+\infty$;
d. non esiste.

4. Siano $A := \mathbf{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$, $f : A \to \mathbf{R}$, $f(x) = \sin(\frac{1}{x_1^2 + x_2^2})$. Allora $\lim_{x \to (0,0)} f(x)$
a. esiste e vale 0;
b. esiste e vale 1;
c. esiste e vale -1;
d. non esiste.

5. Siano $A := \{x = (x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1 \neq x_2\}$, $f : A \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = \frac{x_1^2}{x_1 - x_2}$, $v = (1, 2)$. Allora $\frac{\partial f}{\partial v}(1, 0) =$
a. 3;
b. 2;

c. -2;
d. 0.

6. Sia $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = \cos(x_1 x_2)$. Allora
a. $f(x) = 1 - \frac{\pi^2}{2} x_2^2 + r(x)$, con $\displaystyle\lim_{x \to (\pi,0)} \frac{r(x)}{\|x - (\pi, 0)\|^2} = 0$;
b. $f(x) = 1 - \pi^2 x_2^2 + r(x)$, con $\displaystyle\lim_{x \to (\pi,0)} \frac{r(x)}{\|x - (\pi, 0)\|^2} = 0$;
c. $f(x) = 1 + (x_1 - \pi) - \pi^2 x_2^2 + r(x)$, con $\displaystyle\lim_{x \to (\pi,0)} \frac{r(x)}{\|x - (\pi, 0)\|^2} = 0$;
d. $f(x) = (x_1 - \pi) - \pi^2 x_2^2 + r(x)$, con $\displaystyle\lim_{x \to (\pi,0)} \frac{r(x)}{\|x - (\pi, 0)\|^2} = 0$.

7. Sia $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = \int_0^{x_2} \exp(x_1 t^2) dt$. Allora, dato $x = (x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2$, si ha
a. $D_{12} f(x) = \exp(x_1 x_2^2)$;
b. $D_{12} f(x) = x_2 \exp(x_1 x_2^2)$;
c. $D_{12} f(x) = x_2^2 \exp(x_1 x_2^2)$;
d. $D_{12} f(x) = x_2^3 \exp(x_1 x_2^2)$.

8. Sia $f : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2, x_3) = \sin(x_1 x_2 x_3)$. Allora
a. $(\pi, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$ è un punto di massimo relativo;
b. $(\pi, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$ è un punto di minimo relativo;
c. $(\pi, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$ è un punto di sella;
d. $(\pi, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$ non è un punto critico.

9. Sia $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = \cos(x_1) - x_2^2$. Allora
a. f possiede sia punti di massimo che di minimo relativo;
b. f non possiede punti di sella;
c. f non possiede punti di massimo relativo;
d. f non possiede punti di minimo relativo.

Rispondere inoltre ai seguenti quesiti:

1) Cosa significa la scrittura $\lim_{x \to x_0} f(x) = l$ nel caso di $f : A(\subseteq \mathbf{R}^n) \to \mathbf{R}^m$? (Precisare bene dove devono stare l e x_0).

2) Conoscete qualche generalizzazione del teorema del valor medio per funzioni di più variabili ?

Risposte questionario: 1 d; 2 b; 3 b; 4 d; 5 a; 6 a; 7 c; 8 a; 9 d.

Esercitazione di Analisi B n. 2

1. Sia $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 :: |x_1| < 1, |x_2| < 1, |x_1| + |x_2| \leq \frac{3}{2}\}$. Allora
a) A è aperto;
b. A è chiuso;
c. $(1, 0) \in A \cap D(A)$;
d) $(1, 0) \in D(A) \setminus A$.

2. Sia $A := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 \leq x_3^2, x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 > 1\}$. Allora
a. A non è connesso per archi;
b. A è limitato;
c. A è chiuso;
d. $(0, 0, 0) \in D(A)$.

3. Sia $f : \mathbf{R}^2 \setminus \{(0, 0)\} \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = \frac{x_1^2 - x_2^2}{x_1^2 + x_2^2}$. Allora
a) f ha limite reale per $(x_1, x_2) \to (0, 0)$;
b) f è limitata;
c) f non è continua nel suo dominio;
d) f non ha punti critici.

4. Siano $f(x_1, x_2) = \arctan(\frac{x_2}{x_1})$, definita nel suo dominio naturale, $v = (-1, 2)$. Allora $\frac{\partial f}{\partial v}(1, 0)$ vale
a) 0;
b) 1;
c) 2;
d) 3.

5. Sia $f : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2, x_3) = x_1 x_2 x_3$. Allora
a) $f(x) = 1 + (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2 + (x_3 - 1)^2 + r(x)$, con $\lim\limits_{x \to (1,1,1)} \frac{r(x)}{\|x - (1,1,1)\|^2} = 0$;
b) $f(x) = 1 + (x_1 - 1) + (x_2 - 1) + (x_3 - 1) + (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2 + (x_3 - 1)^2 + r(x)$, con $\lim\limits_{x \to (1,1,1)} \frac{r(x)}{\|x - (1,1,1)\|^2} = 0$;
c) $f(x) = 1 + (x_1 - 1) + (x_2 - 1) + (x_3 - 1) + (x_1 - 1)(x_2 - 1) + (x_1 - 1)(x_3 - 1) + (x_2 - 1)(x_3 - 1) + r(x)$, con $\lim\limits_{x \to (1,1,1)} \frac{r(x)}{\|x - (1,1,1)\|^2} = 0$;
d) $f(x) = 1 + (x_1 - 1) + (x_2 - 1) + (x_3 - 1) + 2(x_1 - 1)(x_2 - 1) + 2(x_1 - 1)(x_3 - 1) + 2(x_2 - 1)(x_3 - 1) + r(x)$, con $\lim\limits_{x \to (1,1,1)} \frac{r(x)}{\|x - (1,1,1)\|^2} = 0$.

6. Sia $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = x_1(x_1 - 1)x_2$. Allora
a) f non ha estremanti relativi;
b) f ha un punto di minimo relativo e nessun punto di massimo relativo;
c) f ha un punto di massimo relativo e nessun punto di minimo relativo;
d) f ha un punto di massimo relativo e un punto di minimo relativo.

7. Siano $g \in C^1(\mathbf{R}^3)$, $f : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}$, $f(\rho, \theta, \phi) = g(\rho \sin(\theta)\cos(\phi),$ $\rho \sin(\theta)\sin(\phi), \rho\cos(\theta))$. Allora $\frac{\partial f}{\partial \rho}(0,0,0)$ vale
a) $D_3 g(0,0,0)$;
b) $D_2 g(0,0,0) + D_3 g(0,0,0)$;
c) $D_1 g(0,0,0) + D_3 g(0,0,0)$;
d) $D_1 g(0,0,0) + D_2 g(0,0,0) + D_3 g(0,0,0)$.

8. Con riferimento all'esercizio precedente, se $g \in C^2(\mathbf{R}^3)$, allora $\frac{\partial^2 f}{\partial \rho \partial \theta}(0,0,0)$ vale
a) $D_{11} g(0,0,0) - D_{12} g(0,0,0)$;
b) $D_{13} g(0,0,0) - D_{12} g(0,0,0)$;
c) 0;
d) $D_1 g(0,0,0)$.

9. Siano $A := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 \leq 1, 0 \leq x_3 \leq 1\}$, $f : A \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 - x_2 + x_3^2$. Allora $\min\limits_A f$ coincide con
a) 1;
b) 0;
c) -1;
d) -2.

Rispondere inoltre ai seguenti quesiti?
1. Che cosa significa dire che $A \subseteq \mathbf{R}^n$ è connesso per archi?
2. Che cosa dice il teorema del differenziale totale?

Risposte questionario: 1 d; 2 a; 3 b; 4 c; 5 c; 6 a; 7 a; 8 d; 9 c.

Esercitazione di Analisi B n. 3

1. Sia $A := \{x = (x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 - x_2^2 > 1\}$. Allora:
a. $(1, 0, 26) \in D(A)$;
b. A è connesso per archi;
c) A è limitato;
d. A ha frontiera limitata.

2. Sia $f : \mathbf{R}^2 \setminus \{(0,0)\} \to \mathbf{R}$, $f(x) = f(x_1, x_2) = \frac{x_1^3}{x_1^2+x_2^2}$. Allora
1. f è limitata;
2. non esiste $\lim\limits_{x\to(0,0)} f(x)$;
c. $\lim\limits_{x\to(0,0)} f(x) = 0$;
d. $\lim\limits_{x\to(0,0)} f(x) = -\infty$.

3. Sia $f : \{x = (x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1 \neq 0\} \to \mathbf{R}$, $f(x) = \arctan(\frac{x_2}{x_1})$. Allora
a. $f(x) = x_2 + r(x)$, con $\lim\limits_{x\to(1,0)} \frac{r(x)}{(x_1-1)^2+x_2^2} = 0$;
b. $f(x) = (1 - x_1)x_2 + r(x)$, con $\lim\limits_{x\to(1,0)} \frac{r(x)}{(x_1-1)^2+x_2^2} = 0$;
c. $f(x) = x_2 - (x_1 - 1)x_2 + r(x)$, con $\lim\limits_{x\to(1,0)} \frac{r(x)}{(x_1-1)^2+x_2^2} = 0$;
d. $f(x) = x_2 - 2(x_1 - 1)x_2 + r(x)$, con $\lim\limits_{x\to(1,0)} \frac{r(x)}{(x_1-1)^2+x_2^2} = 0$.

4. Sia $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = x_1^2x_2 + x_2^3 - x_2$. Allora
a. f ammette un solo punto di massimo relativo;
b. f ammette esattamente due punti di massimo relativo;
c. f ammette esattamente tre punti di massimo relativo;
d. f ammette più di tre punti di massimo relativo.

5. Siano $g \in C^1(\mathbf{R}^2)$, $f : \mathbf{R}^+ \times \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = g(\ln(x_1) + x_2, x_1x_2)$. Allora $\nabla f(1, 0)$ coincide con
a. $(D_1g(0, 0), D_1g(0, 0) + D_2g(0, 0))$;
b. $(D_1g(0, 0), D_1g(0, 0) - D_2g(0, 0))$;
c. $(D_1g(0, 0) + D_2g(0, 0), D_1g(0, 0) - D_2g(0, 0))$;
d. $(D_1g(0, 0) + D_2g(0, 0), D_1g(0, 0) + D_2g(0, 0))$.

6. Siano $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 \leq 1, x_1 - x_2 \leq 0\}$, $f : A \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = 2x_1 + x_2$. Allora
a. $\min\limits_A f = -\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2}}$;
b. $\min\limits_A f = -\sqrt{5}$;
c. f non ammette massimo in A;

d. $\max_A f = -\sqrt{5}$.

7. Siano $A := \{x = (x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \leq 1, x_3 \geq 0\}$, $f : A \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 - x_2 + x_3$. Allora

a. $\max_A = \sqrt{2}$;

b. $\max_A = \frac{3}{2}$;

c. $\min_A = 1$;

d. $\min_A = -\frac{1}{2}$.

8. Sia x la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = t(x(t)^2 - 1), \\ x(0) = 0. \end{cases}$$

Allora

a. $x(1) = 1$;

b. $x(1) = \frac{1}{2}$;

c. $\lim_{t \to +\infty} x(t) = 1$;

d. $\lim_{t \to +\infty} x(t) = -1$.

9. Sia x la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x''(t) = x'(t) + 1, \\ x(0) = 0, \\ x'(0) = 0. \end{cases}$$

Allora $x(1)$ vale

a. $e + 1$;

b. e;

c. $e - 1$;

d. $e - 2$.

Rispondere inoltre ai seguenti quesiti:

1. Che cosa dice il teorema di Schwarz?
2. Che cosa dice il teorema di Picard ?

Risposte questionario: 1 a; 2 c; 3 c; 4 a; 5 a; 6 b; 7 b; 8 d; 9 d.

Esercitazione di Analisi B n. 4

1. Sia $A := \{x = (x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 < 1, x_1^2 + x_3^2 \leq 1\}$. Allora
a. A è aperto;
b. A è chiuso;
c. $(0,0,0) \in Fr(A)$;
d. A è limitato.

2. Siano $A := \mathbf{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$, $f : A \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = \frac{x_1^2+x_2^2+x_1x_2^2}{x_1^2+x_2^2}$. Allora
a. $\lim\limits_{x\to(0,0)} f(x) = 1$;
b. $\lim\limits_{x\to(0,0)} f(x) = 0$;
c. non esiste $\lim\limits_{x\to(0,0)} f(x)$;
d. f è limitata.

3. Sia $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = \cos(x_1x_2)$. Allora
a. $f(x) = -1 + (x_1 - \pi)^2 + 2\pi(x_1 - \pi)(x_2 - 1) + \pi^2(x_2 - 1)^2 + r(x)$, con $\lim\limits_{x\to(\pi,1)} \frac{r(x)}{(x_1-\pi)^2+(x_2-1)^2} = 0$;
b. $f(x) = -1 + \frac{1}{2}(x_1 - \pi)^2 + \pi(x_1 - \pi)(x_2 - 1) + \frac{\pi^2}{2}(x_2 - 1)^2 + r(x)$, con $\lim\limits_{x\to(\pi,1)} \frac{r(x)}{(x_1-\pi)^2+(x_2-1)^2} = 0$;
c. $f(x) = -1 + (x_1 - \pi)^2 + \pi(x_1 - \pi)(x_2 - 1) + \pi^2(x_2 - 1)^2 + r(x)$, con $\lim\limits_{x\to(\pi,1)} \frac{r(x)}{(x_1-\pi)^2+(x_2-1)^2} = 0$;
d. $f(x) = -1 + \frac{1}{2}(x_1 - \pi)^2 + \frac{\pi}{2}(x_1 - \pi)(x_2 - 1) + \frac{\pi^2}{2}(x_2 - 1)^2 + r(x)$, con $\lim\limits_{x\to(\pi,1)} \frac{r(x)}{(x_1-\pi)^2+(x_2-1)^2} = 0$.

4. Sia $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = (x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2)e^{x_1}$. Allora
a. f ammette un solo punto di minimo relativo;
b. f ammette due punti di minimo relativo;
c. f ammette un solo punto di massimo relativo;
d. f ammette due punti di massimo relativo.

5. Siano $g \in C^1(\mathbf{R}^2)$ e $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(t) = g(\cosh(t), \sinh(t))$. Allora $f'(0)$ vale
a. $D_1g(1,0) + D_2g(1,0)$;
b. $D_1g(0,0) + D_2g(0,0)$;
c. $D_1g(1,0)$;
d. $D_2g(1,0)$.

6. Siano $A : \{x = (x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : \|x\| \leq 1\}$, $f : A \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + x_2^2 - x_3^2$. Allora $\min_A f$

a. non esiste;
b. è assunto in infiniti punti;
c. vale 0;
d. vale -1.

7. Sia x la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = x(t)^3, \\ x(0) = -1. \end{cases}$$

Allora $x(-1)$ vale
a. $-\frac{1}{\sqrt{2}}$;
b. $-\frac{1}{\sqrt{3}}$;
c. $\frac{1}{\sqrt{2}}$;
d. $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

8. La soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = tx(t), \\ x(0) = 1 \end{cases}$$

a. tende a 0 per $t \to +\infty$;
b. tende a $+\infty$ per $t \to +\infty$;
c. tende a 0 per $t \to -\infty$;
d. tende a $-\infty$ per $t \to -\infty$.

9. $\int_{[1,+\infty[} \frac{1}{x(x^2+1)} dx$
a. non è definito;
b. vale $+\infty$;
c. vale $\ln(2)$;
d. vale $\frac{\ln(2)}{2}$.

Rispondere inoltre ai seguenti quesiti:
1.In cosa consiste il teorema delle funzioni implicite di Dini?
2.Come si definisce l'integrale di una funzione misurabile non negativa ?

Risposte questionario: 1 d; 2 a; 3 b; 4 a; 5 d; 6 d; 7 b; 8 b; 9 d.

Esercitazione di Analisi B n. 5

1. Sia $f : \mathbf{R}^2 \setminus \{(0,0)\} \to \mathbf{R}$, $f(x) = f(x_1, x_2) = \frac{x_1+x_2}{x_1^2+x_2^2}$. Allora
a. f ha limite finito per $x \to (0,0)$;
b. f è superiormente limitata;
c. f è limitata in $\{x \in \mathbf{R}^2 : \|x\| \geq 1\}$;
d. f è limitata in $\{x \in \mathbf{R}^2 : \|x\| \leq 1\} \setminus \{(0,0)\}$.

2. Siano $g \in C^2(\mathbf{R}^2)$ e $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = g(\sin(x), \cos(x))$. Allora
a. $f(x) = g(0,1) + D_1 g(0,1)x + \frac{1}{2}[D_{11}g(0,1) - D_2 g(0,1)]x^2 + o(x^2)$ $(x \to 0)$;
b. $f(x) = g(0,1) + D_1 g(0,1)x + D_{11}g(0,1)x^2 + o(x^2)$ $(x \to 0)$;
c. $f(x) = g(0,1) + D_2 g(0,1)x + [D_{11}g(0,1) - D_{12}g(0,1)]x^2 + o(x^2)$ $(x \to 0)$;
d. $f(x) = g(0,1) + [D_1 g(0,1) + D_2 g(0,1)]x + [D_{11}g(0,1) - D_{12}g(0,1)]x^2 + o(x^2)$ $(x \to 0)$.

3. Sia $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = x_1^4 + x_2^4 - 2x_1^2 + 4x_1x_2 - 2x_2^2$. Allora
a. f ammette esattamente due punti di minimo relativo;
b. f ammette un solo ounto di minimo relativo;
c. f non ammette punti di minimo relativo;
d. f ammette infiniti punti di minimo relativo.

4. Siano $g \in C^2(\mathbf{R})$, $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = g(x_1 - x_2)$. Allora
a. $D_1^2 f(x_1, x_2) D_2^2 f(x_1, x_2) = 0$ $\forall (x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2$;
b. $D_1^2 f(x_1, x_2) + D_2^2 f(x_1, x_2) = 0$ $\forall (x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2$;
c. $D_1^2 f(x_1, x_2) - D_2^2 f(x_1, x_2) = 0$ $\forall (x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2$;
d. $D_1 f(x_1, x_2) - D_2 f(x_1, x_2) = 0$ $\forall (x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2$.

5. Siano $A := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, x_1 + x_2 + x_3 = 1\}$, $f : A \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2, x_3) = x_1x_2x_3$. Allora
a. $\min_A f = \frac{1}{9}$;
b. $\min_A f = \frac{1}{27}$;
c. $\max_A f = \frac{1}{27}$;
c. $\max_A f = \frac{1}{9}$.

6. Sia z la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = x(t)^2 + 1, \\ x(0) = 1. \end{cases}$$

Allora
a. il dominio di z è un intervallo limitato;
b. il dominio di z è un intervallo inferiormente limitato, ma non limitato;
c. il dominio di z è un intervallo superiormente limitato, ma non limitato;

d. il dominio di z è $\mathbf{R}$.

7. Sia z la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = \frac{x(t)}{t} - 1, \\ x(1) = 1. \end{cases}$$

Allora
a. $\lim_{t \to +\infty} z(t) = 0$;
b. $\lim_{t \to +\infty} z(t) = +\infty$;
c. $\lim_{t \to +\infty} z(t) = -\infty$;
d. il dominio di z è superiormente limitato.

8. Sia $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : 0 < x_1 \leq x_2 \leq 2x_1\}$. Allora $\int_A e^{-x_2} dx_1 dx_2$ vale
a. $\frac{1}{8}$;
b. $\frac{1}{4}$;
c. $\frac{1}{2}$;
d. $+\infty$.

9. $\int_{R^2} e^{-\|x\|^2} dx$ vale
a. π;
b. $\sqrt{\pi}$;
c. 1;
d. $+\infty$.

Rispondere inoltre ai seguenti quesiti:

1. Qual è la forma di un sistema di equazioni differenziali del primo ordine ? (Precisare bene i domini e i codomini delle funzioni coinvolte).

2. Che cosa dice il teorema di Tonelli ?

Risposte questionario: 1 c; 2 a; 3 a; 4 c; 5 c; 6 a; 7 c; 8 c; 9 a.

Esercitazione di Analisi B n. 6

1. Il dominio naturale della funzione $f(x_1, x_2) = (4 - x_1^2 - x_2^2)^{-\frac{1}{2}}$
a. è chiuso e limitato;
b. è chiuso, ma non limitato;
c. è limitato, ma non chiuso;
d. non è né chiuso, né limitato.

2. Sia $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = \ln(x_1 + x_2)$. Allora
a. $f(x) = 2(x_1 - 1) + x_2 - (x_1 - 1)^2 - 2(x_1 - 1)x_2 - x_2^2 + r(x)$, con $\lim\limits_{x \to (1,0)} \frac{r(x)}{(x_1-1)^2+x_2^2} = 0$;
b. $f(x) = (x_1 - 1) + 2x_2 - (x_1 - 1)^2 - 2(x_1 - 1)x_2 - x_2^2 + r(x)$, con $\lim\limits_{x \to (1,0)} \frac{r(x)}{(x_1-1)^2+x_2^2} = 0$;
c. $f(x) = (x_1 - 1) + x_2 - (x_1 - 1)^2 - 2(x_1 - 1)x_2 - x_2^2 + r(x)$, con $\lim\limits_{x \to (1,0)} \frac{r(x)}{(x_1-1)^2+x_2}$ $= 0$;
d. $f(x) = (x_1 - 1) + x_2 - \frac{1}{2}(x_1 - 1)^2 - (x_1 - 1)x_2 - \frac{1}{2}x_2^2 + r(x)$, con $\lim\limits_{x \to (1,0)} \frac{r(x)}{(x_1-1)^2+x_2^2} = 0$.

3. Sia $f : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 - x_1x_2 + x_1 - 2x_3$. Allora
a. f possiede un solo punto di sella;
b. f possiede un solo punto di minimo relativo;
c. f possiede un solo punto di massimo relativo;
d. f possiede due estremanti relativi.

4. Siano $f : \mathbf{R}^+ \times \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = x_1^{x_2}$, $v = (1, 2)$. Allora $\frac{\partial f}{\partial v}(1, 1)$ vale
a. -1;
b. 0;
c. 1;
d. 2.

5. Sia $A := \{x \in \mathbf{R}^3 : x_1 + x_2 + x_3 = 1\}$. Il minimo della distanza di un elemento di A da $(0, 0, 0)$ vale
a. non esiste;
b. $\frac{1}{\sqrt{3}}$;
c. 3;
d. 6.

6. La soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = \frac{t}{x(t)}, \\ x(0) = -1 \end{cases}$$

a. ha dominio limitato;
b. tende a 1 per $t \to +\infty$;
c. tende a $+\infty$ per $t \to +\infty$;
d. tende a $-\infty$ per $t \to +\infty$.

7. Sia x la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x''(t) - 2x'(t) + 2x(t) = 0, \\ x(0) = 1, \\ x'(0) = 0. \end{cases}$$

Allora $x(\pi)$ vale
a. $-e^{\pi}$;
b. e^{π};
c. $e^{\pi} + e^{-\pi}$;
d. $\cosh(\pi)$.

8. Sia $A := \{x \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 \leq x_3 \leq 1$. Allora $L_3(A)$ vale
a. 4π;
b. 2π;
c. π;
d. $\frac{\pi}{2}$.

9. Sia $A := \{x \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 \geq 1, x_3 \geq 0\}$.
Allora $\int_A (x_1^2 + x_2^2)^{-2} e^{-x_3} dx$ vale
a. $\frac{\pi}{2}$;
b. π;
c. 2π;
d. 4π.

Rispondere inoltre ai seguenti quesiti:

1. Conoscete un teorema di derivazione di funzioni composte ("chain rule")?

2. Qual è la forma generale di un'equazione differenziale ordinaria lineare ? (Precisare bene i domini delle funzioni coinvolte).

Risposte questionario: 1 c; 2 d; 3 b; 4 c; 5 b; 6 d; 7 a; 8 d; 9 b.

Esercitazione di Analisi B n. 7

1. Sia $f : \mathbf{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$, $f(x_1, x_2) = \frac{\cos(x_1)x_2}{\sqrt{x_1^2+x_2^2}}$. Allora

a. f ammette limite finito per $x \to (0,0)$;
b. f è limitata nel suo dominio;
c. $D_1 f$ è limitata;
d. f non è di classe C^1.

2. La funzione $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = \sin(x_1) - x_2^2$. Allora
a. f possiede infiniti punti di massimo relativo e infiniti punti di minimo relativo;
b. f possiede infiniti punti di massimo relativo e infiniti punti di sella;
c. f possiede infiniti punti di minimo relativo e infiniti punti di sella;
d. f è limitata.

3. Siano $g \in C^1(\mathbf{R}^2)$, $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, $f(\rho, \theta) = g(\rho^2 \sin(\theta), \rho^2 \cos(\theta))$. Allora
a. $\frac{\partial f}{\partial \theta}(1,0) = D_1 g(0,1)$;
b. $\frac{\partial f}{\partial \rho}(1,0) = D_2 g(0,1)$;
c. $\frac{\partial f}{\partial \rho}(1,0) = D_1 g(0,1)$;
d. $\frac{\partial f}{\partial \theta}(1,0) = D_2 g(0,1)$.

4. Siano $A := \{x \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + 4x_2^2 \leq 1$, $f : A \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = x_1 + x_2$. Allora $f(A)$ coincide con
a. $[-1, \sqrt{5}]$;
b. $[-2, 2]$;
c. $[-\frac{\sqrt{5}}{2}, \frac{\sqrt{5}}{2}]$;
d. $[-\sqrt{5}, \sqrt{5}]$.

5. La soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x''(t) = x'(t)^2, \\ x(0) = 0, \\ x'(0) = -1 \end{cases}$$

a. ha dominio limitato;
b. vale $-\ln(2)$ per $t = 1$;
c. vale $-\ln(6)$ per $t = 1$;
d. ha dominio superiormente limitato, ma non limitato.

6. Si consideri l'equazione differenziale

$$x''(t) - 3x'(t) = 0.$$

Allora
a. un sistema fondamentale di soluzioni è $\{1 + e^{3t}, 1 - e^{3t}\}$;
b. un sistema fondamentale di soluzioni è $\{e^{3t} + 1, -1 - e^{3t}\}$;
c. la soluzione massimale x tale che $x(0) = 1$, $x'(0) = 0$ non è superiormente limitata;
d. la soluzione massimale x tale che $x(0) = 1$, $x'(0) = 3$ non è inferiormente limitata.

7. Sia $A = \mathbf{R}^+ \times \mathbf{R}^+$. Allora $\int_A \frac{1}{x_1^2+x_2^2+1} dx_1 dx_2$ vale
a. $-\infty$;
b. $+\infty$;
c. 1;
d. 2.

8. Sia $A := \{x \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 \leq x_3^2 - 1, 0 \leq x_3 \leq 2\}$. Allora $L_3(A)$ vale
a. $\frac{\pi}{3}$;
b. π;
c. $\frac{2\pi}{3}$;
d. $\frac{4\pi}{3}$.

9. Siano $\alpha : [0, 2\pi] \to \mathbf{R}^2$, $\alpha(t) = (\cos(t), \sin(t))$, $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$, $f(x) = x$. Allora $\int f \cdot d\alpha$ vale
a. -3;
b. -2;
c. -1;
d. 0.

Rispondere inoltre ai seguenti quesiti:

1. Che struttura ha l'integrale generale di un'equazione differenziale lineare omogenea ?

2. Come cambia l'integrale curvilineo di seconda specie se si passa a un cammino equivalente ?

Risposte questionario: 1 b; 2 b; 3 a; 4 c; 5 b; 6 a; 7 b; 8 d; 9 d.

Esercitazione di Analisi B n. 8

• Sia data $f \in C^1(\mathbf{R}^2)$.

1. Se $\Omega = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : -1 < x_1 < 3, -1 < x_2 < 3, (x_1-1)^2 + (x_2-1)^2 > 1\}$, $\int_\Omega \frac{\partial f}{\partial x_1}(x_1, x_2) dx_1 dx_2 =$

a. $-\int_{-1}^3 f(3,t)dt + \int_{-1}^3 f(-3,t)dt + \int_0^{2\pi} f(1+\cos(t), 1+\sin(t))\cos(t)dt.$

b. $\int_{-1}^3 f(3,t)dt - \int_{-1}^3 f(-3,t)dt - \int_0^{2\pi} f(1+\cos(t), 1+\sin(t))\cos(t)dt.$

c. $-\int_{-1}^3 f(t,-1)dt + \int_{-1}^3 f(t,3)dt - \int_0^{2\pi} f(1+\cos(t), 1+\sin(t))\sin(t)dt.$

d. $\int_{-1}^3 f(t,-1)dt - \int_{-1}^3 f(t,3)dt + \int_0^{2\pi} f(1+\cos(t), 1+\sin(t))\sin(t)dt.$

2. Se $\Omega = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : -1 < x_1 < 3, -1 < x_2 < 3, (x_1-1)^2 + (x_2-1)^2 > 1\}$, $\int_\Omega \frac{\partial f}{\partial x_2}(x_1, x_2) dx_1 dx_2 =$

a. $\int_{-1}^3 f(t,-1)dt - \int_{-1}^3 f(t,3)dt + \int_0^{2\pi} f(1+\cos(t), 1+\sin(t))\sin(t)dt.$

b. $-\int_{-1}^3 f(t,-1)dt + \int_{-1}^3 f(t,3)dt - \int_0^{2\pi} f(1+\cos(t), 1+\sin(t))\sin(t)dt.$

c. $-\int_{-1}^3 f(3,t)dt + \int_{-1}^3 f(-3,t)dt + \int_0^{2\pi} f(1+\cos(t), 1+\sin(t))\cos(t)dt.$

d. $\int_{-1}^3 f(3,t)dt - \int_{-1}^3 f(-3,t)dt - \int_0^{2\pi} f(1+\cos(t), 1+\sin(t))\cos(t)dt.$

3. Se $\Omega = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 < 4\}$, $\int_\Omega \frac{\partial f}{\partial x_1}(x_1, x_2) dx_1 dx_2 =$

a. $-2\int_0^{2\pi} f(2\cos(t), 2\sin(t))\cos(t)dt.$

b. $2\int_0^{2\pi} f(2\cos(t), 2\sin(t))\cos(t)dt.$

c. $2\int_0^{2\pi} f(2\cos(t), 2\sin(t))\sin(t)dt.$

d. $-2\int_0^{2\pi} f(2\cos(t), 2\sin(t))\sin(t)dt.$

4. Se $\Omega = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 < 4\}$, $\int_\Omega \frac{\partial f}{\partial x_2}(x_1, x_2) dx_1 dx_2 =$

a. $2\int_0^{2\pi} f(2\cos(t), 2\sin(t))\cos(t)dt.$

b. $-2\int_0^{2\pi} f(2\cos(t), 2\sin(t))\cos(t)dt.$

c. $-2\int_0^{2\pi} f(2\cos(t), 2\sin(t))\sin(t)dt.$

d. $2\int_0^{2\pi} f(2\cos(t), 2\sin(t))\sin(t)dt.$

5. Se $\Omega = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : |x_1| + |x_2| < 2\}$, $\int_\Omega \frac{\partial f}{\partial x_1}(x_1, x_2) dx_1 dx_2 =$

a. $\int_0^2 [f(t, 2-t) - f(t, t-2)]dt + \int_{-2}^0 [f(t, 2+t) - f(t, -2-t)]dt$

b. $\int_0^2 [f(t, t-2) - f(t, 2-t)]dt + \int_{-2}^0 [f(t, 2+t) + f(t, -2-t)]dt$

c. $\int_0^2 [f(t, 2-t) + f(t, t-2)]dt - \int_{-2}^0 [f(t, 2+t) + f(t, -2-t)]dt$

d. $\int_{-2}^0 [f(t, 2+t) + f(t, -2-t)]dt - \int_0^2 [f(t, 2-t) + f(t, t-2)]dt$

6. Se $\Omega = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : |x_1| + |x_2| < 2\}$, $\int_\Omega \frac{\partial f}{\partial x_2}(x_1, x_2) dx_1 dx_2 =$

a. $\int_0^2 [f(t, 2-t) + f(t, t-2)]dt - \int_{-2}^0 [f(t, 2+t) + f(t, -2-t)]dt$

b. $\int_{-2}^0 [f(t, 2+t) + f(t, -2-t)]dt - \int_0^2 [f(t, 2-t) + f(t, t-2)]dt$

c. $\int_0^2 [f(t, 2-t) - f(t, t-2)]dt + \int_{-2}^0 [f(t, 2+t) - f(t, -2-t)]dt$
d. $\int_0^2 [f(t, t-2) - f(t, 2-t)]dt + \int_{-2}^0 [f(t, -2-t) - f(t, 2+t)]dt$

7. Se $\Omega = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : \frac{x_1^2}{a^2} + \frac{x_2^2}{b^2} < 1\}$, con a e b in $\mathbf{R}^+$, $\int_\Omega \frac{\partial f}{\partial x_1}(x_1, x_2)\ \ dx_1 dx_2 =$
a $a \int_0^{2\pi} f(a\cos(t), b\sin(t))\cos(t)dt.$
b. $-a \int_0^{2\pi} f(a\cos(t), b\sin(t))\cos(t)dt.$
c. $-b \int_0^{2\pi} f(a\cos(t), b\sin(t))\cos(t)dt.$
d. $b \int_0^{2\pi} f(a\cos(t), b\sin(t))\cos(t)dt.$

8. Se $\Omega = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : \frac{x_1^2}{a^2} + \frac{x_2^2}{b^2} < 1\}$, con a e b in $\mathbf{R}^+$, $\int_\Omega \frac{\partial f}{\partial x_2}(x_1, x_2)\ \ dx_1 dx_2 =$
a. $a \int_0^{2\pi} f(a\cos(t), b\sin(t))\sin(t)dt.$
b. $-a \int_0^{2\pi} f(a\cos(t), b\sin(t))\sin(t)dt.$
c. $-b \int_0^{2\pi} f(a\cos(t), b\sin(t))\sin(t)dt.$
d. $b \int_0^{2\pi} f(a\cos(t), b\sin(t))\sin(t)dt.$

9. Se $\Omega = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : \frac{(x_1-1)^2}{a^2} + \frac{(x_2-1)^2}{b^2} < 1\}$, con a e b in $\mathbf{R}^+$, $\int_\Omega \frac{\partial f}{\partial x_1}(x_1,\ x_2)\ \ dx_1 dx_2 =$
a. $b \int_0^{2\pi} f(1 + a\cos(t), 1 + b\sin(t))\cos(t)dt.$
b. $-b \int_0^{2\pi} f(1 + a\cos(t), 1 + b\sin(t))\cos(t)dt.$
c. $-a \int_0^{2\pi} f(1 + a\cos(t), 1 + b\sin(t))\cos(t)dt.$
d. $a \int_0^{2\pi} f(1 + a\cos(t), 1 + b\sin(t))\cos(t)dt.$

10. Se $\Omega = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : \frac{x_1^2}{a^2} + \frac{x_2^2}{b^2} < 1\}$, con a e b in $\mathbf{R}^+$, $\int_\Omega \frac{\partial f}{\partial x_2}(x_1, x_2)\ \ dx_1 dx_2 =$
a. $-b \int_0^{2\pi} f(1 + a\cos(t), 1 + b\sin(t))\sin(t)dt.$
b. $b \int_0^{2\pi} f(1 + a\cos(t), 1 + b\sin(t))\sin(t)dt.$
c. $a \int_0^{2\pi} f(1 + a\cos(t), 1 + b\sin(t))\sin(t)dt.$
d. $-a \int_0^{2\pi} f(1 + a\cos(t), 1 + b\sin(t))\sin(t)dt.$

• Sia data $f \in C^1(\mathbf{R}^3)$.
11. Se $\Omega = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 < 25, x_3 > 3\}$, $\int_\Omega \frac{\partial f}{\partial x_1}(x_1, x_2, x_3)\ \ dx_1 dx_2 dx_3 =$
a. $-\int_0^4 (\int_0^{2\pi} f(\rho\cos(\theta), \rho\sin(\theta), \sqrt{25-\rho^2})\cos(\theta)\ \ d\theta) \frac{\rho}{\sqrt{25-\rho^2}}\ \ d\rho.$
b. $\int_0^4 (\int_0^{2\pi} f(\rho\cos(\theta), \rho\sin(\theta), \sqrt{25-\rho^2})\cos(\theta)\ \ d\theta) \frac{\rho}{\sqrt{25-\rho^2}}\ \ d\rho.$
c. $\int_0^4 (\int_0^{2\pi} f(\rho\cos(\theta), \rho\sin(\theta), \sqrt{25-\rho^2})\cos(\theta)\ \ d\theta) \frac{\rho^2}{\sqrt{25-\rho^2}}\ \ d\rho.$

d. $-\int_0^4(\int_0^{2\pi} f(\rho\cos(\theta),\rho\sin(\theta),\sqrt{25-\rho^2})\cos(\theta)\ \ d\theta)\frac{\rho^2}{\sqrt{25-\rho^2}}\ \ d\rho.$

12. Se $\Omega=\{(x_1,x_2,x_3)\in\mathbf{R}^3 : x_1^2+x_2^2+x_3^2<25, x_3>3\}$, $\int_\Omega \frac{\partial f}{\partial x_2}(x_1, x_2,x_3)\ \ dx_1dx_2dx_3=$

a. $\int_0^4(\int_0^{2\pi} f(\rho\cos(\theta),\rho\sin(\theta),\sqrt{25-\rho^2})\sin(\theta)\ \ d\theta)\frac{\rho^2}{\sqrt{25-\rho^2}}\ \ d\rho.$

b. $-\int_0^4(\int_0^{2\pi} f(\rho\cos(\theta),\rho\sin(\theta),\sqrt{25-\rho^2})\sin(\theta)\ \ d\theta)\frac{\rho^2}{\sqrt{25-\rho^2}}\ \ d\rho.$

c. $-\int_0^4(\int_0^{2\pi} f(\rho\cos(\theta),\rho\sin(\theta),\sqrt{25-\rho^2})\sin(\theta)\ \ d\theta)\frac{\rho}{\sqrt{25-\rho^2}}\ \ d\rho.$

d. $\int_0^4(\int_0^{2\pi} f(\rho\cos(\theta),\rho\sin(\theta),\sqrt{25-\rho^2})\sin(\theta)\ \ d\theta)\frac{\rho}{\sqrt{25-\rho^2}}\ \ d\rho.$

13. Se $\Omega=\{(x_1,x_2,x_3)\in\mathbf{R}^3 : x_1^2+x_2^2+x_3^2<25, x_3<-3\}$, $\int_\Omega \frac{\partial f}{\partial x_1}(x_1, x_2,x_3)\ \ dx_1dx_2dx_3=$

a. $\int_0^4(\int_0^{2\pi} f(\rho\cos(\theta),\rho\sin(\theta),-\sqrt{25-\rho^2})\cos(\theta)\ \ d\theta)\frac{\rho}{\sqrt{25-\rho^2}}\ \ d\rho.$

b. $\int_0^4(\int_0^{2\pi} f(\rho\cos(\theta),\rho\sin(\theta),-\sqrt{25-\rho^2})\cos(\theta)\ \ d\theta)\frac{\rho}{\sqrt{25-\rho^2}}\ \ d\rho.$

c. $\int_0^4(\int_0^{2\pi} f(\rho\cos(\theta),\rho\sin(\theta),-\sqrt{25-\rho^2})\cos(\theta)\ \ d\theta)\frac{\rho^2}{\sqrt{25-\rho^2}}\ \ d\rho.$

d. $-\int_0^4(\int_0^{2\pi} f(\rho\cos(\theta),\rho\sin(\theta),-\sqrt{25-\rho^2})\cos(\theta)\ \ d\theta)\frac{\rho^2}{\sqrt{25-\rho^2}}\ \ d\rho.$

14. Se $\Omega=\{(x_1,x_2,x_3)\in\mathbf{R}^3 : x_1^2+x_2^2+x_3^2<25, x_3<-3\}$, $\int_\Omega \frac{\partial f}{\partial x_2}(x_1, x_2,x_3)\ \ dx_1dx_2dx_3=$

a. $\int_0^4(\int_0^{2\pi} f(\rho\cos(\theta),\rho\sin(\theta),-\sqrt{25-\rho^2})\sin(\theta)\ \ d\theta)\frac{\rho^2}{\sqrt{25-\rho^2}}\ \ d\rho.$

b. $-\int_0^4(\int_0^{2\pi} f(\rho\cos(\theta),\rho\sin(\theta),-\sqrt{25-\rho^2})\sin(\theta)\ \ d\theta)\frac{\rho^2}{\sqrt{25-\rho^2}}\ \ d\rho.$

c. $-\int_0^4(\int_0^{2\pi} f(\rho\cos(\theta),\rho\sin(\theta),-\sqrt{25-\rho^2})\sin(\theta)\ \ d\theta)\frac{\rho}{\sqrt{25-\rho^2}}\ \ d\rho.$

d. $\int_0^4(\int_0^{2\pi} f(\rho\cos(\theta),\rho\sin(\theta),-\sqrt{25-\rho^2})\sin(\theta)\ \ d\theta)\frac{\rho}{\sqrt{25-\rho^2}}\ \ d\rho.$

15. Se $\Omega=\{(x_1,x_2,x_3)\in\mathbf{R}^3 : x_1^2+x_2^2+x_3^2<25, 0<x_3<3\}$, $\int_\Omega \frac{\partial f}{\partial x_1}(x_1, x_2,x_3)\ \ dx_1dx_2dx_3=$

a. $-25\int_{\arccos(\frac{3}{5})}^{\frac{\pi}{2}}(\int_0^{2\pi} f(5\sin(\theta)\cos(\phi),5\sin(\theta)\sin(\phi),5\cos(\theta))\sin(\phi)\ d\phi)\sin^2(\theta)\ \ d\theta.$

b. $25\int_{\arccos(\frac{3}{5})}^{\frac{\pi}{2}}(\int_0^{2\pi} f(5\sin(\theta)\cos(\phi),5\sin(\theta)\sin(\phi),5\cos(\theta))\sin(\phi)\ \ d\phi)\sin^2(\theta)\ \ d\theta.$

c. $25\int_{\arccos(\frac{3}{5})}^{\frac{\pi}{2}}(\int_0^{2\pi} f(5\sin(\theta)\cos(\phi),5\sin(\theta)\sin(\phi),5\cos(\theta))\cos(\phi)\ \ d\phi)\sin^2(\theta)\ \ d\theta.$

d. $-25\int_{\arccos(\frac{3}{5})}^{\frac{\pi}{2}}(\int_0^{2\pi} f(5\sin(\theta)\cos(\phi), 5\sin(\theta)\sin(\phi), 5\cos(\theta))\cos(\phi)$
$d\phi)\sin^2(\theta) \quad d\theta.$

16. Se $\Omega = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 < 1, 0 < x_3 < x_1 + x_2 + 4\}$,
$\int_\Omega \frac{\partial f}{\partial x_1}(x_1,\, x_2, x_3) \quad dx_1 dx_2 dx_3 =$

a. $\int_0^{2\pi}(\int_0^{\cos(\theta)+\sin(\theta)+4} f(\cos(\theta), \sin(\theta), \zeta) \quad d\zeta)\cos(\theta) \quad d\theta$
$-\int_0^{2\pi}(\int_0^1 f(\rho\cos(\theta), \rho\sin(\theta), \rho\cos(\theta) + \rho\sin(\theta) + 4)\rho \quad d\rho)d\theta.$

b. $\int_0^{2\pi}(\int_0^1 f(\rho\cos(\theta), \rho\sin(\theta), \rho\cos(\theta) + \rho\sin(\theta) + 4)\rho \quad d\rho)d\theta.$
$-\int_0^{2\pi}(\int_0^{\cos(\theta)+\sin(\theta)+4} f(\cos(\theta), \sin(\theta), \zeta) \quad d\zeta)\cos(\theta) \quad d\theta.$

c. $\int_0^{2\pi}(\int_0^1 f(\rho\cos(\theta), \rho\sin(\theta), \rho\cos(\theta) + \rho\sin(\theta) + 4) \quad d\rho)d\theta.$
$-\int_0^{2\pi}(\int_0^{\cos(\theta)+\sin(\theta)+4} f(\cos(\theta), \sin(\theta), \zeta) \quad d\zeta)\cos(\theta) \quad d\theta.$

d. $\int_0^{2\pi}(\int_0^{\cos(\theta)+\sin(\theta)+4} f(\cos(\theta), \sin(\theta), \zeta) \quad d\zeta)\cos(\theta) \quad d\theta$
$-\int_0^{2\pi}(\int_0^1 f(\rho\cos(\theta), \rho\sin(\theta), \rho\cos(\theta) + \rho\sin(\theta) + 4) \quad d\rho)d\theta.$

17. Se $\Omega = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 < 1, 0 < x_3 < x_1 + x_2 + 4\}$,
$\int_\Omega \frac{\partial f}{\partial x_2}(x_1,\, x_2, x_3) \quad dx_1 dx_2 dx_3 =$

a. $\int_0^{2\pi}(\int_0^1 f(\rho\cos(\theta), \rho\sin(\theta), \rho\cos(\theta) + \rho\sin(\theta) + 4)\rho \quad d\rho)d\theta.$
$-\int_0^{2\pi}(\int_0^{\cos(\theta)+\sin(\theta)+4} f(\cos(\theta), \sin(\theta), \zeta) \quad d\zeta)\sin(\theta) \quad d\theta$

b. $\int_0^{2\pi}(\int_0^{\cos(\theta)+\sin(\theta)+4} f(\cos(\theta), \sin(\theta), \zeta) \quad d\zeta)\sin(\theta) \quad d\theta$
$-\int_0^{2\pi}(\int_0^1 f(\rho\cos(\theta), \rho\sin(\theta), \rho\cos(\theta) + \rho\sin(\theta) + 4)\rho \quad d\rho)d\theta.$

c. $\int_0^{2\pi}(\int_0^{\cos(\theta)+\sin(\theta)+4} f(\cos(\theta), \sin(\theta), \zeta) \quad d\zeta)\cos(\theta) \quad d\theta$
$-\int_0^{2\pi}(\int_0^1 f(\rho\cos(\theta), \rho\sin(\theta), \rho\cos(\theta) + \rho\sin(\theta) + 4)\rho \quad d\rho)d\theta.$

d. $\int_0^{2\pi}(\int_0^1 f(\rho\cos(\theta), \rho\sin(\theta), \rho\cos(\theta) + \rho\sin(\theta) + 4)\rho \quad d\rho)d\theta.$
$-\int_0^{2\pi}(\int_0^{\cos(\theta)+\sin(\theta)+4} f(\cos(\theta), \sin(\theta), \zeta) \quad d\zeta)\cos(\theta) \quad d\theta$

18. Se $\Omega = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 < 1, 0 < x_3 < x_1 + x_2 + 4\}$,
$\int_\Omega \frac{\partial f}{\partial x_3}(x_1,\, x_2, x_3) \quad dx_1 dx_2 dx_3 =$

a. $\int_0^{2\pi}(\int_0^1 f(\rho\cos(\theta), \rho\sin(\theta), 0) \quad d\rho)d\theta.$
$-\int_0^{2\pi}(\int_0^1 f(\rho\cos(\theta), \rho\sin(\theta), \rho\cos(\theta) + \rho\sin(\theta) + 4) \quad d\rho) \quad d\theta$

b. $\int_0^{2\pi}(\int_0^1 f(\rho\cos(\theta), \rho\sin(\theta), \rho\cos(\theta) + \rho\sin(\theta) + 4) \quad d\rho) \quad d\theta$
$-\int_0^{2\pi}(\int_0^1 f(\rho\cos(\theta), \rho\sin(\theta), 0) \quad d\rho)d\theta.$

c. $\int_0^{2\pi}(\int_0^1 f(\rho\cos(\theta), \rho\sin(\theta), 0) \quad \rho d\rho)d\theta.$
$-\int_0^{2\pi}(\int_0^1 f(\rho\cos(\theta), \rho\sin(\theta), \rho\cos(\theta) + \rho\sin(\theta) + 4)\rho \quad d\rho) \quad d\theta$

d. $\int_0^{2\pi}(\int_0^1 f(\rho\cos(\theta), \rho\sin(\theta), \rho\cos(\theta) + \rho\sin(\theta) + 4)\rho \quad d\rho) \quad d\theta$
$-\int_0^{2\pi}(\int_0^1 f(\rho\cos(\theta), \rho\sin(\theta), 0) \quad \rho d\rho)d\theta.$

19. Se $\Omega = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1 > 0, x_2 > 0, x_3 > 0, x_1 + x_2 + x_3 < 1\}$,
$\int_\Omega \frac{\partial f}{\partial x_1}(x_1,\, x_2, x_3) \quad dx_1 dx_2 dx_3 =$

a. $\int_0^1(\int_0^{1-u}[f(u,v,1-u-v)+f(0,u,v)]dv)du$.
b. $-\int_0^1(\int_0^{1-u}[f(0,u,v)+f(u,v,1-u-v)]dv)du$.
c. $\int_0^1(\int_0^{1-u}[f(u,v,1-u-v)-f(0,u,v)]dv)du$.
d. $\int_0^1(\int_0^{1-u}[f(0,u,v)-f(u,v,1-u-v)]dv)du$.

20. Se $\Omega = \{(x_1,x_2,x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2+x_2^2 < (x_3-3)^2, 0 < x_3 < 2\}$, $\int_{\overline{\Omega}} \frac{\partial f}{\partial x_1}(x_1,\, x_2, x_3) \;\; dx_1 dx_2 dx_3 =$
a. $\int_0^{2\pi}(\int_0^2 f((3-\zeta)\cos(\theta),(3-\zeta)\sin(\theta),\zeta)(3-\zeta)\cos(\theta)d\zeta)d\theta$.
b. $\int_0^{2\pi}(\int_0^2 f((3-\zeta)\cos(\theta),(3-\zeta)\sin(\theta),\zeta)(\zeta-3)\cos(\theta)d\zeta)d\theta$.
c. $\int_0^{2\pi}(\int_0^2 f((3-\zeta)\cos(\theta),(3-\zeta)\sin(\theta),\zeta)(3-\zeta)\sin(\theta)d\zeta)d\theta$.
d. $\int_0^{2\pi}(\int_0^2 f((3-\zeta)\cos(\theta),(3-\zeta)\sin(\theta),\zeta)(\zeta-3)\sin(\theta)d\zeta)d\theta$.

21. Se $\Omega = \{(x_1,x_2,x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2+x_2^2 < (x_3-3)^2, 0 < x_3 < 2\}$, $\int_{\overline{\Omega}} \frac{\partial f}{\partial x_2}(x_1,\, x_2, x_3) \;\; dx_1 dx_2 dx_3 =$
a. $\int_0^{2\pi}(\int_0^2 f((3-\zeta)\cos(\theta),(3-\zeta)\sin(\theta),\zeta)(3-\zeta)\cos(\theta)d\zeta)d\theta$.
b. $\int_0^{2\pi}(\int_0^2 f((3-\zeta)\cos(\theta),(3-\zeta)\sin(\theta),\zeta)(\zeta-3)\cos(\theta)d\zeta)d\theta$.
c. $\int_0^{2\pi}(\int_0^2 f((3-\zeta)\cos(\theta),(3-\zeta)\sin(\theta),\zeta)(3-\zeta)\sin(\theta)d\zeta)d\theta$.
d. $\int_0^{2\pi}(\int_0^2 f((3-\zeta)\cos(\theta),(3-\zeta)\sin(\theta),\zeta)(\zeta-3)\sin(\theta)d\zeta)d\theta$.

22. Se $\Omega = \{(x_1,x_2,x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2+x_2^2 < (x_3-3)^2, 0 < x_3 < 2\}$, $\int_{\overline{\Omega}} \frac{\partial f}{\partial x_3}(x_1,\, x_2, x_3) \;\; dx_1 dx_2 dx_3 =$
a. $\int_0^{2\pi}(\int_0^2 f((3-\zeta)\cos(\theta),(\zeta-3)\sin(\theta),\zeta)(3-\zeta)d\zeta)d\theta$

$$-\int_0^{2\pi}(\int_0^1 f(\rho\cos(\theta),\rho\sin(\theta),2)\rho d\rho)d\theta$$
$$+\int_0^{2\pi}(\int_0^3 f(\rho\cos(\theta),\rho\sin(\theta),0)\rho d\rho)d\theta.$$

b. $\int_0^{2\pi}(\int_0^2 f((3-\zeta)\cos(\theta),(3-\zeta)\sin(\theta),\zeta)(3-\zeta)d\zeta)d\theta$

$$+\int_0^{2\pi}(\int_0^1 f(\rho\cos(\theta),\rho\sin(\theta),2)\rho d\rho)d\theta$$
$$-\int_0^{2\pi}(\int_0^3 f(\rho\cos(\theta),\rho\sin(\theta),0)\rho d\rho)d\theta.$$

c. $\int_0^{2\pi}(\int_0^2 f((3-\zeta)\cos(\theta),(\zeta-3)\sin(\theta),\zeta)(3-\zeta)d\zeta)d\theta$

$$-\int_0^{2\pi}(\int_0^1 f(\rho\cos(\theta),\rho\sin(\theta),2)d\rho)d\theta$$
$$+\int_0^{2\pi}(\int_0^3 f(\rho\cos(\theta),\rho\sin(\theta),0)d\rho)d\theta.$$

d. $\int_0^{2\pi}(\int_0^2 f((3-\zeta)\cos(\theta),(3-\zeta)\sin(\theta),\zeta)(3-\zeta)d\zeta)d\theta$

$$+\int_0^{2\pi}(\int_0^1 f(\rho\cos(\theta),\rho\sin(\theta),2)d\rho)d\theta$$
$$-\int_0^{2\pi}(\int_0^3 f(\rho\cos(\theta),\rho\sin(\theta),0)d\rho)d\theta.$$

• Sia data $F \in C^1(\mathbf{R}^3;\mathbf{R}^3)$, $F(x) = (F_1(x), F_2(x), F_3(x))$.

23. Se $S = \{(x_1,x_2,x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2+x_2^2+x_3^2 = 25, x_2 \geq 0, -1 \leq x_3 \leq 2\}$, ν è l'orientamento di S tale che $\nu(2,1,0) = (-\frac{2}{\sqrt{5}}, -\frac{1}{\sqrt{5}}, 0)$, $\int_S rot(F)(x) \cdot \nu(x)d\sigma =$

a. $\int_{\arccos(\frac{2}{5})}^{\arccos(-\frac{1}{5})}[F(-5\sin(\theta),0,5\cos(\theta)) \cdot (5\cos(\theta),0,5\sin(\theta)) + F(5\sin(\theta),$ $0,5\cos(\theta) \cdot (5\cos(\theta),0,-5\sin(\theta))]d\theta - \int_0^{\pi}[F(\sqrt{21}\cos(\phi),\sqrt{21}\sin(\phi),2)$

$\cdot(-\sqrt{21}\sin(\phi),\sqrt{21}\cos(\phi),0)+F(\sqrt{24}\cos(\phi),\sqrt{24}\sin(\phi),-1)\cdot(-\sqrt{24}\sin(\phi),$

$\sqrt{24}\cos(\phi),0)]d\phi.$

b. $-\int_{\arccos(\frac{2}{5})}^{\arccos(-\frac{1}{5})}[F(-5\sin(\theta),0,5\cos(\theta)) \cdot (5\cos(\theta),0,5\sin(\theta))$
$+F(5\sin(\theta),0,5\cos(\theta) \cdot (-5\cos(\theta),0,5\sin(\theta))]d\theta + \int_0^{\pi}[F(\sqrt{21}\cos(\phi),$
$\sqrt{21}\sin(\phi),2) \cdot (-\sqrt{21}\sin(\phi),\sqrt{21}\cos(\phi),0) + F(\sqrt{24}\cos(\phi),\sqrt{24}\sin(\phi),$
$-1) \cdot (-\sqrt{24}\sin(\phi),\sqrt{24}\cos(\phi),0)]d\phi.$

c. $\int_{\arccos(\frac{2}{5})}^{\arccos(-\frac{1}{5})}[F(-5\sin(\theta),0,5\cos(\theta)) \cdot (5\cos(\theta),0,5\sin(\theta)) + F(5\sin(\theta),$ $0,5\cos(\theta) \cdot (5\cos(\theta),0,-5\sin(\theta))]d\theta - \int_0^{\pi}[F(\sqrt{21}\cos(\phi),\sqrt{21}\sin(\phi),2)$

$\cdot(-\sqrt{21}\sin(\phi),\sqrt{21}\cos(\phi),0)+F(\sqrt{24}\cos(\phi),\sqrt{24}\sin(\phi),-1)\cdot(-\sqrt{24}\sin(\phi),$

$\sqrt{24}\cos(\phi),0)]d\phi.$

d. $\int_{\arccos(\frac{2}{5})}^{\arccos(-\frac{1}{5})}[F(-5\sin(\theta),0,5\cos(\theta)) \cdot (-5\cos(\theta),0,-5\sin(\theta))$
$-F(5\sin(\theta),0,5\cos(\theta) \cdot (5\cos(\theta),0,-5\sin(\theta))]d\theta + \int_0^{\pi}[F(\sqrt{21}\cos(\phi),$
$\sqrt{21}\sin(\phi),2) \cdot (-\sqrt{21}\sin(\phi),\sqrt{21}\cos(\phi),0) - F(\sqrt{24}\cos(\phi),\sqrt{24}\sin(\phi),$
$-1) \cdot (-\sqrt{24}\sin(\phi),\sqrt{24}\cos(\phi),0)]d\phi.$

24. Se $S = \{(x_1,x_2,x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2+x_2^2+x_3^2 = 25, x_3 \leq -3\}$, ν è l'orientamento di S tale che $\nu(0,0,-5) = (0,0,1)$, $\int_S rot(F)(x) \cdot \nu(x)d\sigma =$

a. $\int_0^{2\pi} F(4\cos(\theta),4\sin(\theta),-3) \cdot (-4\sin(\theta),4\cos(\theta),0)d\theta.$

b. $\int_0^{2\pi} F(4\cos(\theta),4\sin(\theta),-3) \cdot (4\sin(\theta),-4\cos(\theta),0)d\theta.$

c. $\int_0^{2\pi} F(4\cos(\theta), 4\sin(\theta), -3) \cdot (4\sin(\theta), 4\cos(\theta), 0)d\theta$.
d. $-\int_0^{2\pi} F(4\cos(\theta), 4\sin(\theta), -3) \cdot (4\sin(\theta), 4\cos(\theta), 0)d\theta$.

25. Se $S = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 = 1, x_2 \leq 0, 0 \leq x_3 \leq x_1 + x_2 + 4\}$, ν è l'orientamento di S tale che $\nu(\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}, 1) = (-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 0)$, $\int_S rot(F)(x) \cdot \nu(x)d\sigma =$

a. $\int_\pi^{2\pi}[F(\cos(\theta), \sin(\theta), \cos(\theta) + \sin(\theta) + 4) \cdot (\sin(\theta), -\cos(\theta), \sin(\theta) - \cos(\theta)) + F(\cos(\theta), \sin(\theta), 0) \cdot (-\sin(\theta), \cos(\theta), 0)]d\theta + \int_0^3 F_3(-1, 0, \zeta)d\zeta$
$+ \int_0^5 F_3(1, 0, \zeta)d\zeta$.

b. $\int_\pi^{2\pi}[F(\cos(\theta), \sin(\theta), \cos(\theta) + \sin(\theta) + 4) \cdot (-\sin(\theta), \cos(\theta), -\sin(\theta) + \cos(\theta)) - F(\cos(\theta), \sin(\theta), 0) \cdot (-\sin(\theta), \cos(\theta), 0)]d\theta + \int_0^3 F_3(-1, 0, \zeta)d\zeta$
$- \int_0^5 F_3(1, 0, \zeta)d\zeta$.

c. $\int_0^{\pi}[F(\cos(\theta), \sin(\theta), \cos(\theta)+\sin(\theta)+4) \cdot (\sin(\theta), -\cos(\theta), \sin(\theta)-\cos(\theta)) + F(\cos(\theta), \sin(\theta), 0) \cdot (-\sin(\theta), \cos(\theta), 0)]d\theta + \int_0^3 F_3(-1, 0, \zeta)d\zeta$
$- \int_0^5 F_3(1, 0, \zeta)d\zeta$.

d. $\int_0^{\pi}[F(\cos(\theta), \sin(\theta), \cos(\theta) + \sin(\theta) + 4) \cdot (-\sin(\theta), \cos(\theta), -\sin(\theta) + \cos(\theta)) - F(\cos(\theta), \sin(\theta), 0) \cdot (-\sin(\theta), \cos(\theta), 0)]d\theta + \int_0^3 F_3(-1, 0, \zeta)d\zeta$
$- \int_0^5 F_3(1, 0, \zeta)d\zeta$.

26. Se $S = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, x_1 + x_2 + x_3 = 1\}$,$\nu$ è l'orientamento di S tale che, $\nu(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}) = (-\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}})$, $\int_S rot(F)(x) \cdot \nu(x)d\sigma =$

a. $\int_0^1 F(0, x_2, 1 - x_2) \cdot (0, -1, 1)dx_2 - \int_0^1 F(x_1, 0, 1 - x_1) \cdot (1, 0, -1)dx_1$
$+ \int_0^1 F(x_1, 1 - x_1, 0) \cdot (1, -1, 0)dx_1$.

b. $\int_0^1 F(0, x_2, 1 - x_2) \cdot (0, 1, -1)dx_2 + \int_0^1 F(x_1, 0, 1 - x_1) \cdot (1, 0, -1)dx_1$
$- \int_0^1 F(x_1, 1 - x_1, 0) \cdot (1, -1, 0)dx_1$.

c. $\int_0^1 F(0, x_2, 1 - x_2) \cdot (0, 1, -1)dx_2 - \int_0^1 F(x_1, 0, 1 - x_1) \cdot (1, 0, -1)dx_1$
$+ \int_0^1 F(x_1, 1 - x_1, 0) \cdot (1, -1, 0)dx_1$.

d. $\int_0^1 F(0, x_2, 1 - x_2) \cdot (0, -1, 1)dx_2 + \int_0^1 F(x_1, 0, 1 - x_1) \cdot (1, 0, -1)dx_1$
$- \int_0^1 F(x_1, 1 - x_1, 0) \cdot (1, -1, 0)dx_1$.

Soluzioni: 1. b; 2. b; 3. b; 4. d; 5. c; 6. c; 7. d; 8. a; 9. a; 10. c; 11. c; 12. a; 13. c; 14. a; 15. c; 16. a; 17. b; 18. d; 19. c; 20. a; 21. c; 22. b; 23. d; 24. a; 25. b; 26. c.

Prova scritta di Analisi Matematica L-B
15 marzo 2002

Cognome e nome ....

• Siano $A := \{x = (x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + 4x_2^2 < 1\}$ e $x^0 = (\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{2\sqrt{2}})$. Allora
a. $x^0 \in D(A) \setminus Fr(A)$;
b. $x^0 \in D(A) \cap Fr(A)$;
c. $x^0 \in Fr(A) \setminus D(A)$;
d. $x^0 \in (R^2 \setminus Fr(A)) \cap (R^2 \setminus D(A))$.

• Siano $g \in C^1(\mathbf{R}^2)$ e $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(t) = g(t^2, \sin(t))$. Allora $f'(3\pi) =$
a. $D_1g(9\pi^2, 0)6\pi - D_2g(9\pi^2, 0)$;
b. $D_1g(9\pi^2, 0)6\pi + D_2g(9\pi^2, 0)$;
c. $-D_1g(9\pi^2, 0)6\pi + D_2g(9\pi^2, 0)$;
d. $-D_1g(9\pi^2, 0)6\pi - D_2g(9\pi^2, 0)$.

• Sia $f(x) = \ln(x_1 + 2x_2)$, definita nel suo dominio naturale. Allora
a. $f(x) = (x_1 - 1) + x_2 - (x_1 - 1)^2 - 2(x_1 - 1)x_2 - 4x_2^2 + r(x)$, con $\lim\limits_{x \to (1,0)} \frac{r(x)}{(x_1-1)^2+x_2^2} = 0$;
b. $f(x) = (x_1 - 1) + 2x_2 - (x_1 - 1)^2 - 2(x_1 - 1)x_2 - 4x_2^2 + r(x)$, con $\lim\limits_{x \to (1,0)} \frac{r(x)}{(x_1-1)^2+x_2^2} = 0$;
c. $f(x) = (x_1 - 1) + 2x_2 - \frac{1}{2}(x_1 - 1)^2 - 2(x_1 - 1)x_2 - 2x_2^2 + r(x)$, con $\lim\limits_{x \to (1,0)} \frac{r(x)}{(x_1-1)^2+x_2^2} = 0$;
d. $f(x) = (x_1 - 1) + 2x_2 - \frac{1}{2}(x_1 - 1)^2 - (x_1 - 1)x_2 - 2x_2^2 + r(x)$, con $\lim\limits_{x \to (1,0)} \frac{r(x)}{(x_1-1)^2+x_2^2} = 0$.

• Siano $A := \{x \in \mathbf{R}^2 : 9 \leq \|x\|^2 \leq 36\}$, $f : A \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = x_1x_2$. Allora $f(A)$ coincide con
a. $[-18, -3] \cup [3, 18]$;
b. $[-9, -3] \cup [3, 9]$;
c. $[-9, 9]$;
d. $[-18, 18]$.

• La soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x''(t) - 4x(t) = e^t, \\ x(0) = \frac{2}{3}, \\ x'(0) = \frac{5}{3} \end{cases}$$

a. tende a $-\infty$ per $t \to -\infty$;
b. tende a $+\infty$ per $t \to -\infty$;
c. tende a $+\infty$ per $t \to +\infty$;
d. tende a $-\infty$ per $t \to +\infty$.

• La soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = x(t)^3, \\ x(0) = 3 \end{cases}$$

a. vale 3 per $t = -1$;
b. ha il dominio limitato;
c. ha il dominio superiormente limitato, ma non limitato;
d. ha il dominio inferiormente limitato, ma non limitato.

• Sia $A := \{x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : 0 < x_1 \leq 1, 0 < x_2 \leq 2x_1\}$. Allora $\int_A x_1 x_2^{-\frac{1}{2}} dx_1 dx_2$ vale
a. $\frac{1}{5}$;
b. $\frac{\sqrt{2}}{5}$;
c. $\frac{4\sqrt{2}}{5}$;
d. $\frac{2\sqrt{2}}{5}$;

• Sia $A := \{x \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + 9x_2^2 \leq x_3^2, 0 \leq x_3 \leq 1\}$. Allora $L_3(A)$ vale
a. $+\infty$;
b. $\frac{\pi}{2}$;
c. $\frac{\pi}{3}$;
d. $\frac{\pi}{9}$.

• L'integrale curvilineo di prima specie $\int_\alpha (x_2 + 2x_1^2) ds$, con $\alpha : [0, \pi] \to \mathbf{R}^2$, $\alpha(t) = (\cos(t), \sin(t))$, vale
a. π;
b. $\pi - 2$;
c. $2 + \pi$;
d. $1 + \pi$.

Prova scritta di Analisi Matematica L-B
22 marzo 2002

Cognome e nome ....

• Sia $f : \{x \in \mathbf{R}^2 : x_2 \neq 0\} \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = \frac{1-\cos(x_1 x_2)}{x_2}$. Allora $\lim\limits_{x \to (2,0)} f(x)$
a. non esiste;
b. vale $+\infty$;
c. vale 0;
d. vale 1.

• Siano $g \in C^1(\mathbf{R}^3)$, $f : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}$, $f(x) = g(\arctan(x_1 x_2), 3x_3, x_2)$. Allora $D_2 f(0,0,0)$ vale
a. $3D_2 g(0,0,0) + D_3 g(0,0,0)$.
b. $D_1 g(0,0,0) + 3D_2 g(0,0,0) + D_3 g(0,0,0)$;
c. $D_1 g(0,0,0) + D_3 g(0,0,0)$;
d. $D_3 g(0,0,0)$.

• Sia $f : \mathbf{R}^+ \times \mathbf{R}^+ \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = \frac{2}{x_1} + \frac{x_1}{x_2} + x_2$. Allora
a. non ha punti critici;
b. ha un solo punto critico, di minimo relativo;
c. ha un solo punto critico, di massimo relativo;
d. ha un solo punto critico, di sella.

• Sia $f : A := \{x \in \mathbf{R}^2 : \|x\| \leq 1\} \to \mathbf{R}$, $f(x) = (x_1 - 3)^2 - x_2^2$. Allora $f(A)$ coincide con
a. $[1, 25]$;
b. $[1, 16]$;
c. $[4, 16]$;
d. $[4, 25]$;

• $\int_{[0,+\infty[} te^{-2t} dt$ vale
a. $+\infty$;
b. 1;
c. $\frac{1}{2}$;
d. $\frac{1}{4}$.

• $\int_{\mathbf{R}^2} \frac{1}{1+9(x_1^2+x_2^2)} dx_1 dx_2$ vale
a. 1;
b. 3;

c. 9;
d. $+\infty$.

• Sia x la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = \frac{e^{-x(t)^2}}{x(t)}, \\ x(0) = -2. \end{cases}$$

Allora
a. $\lim_{t\to-\infty} x(t) = +\infty$;
b. $\lim_{t\to-\infty} x(t) = -\infty$;
c. $x(1) = -\sqrt{\ln(e^4+2)}$;
d. $x(1) = \sqrt{\ln(e^4+2)}$.

• Un sistema fondamentale di soluzioni per $x''(t) - 9x(t) = 0$ è
a. $\{e^{3t} + e^{-3t}, -e^{3t} - e^{-3t}\}$;
b. $\{e^{3t} + e^{-3t}, e^{3t} - e^{-3t}\}$;
c. $\{e^{3t}, 1\}$;
d. $\{e^{3t}, e^{6t}\}$.

• Siano $U : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$, $F(x) = (2x_2 e^{2x_1x_2} - e^{x_1}, 2x_1 e^{2x_1x_2})$. Allora
a. se U è il potenziale di F tale che $U(0,0) = 0$, allora $U(1,1) = e^2$;
b. se U è il potenziale di F tale che $U(0,0) = 0$, allora $U(1,1) = e^2 - e$;
c. se U è il potenziale di F tale che $U(0,0) = 0$, allora $U(1,1) = e^2 + e$;
d. F non è esatto.

Prova scritta di Analisi Matematica L-B
18 giugno 2002

Cognome e nome ....

• Sia $A := \{x = (x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1 > 0\}$. Allora
a. A è chiuso;
b. $(0,0) \in D(A) \setminus Fr(A)$;
c. $(0,0) \in Fr(A) \setminus D(A)$;
d. $(0,0) \in D(A) \cap Fr(A)$.

• Siano $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$, $f(x_1, x_2) = (\sin(x_1 x_2), 3x_2)$, $v = (1,1)$. Allora $\frac{\partial f}{\partial v}(0,0) =$
a. 3
b. $(0,3)$;
c. 0
d. $(0,0)$.

• Sia $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = \arctan(2x_1 + x_2)$. Allora
a. $\lim\limits_{x \to (0,0)} \frac{f(x)}{\|x\|^2} = 0$;
b. $f(x_1, x_2) = x_1 + x_2 + r(x_1, x_2)$, con $\lim\limits_{x \to (0,0)} \frac{r(x)}{\|x\|^2} = 0$;
c. $f(x_1, x_2) = 2x_1 + x_2 + r(x_1, x_2)$, con $\lim\limits_{x \to (0,0)} \frac{r(x)}{\|x\|^2} = 0$;
d. $f(x_1, x_2) = 2x_1 + x_2 - \frac{x_1^3}{6} + r(x_1, x_2)$, con $\lim\limits_{x \to (0,0)} \frac{r(x)}{\|x\|^2} = 0$.

• Siano $A := \{x = (x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + 9x_2^2 \leq 1, x_2 \geq 0\}$, $f : A \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = x_1 + x_2$. Allora $f(A) =$
a. $[0,1]$;
b. $[0, \frac{1}{\sqrt{3}}]$;
c. $[-1,1]$;
d. $[-1, \frac{\sqrt{10}}{3}]$.

• Si consideri l'equazione differenziale $x''(t) + 4x'(t) + 4x(t) = 0$. Allora
a. tutte le soluzioni tendono a 0 per $t \to -\infty$;
b. tutte le soluzioni tendono a 0 per $t \to +\infty$;
c. tutte le soluzioni sono limitate in $]-\infty, 0]$;
d. esiste una soluzione non limitata in $[0, +\infty[$.

• Sia x la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = \frac{t}{x(t)}, \\ x(0) = -3 \end{cases}$$

Allora
a. $x(1) = \sqrt{18}$;
b. $x(1) = -\sqrt{18}$;
c. $x(1) = \sqrt{10}$;
d. $x(1) = -\sqrt{10}$.

• Sia $A := \{x = (x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 \leq x_3^2, 2 \leq x_3 \leq 4\}$. Allora $L_3(A) =$
a. $\frac{56\pi}{3}$;
b. $\frac{28\pi}{3}$;
c. $\frac{14\pi}{3}$;
d. $\frac{7\pi}{3}$.

• Sia $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : 4 \leq x_1^2 + x_2^2 \leq 16\}$. Allora

$$\int_A \ln(x_1^2 + x_2^2) dx_1 dx_2$$

vale
a. 40π;
b. $4\pi[7\ln(2) + 3]$;
c. $4\pi[7\ln(2) - 3]$;
d. $4\pi[14\ln(2) - 3]$.

• Siano α un cammino di classe C^1 la cui immagine coincide con $\{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : \|x\| = 3\}$, percorsa in senso antiorario, $f(x_1, x_2) = (x_1, x_1)$. Allora $\int f \cdot d\alpha$ coincide con
a. 0;
b. π;
c. 3π;
d. 9π.

Prova scritta di Analisi Matematica L-B
12 luglio 2002

Cognome e nome ....

• Sia A il dominio naturale (in $\mathbf{R}^2$) di $f(x_1, x_2) := \arcsin(2x_1x_2)$. Allora A è
a. aperto;
b. connesso per archi;
c. convesso;
d. limitato.

• Siano $f(x_1, x_2) := \ln(\frac{3x_1}{x_2})$, definita nel suo dominio naturale, $v = (-1, 1)$. Allora $\frac{\partial f}{\partial v}(1, 1)$ vale
a. 1;
b. 0;
c. -1;
d. -2.

• Sia $f : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2, x_3) = \sinh^2(x_1) + x_2^2 + 2x_3^2$. Allora
a. f non ha punti critici;
b. f ha un unico punto critico, che è di sella;
c. f ha un unico punto critico, che è di massimo relativo;
d. f ha un unico punto critico, che è di minimo relativo.

• Sia $f : \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : 1 \leq x_1^2 + x_2^2 \leq 4\} \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = 3x_1 - x_2$. Allora
a. $\min_A f = -\sqrt{10}$;
b. $\min_A f = -2\sqrt{10}$;
c. $f(A) = [-8, 8]$;
d. $\max_A f = \sqrt{10}$.

• Sia $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : 0 < x_1 < 1, 0 < x_2 < x_1^2\}$. Allora $\int_A x_1^{-\frac{5}{2}} dx_1 dx_2$ coincide con
a. $+\infty$;
b. $\frac{5}{4}$;
c. 2;
d. $\frac{5}{2}$.

• Sia $A := \{x = (x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \geq 1\}$. Allora $\int_A \|x\|^{-6} dx$ vale

a. $\frac{1}{18}$;
b. $\frac{1}{9}$;
c. $\frac{2\pi}{5}$;
d. $\frac{4\pi}{5}$.

• Sia x la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x''(t) + x(t) = e^t, \\ x(0) = 0, \\ x'(0) = 2. \end{cases}$$

Allora $x(\pi)$ vale
a. $\frac{e^\pi}{2}$;
b. $\frac{1+e^\pi}{2}$;
c. $\frac{e^\pi-1}{2}$.
d. $\sinh(\pi)$.

• Sia x la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = te^{x(t)}, \\ x(0) = 3. \end{cases}$$

Allora
a. $\lim\limits_{t\to-\infty} x(t) = +\infty$;
b. x ha il dominio limitato;
c. $\lim\limits_{t\to+\infty} x(t) = +\infty$;
d. $\lim\limits_{t\to+\infty} x(t) = -\infty$.

• Sia $F : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3$, $F(x_1, x_2, x_3) = (x_1, x_2, x_3^2)$. Sia poi U il potenziale di F tale che $U(0, 0, 0) = 0$. Allora
a. U non esiste, perchè F non è esatto;
b. $U(1, 1, 1) = \frac{4}{3}$;
c. $U(1, 1, 1) = -\frac{4}{3}$;
d. $U(1, 1, 1) = -\frac{3}{4}$.

Prova scritta di Analisi Matematica L-B
9 settembre 2002

Cognome e nome ....

• Sia $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 \leq 4, x_2 > 0\}$. Allora $\overline{A}$ coincide con
a. $\{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 = 4, x_2 \geq 0\} \cup \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 \leq 4, x_2 = 0\}$;
b. A;
c. $\{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 \leq 4, x_2 \geq 0\}$;
d. $\{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 < 4, x_2 > 0\}$.

• Siano $f : \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1 \neq 0\} \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = e^{\sin(\frac{x_2}{x_1})}$, $v = (-1, 1)$. Allora $\frac{\partial f}{\partial v}(1, \pi)$ vale
a. $-\pi - 1$;
b. $-\pi + 1$;
c. $\pi - 1$;
d. $\pi + 1$.

• Sia $f : \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1 \neq 0, x_2 \neq 0\} \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = \frac{2x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1}$. Allora
a. $f(x_1, x_2) = 3 + (x_1 - 1) - (x_2 - 1) + (x_1 - 1)^2 - 3(x_1 - 1)(x_2 - 1) + 2(x_2 - 1)^2 + r(x_1, x_2)$, con $\lim\limits_{(x_1,x_2)\to(1,1)} \frac{r(x_1,x_2)}{(x_1-1)^2+(x_2-1)^2} = 0$;
b. $f(x_1, x_2) = 3 + (x_1 - 1) - (x_2 - 1) + (x_1 - 1)^2 - (x_1 - 1)(x_2 - 1) + (x_2 - 1)^2 + r(x_1, x_2)$, con $\lim\limits_{(x_1,x_2)\to(1,1)} \frac{r(x_1,x_2)}{(x_1-1)^2+(x_2-1)^2} = 0$;
c. $f(x_1, x_2) = 3 + 2(x_1 - 1) - (x_2 - 1) + (x_1 - 1)^2 - (x_1 - 1)(x_2 - 1) + (x_2 - 1)^2 + r(x_1, x_2)$, con $\lim\limits_{(x_1,x_2)\to(1,1)} \frac{r(x_1,x_2)}{(x_1-1)^2+(x_2-1)^2} = 0$;
d. $f(x_1, x_2) = 2 + 2(x_1 - 1) - (x_2 - 1) + (x_1 - 1)^2 - (x_1 - 1)(x_2 - 1) + (x_2 - 1)^2 + r(x_1, x_2)$, con $\lim\limits_{(x_1,x_2)\to(1,1)} \frac{r(x_1,x_2)}{(x_1-1)^2+(x_2-1)^2} = 0$.

• Siano $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1 + x_2 \leq 1, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0\}$, $f : A \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = x_1^2 + 2x_2^2$. Allora:
a. $\min\limits_A f = \frac{2}{3}$;
b. $\max\limits_A f = \frac{2}{3}$;
c. $\max\limits_A f = 2$;
d. $\max\limits_A f = 1$.

• $\int_{[2,+\infty[} \frac{\ln(x)}{x} dx$ vale

a. 1;
b. 2;
c. $+\infty$;
d. 0.

• Sia $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : 9 \leq x_1^2 + x_2^2 \leq 36, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0\}$. Allora $\int_A x_1 dx_1 dx_2$ vale
a. 70;
b. 63;
c. 56;
d. 49.

• Un sistema fondamentale di soluzioni per $x^{(3)}(t) + 2x^{(2)}(t) = 0$ è costituito da
a. $\{1, 1+t, e^{-2t}\}$;
b. $\{2+2t, 1+t, e^{-2t}\}$;
c. $\{2+2t, 1, 2t\}$;
d. $\{2+2t, 1, e^{2t}\}$.

• Sia x la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = \frac{1}{\sin(x(t))}, \\ x(0) = \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

Allora $x(1)$ coincide con
a. 1;
b. $\arccos(\frac{1}{\sqrt{2}} - 1)$;
c. $\arccos(\frac{1}{\sqrt{2}} + 1)$;
d. x non è definita in 1.

• Sia $F : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3$, $F(x_1, x_2, x_3) = (2x_1 + x_2, x_1, -4x_3)$. Sia poi U il potenziale di F tale che $U(0,0,0) = 0$. Allora $U(1,1,1)$ coincide con
a. F non è esatto;
b. 1;
c. 0;
d. -1.

Prova scritta di Analisi Matematica L-B
19 settembre 2002

Cognome e nome ....

• Sia $A := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 \leq x_3^2, x_3^2 < \frac{1}{4}\}$. Allora
a. A è aperto;
b. A è chiuso e limitato;
c. A è chiuso, ma non limitato;
d. A è limitato, ma non chiuso.

• Sia $f : \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1 > 0\} \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = \ln(3x_1 + \sqrt{x_1^2 + x_2^2})$. Allora $\nabla f(1,1) =$
a. $(\frac{5}{6}, \frac{1}{2(3+\sqrt{2})})$;
b. $(\frac{5}{2(3+\sqrt{2})}, \frac{1}{6})$;
c. $(\frac{3\sqrt{2}+1}{2+3\sqrt{2}}, \frac{1}{2+3\sqrt{2}})$;
d. $(\frac{3}{3+\sqrt{2}}, \frac{1}{6})$.

• Siano $g \in C^1(\mathbf{R}^2)$, $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(t) = g(\cosh(2t), \sinh(t))$. Allora $f'(0) =$
a. $D_2 g(1, 0)$;
b. $D_1 g(1, 0)$;
c. $2D_1 g(1, 0) + D_2 g(1, 0)$;
d. $D_1 g(1, 0) + 2D_2 g(1, 0)$.

• Siano $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1 \geq 0, 0 \leq x_2 \leq 9 - x_1^2\}$, $f : A \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = x_1 x_2$. Allora $\max_A f$
a. non esiste;
b. vale $\frac{27\sqrt{3}}{2}$;
c. vale $6\sqrt{3}$;
d. vale $9\sqrt{3}$.

• Sia x la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x^{(3)} + 4x'(t) = 0, \\ x(0) = 0, \\ x'(0) = 0, \\ x''(0) = 4. \end{cases}$$

Allora $x(1)$ vale

a. $1 + \cos(2)$;
b. $1 - \cos(2)$;
c. $-1 - \cos(2)$;
d. $\cos(2) - 1$.

- Sia x la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = \frac{t}{x(t)}, \\ x(0) = 3. \end{cases}$$

Allora $x(1)$ vale
a. $\sqrt{10}$;
b. $\sqrt{8}$;
c. $1 + \sqrt{8}$;
d. x non è definita in 1.

- Siano $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : 0 \leq x_1 \leq 2 \leq x_1 + x_2, x_2 \leq 2\}$. Allora $\int_A x_2 dx_1 dx_2 =$
a. 2;
b. 4;
c. $\frac{8}{3}$;
d. 8.

- Sia $A := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : 9x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \leq 1, 9x_1^2 + x_2^2 \leq x_3^2, x_3 \geq 0\}$. Allora $L_3(A)$ vale
a. $\frac{2+\sqrt{2}}{3}$;
b. $\frac{2-\sqrt{2}}{3}$;
c. $\frac{\pi(2+\sqrt{2})}{9}$;
d. $\frac{\pi(2-\sqrt{2})}{9}$.

- Siano $\alpha : [0, 2\pi] \to \mathbf{R}^2$, $\alpha(t) = (2\cos(t), 2\sin(t))$, $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$, $f(x_1, x_2) = (x_1, 0)$. Allora $\int f \cdot d\alpha$ vale
a. -4π;
b. 4π;
c. 2π;
d. 0.

Prova scritta di Analisi Matematica L-B
6 dicembre 2002

Cognome e nome ....

• Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : \max\{|x_1|, |x_2|\} < 2\}$. Allora $Fr(A) =$
a. $\{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : |x_1| = 2\} \cap \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : |x_2| = 2\}$.
b. $\{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : |x_1| = 2\} \cup \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : |x_2| = 2\}$.
c. $\{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : \max\{|x_1|, |x_2|\} \leq 2\}$.
d. $\{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : \max\{|x_1|, |x_2|\} = 2\}$.

• Siano $f : \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1 > 0\} \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = x_1^{-3x_2^2}$, $v = (1, 1)$. Allora $\frac{\partial f}{\partial v}(1, 1) =$
a. 3.
b. -3.
c. 9.
d. -9.

• Sia $f : \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1x_2 > 0\} \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = \ln(4x_1x_2)$. Allora
a. $f(x_1, x_2) = 4(x_1 - 1) + 4(x_2 - 1) - (x_1 - 1)^2 - (x_2 - 1)^2 + r(x_1, x_2)$ con $\lim\limits_{x \to (1,1)} \frac{r(x)}{(x_1-1)^2+(x_2-1)^2} = 0$.
b. $f(x_1, x_2) = \ln(4) + 4(x_1 - 1) + 4(x_2 - 1) - (x_1 - 1)^2 - (x_2 - 1)^2 + r(x_1, x_2)$ con $\lim\limits_{x \to (1,1)} \frac{r(x)}{(x_1-1)^2+(x_2-1)^2} = 0$.
c. $f(x_1, x_2) = \ln(4) + (x_1 - 1) + (x_2 - 1) - (x_1 - 1)^2 - (x_2 - 1)^2 + r(x_1, x_2)$ con $\lim\limits_{x \to (1,1)} \frac{r(x)}{(x_1-1)^2+(x_2-1)^2} = 0$.
d. $f(x_1, x_2) = \ln(4) + (x_1 - 1) + (x_2 - 1) - \frac{1}{2}(x_1 - 1)^2 - \frac{1}{2}(x_2 - 1)^2 + r(x_1, x_2)$ con $\lim\limits_{x \to (1,1)} \frac{r(x)}{(x_1-1)^2+(x_2-1)^2} = 0$.

• Siano $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 \leq 1\}$, $f : A \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = x_1^2 - \frac{x_2}{2}$. Allora $f(A) =$
a. $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$.
b. $[-\frac{1}{2}, 1]$.
c. $[-\frac{1}{2}, \frac{17}{16}]$.
d. $[\frac{1}{2}, \frac{17}{16}]$.

• Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 \leq 9, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0\}$. Allora $\int_A x_1x_2dx_1dx_2$ vale
a. $\frac{81}{16}$;

b. $\frac{81}{8}$.
c. $\frac{81}{4}$.
d. $\frac{81}{2}$.

• Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 \le x_3^2, 0 < x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \le 16\}$. Allora $\int_A (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)^{-1} dx_1 dx_2 dx_3$ vale
a. $16\pi\sqrt{2}$.
b. 16π.
c. $16\pi(1 - \frac{1}{\sqrt{2}})$.
d. $8\pi(1 - \frac{1}{\sqrt{2}})$.

• Un sistema fondamentale di soluzioni per l'equazione differenziale

$$x''(t) + 2x'(t) = 0$$

è costituito da
a. $\{e^{-2t} + 1, -e^{-2t} - 1\}$.
b. $\{1, 1 - e^{-2t}\}$.
c. $\{t, 1 - e^{-2t}\}$.
d. $\{t, 1\}$.

• Sia x la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = -3x(t)^4, \\ x(0) = 3. \end{cases}$$

Allora $x(1) =$
a. $\frac{1}{3}$.
b. $\frac{1}{3\sqrt{122}}$.
c. $\frac{3}{\sqrt{244}}$.
d. $\frac{3}{\sqrt[3]{244}}$.

• Sia $F : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$, $F(x_1, x_2) = (2(x_1 + x_2), \alpha x_1 + 8x_2)$, con $\alpha \in \mathbf{R}$. Allora F è esatto se e solo se
a. $\alpha = 2$.
b. $\alpha = 1$.
c. $\alpha = 0$.
d. non esiste alcun α tale che F sia esatto.

Prova scritta di Analisi Matematica L-B
19 dicembre 2002

Cognome e nome ....

• Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 \leq 1, x_1 + 2x_2 = 0\}$. Allora
a. $Fr(A) = \emptyset$.
b. $\overline{A} = \emptyset$.
c. $\mathring{A} = \emptyset$.
d. $D(A) = \emptyset$.

• Siano $g \in C^1(\mathbf{R}^2)$, $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = g(\ln(1 + x_1^2 + x_2^2), 3x_1)$. Allora $D_1 f(0,0) =$
a. $D_1 g(0,0) + 3D_2 g(0,0)$.
b. $3D_1 g(0,0) + D_2 g(0,0)$.
c. $3D_2 g(0,0)$.
d. $3D_1 g(0,0)$.

• Sia $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = e^{x_1 - x_2}(2x_1 + x_2)$. Allora
a. f ha un solo punto critico, di sella.
b. f ha un solo punto critico, di minimo relativo.
c. f ha un solo punto critico, di massimo relativo.
d. f non ha punti critici.

• Siano $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 \leq 1\}$, $f : A \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = 3x_1^2 - x_2$. Allora
a. $\min\limits_A f = 0$.
b. $\min\limits_A f = 1$.
c. $\max\limits_A f = 1$.
d. $\max\limits_A f = \frac{37}{12}$.

• Sia x una soluzione in $\mathbf{R}$ dell'equazione differenziale $x''(t) + 4x(t) = 0$. Allora
a. x è limitata.
b. se $x(0) > 0$, $\lim\limits_{t \to +\infty} x(t) = +\infty$.
c. se $x(0) > 0$, $\lim\limits_{t \to +\infty} x(t) = -\infty$.
d. se $x(0) > 0$, $\lim\limits_{t \to -\infty} x(t) = -\infty$.

• Sia x la soluzione in $\mathbf{R}$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = -3tx(t) + t, \\ x(0) = 0. \end{cases}$$

Allora $x(1) =$
a. $\frac{1}{3}$.
b. $\frac{1-e^{-\frac{3}{2}}}{3}$.
c. $\frac{1-e^{-\frac{3}{2}}}{6}$.
d. $\frac{e^{-\frac{3}{2}}}{3}$.

• Sia $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : 0 \leq x_1 \leq 1, |x_2| \leq 2x_1\}$. Allora

$$\int_A x_1 x_2^2 dx_1 dx_2 =$$

a. 0.
b. $\frac{8}{15}$.
c. $\frac{16}{15}$.
d. $\frac{32}{15}$.

• Sia $A := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 \leq 9, x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \leq 36, x_3 \geq 0\}$. Allora $L_3(A) =$
a. 648π.
b. $27\pi(8 + 3\sqrt{3})$.
c. $9\pi(8 - 3\sqrt{3})$.
d. $18\pi(8 - 3\sqrt{3})$.

• Sia $F : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$, $F(x_1, x_2) = (x_2 + 2\cos(2x_1), x_1)$. Sia poi U il potenziale di F tale che $U(0, 0) = 0$. Allora
a. $U(1, 1) = 1 + \cos(2)$.
b. $U(1, 1) = 1 + \sin(2)$.
c. $U(1, 1) = \sin(2)$.
d. U non esiste.

Prova scritta di Analisi Matematica L-B
18 marzo 2003

Cognome e nome ....

• Siano $A := \mathbf{R}^2 \setminus \{0\}$, $f : A \to \mathbf{R}^2$, $f(x) = (\frac{\sin(\|x\|)}{\|x\|^{\frac{1}{2}}}, \|x\|^{\|x\|})$. Allora

a. esiste $\lim\limits_{x \to (0,0)} f(x) = 0$.

b. esiste $\lim\limits_{x \to (0,0)} f(x) = (1,1)$.

c. esiste $\lim\limits_{x \to (0,0)} f(x) = (0,1)$.

b. non esiste $\lim\limits_{x \to (0,0)} f(x)$.

• Sia $f : \mathbf{R}^+ \times \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = x_1^{x_2}$. Allora

a. $f(x_1,x_2) = 1+3(x_1-1)+2(x_1-1)^2+2(x_1-1)(x_2-3)+(x_2-3)^2+r(x_1,x_2)$, con $\lim\limits_{(x_1,x_2)\to(1,3)} \frac{r(x_1,x_2)}{(x_1-1)^2+(x_2-3)^2} = 0$.

b. $f(x_1,x_2) = 1+3(x_1-1)+3(x_1-1)^2+2(x_1-1)(x_2-3)+(x_2-3)^2+r(x_1,x_2)$, con $\lim\limits_{(x_1,x_2)\to(1,3)} \frac{r(x_1,x_2)}{(x_1-1)^2+(x_2-3)^2} = 0$.

c. $f(x_1,x_2) = 1 + 3(x_1 - 1) + 3(x_1 - 1)^2 + (x_1 - 1)(x_2 - 3) + r(x_1,x_2)$, con $\lim\limits_{(x_1,x_2)\to(1,3)} \frac{r(x_1,x_2)}{(x_1-1)^2+(x_2-3)^2} = 0$.

d. $f(x_1,x_2) = 1+2(x_1-1)+(x_2-3)+2(x_1-1)^2+(x_1-1)(x_2-3)+r(x_1,x_2)$, con $\lim\limits_{(x_1,x_2)\to(1,3)} \frac{r(x_1,x_2)}{(x_1-1)^2+(x_2-3)^2} = 0$.

• Siano $g \in C^2(\mathbf{R}^2)$, $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, $f(x_1,x_2) = g(x_1 + x_2, 2x_1^2 + x_2)$. Allora $D_1^2 f(0,0) =$

a. $D_1^2 g(0,0) + 4D_2 g(0,0)$.

b. $D_1^2 g(0,0) + 2D_2 g(0,0)$.

c. $D_2^2 g(0,0) + 4D_1 g(0,0)$.

d. $D_2^2 g(0,0) + 2D_1 g(0,0)$.

• Siano $A := \{(x_1,x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 \leq 9, x_2 \geq 0\}$, $f : A \to \mathbf{R}$, $f(x_1,x_2) = x_1^2 - x_2^2$. Allora $f(A) =$

a. $[-9, 9]$.

b. $[-18, 18]$.

c. $[-18, -9] \cup [9, 18]$.

d. $[-9, 18]$.

• Si considerino le soluzioni globali dell'equazione differenziale

$$x''(t) - 2cx'(t) + (4 + c^2)x(t) = 0,$$

con $c \in \mathbf{R}$. Allora tutte le soluzioni tendono a 0 per $t \to +\infty$ se e solo se
a. $c \geq 0$.
b. $c > 0$.
c. $c \leq 0$.
d. $c < 0$.

• Si consideri la soluzione massimale x del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x''(t) = -x'(t)^2, \\ x(0) = 0, \\ x'(0) = 3. \end{cases}$$

Allora $x(1) =$
a. $\ln(4)$.
b. $\ln(3)$.
c. $\ln(\frac{1}{3})$.
d. non è definito.

• Sia $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : 0 < x_1 \leq 1, x_2 \geq 0\}$. Allora $\int_A (x_1 + x_2)^{-\frac{3}{2}} dx_1 dx_2$ vale
a. 4.
b. 3.
c. 2.
d. 1.

• Sia $A := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : 9x_1^2 + x_2^2 \geq 1, x_3 \geq 0\}$. Allora $\int_A (9x_1^2 + x_2^2)^{-2} e^{-x_3} dx_1 dx_2 dx_3$ vale
a. $\frac{2\pi}{9}$.
b. $\frac{\pi}{9}$.
c. $\frac{2\pi}{3}$.
d. $\frac{\pi}{3}$.

• Sia $F : \mathbf{R}^2 \setminus \{0\} \to \mathbf{R}^2$, $F(x) = \ln(2\|x\|)x$. Allora
a. F è esatto e, se U è il suo potenziale tale che $U(1,0) = 0$, allora $U(0,1) = 0$.
b. F è esatto e, se U è il suo potenziale tale che $U(1,0) = 0$, allora $U(0,1) = 1$.
c. F è chiuso, ma non esatto.
d. F non è chiuso.

Prova scritta di Analisi Matematica L-B
27 marzo 2003

Cognome e nome ....

• Sia $A := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 0\}$. Allora
a. $D(A) = \emptyset$.
b. A non è connesso per archi.
c. A non è limitato.
d. A non è chiuso.

• Siano $\phi \in C^1(\mathbf{R})$, $u(x_1, x_2) := 3x_2\phi(x_1^2 - x_2^2)$. Allora, se $x_1 \neq 0$ e $x_2 \neq 0$,
a. $\frac{1}{x_1}D_1u(x_1, x_2) - \frac{1}{x_2}D_2u(x_1, x_2) = \frac{u(x_1,x_2)}{x_2}$.
b. $\frac{1}{x_1}D_1u(x_1, x_2) - \frac{1}{x_2}D_2u(x_1, x_2) = \frac{u(x_1,x_2)}{x_2^2}$.
c. $\frac{1}{x_1}D_1u(x_1, x_2) + \frac{1}{x_2}D_2u(x_1, x_2) = \frac{u(x_1,x_2)}{x_2}$.
d. $\frac{1}{x_1}D_1u(x_1, x_2) + \frac{1}{x_2}D_2u(x_1, x_2) = \frac{u(x_1,x_2)}{x_2^2}$.

• Siano $f : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2, x_3) = \ln(e^{x_1} + e^{x_2} + e^{x_3})$, $v = (-1, 1, 0)$. Allora $\frac{\partial f}{\partial v}(0, 0, 0) =$
a. 1.
b. 0.
c. -1.
d. -2.

• Sia $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = e^{x_1 x_2} - 3x_2^2$. Allora
a. f possiede più di un punto critico.
b. f possiede un solo punto critico, di minimo relativo.
c. f possiede un solo punto critico, di massimo relativo.
d. f possiede un solo punto critico, di sella.

• Siano $A := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \leq 1\}$, $f : A \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2, x_3) = x_1 - x_2 + 2x_3$. Allora
a. $\min_A f = -\sqrt{3}$.
b. $\min_A f = -\sqrt{6}$.
c. $\max_A f = \sqrt{3}$.
d. $\max_A f = 2$.

• Indichiamo con $\mathcal{I}$ l'integrale generale dell'equazione differenziale $x'(t)$
$= \frac{3x(t)}{t}$, con $t \in \mathbf{R}^+$. Allora
a. tutti gli elementi di $\mathcal{I}$ sono funzioni limitate.
b. se $x \in \mathcal{I}$, vale $\lim_{t \to +\infty} x(t) = +\infty$ se e solo se $x(0) > 0$.
c. se $x \in \mathcal{I}$, vale $\lim_{t \to +\infty} x(t) = +\infty$ se e solo se $x(0) < 0$.
d. esiste $x \in \mathcal{I}$ tale che $\lim_{t \to 0} x(t) = +\infty$.

• Sia x la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = e^{\frac{x(t)}{2}}, \\ x(0) = 0. \end{cases}$$

Allora
a. x non è definita per $t = -1$.
b. $x(-1) = \ln(\frac{3}{2})$.
c. $x(-1) = 2\ln(\frac{3}{2})$.
d. $x(-1) = -2\ln(\frac{3}{2})$.

• Sia $A := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 + x_3^3 \leq 9, x_1^2 + x_2^2 \leq 1\}$. Allora
$L_3(A)$ vale
a. $\frac{2\pi}{3}(9 + 8\sqrt{2})$.
b. $\frac{2\pi}{3}(27 + 16\sqrt{2})$.
c. $\frac{4\pi}{3}(27 + 16\sqrt{2})$.
d. $\frac{4\pi}{3}(27 - 16\sqrt{2})$.

• Sia $\alpha : [0, \pi] \to \mathbf{R}^2$, $\alpha(t) = (\cos(t), \sin(t))$. Allora $\int_\alpha x_1^2 ds =$
a. $\frac{\pi}{2}$.
b. π.
c. 2π.
d. 4π.

Prova scritta di Analisi Matematica L-B
18 giugno 2003

Cognome e nome ....

• Sia $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 - x_2^2 \leq 1, -2 < x_2 \leq 1\}$. Allora
a. A non è né chiuso, né limitato;
b. A è chiuso e limitato.
c. A è chiuso, ma non limitato.
d. A è limitato, ma non chiuso.

• Siano $g \in C^1(\mathbf{R}^2)$, $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = g(x_1 + x_2, x_1 + 3x_2)$, $v := (1, 1)$. Allora $\frac{\partial f}{\partial v}(0, 0) =$
a. $D_1g(0, 0) + 4D_2g(0, 0)$.
b. $2D_1g(0, 0) + 4D_2g(0, 0)$.
c. $2(D_1g(0, 0) + D_2g(0, 0))$.
d. $D_1g(0, 0) + 2D_2g(0, 0)$.

• Sia $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = x_1 \sin(x_1 + 2x_2)$. Allora
a. $(0, 0)$ è un punto di massimo relativo.
b. $(0, 0)$ è un punto di sella.
c. $(0, 0)$ non è un punto critico per f.
d. le derivate seconde di f sono tutte nulle in $(0, 0)$.

• Siano $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \frac{1}{3} \leq x_1 + x_2 \leq 3$, $f : A \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = x_1x_2$. Allora
a. $\min f = \frac{1}{36}$.
b. $\max f = \frac{9}{4}$.
c. $\max f = \frac{1}{36}$.
d. f non ammette né massimo, né minimo.

• Sia x la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x''(t) - x(t) = 2e^t, \\ x(0) = x'(0) = 0. \end{cases}$$

Allora $x(1) =$
a. $\sinh(1)$.
b. $\cosh(1)$.
c. $\frac{1}{2}\sinh(1)$.
d. $\frac{1}{2}\cosh(1)$.

• Sia x la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = \frac{1}{x(t)}, \\ x(0) = 3. \end{cases}$$

Allora $x(1) =$
a. $\sqrt{11}$.
b. $\sqrt{8}$.
c. 2.
d. $\sqrt{3}$.

• $\int_{[0,+\infty[} \frac{1}{4+x^2} dx$
a. vale π.
b. vale $\frac{\pi}{2}$.
c. vale $\frac{\pi}{4}$.
d. vale $\frac{\pi}{8}$.

• Sia $A := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : 1 \leq x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \leq 9\}$. Allora $\int_A x_3^2 dx_1 dx_2 dx_3$
a. vale $\frac{121\pi}{5}$.
b. vale $\frac{242\pi}{5}$.
c. vale $\frac{484\pi}{15}$.
d. vale $\frac{968\pi}{15}$.

• Sia $F : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$, $F(x_1, x_2) = (\frac{x_1}{2+x_1^2+x_2^2}, \frac{x_2}{2+x_1^2+x_2^2})$. Allora
a. F non è esatto.
b. se U è il potenziale di F tale che $U(0,0) = 0$, si ha $U(1,1) = \ln(2)$.
c. se U è il potenziale di F tale che $U(0,0) = 0$, si ha $U(1,1) = \frac{\ln(2)}{2}$.
d. se U è il potenziale di F tale che $U(0,0) = 0$, si ha $U(1,1) = \frac{\ln(4)}{2}$.

Prova scritta di Analisi Matematica L-B
10 luglio 2003

Cognome e nome ....

• Sia $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : 4x_1^2 - x_2^2 \le 1\}$. Allora
a. $(0,0) \in D(A) \cap Fr(A)$.
b. $(0,0) \in D(A) \setminus Fr(A)$.
c. $(\frac{1}{2}, 0) \in D(A) \setminus Fr(A)$.
d. $(\frac{1}{2}, 0) \in Fr(A) \setminus D(A)$.

• Sia $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, $f(x) = \|x\|$ (la norma euclidea). Allora
a. $f(x_1, x_2) = 3+3(x_1-3)+x_2+\frac{1}{6}x_2^2+r(x_1, x_2)$, con $\lim\limits_{(x_1,x_2)\to(3,0)} \frac{r(x_1,x_2)}{(x_1-3)^2+x_2^2} = 0$.
b. $f(x_1, x_2) = 3+(x_1-3)+x_2+\frac{1}{6}x_2^2+r(x_1, x_2)$, con $\lim\limits_{(x_1,x_2)\to(3,0)} \frac{r(x_1,x_2)}{(x_1-3)^2+x_2^2} = 0$.
c. $f(x_1, x_2) = 3+(x_1-3)+\frac{1}{6}x_2^2+r(x_1, x_2)$, con $\lim\limits_{(x_1,x_2)\to(3,0)} \frac{r(x_1,x_2)}{(x_1-3)^2+x_2^2} = 0$.
d. $f(x_1, x_2) = 3+(x_1-3)+\frac{1}{3}x_2^2+r(x_1, x_2)$, con $\lim\limits_{(x_1,x_2)\to(3,0)} \frac{r(x_1,x_2)}{(x_1-3)^2+x_2^2} = 0$.

• Sia $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$, $f(x_1, x_2) = (\sin(x_1x_2)x_2, 2e^{x_1-x_2})$. Allora il determinante della matrice $J_f(1, 0)$ vale
a. -2.
b. 0.
c. 2.
d. 4.

• Siano $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + 3x_2^2 \le 1, x_1 \ge 0, x_2 \ge 0\}$, $f : A \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = x_1 + x_2$. Allora
a. $\min\limits_A f = \frac{1}{\sqrt{6}}$.
b. $\min\limits_A f = \frac{1}{\sqrt{12}}$.
c. $\max\limits_A f = \frac{2}{\sqrt{3}}$.
d. $\max\limits_A f = 1$.

• Sia x la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x''(t) - 2x'(t) = 1, \\ x(0) = 0, \\ x'(0) = 0. \end{cases}$$

Allora $x(1) =$
a. $\frac{e^3+3}{2}$.
b. $\frac{e^3+3}{4}$.
c. $\frac{e^3-3}{4}$.
d. $\frac{e^2-3}{4}$.

- Sia x la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = tx(t)^2, \\ x(0) = 3. \end{cases}$$

Allora $x(\frac{1}{2}) =$
a. $\frac{12}{5}$.
b. $\frac{24}{5}$.
c. $\frac{24}{7}$.
d. $\frac{48}{7}$.

- Sia $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_1 + x_2 \leq 2\}$. Allora $\int_A (2 - x_1 - x_2) dx_1 dx_2 =$
a. $\frac{4}{3}$.
b. $\frac{2}{3}$.
c. $\frac{1}{2}$.
d. 1.

- Sia $A := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_3 \geq 0, x_1^2 + x_2^2 \geq 9\}$. Allora $\int_A (x_1^2 + x_2^2)^{-2} e^{-x_3} dx_1 dx_2 dx_3 =$
a. $\frac{\pi}{9}$.
b. $\frac{2\pi}{9}$.
c. $\frac{2\pi}{3}$.
d. $\frac{4\pi}{3}$.

- Siano $\gamma : [0, 2\pi] \to \mathbf{R}^2$, $\gamma(t) = (\cos(t), \sin(t))$, $F : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$, $F(x_1, x_2) = (x_1, 2x_2)$. Allora $\int F \cdot d\gamma =$
a. 2.
b. 2π.
c. -2π.
d. 0.

Prova scritta di Analisi Matematica L-B
11 settembre 2003

Cognome e nome ....

• $\lim\limits_{(x_1,x_2)\to(0,0)} \frac{x_1 x_2}{x_1^2+2x_2^2}$

a. esiste e vale 0.
b. esiste e vale $\frac{1}{2}$.
c. non esiste.
d. esiste e vale $\frac{1}{3}$.

• Siano $A := \{(x_1,x_2) \in \mathbf{R}^2 : \sin(x_1) > 0\}$, $f : A \to \mathbf{R}$, $f(x_1,x_2) = [\sin(x_1)]^{3x_2}$, $v = (1,1)$. Allora $\frac{\partial f}{\partial v}(\frac{\pi}{2}, 2) =$

a. $3\frac{\pi}{2}$.
b. $3\frac{\pi}{2}\ln(2)$.
c. $3\pi\ln(2)$.
d. 0.

• Sia f $\mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, $f(x_1,x_2) = x_1^2 + x_1^4 + 2(x_1 - x_2)^2$. Allora

a. f non possiede estremanti relativi.
b. f ha un solo punto critico che è di minimo relativo.
c. f ha un solo punto critico che è di massimo relativo.
d. f possiede sia punti di massimo, che di minimo relativo.

• Siano $A := \{(x_1,x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_1 + x_2 \leq 3\}$, $f : A \to \mathbf{R}$, $f(x_1,x_2) = x_1 x_2$. Allora

a. $\min\limits_A f = \frac{1}{4}$.
b. $\min\limits_A f = \frac{9}{4}$.
c. $\max\limits_A f = \frac{9}{4}$.
d. $\max\limits_A f = \frac{3}{4}$.

• Sia x la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = \frac{x(t)+1}{t^2}, \\ x(1) = 2. \end{cases}$$

Allora

a. $x(2) = 0$.
b. $x(2) = 1$.
c. $x(2) = 2$.

d. $\lim_{t\to 0^+} x(t) = -1$.

• Sia x la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = \frac{1}{9} + x(t)^2, \\ x(0) = 0. \end{cases}$$

Allora
a. $x(1) = \frac{\tan(\frac{1}{2})}{3}$.
b. $x(1) = \frac{\tan(\frac{1}{3})}{3}$.
c. $x(1) = \frac{\tan(\frac{1}{3})}{2}$.
d. $x(1)$ non è definita.

• Sia $A = \{x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : 0 < x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \leq 4\}$. Allora $\int_A (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)^{-\frac{1}{2}} dx_1 dx_2 dx_3 =$
a. 8π.
b. 4π.
c. 2π.
d. $+\infty$.

• Sia $A = \{x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : 0 \leq x_1 \leq x_2 \leq 2x_1 \leq 2\pi\}$. Allora $\int_A x_1 \sin(x_2) dx_1 dx_2 =$
a. 1.
b. 0.
c. -1.
d. -2.

• Sia $F : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$, $F(x_1, x_2) = (2x_1 + x_2, x_1 + 2x_2)$ e sia U il potenziale di F tale che $U(0,0) = 1$. Allora
a. $U(1,1) = 2$.
b. $U(1,1) = 4$.
c. $U(1,1) = 8$.
d. U non esiste.

Prova scritta di Analisi Matematica L-B
2 ottobre 2003

Cognome e nome ....

• Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : 1 < x_1x_2 \leq 2, x_1 \geq 0\}$. Allora $Fr(A) =$
a. $\{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : (x_1x_2 - 1)(x_1x_2 - 2) \leq 0, x_1 > 0\}$.
b. $\{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : (x_1x_2 - 1)(x_1x_2 - 2) \geq 0, x_1 > 0\}$.
c. $\{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : (x_1x_2 - 1)(x_1x_2 - 2) = 0, x_1 > 0\}$.
d. $\{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1x_2 = 2, x_1 > 0\}$.

• Siano $g \in C^1(\mathbf{R})$, $f : \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_2 \neq 0\} \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = g(\frac{x_1}{3x_2})$, $v = (1, -1)$. Allora $\frac{\partial f}{\partial v}(0, 1) =$
a. $g'(0)$.
b. $2g'(0)$.
c. $\frac{g'(0)}{2}$.
d. $\frac{g'(0)}{3}$.

• Sia $f : \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1 + 2x_2^2 > 0\} \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = \ln(x_1 + 2x_2^2)$. Allora
a. $f(x_1, x_2) = \ln(3) + \frac{x_1-1}{3} + \frac{4}{3}(x_2 - 1) - \frac{1}{18}(x_1 - 1)^2 - \frac{4}{9}(x_1 - 1)(x_2 - 1) - \frac{2}{9}(x_2 - 1)^2 + r(x_1, x_2)$, con $\lim\limits_{(x_1,x_2)\to(1,1)} \frac{r(x_1,x_2)}{(x_1-1)^2+(x_2-1)^2} = 0$.
b. $f(x_1, x_2) = \ln(3) + \frac{x_1-1}{3} + \frac{4}{3}(x_2 - 1) - \frac{1}{18}(x_1 - 1)^2 - \frac{2}{9}(x_1 - 1)(x_2 - 1) - \frac{2}{9}(x_2 - 1)^2 + r(x_1, x_2)$, con $\lim\limits_{(x_1,x_2)\to(1,1)} \frac{r(x_1,x_2)}{(x_1-1)^2+(x_2-1)^2} = 0$.
c. $f(x_1, x_2) = \ln(3) + \frac{x_1-1}{3} + \frac{4}{3}(x_2 - 1) - \frac{1}{9}(x_1 - 1)^2 - \frac{2}{9}(x_1 - 1)(x_2 - 1) - \frac{2}{9}(x_2 - 1)^2 + r(x_1, x_2)$, con $\lim\limits_{(x_1,x_2)\to(1,1)} \frac{r(x_1,x_2)}{(x_1-1)^2+(x_2-1)^2} = 0$.
d. $f(x_1, x_2) = \ln(3) + \frac{x_1-1}{3} + \frac{2}{3}(x_2 - 1) - \frac{1}{9}(x_1 - 1)^2 - \frac{2}{9}(x_1 - 1)(x_2 - 1) - \frac{2}{9}(x_2 - 1)^2 + r(x_1, x_2)$, con $\lim\limits_{(x_1,x_2)\to(1,1)} \frac{r(x_1,x_2)}{(x_1-1)^2+(x_2-1)^2} = 0$.

• Siano $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1 \geq 0, x_2 \geq 1, x_1 + x_2 \leq 2\}$, $f : A \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = \frac{2x_1}{3x_2} + x_2$. Allora
a. $\max\limits_A f = 2$.
b. $\max\limits_A f = \frac{5}{3}$.
c. $\min\limits_A f = \frac{5}{3}$.
d. $\min\limits_A f = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

• Un sistema fondamentale di soluzioni per l'equazione $x'(t) = \frac{2x(t)}{t}$ in $\mathbf{R}^+$ è
a. $\{-t^2\}$.
b. $\{t^2, t\}$.
c. $\{e^{-\sqrt{2}t}, e^{\sqrt{2}t}\}$.
d. $\{t\}$.

• Sia x la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = \frac{t}{x(t)}, \\ x(0) = -3. \end{cases}$$

Allora $x(1) =$
a. $\sqrt{5}$.
b. $-\sqrt{5}$.
c. $\sqrt{10}$.
d. $-\sqrt{10}$.

• Sia $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_1 + x_2 \leq 2\pi\}$. Allora $\int_A \sin(x_1 + x_2) dx_1 dx_2 =$
a. -3π.
b. 3π.
c. -2π.
d. 2π.

• Sia $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : \frac{x_1^2}{9} + x_2^2 \leq 1\}$. Allora $\int_A x_1^2 x_2^2 dx_1 dx_2 =$
a. $\frac{3\pi}{8}$.
b. $\frac{3\pi}{16}$.
c. $\frac{9\pi}{16}$.
d. $\frac{9\pi}{8}$.

• Sia $F : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3$, $F(x_1, x_2, x_3) = (\beta \cos(2x_1 + x_2 - x_3^2), \cos(2x_1 + x_2 - x_3^2), \gamma x_3 \cos(2x_1 + x_2 - x_3^2))$, con β e γ parametri reali. Allora F è esatto se e solo se
a. $\beta = 2$, $\gamma = -2$.
b. $\beta = -2$, $\gamma = -2$.
c. $\beta = -2$, $\gamma = 2$.
d. non esiste alcuna scelta di β e γ tale che F sia esatto.

Prova scritta di Analisi Matematica L-B
16 dicembre 2003

Cognome e nome ....

• Sia $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : \max\{|x_1|, |x_2|\} \leq 2, x_1 \neq 0\}$. Allora
a. $(0,0) \in Fr(A) \setminus D(A)$.
b. $(0,0) \in A \setminus \mathring{A}$.
c. $(0,0) \in D(A) \setminus \mathring{A}$.
d. $(0,0) \in D(A) \setminus Fr(A)$.

• Sia $f : \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1 > 0\} \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = (x_1^{x_2}, \sin(3x_2))$. Allora $det(J_f(x_1, x_2)) = 0$ se e solo se
a. $x_2 = 0$, $x_1 \in \{\frac{1}{3}(\frac{\pi}{2} + k\pi) : k \in \mathbf{Z}\}$.
b. $x_2 \in \{\frac{1}{3}(\frac{\pi}{2} + k\pi) : k \in \mathbf{Z}\}$.
c. $x_2 \in \{0\} \cup \{\frac{1}{3}(\frac{\pi}{2} + k\pi) : k \in \mathbf{Z}\}$.
d. $x_2 \in \{\frac{1}{6}(\frac{\pi}{2} + k\pi) : k \in \mathbf{Z}\}$.

• $\ln(\sin(x_1 + x_2)) =$
a. $\frac{(x_1 - \frac{\pi}{2})^2}{2} - (x_1 - \frac{\pi}{2})x_2 + \frac{x_2^2}{2} + r(x_1, x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2) \to (\frac{\pi}{2}, 0)} \frac{r(x_1,x_2)}{x_1^2 + x_2^2} = 0$.
b. $-\frac{(x_1 - \frac{\pi}{2})^2}{2} - (x_1 - \frac{\pi}{2})x_2 - \frac{x_2^2}{2} + r(x_1, x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2) \to (\frac{\pi}{2}, 0)} \frac{r(x_1,x_2)}{x_1^2 + x_2^2} = 0$.
c. $-\frac{(x_1 - \frac{\pi}{2})^2}{2} + (x_1 - \frac{\pi}{2})x_2 - \frac{x_2^2}{2} + r(x_1, x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2) \to (\frac{\pi}{2}, 0)} \frac{r(x_1,x_2)}{x_1^2 + x_2^2} = 0$.
d. $\frac{(x_1 - \frac{\pi}{2})^2}{2} + (x_1 - \frac{\pi}{2})x_2 - \frac{x_2^2}{2} + r(x_1, x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2) \to (\frac{\pi}{2}, 0)} \frac{r(x_1,x_2)}{x_1^2 + x_2^2} = 0$.

• Siano $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : 4 \leq x_1^2 + x_2^2 \leq 16\}$, $f : A \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = x_1^2 + x_1 + x_2^2$. Allora
a. $\max_A f = 12$.
b. $\max_A f = 20$.
c. $\min_A f = 6$.
d. $\min_A f = 1$.

• Sia x la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x''(t) + x(t) = 2\sin(t), \\ x(0) = x'(0) = 0. \end{cases}$$

Allora $x(\pi) =$

a. $\frac{\pi}{4}$.
b. $\frac{\pi}{2}$.
c. π.
d. 2π.

• Sia x la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = \frac{3t}{1+\tan^2(x(t))}, \\ x(0) = 0. \end{cases}$$

Allora
a. $\lim_{t\to+\infty} x(t) = \frac{\pi}{2}$.
b. $\lim_{t\to-\infty} x(t) = -\frac{\pi}{2}$.
c. $x(\frac{2}{\pi}) = 0$.
d. $x(\frac{2}{\pi}) = \pi$.

• Sia $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : 1 \leq x_1^2 + x_2^2 \leq 4, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0\}$. Allora $\int_A x_1 x_2 dx_1 dx_2 =$
a. $\frac{15}{32}$.
b. $\frac{15}{16}$.
c. $\frac{15}{8}$.
d. $\frac{15}{4}$.

• Sia $A := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 \leq x_3^2, 0 \leq x_3 \leq 3\}$. Allora $\int_A x_3 dx_1 dx_2 dx_3 =$
a. $\frac{81\pi}{16}$.
b. $\frac{81\pi}{8}$.
c. $\frac{81\pi}{4}$.
d. $\frac{81\pi}{2}$.

• Sia $\alpha : [0,1] \to \mathbf{R}^2$, $\alpha(t) = (t, 2t^2)$. Allora $\int_\alpha \sqrt{1+8y} \;\; ds =$
a. $\frac{19}{3}$.
b. $\frac{38}{3}$.
c. $\frac{38}{5}$.
d. $\frac{39}{5}$.

Prova scritta di Analisi Matematica L-B
12 gennaio 2004

Cognome e nome ....

• Sia A il dominio naturale di $f(x_1, x_2) = \ln(\frac{2x_1}{x_2})$. Allora
a. $(0, 2) \in D(A) \setminus Fr(A)$.
b. $(0, 2) \in D(A) \cap Fr(A)$.
c. $(0, 2) \in Fr(A) \setminus D(A)$.
d. $(0, 2) \in A \cap D(A)$.

• Siano $g \in C^1(\mathbf{R}^2)$, $f : \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_2 \neq 0\} \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = g(\frac{x_1}{x_2}, 3x_2)$. Allora $\frac{\partial f}{\partial x_1}(1, 3) =$
a. $-\frac{D_1 g(\frac{1}{3},9)}{9}$.
b. $-\frac{D_1 g(\frac{1}{3},9)}{3}$.
c. $\frac{D_1 g(\frac{1}{3},9)}{3}$.
d. $\frac{D_1 g(\frac{1}{3},9)}{3} + 3D_2 g(\frac{1}{3}, 9)$.

• Sia $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = \sin(x_1) + \cos(x_2)$. Allora $(\frac{\pi}{2}, 3\pi)$
a. è un punto di minimo relativo.
b. è un punto di massimo relativo.
c. è un punto di sella.
d. non è un punto critico.

• Siano $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 \leq 1\}$, $f : A \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = 3x_1 - x_2$. Allora
a. $\max_A f = 4$.
b. $\min_A f = 3$.
c. $\min_A f = -\sqrt{10}$.
d. $\min_A f = -3$.

• Sia $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_1 + x_2 \leq 1\}$. Allora $\int_A x_1^2 x_2 dx_1 dx_2 =$
a. $\frac{1}{15}$.
b. $\frac{1}{30}$.
c. $\frac{1}{60}$.
d. $\frac{1}{120}$.

• Siano $A := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 \leq 1, 0 \leq x_3 \leq 3\}$. Allora $\int_A (x_1^2 + x_2^2) x_3 dx_1 dx_2 dx_3 =$
a. $\frac{9\pi}{4}$.
b. $\frac{9\pi}{2}$.
c. 9π.
d. 18π.

• Un sistema fondamentale di soluzioni per $x''(t) - 4x'(t) + 4x(t) = 0$ è costituito da
a. $\{e^{2t}, e^{3t}\}$.
b. $\{(t+1)e^{2t}, (2t+2)e^{2t}\}$.
c. $\{(t+1)e^{2t}, (t-1)e^{2t}\}$.
d. $\{(t+1)e^{2t}, t^2 e^{2t}\}$.

• Sia x la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = \frac{1}{x(t)+3}, \\ x(0) = 0. \end{cases}$$

Allora $x(1) =$
a. $\sqrt{15} + 3$.
b. $\sqrt{13} + 3$.
c. $\sqrt{13} - 3$.
d. $\sqrt{11} - 3$.

• Il campo vettoriale $F(x_1, x_2) = ((x_1 + 2x_2)^2, c(x_1 + 2x_2)^2))$ è esatto in $\mathbf{R}^2$ se e solo se
a. $c = 4$.
b. $c = 2$.
c. $c = \frac{1}{4}$.
d. $c = \frac{1}{2}$.

Prova scritta di Analisi Matematica L-B
24 marzo 2004

Cognome e nome ....

• Sia $A := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 - x_3^2 = 4\}$. Allora
a. A è chiuso e limitato.
b. A non è né chiuso, né limitato.
c. A è limitato, ma non chiuso.
d. A è chiuso, ma non limitato.

• Siano $A := \{x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1 > 0, x_2 > 0\}$, $f : A \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 x_2)^{3x_3}$, $\nu = (0, 1, 1)$. Allora $\frac{\partial f}{\partial \nu}(1, 1, 1) =$
a. 3.
b. 4.
c. 0.
d. 2.

• Siano $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_2 \neq 0\}$, $f : A \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = \frac{x_1}{x_2}$. Allora
a. $f(x_1, x_2) = \frac{x_1}{2} + x_2 - \frac{1}{16} x_1 (x_2 - 4) + \frac{1}{32} (x_2 - 4)^2 + r(x_1, x_2)$, con $\lim\limits_{(x_1,x_2)\to(0,4)} \frac{r(x_1,x_2)}{x_1^2 + (x_2-4)^2} = 0$.
b. $f(x_1, x_2) = \frac{x_1}{4} + x_2 - \frac{1}{16} x_1 (x_2 - 4) + \frac{1}{32} (x_2 - 4)^2 + r(x_1, x_2)$, con $\lim\limits_{(x_1,x_2)\to(0,4)} \frac{r(x_1,x_2)}{x_1^2 + (x_2-4)^2} = 0$.
c. $f(x_1, x_2) = \frac{x_1}{4} - \frac{1}{16} x_1 (x_2 - 4) + \frac{1}{32} (x_2 - 4)^2 + r(x_1, x_2)$, con $\lim\limits_{(x_1,x_2)\to(0,4)} \frac{r(x_1,x_2)}{x_1^2 + (x_2-4)^2} = 0$.
d. $f(x_1, x_2) = \frac{x_1}{4} - \frac{1}{16} x_1 (x_2 - 4) + r(x_1, x_2)$, con $\lim\limits_{(x_1,x_2)\to(0,4)} \frac{r(x_1,x_2)}{x_1^2 + (x_2-4)^2} = 0$.

• Sia x la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = \frac{1+t}{x(t)}, \\ x(0) = -2. \end{cases}$$

Allora $x(1) =$
a. $-\sqrt{12}$
b. $\sqrt{12}$.
c. $-\sqrt{7}$.

d. $\sqrt{7}$.

•Il problema

$$\begin{cases} x''(t) - 2x'(t) - 3x(t) = 0, t \in \mathbf{R}, \\ \lim_{t \to +\infty} x(t) = 0 \end{cases}$$

a. non ha soluzioni.
b. ha infinite soluzioni.
c. ha un'unica soluzione.
d. ha esattamente due soluzioni.

• Sia $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : 0 \leq x_1 \leq 2, 0 \leq x_2 \leq x_1\}$. Allora $\int_A x_1 x_2 dx_1 dx_2 =$
a. $\frac{1}{2}$.
b. 1.
c. 2.
d. 4.

• Sia $A := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 \leq 1, x_3 \geq 0, x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \leq 4\}$. Allora $L_3(A) =$
a. $\pi(\frac{16}{3} - 2\sqrt{3})$.
b. $\pi(\frac{32}{3} - 4\sqrt{3})$.
c. $2\pi(8 - 3\sqrt{3})$.
d. $4\pi(8 - 3\sqrt{3})$.

• Sia $F : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$, $F(x_1, x_2) = (\frac{x_1}{1+(x_1^2+2x_2)^2}, \frac{c}{1+(x_1^2+2x_2)^2})$. Allora F è esatto se e solo se
a. non esiste alcun c tale che F è esatto.
b. $c = 1$.
c. $c = \frac{3}{2}$.
d. $c = 2$.

• Siano $\Omega := \{x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : 0 < x_1 < \pi, 0 < x_2 < \sin(x_1) + 4\}$, $f \in C^1(\overline{\Omega})$, tale che $f(x_1, x_2) = 0$ se $x_1 \notin]0, \pi[$. Allora $\int_\Omega \frac{\partial f}{\partial x_1}(x_1, x_2) dx_1 dx_2 =$
a. $\int_0^\pi f(t, \sin(t) + 4) \cos(t) dt - \int_0^\pi f(t, 0) dt$.
b. $-\int_0^\pi f(t, \sin(t) + 4) \cos(t) dt + \int_0^\pi f(t, 0) dt$.
c. $-\int_0^\pi f(t, \sin(t) + 4) \cos(t) dt$.
d. $\int_0^\pi f(t, \sin(t) + 4) \cos(t) dt$.

Prova scritta di Analisi Matematica L-B
7 aprile 2004

Cognome e nome ....

• Sia $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1 x_2 = 2\}$. Allora
a. A è aperto.
b. A è connesso per archi.
c. A è limitato.
d. $A = Fr(A)$.

• Siano $g \in C^1(\mathbf{R}^2)$, $f : \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1 > 0\} \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = x_1^{g(x_1, x_1 x_2)}$. Allora $D_1 f(3, 0) =$
a. $D_1 g(3, 0) + \frac{g(3,0)}{3}$.
b. $3^{g(3,0)}[D_1 g(3, 0) + \frac{g(3,0)}{3}]$.
c. $3^{g(3,0)}[D_1 g(3, 0) \ln(3) + \frac{g(3,0)}{3}]$.
d. $3^{g(3,0)}\{[D_1 g(3, 0) + D_2 g(3, 0)] \ln(3) + \frac{g(3,0)}{3}\}$.

• Sia $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = \arctan(x_1 x_2)$. Allora
a. $f(x_1, x_2) = x_1 + 4x_2 + (x_1 - 4)^2 + (x_1 - 4)x_2 + x_2^2 + r(x_1, x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(4,0)} \frac{r(x_1,x_2)}{(x_1-4)^2+x_2^2} = 0$.
b. $f(x_1, x_2) = 4x_2 + (x_1 - 4)^2 + (x_1 - 4)x_2 + x_2^2 + r(x_1, x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(4,0)} \frac{r(x_1,x_2)}{(x_1-4)^2+x_2^2} = 0$.
c. $f(x_1, x_2) = 4x_2 + (x_1 - 4)x_2 + x_2^2 + r(x_1, x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(4,0)} \frac{r(x_1,x_2)}{(x_1-4)^2+x_2^2} = 0$.
d. $f(x_1, x_2) = 4x_2 + (x_1 - 4)x_2 + r(x_1, x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(4,0)} \frac{r(x_1,x_2)}{(x_1-4)^2+x_2^2} = 0$.

• Sia x la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x''(t) - 4x'(t) + 5x(t) = 1, \\ x(0) = x'(0) = 0. \end{cases}$$

Allora $x(1) =$
a. $\frac{1 - e^2\cos(1) + 2e^2\sin(1)}{5}$.
b. $\frac{2e^2\sin(1) - e^2\cos(1)}{5}$.
c. $\frac{1 - e^2\sin(1) + 2e^2\cos(1)}{5}$.
d. $\frac{2e^2\cos(1) - e^2\sin(1)}{5}$.

• Sia x la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = -tx(t), \\ x(0) = 3. \end{cases}$$

Allora $x(1) =$
a. $2e^{-\frac{1}{2}}$.
b. $3e^{-\frac{1}{2}}$.
c. $4e^{-\frac{1}{2}}$.
d. $4e^{-1}$.

• Siano $A := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 \leq 16, 0 \leq x_3 \leq 1\}$. Allora $\int_A x_1^2 dx_1 dx_2 dx_3 =$
a. 2π.
b. 4π.
c. $\frac{81\pi}{4}$.
d. 64π.

• $\int_{[0,+\infty[} xe^{-2x} dx =$
a. $\frac{1}{25}$.
b. $\frac{1}{16}$.
c. $\frac{1}{9}$.
d. $\frac{1}{4}$.

• Siano $F : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$, $F(x_1, x_2) = (\cos(x_1^2 + x_2^2)x_1, \cos(x_1^2 + x_2^2)x_2)$ e U il suo potenziale tale che $U(0, 0) = 3$. Allora $U(\sqrt{\pi}, 0) =$
a. 2.
b. 3.
c. 4.
d. F non è esatto.

• Siano $\Omega := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 < 32, x_3 > 1\}$, $f \in C^1(\mathbf{R}^3)$ tale che $f(x_1, x_2, x_3) = 0$ se $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \geq 16$. Allora $\int_{\overline{\Omega}} D_1 f(x_1, x_2, x_3)$ $dx_1 dx_2 dx_3 =$
a. $\int_1^{\sqrt{31}} (\int_0^{2\pi} f(\rho\cos(\theta), \rho\sin(\theta), 1)\rho d\theta) d\rho$.
b. 0.
c. $\int_0^{\sqrt{31}} (\int_0^{2\pi} f(\rho\cos(\theta), \rho\sin(\theta), 1)\rho d\theta) d\rho$.
d. $-\int_0^{\sqrt{31}} (\int_0^{2\pi} f(\rho\cos(\theta), \rho\sin(\theta), 1)\rho d\theta) d\rho$.

Prova scritta di Analisi Matematica L-B
5 luglio 2004

Cognome e nome ....

• Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_2 = 2x_1^2, |x_1| < 1\}$. Allora $(1, 2)$
a. $\in D(A) \cap Fr(A)$.
b. $\in \mathring{A} \cap Fr(A)$.
c. $\in \mathring{A} \cap D(A)$.
d. $\in Fr(A) \setminus D(A)$.

• Siano $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, di classe C^1, $g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $g(x) = f(\cos(\frac{x}{3}), \sin(\frac{x}{3}))$.
Allora $g'(0) =$
a. $\frac{D_2 f(1,0)}{3}$.
b. $\frac{D_1 f(1,0)}{3}$.
c. $\frac{D_1 f(1,0) + D_2 f(1,0)}{3}$.
d. $\frac{-D_1 f(1,0) + D_2 f(1,0)}{3}$.

• Sia $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = x_2 \sin(x_1 + 2x_2)$. Allora
a. $f(x_1, x_2) = x_2 - (x_1 - \pi)x_2 - 2x_2^2 + r(x_1, x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(\pi,0)} \frac{r(x_1,x_2)}{(x_1-\pi)^2 + x_2^2} = 0$.
b. $f(x_1, x_2) = (x_1 - \pi) - (x_1 - \pi)x_2 - 2x_2^2 + r(x_1, x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(\pi,0)} \frac{r(x_1,x_2)}{(x_1-\pi)^2 + x_2^2} = 0$.
c. $f(x_1, x_2) = -(x_1 - \pi)x_2 - 2x_2^2 + r(x_1, x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(\pi,0)} \frac{r(x_1,x_2)}{(x_1-\pi)^2 + x_2^2} = 0$.
d. $f(x_1, x_2) = -2(x_1 - \pi)x_2 - 4x_2^2 + r(x_1, x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(\pi,0)} \frac{r(x_1,x_2)}{(x_1-\pi)^2 + x_2^2} = 0$.

• Siano $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_2 \neq 0, \cos(\frac{3x_1}{x_2}) \neq 0\}$, $f : A \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = \tan(\frac{3x_1}{x_2})$, $v = (1, 1)$. Allora $\frac{\partial f}{\partial v}(0, 1) =$
a. 1.
b. 2.
c. 3.
d. 4.

• Il problema

$$\begin{cases} x''(t) - 6x'(t) + 8x(t) = 0, \quad t \in \mathbf{R}, \\ \lim\limits_{t \to +\infty} x(t) = 0. \end{cases}$$

a. ha infinite soluzioni.

b. possiede esattamente una soluzione che non è identicamente nulla.
c. ha solo la soluzione identicamente nulla.
d. non ha soluzioni.

• Sia x la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x''(t) = 1 + 9x'(t)^2, \\ x(0) = x'(0) = 0. \end{cases}$$

Allora $x(\frac{1}{3}) =$
a. $\frac{\ln(\cos(1))}{4}$.
b. $\frac{\ln(\cos(1))}{9}$.
c. $-\frac{\ln(\cos(1))}{4}$.
d. $-\frac{\ln(\cos(1))}{9}$.

• Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 \leq 4, x_2 \geq 0\}$. Allora $\int_A x_2^2 dx_1 dx_2 =$
a. π.
b. 2π.
c. 3π.
d. 4π.

• Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 + x_3^3 \leq 9\}$. Allora $\int_A (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2) dx_1 dx_2 dx_3 =$
a. $\frac{243\pi}{5}$.
b. $\frac{972\pi}{5}$.
c. $\frac{243\pi}{10}$.
b. $\frac{972\pi}{10}$.

• Siano $S = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : 0 \leq x_1 \leq 1, 0 \leq x_2 \leq 1, x_3 = 2\}$, $F \in C^1(\mathbf{R}^3, \mathbf{R}^3)$, ν l'orientamento di S tale che $\nu(x_1, x_2, x_3) = (0, 0, 1)$ $\forall x \in S$. . Allora $\int_S rot(F)(x) \cdot \nu(x) d\sigma =$
a. $\int_0^1 [F_1(t, 0, 2) + F_2(1, t, 2) + F_1(t, 1, 2) + F_2(0, t, 2)]dt$.
b. $\int_0^1 [F_1(t, 0, 2) + F_2(1, t, 2) + F_1(t, 1, 2) - F_2(0, t, 2)]dt$.
c. $\int_0^1 [F_1(t, 0, 2) + F_2(1, t, 2) - F_1(t, 1, 2) - F_2(0, t, 2)]dt$.
d. $\int_0^1 [F_1(t, 0, 2) - F_2(1, t, 2) - F_1(t, 1, 2) - F_2(0, t, 2)]dt$.

Prova scritta di Analisi Matematica L-B
19 luglio 2004

Cognome e nome ....

• Sia $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 < 1\} \cup \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : 1 \leq x_1 \leq 2, x_2 = 0\}$. Allora $\mathring{A} =$
a. $\{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 < 1\}$.
b. $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 < 1\} \cup \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : 1 < x_1 < 2, x_2 = 0\}$.
c. $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 < 1\} \cup \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : 1 \leq x_1 < 2, x_2 = 0\}$.
d. A.

• Siano $g \in C^2(\mathbf{R})$, $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = g(x_1 - 3x_2)$. Allora, $\forall (x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2$,
a. $\frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2}(x_1, x_2) = 9\frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2}(x_1, x_2)$.
b. $\frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2}(x_1, x_2) = 9\frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2}(x_1, x_2)$.
c. $\frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2}(x_1, x_2) = 9\frac{\partial^2 f}{\partial_{x_1} \partial x_2}(x_1, x_2)$.
d. $\frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2}(x_1, x_2) = -9\frac{\partial^2 f}{\partial_{x_1} \partial x_2}(x_1, x_2)$.

• Sia $f : \{x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1 + 2x_2 \neq 0\} \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = \frac{x_1}{x_1 + 2x_2}$. Allora
a. $f(x_1, x_2) = x_1 - x_1^2 - \frac{x_1(x_2-1)}{2} + r(x_1, x_2)$ con $\lim\limits_{(x_1,x_2)\to(0,1)} \frac{r(x_1,x_2)}{x_1^2+(x_2-1)^2} = 0$.
b. $f(x_1, x_2) = \frac{x_1}{2} - x_1^2 - \frac{x_1(x_2-1)}{2} + r(x_1, x_2)$ con $\lim\limits_{(x_1,x_2)\to(0,1)} \frac{r(x_1,x_2)}{x_1^2+(x_2-1)^2} = 0$.
c. $f(x_1, x_2) = \frac{x_1}{2} - \frac{x_1^2}{4} - \frac{x_1(x_2-1)}{2} + r(x_1, x_2)$ con $\lim\limits_{(x_1,x_2)\to(0,1)} \frac{r(x_1,x_2)}{x_1^2+(x_2-1)^2} = 0$.
d. $f(x_1, x_2) = \frac{x_1}{2} - \frac{x_1^2}{2} - x_1(x_2-1) + r(x_1, x_2)$ con $\lim\limits_{(x_1,x_2)\to(0,1)} \frac{r(x_1,x_2)}{x_1^2+(x_2-1)^2} = 0$.

• Siano $f : \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_2 \neq 0, x_1 > 0\} \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = \ln(\frac{3x_1}{x_2^2})$, $\nu = (1, -1)$. Allora $\frac{\partial f}{\partial \nu}(1, 1) =$
a. 1.
b. 2.
c. 3.
d. 4.

• Sia x la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = \frac{x(t)}{t}, \\ x(1) = 2. \end{cases}$$

Allora $x(2) =$
a. 3.
b. 4.
c. 5.
d. 6.

• Un sistema fondamentale di soluzioni per $x''(t) - 2x'(t) + 10x(t) = 0$ è costituito da
a. $\{e^t \cos(2t), te^{2t}\}$.
b. $\{e^t \cos(3t), te^{3t}\}$.
c. $\{e^t \cos(2t), e^t \sin(2t)\}$.
d. $\{e^t \cos(3t), e^t \sin(3t)\}$.

• Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1 + x_2 \leq 2, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0\}$. Allora $\int_A \frac{x_1}{x_1+x_2+1} dx_1 dx_2 =$
a. $\frac{1}{2}\ln(4) + \frac{3}{4}$.
b. $\frac{1}{2}\ln(4)$.
c. $\frac{1}{2}\ln(3)$.
d. $\ln(3)$.

• $\int_{[0,+\infty[} xe^{-3x^2} dx =$
a. $\frac{1}{6}$.
b. $\frac{1}{4}$.
c. $\frac{1}{3}$.
d. $\frac{1}{2}$.

• Siano $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : 0 < x_1 < 2, 0 < x_2 < x_1\}$, $f \in C^1(\overline{A})$. Allora $\int_{\overline{A}} D_1 f(x_1, x_2) dx_1 dx_2 =$
a. $\int_0^2 [f(t,t) - f(2,t)]dt$.
d. $-\int_0^2 [f(2,t) + f(t,t)]dt$.
c. $\int_0^2 [f(2,t) - f(t,t)]dt$.
d. $\int_0^2 [f(2,t) + f(t,t)]dt$.

Prova scritta di Analisi Matematica L-B
14 settembre 2004

Cognome e nome ....

• Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1 + x_2 \leq 2, x_1 - x_2 \geq -2\}$. Allora
a. A è chiuso e connesso per archi.
b. A è aperto e connesso per archi.
c. A è aperto e limitato.
d. A è chiuso e limitato.

• Siano $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1 + x_2 > 0\}$, $f : A \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = (x_1 + x_2)^{x_1}$, $\nu = (1, 1)$. Allora $\frac{\partial f}{\partial \nu}(0, 1) =$
a. 3.
b. 2.
c. 1.
d. 0.

• Siano $g \in C^1(\mathbf{R}^2)$, $f : \mathbf{R}^+ \to \mathbf{R}$, $f(t) = g(\arctan(t), \ln(t))$. Allora $f'(1) =$
a. $D_1 g(\pi/4, 0) + 2D_2 g(\pi/4, 0)$.
b. $D_1 g(\pi/4, 0)/2 + 2D_2 g(\pi/4, 0)$.
c. $D_1 g(\pi/4, 0)/2 + D_2 g(\pi/4, 0)$.
d. $D_1 g(\pi/4, 0) + D_2 g(\pi/4, 0)$.

• Si ha
a. $x_1^{x_2} = 1 + (x_1 - 1) + (x_1 - 1)x_2 + r(x_1, x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(1,0)} \frac{r(x_1,x_2)}{(x_1-1)^2+x_2^2} = 0$.
b. $x_1^{x_2} = 1 + (x_1 - 1)x_2 + r(x_1, x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(1,0)} \frac{r(x_1,x_2)}{(x_1-1)^2+x_2^2} = 0$.
c. $x_1^{x_2} = 1 + (x_1 - 1)x_2/2 + r(x_1, x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(1,0)} \frac{r(x_1,x_2)}{(x_1-1)^2+x_2^2} = 0$.
d. $x_1^{x_2} = 1 + (x_1 - 1)x_2/2 + x_2^2 + r(x_1, x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(1,0)} \frac{r(x_1,x_2)}{(x_1-1)^2+x_2^2} = 0$.

• Il problema

$$\begin{cases} x''(t) = 0, & t \in \mathbf{R} \\ \lim_{t\to+\infty} x(t) = 1 \end{cases}$$

a. ha infinite soluzione.
b. ha un numero finito, maggiore di uno, di soluzioni.
c. ha un'unica soluzione.
d. non ha soluzioni.

• Sia x la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = -1/x(t), \\ x(0) = 1. \end{cases}$$

Allora $x(-1)$
a. non è definito.
b. $= 1$.
c. $= \sqrt{2}$.
d. $= \sqrt{3}$.

• Siano $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 \leq 1, 0 \leq x_2 \leq x_1\}$. Allora $\int_A x_1 dx_1 dx_2 =$
a. $1/(3\sqrt{2})$.
b. $\sqrt{2}/3$.
c. $1/\sqrt{2}$.
d. $\sqrt{3}/2$.

• Siano $A := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 \leq 1, -1 \leq x_3 \leq 2\}$. Allora $\int_A x_1^2 x_3 dx_1 dx_2 dx_3 =$
a. 6π.
b. 3π.
c. $3\pi/8$.
d. $3\pi/4$.

• Siano $\Omega := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : -1 < x_1 < 1, x_1^2 < x_2 < 1\}$, $f \in C^1(\overline{\Omega})$. Allora $\int_\Omega \frac{\partial f}{\partial x_1}(x_1, x_2) dx_1 dx_2 =$
a. $2\int_{-1}^1 f(t, t^2) t dt$.
b. $\int_{-1}^1 f(t, t^2) t dt$.
c. $-\int_{-1}^1 f(t, t^2) dt$.
d. $\int_{-1}^1 f(t, t^2) dt$.

Prova scritta di Analisi Matematica L-B
28 settembre 2004

Cognome e nome ....

• Sia $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1 x_2 = 1\}$. Allora
a. A non è né limitato, né connesso per archi.
b. A è limitato, ma non connesso per archi.
c. A è limitato e connesso per archi.
d. A è connesso per archi, ma non limitato.

• Siano $g \in C^2(\mathbf{R}^2)$, $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(t) = g(t, t^2 + 1)$. Allora $f''(0) =$
a. $\frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2}(0,1) + 2\frac{\partial f}{\partial x_2}(0,1)$.
b. $2\frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2}(0,1) + 2\frac{\partial f}{\partial x_2}(0,1)$.
c. $2\frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2}(0,1) + 3\frac{\partial f}{\partial x_2}(0,1)$.
d. $2\frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2}(0,1) + 3\frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2}(0,1)$.

• Si ha
a. $1/(1+x_1+x_2) = 1+x_1+x_2+x_1^2+x_1x_2+x_2^2+r(x_1,x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(0,0)} r(x_1,x_2)/(x_1^2+x_2^2) = 0$.
b. $1/(1+x_1+x_2) = 1-x_1+x_2+x_1^2+x_1x_2+x_2^2+r(x_1,x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(0,0)} r(x_1,x_2)/(x_1^2+x_2^2) = 0$.
c. $1/(1+x_1+x_2) = 1-x_1-x_2+x_1^2+x_1x_2+x_2^2+r(x_1,x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(0,0)} r(x_1,x_2)/(x_1^2+x_2^2) = 0$.
d. $1/(1+x_1+x_2) = 1-x_1-x_2+x_1^2+2x_1x_2+x_2^2+r(x_1,x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(0,0)} r(x_1,x_2)/(x_1^2+x_2^2) = 0$.

• Un sistema fondamentale di soluzioni per l'equazione $x''(t) + 4x'(t) + 4x(t) = 0$ è
a. $\{e^{-3t}, e^{-3t}(1+t)\}$.
b. $\{e^{-2t}, e^{-3t}(1+t)\}$.
c. $\{e^{-2t}, e^{-2t}(1+t)\}$.
d. $\{e^{-2t}(2+2t), e^{-2t}(1+t)\}$.

• Sia x la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = x(t)^3/t^3, \\ x(1) = 1. \end{cases}$$

Allora $\lim_{t\to 0} x(t)$
a. non esiste.
b. $= +\infty$.
c. $= 0$.
d. $= 1$.

• Sia $A := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 \le 2x_3^2, 0 \le x_3 \le 1\}$. Allora $L_3(A) =$
a. $\pi/6$.
b. $\pi/3$.
c. $2\pi/3$.
d. $4\pi/3$.

• $\int_{]0,2]} \ln(x)dx =$
a. $\ln(2) - 1$.
b. $2(\ln(2) - 1)$.
c. $\ln(2) + 1$.
b. $2(\ln(2) + 1)$.

• Sia $\alpha : [0, 2\pi] \to \mathbf{R}^2$, $\alpha(t) = (2\cos(t), 2\sin(t))$. Allora $\int_\alpha x^2 ds =$
a. 8π.
b. 4π.
c. 2π.
d. π.

• Siano $S := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 8, x_3 \ge 2\}$, ν l'orientamento di S tale che $\nu(0, 0, 2\sqrt{2}) = (0, 0, -1)$, $F \in C^1(\mathbf{R}^3, \mathbf{R}^3)$. Allora $\int_S rot(F)(x) \cdot \nu(x) d\sigma =$
a. $2\int_0^{2\pi}[F_1(2\cos(t), 2\sin(t), 2)\sin(t) + F_2(2\cos(t), 2\sin(t), 2)\cos(t)]dt$.
b. $\int_0^{2\pi}[F_1(2\cos(t), 2\sin(t), 2)\sin(t) + F_2(2\cos(t), 2\sin(t), 2)\cos(t)]dt$.
c. $2\int_0^{2\pi}[F_1(2\cos(t), 2\sin(t), 2)\sin(t) - F_2(2\cos(t), 2\sin(t), 2)\cos(t)]dt$.
d. $-2\int_0^{2\pi}[F_1(2\cos(t), 2\sin(t), 2)\sin(t) + F_2(2\cos(t), 2\sin(t), 2)\cos(t)]dt$.

Prova scritta di Analisi Matematica L-B
9 dicembre 2004

Cognome e nome ....

• Sia $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1x_2 \leq 2, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0\}$. Allora
a. A è limitato, ma non chiuso.
b. A è chiuso, ma non limitato.
c. A è chiuso e limitato.
d. A non è né chiuso, né limitato.

• Siano $f(x_1, x_2) = \arcsin(x_1/(3x_2))$, definita nel suo dominio naturale, $\nu := (1, 1)$. Allora $\frac{\partial f}{\partial \nu}(1, 1) =$
a. 3.
b. 2.
c. 1.
d. 0.

• Siano $g \in C^1(\mathbf{R}^2)$, $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = g(x_1 + x_2, 2x_1 - x_2)$. Allora $\frac{\partial f}{\partial x_2}(0, 0) =$
a. $D_1g(0, 0) - D_2g(0, 0)$.
b. $D_1g(0, 0) + D_2g(0, 0)$.
c. $D_1g(0, 0) - 2D_2g(0, 0)$.
d. $D_1g(0, 0) + 2D_2g(0, 0)$.

• Sia $f(x_1, x_2) = x_1/(3x_2)$, definita nel suo dominio naturale. Allora
a. $f(x_1, x_2) = 1/3 + (x_1 - 1)/3 - (x_2 - 1)/3 - (x_1 - 1)(x_2 - 1)/6 + (x_2 - 1)^2/3 + r(x_1, x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(1,1)} r(x_1, x_2)/[(x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2] = 0$.
b. $f(x_1, x_2) = 1/3 + (x_1 - 1)/3 - (x_2 - 1)/3 - (x_1 - 1)(x_2 - 1)/3 + (x_2 - 1)^2/3 + r(x_1, x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(1,1)} r(x_1, x_2)/[(x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2] = 0$.
c. $f(x_1, x_2) = 1/3 + (x_1 - 1) - (x_2 - 1)/3 - (x_1 - 1)(x_2 - 1)/3 + (x_2 - 1)^2/3 + r(x_1, x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(1,1)} r(x_1, x_2)/[(x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2] = 0$.
d. $f(x_1, x_2) = 1/3 + (x_1 - 1) - (x_2 - 1)/3 - (x_1 - 1)(x_2 - 1)/6 + (x_2 - 1)^2/3 + r(x_1, x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(1,1)} r(x_1, x_2)/[(x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2] = 0$.

• Si consideri il problema

$$\begin{cases} x''(t) + x'(t) = 0, & t \in \mathbf{R}, \\ x(0) = 0, x(2) = 1. \end{cases}$$

Allora
a. questo problema non ha soluzioni.
b. questo problema ha più di una soluzione.
c. questo problema ha un'unica soluzione x e $x(1) = (e^2 - e)/(e^2 - 1)$.
d. questo problema ha un'unica soluzione x e $x(1) = (e - e^2)/(e^2 - 1)$.

• Sia x la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = x(t)^4, \\ x(0) = 3. \end{cases}$$

Allora $x(-1) =$
a. $3/\sqrt[3]{82}$.
b. $2/\sqrt[3]{82}$.
c. $1/\sqrt[3]{82}$.
d. $x(-1)$ non è definito.

• Siano $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : 0 < x_1 \leq 2, 0 \leq x_2 \leq x_1^2\}$, $f : A \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = x_2/x_1$. Allora $\int_A f(x_1, x_2) dx_1 dx_2 =$
a. $1/4$.
b. $1/2$.
c. 1.
d. 2.

• Sia $A := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : 9 \leq x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \leq 36\}$. Allora $\int_A e^{-(x_1^2+x_2^2+x_3^2)}(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)^{-1/2} dx_1 dx_2 dx_3 =$
a. $\pi(e^{-3} - e^{-36})$.
b. $2\pi(e^{-3} - e^{-36})$.
c. $2\pi(e^{-9} - e^{-36})$.
d. $2\pi(e^{-9} - e^{-18})$.

• Siano $\Omega := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 < 1, 0 < x_3 < 2\}$, $f \in C^1(\mathbf{R}^3)$. Allora $\int_{\overline{\Omega}} D_2 f(x_1, x_2, x_3) dx_1 dx_2 dx_3 =$
a. $\int_0^{\pi}(\int_0^2 f(\cos(\theta), \sin(\theta), \zeta) d\zeta) d\theta$.
b. $\int_0^{2\pi}(\int_0^2 f(\cos(\theta), \sin(\theta), \zeta) d\zeta) d\theta$.
c. $\int_0^{2\pi}(\int_0^2 f(\cos(\theta), \sin(\theta), \zeta) \sin(\theta) d\zeta) d\theta$.
d. $\int_0^{2\pi}(\int_0^2 f(\cos(\theta), \sin(\theta), \zeta) \cos(\theta) d\zeta) d\theta$.

Prova scritta di Analisi Matematica L-B
20 dicembre 2004

Cognome e nome ....

• $\lim\limits_{(x_1,x_2)\to(0,2)} \frac{\sin(x_1 x_2)}{x_1}$
a. $= 1$.
b. $= 2$.
c. $= 3$.
d. non esiste.

• Siano $g \in C^1(\mathbf{R}^2)$, $f : [-1,1] \to \mathbf{R}$, $f(t) = g(\arcsin(t), \arccos(t))$. Allora $f'(0) =$
a. $D_1 g(0,\pi) + 2D_2 g(0,\pi)$.
b. $D_1 g(0,\pi) + D_2 g(0,\pi)$.
c. $D_1 g(0,\frac{\pi}{2}) + D_2 g(0,\frac{\pi}{2})$.
d. $D_1 g(0,\frac{\pi}{2}) - D_2 g(0,\frac{\pi}{2})$.

• Siano $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$, $f(x_1,x_2) = (\arctan(2x_1x_2), x_1x_2)$. Allora $\{(x_1,x_2) \in \mathbf{R}^2 : det(J_f(x_1,x_2)) = 0\} =$
a. $\{(x_1,x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1 = 0\}$.
b. $\{(x_1,x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1 = x_2\}$.
c. $\mathbf{R}^2$.
d. $\emptyset$.

• Un sistema fondamentale di soluzioni per l'equazione $x''(t) - 2x'(t) + 2x(t) = 0$ $(t \in \mathbf{R})$ è costituito da
a. $\{\frac{1}{4}e^t\cos(t) + \frac{1}{4}e^t\sin(t), -2e^t\cos(t) - 2e^t\sin(t)\}$.
b. $\{e^t\cos(t) + e^t\sin(t), e^t\cos(t) - e^t\sin(t)\}$.
c. $\{e^t\cos(t) + e^t\sin(t), e^{2t}\cos(t)\}$.
d. $\{e^{2t}\cos(t) + e^t\sin(t), e^{2t}\cos(t)\}$.

• Sia x la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = x(t)^2 t, \\ x(0) = 2. \end{cases}$$

Allora $\lim\limits_{x\to 1^-} x(t)$
a. non esiste.
b. $= 2$.
c. $= -\infty$.

d. $= +\infty$.

• Sia $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : \frac{x_1^2}{4} + \frac{x_2^2}{9} \leq 1\}$. Allora $L_2(A) =$

a. $\frac{3\pi}{4}$.
b. $\frac{3\pi}{2}$.
c. 3π.
d. 6π.

• Sia $A := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \geq 1\}$. Allora

$$\int_A \frac{1}{(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)^{\frac{3}{2}} + 1} dx_1 dx_2 dx_3 =$$

a. e.
b. $+\infty$.
c. $\ln(e^2 + 1)$.
d. $\ln(e^2 + 2)$.

• Sia $\alpha : [0, 1] \to \mathbf{R}^2$, $\alpha(t) = (t, 2t)$. Allora $\int_\alpha (x_2^2 - x_1^2) ds =$

a. $\sqrt{3}$.
b. 2.
c. $\sqrt{5}$.
d. $\sqrt{6}$.

• Siano $\Omega = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 < 1, x_1 > 0\}$, $f \in C^1(\mathbf{R}^2)$. Allora $\int_\Omega \frac{\partial f}{\partial x_1}(x_1, x_2) dx_1 dx_2 =$

a. $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(\cos(t), \sin(t)) \sin(t) dt$.
b. $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(\cos(t), \sin(t)) \cos(t) dt$.
c. $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(\cos(t), \sin(t)) \cos(t) dt - \int_{-1}^{1} f(0, t) dt$.
d. $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(\cos(t), \sin(t)) \sin(t) dt - \int_{-1}^{1} f(0, t) dt$.

Prova scritta di Analisi Matematica L-B
30 marzo 2005

Cognome e nome ....

• Sia $A := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1 + x_2 + 2x_3 = 1\}$. Allora
a. A è chiuso e limitato.
b. A non è né limitato, né chiuso.
c. A è chiuso, ma non limitato.
d. A è limitato, ma non chiuso.

• Siano $f \in C^1(\mathbf{R}^3)$, $g : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}$ tale che $g(x_1, x_2, x_3) = f(x_1 + x_2, x_2 + x_3, x_1 + x_3)(1 + x_1 + x_2 + x_3)$ per ogni $x \in \mathbf{R}^3$. Allora $D_1g(0, 0, 0) =$
a. $D_1f(0, 0, 0) + D_3f(0, 0, 0) + f(0, 0, 0)$.
b. $D_1f(0, 0, 0) + D_2f(0, 0, 0) + f(0, 0, 0)$.
c. $D_2f(0, 0, 0) + D_3f(0, 0, 0) + f(0, 0, 0)$.
d. $D_1f(0, 0, 0) + D_2f(0, 0, 0) + D_3f(0, 0, 0)$.

• Sia $f : \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1 + x_2 \neq -3\} \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = \frac{x_1}{x_1+x_2+3}$. Allora
a. $f(x_1, x_2) = \frac{x_1}{3} - \frac{x_1^2}{4} - \frac{x_1x_2}{9} + r(x_1, x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(0,0)} \frac{r(x_1,x_2)}{x_1^2+x_2^2} = 0$.
b. $f(x_1, x_2) = \frac{x_1}{3} - \frac{x_1^2}{9} - \frac{x_1x_2}{9} + r(x_1, x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(0,0)} \frac{r(x_1,x_2)}{x_1^2+x_2^2} = 0$.
c. $f(x_1, x_2) = \frac{x_1}{3} - \frac{x_1^2}{9} - \frac{2x_1x_2}{9} + r(x_1, x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(0,0)} \frac{r(x_1,x_2)}{x_1^2+x_2^2} = 0$.
d. $f(x_1, x_2) = \frac{x_1}{3} - \frac{2x_1^2}{9} - \frac{2x_1x_2}{9} + r(x_1, x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(0,0)} \frac{r(x_1,x_2)}{x_1^2+x_2^2} = 0$.

• Sia x la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = tx(t), \\ x(0) = 4. \end{cases}$$

Allora $x(1) =$
a. $4e^{1/2}$.
b. $3e^{1/2}$.
c. $2e^{1/2}$.
d. $e^{1/2}$.

• Sia x la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = \frac{x(t)^2}{t^2}, \\ x(1) = 1/2. \end{cases}$$

Allora $\lim_{t\to+\infty} x(t)$
a. $= 1$.
b. $= 1/2$.
c. $= 1/3$.
d. non è definito.

- Sia $A :=]0,1]\times]0,1]$. Allora $\int_A \frac{1}{x_1+3x_2}dx_1dx_2 =$

a. $\frac{5\ln(5)-4\ln(4)}{4}$.
b. $\frac{3\ln(3)-2\ln(2)}{2}$.
c. $+\infty$.
d. $\frac{4\ln(4)-3\ln(3)}{3}$.

- Sia $A := \{(x_1,x_2,x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2+x_2^2 \le 16x_3^2, 1 \le x_3 \le 2\}$. Allora $L_3(A) =$

a. $\frac{28\pi}{3}$.
b. 21π.
c. $\frac{112\pi}{3}$.
d. $\frac{175\pi}{3}$.

- Sia $\alpha : [0,\pi] \to \mathbf{R}^2$, $\alpha(t) = (\cos(t),\sin(t))$. Allora $\int_\alpha \frac{x_1^2}{x_1^2+x_2^2+2}ds =$

a. $\frac{\pi}{10}$.
b. $\frac{\pi}{8}$.
c. $\frac{\pi}{6}$.
d. $\frac{\pi}{4}$.

- Siano $A := \{(x_1,x_2,x_3) : x_1^2+x_2^2+x_3^2 = 16, x_3 \ge 2\}$, $F \in C^1(\mathbf{R}^3,\mathbf{R}^3)$, ν l'orientamento di S tale che $\nu(0,0,4) = (0,0,1)$. Allora $\int_S rot(F)(x)\cdot\nu(x)d\sigma =$

a. $2\sqrt{3}\int_0^{2\pi}[F_2(2\sqrt{3}\cos(t),2\sqrt{3}\sin(t),2)\cos(t) - F_1(2\sqrt{3}\cos(t),2\sqrt{3}\sin(t),2)\sin(t)]dt$.
b. $2\sqrt{3}\int_0^{2\pi}[F_1(2\sqrt{3}\cos(t),2\sqrt{3}\sin(t),2)\cos(t) - F_2(2\sqrt{3}\cos(t),2\sqrt{3}\sin(t),2)\sin(t)]dt$.
c. $2\sqrt{3}\int_0^{2\pi}[F_1(2\sqrt{3}\cos(t),2\sqrt{3}\sin(t),2)\cos(t) + F_2(2\sqrt{3}\cos(t),2\sqrt{3}\sin(t),2)\sin(t)]dt$.
d. $2\sqrt{3}\int_0^{2\pi}[F_1(2\sqrt{3}\cos(t),2\sqrt{3}\sin(t),2)\sin(t) + F_2(2\sqrt{3}\cos(t),2\sqrt{3}\sin(t),2)\cos(t)]dt$.

Prova scritta di Analisi Matematica L-B
7 aprile 2005

Cognome e nome ....

• Sia $A := \{x \in \mathbf{R}^3 : 2 < \|x\| \leq 3\}$. Allora
a. $Fr(A) = \{x \in \mathbf{R}^3 : \|x\| = 2\} \cup \{x \in \mathbf{R}^3 : \|x\| = 3\}$.
b. A è chiuso.
c. A è aperto.
d. $Fr(A) = \{x \in \mathbf{R}^3 : \|x\| = 3\}$.

• Siano $f(x_1, x_2) = \arctan(\frac{x_1}{3x_2})$, definita nel suo dominio naturale, $v = (2, 1)$. Allora $\frac{\partial f}{\partial v}(1, 1) =$
a. $\frac{3}{10}$.
b. $\frac{4}{17}$.
c. $\frac{5}{26}$.
d. $\frac{2}{5}$.

• Sia $f : \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : 4x_1 + \beta x_2 \neq 0\} \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = (4x_1 + \beta x_2)^{-1}$, con $\beta \in \mathbf{R}$. Allora f soddisfa l'equazione $D_1^2 f(x_1, x_2) + D_2^2 f(x_1, x_2) = 0$ per ogni (x_1, x_2) del dominio di f
a. per un singolo valore di $\beta \in \mathbf{R}$.
b. per esattamente due valori distinti di $\beta \in \mathbf{R}$.
c. per più di due valori distinti di $\beta \in \mathbf{R}$.
d. non esiste alcun β in $\mathbf{R}$ con la proprietà descritta.

• Sia x la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x''(t) - x(t) = e^t, \\ x(0) = 2, x'(0) = 0. \end{cases}$$

Allora $x(1) =$
a. $\frac{3}{4}e + \frac{5}{4e} + \frac{e}{2}$.
b. $\frac{5}{4}e + \frac{7}{4e} + \frac{e}{2}$.
c. $\frac{7}{4}e + \frac{9}{4e} + \frac{e}{2}$.
d. $\frac{9}{4}e + \frac{11}{4e} + \frac{e}{2}$.

• Sia x la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = 1/x(t), \\ x(0) = 3. \end{cases}$$

Allora $x(1) =$
a. $\sqrt{18}$.
b. $\sqrt{6}$.
c. $\sqrt{15}$.
d. $\sqrt{11}$.

• $\int_0^{+\infty} e^{-4t^2} t dt =$
a. $+\infty$.
b. $1/4$.
c. $1/6$.
d. $1/8$.

• Sia $A := \{x \in \mathbf{R}^3 : 1 \leq \|x\| \leq 4\}$. Allora $\int_A \frac{\ln(\|x\|^2)}{\|x\|^2} dx =$
a. $(16 \ln(2) - 8)\pi$.
b. $(24 \ln(2) - 16)\pi$.
c. $(32 \ln(2) - 24)\pi$.
d. $(40 \ln(2) - 32)\pi$.

• Sia $F : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$, $F(x_1, x_2) = (x_1 + 3x_2^2, \beta x_1^2 + x_2)$, con $\beta \in \mathbf{R}$. Allora F è esatto se e solo se
a. non esiste alcun β tale che F è esatto.
b. $\beta = 2$.
c. $\beta = 3$.
d. $\beta = 4$.

• Siano $\Omega := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 < 16, x_1 > 0, x_2 > 0\}$, $f \in C^1(\overline{\Omega})$. Allora $\int_{\overline{\Omega}} \frac{\partial f}{\partial x_1}(x_1, x_2) dx_1 dx_2 =$
a. $4 \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(4\cos(t), 4\sin(t)) \sin(t) dt - \int_0^4 f(0, t) dt$.
d. $4 \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(4\cos(t), 4\sin(t)) \sin(t) dt + \int_0^4 f(t, 0) dt$.
c. $4 \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(4\cos(t), 4\sin(t)) \cos(t) dt - \int_0^4 f(0, t) dt$.
d. $4 \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(4\cos(t), 4\sin(t)) \cos(t) dt - \int_0^4 f(t, 0) dt$.

Prova scritta di Analisi Matematica L-B
29 giugno 2005

Cognome e nome ....

• Sia $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1 > 0, x_1 x_2 \leq 2\}$. Allora

a. A è chiuso.
b. $(0,0) \in Fr(A) \setminus D(A)$.
c. $(0,0) \in \mathring{A}$.
d. $(0,0) \in D(A) \cap Fr(A)$.

• Siano $f(x_1, x_2) = (x_1^2 - 3x_2^2)^{1/2}$, definita nel suo dominio naturale, $\nu = (1, -1)$. Allora $\frac{\partial f}{\partial \nu}(1, 0) =$

a. -3.
b. -1.
c. 3.
d. 1.

• Sia $f(x_1, x_2) = \ln(x_1/(2x_2))$, definita nel suo dominio naturale. Allora

a. $f(x_1, x_2) = \ln(2) + (x_1 - 1) - (x_2 - 1) - (1/2)(x_1 - 1)^2 + (1/2)(x_2 - 1)^2 + r(x_1, x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(1,1)} \frac{r(x_1, x_2)}{(x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2} = 0$.
b. $f(x_1, x_2) = -\ln(2) + (x_1 - 1) - (x_2 - 1) - (1/2)(x_1 - 1)^2 + (1/2)(x_2 - 1)^2 + r(x_1, x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(1,1)} \frac{r(x_1, x_2)}{(x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2} = 0$.
c. $f(x_1, x_2) = -\ln(2) + (x_1 - 1) - (x_2 - 1) - (x_1 - 1)^2 + (1/2)(x_2 - 1)^2 + r(x_1, x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(1,1)} \frac{r(x_1, x_2)}{(x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2} = 0$.
d. $f(x_1, x_2) = -\ln(2) + (x_1 - 1) - (x_2 - 1) - (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2 + r(x_1, x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(1,1)} \frac{r(x_1, x_2)}{(x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2} = 0$.

• Sia x la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x''(t) - 2x'(t) + x(t) = 3, \\ x(0) = x'(0) = 0. \end{cases}$$

Allora $x(1) =$

a. 1.
b. 2.
c. 3.

d. 4.

• Sia x la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = 4 + x(t)^2, \\ x(0) = 0. \end{cases}$$

Allora $x(\pi/8) =$
a. 0.
b. 1.
c. 2.
d. 3.

• $\int_{[-1,+\infty[} \frac{\arctan(t)}{1+t^2} dt =$
a. $+\infty$.
b. $3\pi^2/8$.
c. $3\pi^2/16$.
d. $3\pi^2/32$.

• Sia $A := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + 4x_2^2 \leq x_3^2, 0 \leq x_3 \leq 1\}$. Allora $L_3(A) =$
a. $\pi/2$.
b. $\pi/3$.
c. $\pi/9$.
d. $\pi/6$.

• Siano $\alpha : [0, 2\pi] \to \mathbf{R}^3$, $\alpha(t) = (3\cos(t), 3\sin(t), t)$, $F : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3$, $F(x) = x$. Allora $\int F \cdot d\alpha =$
a. $\pi/4$.
b. $\pi/2$.
c. π.
d. $2\pi^2$.

• Sia $\Omega = \{x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : 0 < x_1 < 2, 0 < x_2 < x_1^2 + 1\}$. Allora, se $f \in C^1(\overline{\Omega})$, si ha che $\int_{\Omega} \frac{\partial f}{\partial x_1}(x_1, x_2) dx_1 dx_2 =$
a. $\int_0^2 f(t, t^2+1)2t - \int_0^5 f(2,t)dt + \int_0^1 f(0,t)dt$.
b. $\int_0^3 f(t, t^2+1)2t - \int_0^{10} f(3,t)dt + \int_0^1 f(0,t)dt$.
c. $-\int_0^2 f(t, t^2+1)2t + \int_0^5 f(2,t)dt - \int_0^1 f(0,t)dt$.
d. $-\int_0^3 f(t, t^2+1)2t + \int_0^{10} f(3,t)dt - \int_0^1 f(0,t)dt$.

Prova scritta di Analisi Matematica L-B
18 luglio 2005

Cognome e nome ....

• Siano $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 < 4\}$, $B := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : 0 < x_1^2 + x_2^2 < 4\}$. Allora
a. l'interno di A coincide con l'interno di B.
b. $\overline{A} = \overline{B}$.
c. $\overline{A} \setminus A = \overline{B} \setminus B$.
d. $Fr(A) = Fr(B)$.

• Siano $f \in C^1(\mathbf{R}^3)$, $u : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $u(t) = f(\cos(t), \sin(t), \cos(3t))$. Allora $u'(0) =$
a. $D_1 f(1, 0, 1)$.
b. $D_2 f(1, 0, 1)$.
c. $D_2 f(1, 0, 1) + 2D_3 f(1, 0, 1)$.
d. $D_2 f(1, 0, 1) + 3D_3 f(1, 0, 1)$.

• Si ha:
a. $e^{x_1 - 2x_2} = e + 2x_1 - 2x_2 + x_1^2 - 4x_1x_2 + 4x_2^2 + r(x_1, x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(0,0)} \frac{r(x_1, x_2)}{x_1^2 + x_2^2} = 0$.
b. $e^{x_1 - 2x_2} = 1 + 2x_1 - 2x_2 + x_1^2 - 4x_1x_2 + 4x_2^2 + r(x_1, x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(0,0)} \frac{r(x_1, x_2)}{x_1^2 + x_2^2} = 0$.
c. $e^{x_1 - 2x_2} = 1 + x_1 - 2x_2 + x_1^2 - 4x_1x_2 + 4x_2^2 + r(x_1, x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(0,0)} \frac{r(x_1, x_2)}{x_1^2 + x_2^2} = 0$.
d. $e^{x_1 - 2x_2} = 1 + x_1 - 2x_2 + x_1^2/2 - 2x_1x_2 + 2x_2^2 + r(x_1, x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(0,0)} \frac{r(x_1, x_2)}{x_1^2 + x_2^2} = 0$.

• Un sistema fondamentale di soluzioni per l'equazione differenziale $x''(t) - 6x'(t) + 10x(t) = 0$ è
a. $\{e^{2t}\sin(t), e^{3t}\cos(t)\}$.
b. $\{e^{3t}\cos(t), e^{2t}\cos(t)\}$.
c. $\{e^{2t}\cos(t), e^{2t}(\cos(t) + \sin(t))\}$.
d. $\{e^{3t}\cos(t), e^{3t}(\cos(t) + \sin(t))\}$.

• Sia x la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x''(t) = x'(t)^2 + \pi^2/9, \\ x(0) = x'(0) = 0. \end{cases}$$

Allora $x(1) =$
a. $\ln(2)$.
b. $-\ln(2)$.
c. $\ln(2) - \ln(3)/2$.
d. $\ln(3)/2 - \ln(2)$.

• Sia $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1 - x_2 \leq 0, x_2 \leq 2, 0 \leq x_1 \leq 3/2\}$. Allora $\int_A x_1 x_2 dx_1 dx_2 =$
a. $207/64$.
b. $31/64$.
c. $207/128$.
d. $31/128$.

• Sia $A := \{x \in \mathbf{R}^3 : \|x\| \leq 2\}$. Allora $\int_A e^{\|x\|} dx =$
a. $8\pi(e^2 - 1)$.
b. $4\pi(e^2 - 1)$.
c. $4\pi(5e^3 - 2)$.
d. $2\pi(5e^3 - 2)$.

• Siano $F : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$, $F(x_1, x_2) = (x_2^2 + 3, 2x_1 x_2)$, e U il potenziale di F tale che $U(0,0) = 0$. Allora $U(1,1) =$
a. F non è esatto.
b. 2.
c. 3.
d. 4.

• Siano $S := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 \leq 4, x_3 = 0\}$, ν l'orientamento di S tale che $\nu(0,0,0) = (0,0,1)$. Allora $\int_S < rot(F)(x), \nu(x) > d\sigma =$
a. $2\int_0^{2\pi}[F_1(2\cos(t), 2\sin(t), 0)\sin(t) + F_2(3\cos(t), 3\sin(t), 0)\cos(t)]dt$.
b. $\int_0^{2\pi}[F_2(2\cos(t), 2\sin(t), 0)\cos(t) - F_1(2\cos(t), 2\sin(t), 0)\sin(t)]dt$.
c. $2\int_0^{2\pi}[F_1(2\cos(t), 2\sin(t), 0)\sin(t) - F_2(2\cos(t), 2\sin(t), 0)\cos(t)]dt$.
d. $2\int_0^{2\pi}[F_2(2\cos(t), 2\sin(t), 0)\cos(t) - F_1(2\cos(t), 2\sin(t), 0)\sin(t)]dt$.

Prova scritta di Analisi Matematica L-B
26 settembre 2005

Cognome e nome ....

• Sia A il dominio naturale della funzione $f(x_1, x_2) = \ln((x_1 - 2)^2 + x_2^2 - 1)$. Allora
a. A è chiuso e limitato.
b. A è aperto e limitato.
c. A è chiuso e non limitato.
d. A è aperto e non limitato.

• Siano $f \in C^2(\mathbf{R}^2)$, $u : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $u(t) = f(3t, \cos(t))$. Allora $u''(0) =$
a. $4D_{11}f(0, 1) - D_2f(0, 1)$.
b. $9D_{11}f(0, 1) - D_2f(0, 1)$.
c. $4D_{11}f(0, 1) - D_{22}f(0, 1)$.
d. $9D_{11}f(0, 1) - D_{22}f(0, 1)$.

• Sia $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = \sin(x_1, x_2)$. Allora
a. $f(x_1, x_2) = \pi x_2 + (x_1 - 2\pi)x_2 + r(x_1, x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(2\pi,0)} \frac{r(x_1,x_2)}{[(x_1-2\pi)^2+x_2^2]} = 0$.
b. $f(x_1, x_2) = 2\pi x_2 + (x_1 - 2\pi)x_2 + r(x_1, x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(2\pi,0)} \frac{r(x_1,x_2)}{[(x_1-2\pi)^2+x_2^2]} = 0$.
c. $f(x_1, x_2) = 2\pi x_2 + 1/2(x_1 - 2\pi)x_2 + r(x_1, x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(2\pi,0)} \frac{r(x_1,x_2)}{[(x_1-2\pi)^2+x_2^2]} = 0$.
d. $f(x_1, x_2) = 2\pi x_2 + 1/2(x_1 - 2\pi)x_2 + x_2^2 + r(x_1, x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(2\pi,0)} \frac{r(x_1,x_2)}{[(x_1-2\pi)^2+x_2^2]} = 0$.

• Sia x la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x''(t) + 9x(t) = 1, \\ x(0) = x'(0) = 0. \end{cases}$$

Allora
a. $\lim_{t\to+\infty} x(t) = +\infty$.
b. $\lim_{t\to+\infty} x(t) = -\infty$.
c. $\lim_{t\to-\infty} x(t) = +\infty$.
d. x è limitata.

• Sia x la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = te^{-x(t)}, \\ x(0) = -2. \end{cases}$$

Allora
a. x è limitata.
b. $\lim_{t \to +\infty} x(t) = -\infty$.
c. $\lim_{t \to -\infty} x(t) = -\infty$.
d. $\lim_{t \to -\infty} x(t) = +\infty$.

• Sia $A := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : 0 < x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \leq 9, x_3 \geq 0\}$. Allora $\int_A (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)^{-1/2} dx_1 dx_2 dx_3$
a. 4π.
b. 8π.
c. 9π.
d. 18π.

• Sia $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1 + 2x_2 \leq 1, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0\}$. Allora $\int_A x_2 dx_1 dx_2 =$
a. $1/64$.
b. $1/54$.
c. $1/44$.
d. $1/24$.

• Siano $F : \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_2 > 0\} \to \mathbf{R}^2$, $F(x_1, x_2) = (\frac{3\sin(3x_1)}{x_2}, \frac{\cos(3x_1)}{x_2^2})$,$U$ il potenziale di F tale che $U(0, 1) = -1$. Allora $U(1, 2) =$
a. $-\cos(2)/2$.
b. $-\cos(3)/2$.
c. $-\cos(4)/2$.
d. F non è esatto.

• Siano $S := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 \leq 4, x_3 = 1\}$, ν l'orientamento di S tale che $\nu(0, 0, 1) = (0, 0, 1)$, $F \in C^1(\mathbf{R}^3, \mathbf{R}^3)$. Allora $\int_S rot(F)(x) \cdot \nu(x) d\sigma =$
a. $2\int_0^{2\pi} [F_1(2\cos(t), 2\sin(t), 1)\sin(t) + F_2(2\cos(t), 2\sin(t), 1)\cos(t)]dt$.
b. $2\int_0^{2\pi} [F_1(2\cos(t), 2\sin(t), 1)\sin(t) - F_2(2\cos(t), 2\sin(t), 1)\cos(t)]dt$.
c. $2\int_0^{2\pi} [F_2(2\cos(t), 2\sin(t), 1)\cos(t) - F_1(2\cos(t), 2\sin(t), 1)\sin(t)]dt$.
d. $-2\int_0^{2\pi} [F_1(2\cos(t), 2\sin(t), 1)\sin(t) + F_2(2\cos(t), 2\sin(t), 1)\cos(t)]dt$.

Prova scritta di Analisi Matematica L-B
10 gennaio 2006

Cognome e nome ....

• Siano $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 - 4x_1 < 0\}$, $B := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : -4 < x_1^2 + x_2^2 - 4x_1 < 0\}$. Allora
a. $\overline{A} = \overline{B}$.
b. $Fr(A) = Fr(B)$.
c. l'interno di A coincide con l'interno di B.
d. $A \setminus B$ è aperto.

• Siano $f \in C^2(\mathbf{R}^2)$, $g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $g(t) := f(3t, \sin(t))$. Allora $g''(0) =$
a. $4(D_{11}f(0,0) + D_{12}f(0,0)) + D_{22}f(0,0) + D_2 f(0,0)$.
b. $9D_{11}f(0,0) + 6D_{12}f(0,0) + D_{22}f(0,0) + D_2 f(0,0)$.
c. $4(D_{11}f(0,0) + D_{12}f(0,0)) + D_{22}f(0,0)$.
d. $9D_{11}f(0,0) + 6D_{12}f(0,0) + D_{22}f(0,0)$.

• Si ha:
a. $\sinh(2x_1x_2) = x_1 + x_2 + x_1x_2 + r(x_1, x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(0,0)} \frac{r(x_1,x_2)}{x_1^2+x_2^2} = 0$.
b. $\sinh(2x_1x_2) = 2x_1x_2 + r(x_1, x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(0,0)} \frac{r(x_1,x_2)}{x_1^2+x_2^2} = 0$.
c. $\sinh(2x_1x_2) = x_1^2 + x_2^2 + 2x_1x_2 + r(x_1, x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(0,0)} \frac{r(x_1,x_2)}{x_1^2+x_2^2} = 0$.
d. $\sinh(2x_1x_2) = x_1 + x_2 + 2x_1x_2 + r(x_1, x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(0,0)} \frac{r(x_1,x_2)}{x_1^2+x_2^2} = 0$.

• Sia x la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = -x(t)^{-2}, \\ x(0) = 3. \end{cases}$$

Allora $x(1) =$
a. 1.
b. $\sqrt[3]{5}$.
c. $\sqrt[3]{24}$.
d. $\sqrt[3]{61}$.

• Sia x la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x''(t) + 4x(t) = 1, \\ x(0) = x'(0) = 0. \end{cases}$$

Allora $x(1) =$
a. $(1 - \cos(2))/4$.
b. $(1 - \cos(3))/9$.
c. $(1 - \cos(2))/9$.
d. $(1 - \cos(3))/4$.

• Sia $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : 0 < 9x_1^2 + x_2^2 \leq 1\}$. Allora $\int_A (9x_1^2 + x_2^2)^{-3/4} dx_1 dx_2 =$
a. π.
b. $4\pi/3$.
c. $5\pi/3$.
d. 2π.

• Sia $A := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 \leq 1, 0 \leq x_3 \leq 2\}$. Allora $\int_A x_3(1 + x_1^2 + x_2^2)^{-1} dx_1 dx_2 dx_3 =$
a. $2\pi \ln(2)$.
b. $3\pi \ln(2)$.
c. $9\pi \ln(2)/2$.
d. $9\pi/2$.

• Sia $F : \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1 > 0, x_2 > 0\} \to \mathbf{R}^2$, $F(x_1, x_2) = (1/x_1, 1/x_2)$. Allora
a. Se U è il potenziale di F tale che $U(1,1) = 3$, si ha $U(2,2) = 2 + \ln(4)$.
b. Se U è il potenziale di F tale che $U(1,1) = 3$, si ha $U(2,2) = 3 + \ln(4)$.
c. Se U è il potenziale di F tale che $U(1,1) = 3$, si ha $U(2,2) = 3 + \ln(2)$.
d. F non è esatto.

• Siano $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 \leq x_2 \leq 4\}$, $f \in C^1(\mathbf{R}^2)$. Allora $\int_A \frac{\partial f}{\partial x_1}(x_1, x_2) dx_1 dx_2 =$
a. $2\int_{-2}^{2} f(t, t^2) t dt$.
b. $\int_{-2}^{2} f(t, t^2) t dt$.
c. $\int_{-2}^{2} f(t, t^2) dt$.
d. $\int_{-2}^{2} (f(t, t^2) + f(t, 4)) dt$.

Prova scritta di Analisi Matematica L-B
23 marzo 2006

Cognome e nome ....

• Sia $A := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 < 4, x_3 = 2\}$. Allora
a. $A = Fr(A)$.
b. $\mathring{A} = A$.
c. A è chiuso e limitato.
d. $\mathring{A} = \emptyset$.

• Siano $g \in C^1(\mathbf{R}^2)$, $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(t) = g(\sinh(t), -\sin(3t))$. Supponiamo che 0 sia un punto di minimo relativo per f. Allora, necessariamente,
a. $D_2 g(0,0) = 2D_1 g(0,0)$.
b. $D_2 g(0,0) = 3D_1 g(0,0)$.
c. $D_1 g(0,0) = 2D_2 g(0,0)$.
d. $D_1 g(0,0) = 3D_2 g(0,0)$.

• Si ha
a. $x_1^{1/4} x_2 = 1 + (x_1 - 1)/2 + (x_2 - 1) - (3/16)(x_1 - 1)^2 + (1/2)(x_1 - 1)(x_2 - 1) + (1/8)(x_2 - 1)^2 + r(x_1, x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(1,1)} \frac{r(x_1,x_2)}{(x_1-1)^2+(x_2-1)^2} = 0$
b. $x_1^{1/4} x_2 = 1 + (x_1 - 1)/4 + (x_2 - 1) - (3/16)(x_1 - 1)^2 + (1/2)(x_1 - 1)(x_2 - 1) + (1/8)(x_2 - 1)^2 + r(x_1, x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(1,1)} \frac{r(x_1,x_2)}{(x_1-1)^2+(x_2-1)^2} = 0$.
c. $x_1^{1/4} x_2 = 1 + (x_1 - 1)/4 + (x_2 - 1) - (3/32)(x_1 - 1)^2 + (1/2)(x_1 - 1)(x_2 - 1) + r(x_1, x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(1,1)} \frac{r(x_1,x_2)}{(x_1-1)^2+(x_2-1)^2} = 0$.
d. $x_1^{1/4} x_2 = 1 + (x_1 - 1)/4 + (x_2 - 1) - (3/32)(x_1 - 1)^2 + (1/4)(x_1 - 1)(x_2 - 1) + r(x_1, x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(1,1)} \frac{r(x_1,x_2)}{(x_1-1)^2+(x_2-1)^2} = 0$.

• Sia x la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = x(t) + e^{2t}, \\ x(0) = 0. \end{cases}$$

Allora $x(1) =$
a. $e - 1$.
b. $e^2 - e$.
c. $\frac{e^3-e}{2}$.
d. $\frac{e^4-e}{3}$.

• Sia x la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x''(t) = 1/x'(t), \\ x(0) = 0, \\ x'(0) = 3. \end{cases}$$

Allora $x(1) =$
a. $(18\sqrt{18} - 64)/3$.
b. $(6\sqrt{6} - 8)/3$.
c. $(8\sqrt{8} - 12)/3$.
d. $(11\sqrt{11} - 27)/3$.

• Sia $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_1 + 4x_2 \leq 1\}$. Allora $\int_A x_1 x_2 dx_1 dx_2 =$
a. $1/96$.
b. $1/216$.
c. $1/384$.
d. $1/600$.

• Sia $A := \{x = (x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : \|x\|^2 \leq 4, x_3 \geq 0\}$. Allora $\int_A e^{-\|x\|} dx =$
a. $2\pi(2 - 5e^{-1})$.
b. $4\pi(1 - 5e^{-2})$.
c. $2\pi(2 - 17e^{-3})$.
d. $4\pi(1 - 13e^{-4})$.

• Siano $F : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3$, $F(x) = e^{\|x\|^2} x$ e U il potenziale di F in $\mathbf{R}^3$ tale che $U(O) = 0$. Allora $U(3, 3, 3) =$
a. $(e^{27} - 1)/2$.
b. $(e^{48} - 1)/2$.
c. $e^3/2$.
d. $(e^{12} - 1)/2$.

• Sia $A := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \leq 4, x_3 \geq 1\}$. Allora $\int_A D_3 f(x_1, x_2, x_3) dx_1 dx_2 dx_3 =$
a. $\int_0^{\sqrt{3}} (\int_0^{2\pi} f(\rho\cos(\theta), \rho\sin(\theta), \sqrt{4 - \rho^2}) \cos(\theta) d\theta) \rho (4 - \rho^2)^{-1/2} d\rho$.
b. $\int_0^{\sqrt{3}} (\int_0^{2\pi} f(\rho\cos(\theta), \rho\sin(\theta), \sqrt{4 - \rho^2}) \cos(\theta) d\theta) \rho^2 (4 - \rho^2)^{-1/2} d\rho$.
c. $\int_0^{\sqrt{3}} (\int_0^{2\pi} f(\rho\cos(\theta), \rho\sin(\theta), \sqrt{4 - \rho^2}) \sin(\theta) d\theta) \rho^2 (4 - \rho^2)^{-1/2} d\rho$.
d. $\int_0^{\sqrt{3}} (\int_0^{2\pi} [f(\rho\cos(\theta), \rho\sin(\theta), \sqrt{4 - \rho^2}) - f(\rho\cos(\theta), \rho\sin(\theta), 1)] d\theta) \rho d\rho$.

Prova scritta di Analisi Matematica L-B
3 aprile 2006

Cognome e nome ....

• Sia $A := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, x_1 + x_2 + x_3 = 2\}$. Allora
a. A è connesso per archi.
b. A è chiuso, ma non limitato.
c. A è limitato, ma non chiuso.
d. $D(A) = \emptyset$.

• Siano $f : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2, x_3) = \arctan(x_1 x_2) - 3x_3$, $\nu := (1, 1, 1)$. Allora $\frac{\partial f}{\partial \nu}(1, 1, 0) =$
a. -2.
b. -3.
c. -4.
d. -1.

• Sia $f : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 x_2 x_3$. Allora
a. $f(x_1, x_2, x_3) = 1 + 2(x_1 - 1) + (x_2 - 1) + (x_3 - 1) + (x_1 - 1)^2 + 2(x_1 - 1)(x_2 - 1) + 2(x_1 - 1)(x_3 - 1) + (x_2 - 1)(x_3 - 1) + r(x_1, x_2, x_3)$, con $\lim\limits_{(x_1,x_2,x_3)\to(1,1,1)} \frac{r(x_1,x_2,x_3)}{(x_1-1)^2+(x_2-1)^2+(x_3-1)^2} = 0$.
b. $f(x_1, x_2, x_3) = 1 + 2(x_1 - 1) + (x_2 - 1) + (x_3 - 1) + (x_1 - 1)^2 + 2(x_1 - 1)(x_2 - 1) + (x_1 - 1)(x_3 - 1) + (x_2 - 1)(x_3 - 1) + r(x_1, x_2, x_3)$, con $\lim\limits_{(x_1,x_2,x_3)\to(1,1,1)} \frac{r(x_1,x_2,x_3)}{(x_1-1)^2+(x_2-1)^2+(x_3-1)^2} = 0$.
c. $f(x_1, x_2, x_3) = 1 + 2(x_1 - 1) + (x_2 - 1) + (x_3 - 1) + (x_1 - 1)^2 + (x_1 - 1)(x_2 - 1) + (x_1 - 1)(x_3 - 1) + (x_2 - 1)(x_3 - 1) + r(x_1, x_2, x_3)$, con $\lim\limits_{(x_1,x_2,x_3)\to(1,1,1)} \frac{r(x_1,x_2,x_3)}{(x_1-1)^2+(x_2-1)^2+(x_3-1)^2} = 0$.
d. $f(x_1, x_2, x_3) = 1 + 2(x_1 - 1) + (x_2 - 1) + (x_3 - 1) + (1/2)(x_1 - 1)^2 + (x_1 - 1)(x_2 - 1) + (x_1 - 1)(x_3 - 1) + (x_2 - 1)(x_3 - 1) + r(x_1, x_2, x_3)$, con $\lim\limits_{(x_1,x_2,x_3)\to(1,1,1)} \frac{r(x_1,x_2,x_3)}{(x_1-1)^2+(x_2-1)^2+(x_3-1)^2} = 0$.

• Si consideri il problema

$$\begin{cases} x''(t) = 4x(t), \\ x(0) = 1, \lim\limits_{t\to+\infty} x(t) = 0. \end{cases}$$

Allora
a. il problema non ha soluzioni.
b. esiste un'unica soluzione x e $x(1) = e^{-4}$.
c. esiste un'unica soluzione x e $x(1) = e^{-3}$.
d. esiste un'unica soluzione x e $x(1) = e^{-2}$.

• Sia x la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = x(t)\ln(x(t)), \\ x(0) = 3. \end{cases}$$

Allora $x(1) =$
a. 3^e. b. e^3.
c. 9^e.
d. e^9.

• Sia $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 \leq 16, 0 \leq x_2 \leq x_1\}$. Allora $\int_A x_1 dx_1 dx_2 =$
a. $9/\sqrt{2}$.
b. $64/(3\sqrt{2})$.
c. $125/(3\sqrt{2})$.
d. $8/(3\sqrt{2})$.

• Sia $A := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 \leq 4x_3^2, 0 \leq x_3 \leq 1\}$. Allora $L_3(A) =$
a. $4\pi/3$. b. 3π.
c. $16\pi/3$. d. $25\pi/3$.

• Sia $\alpha : [0, 2\pi] \to \mathbf{R}^3$, $\alpha(t) = (3\cos(t), 3\sin(t), t)$. Allora $\int_\alpha \frac{1}{x_1^2+x_2^2+x_3^2} ds =$
a. $\sqrt{17}\arctan(\pi/2)/4$. b. $\sqrt{2}\arctan(2\pi)$.
c. $\sqrt{5}\arctan(\pi)/2$. d. $\sqrt{10}\arctan(2\pi/3)/3$.

• Siano $S := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 + (x_3 + 1)^2 = 16, x_3 \geq 0\}$, $F \in C^1(\mathbf{R}^3, \mathbf{R}^3)$, ν l'orientamento di S tale che $\nu(0, 0, 3) = (0, 0, 1)$. Allora $\int_S < rot(F)(x), \nu(x) > d\sigma =$
a. $\sqrt{15}\int_0^{2\pi}[F_2(\sqrt{15}\cos(t), \sqrt{15}\sin(t), 0)\cos(t) - F_1(\sqrt{15}\cos(t), \sqrt{15}\sin(t), 0)$ $\sin(t)]dt$.
b. $\sqrt{15}\int_0^{2\pi}[F_1(\sqrt{15}\cos(t), \sqrt{15}\sin(t), 0)\sin(t) - F_2(\sqrt{15}\cos(t), \sqrt{15}\sin(t), 0)$ $\cos(t)]dt$.
c. $\sqrt{15}\int_0^{2\pi}[F_1(\sqrt{15}\cos(t), \sqrt{15}\sin(t), 0)\sin(t) + F_2(\sqrt{15}\cos(t), \sqrt{15}\sin(t), 0)$ $\cos(t)]dt$.
d. $-\sqrt{15}\int_0^{2\pi}[F_1(\sqrt{15}\cos(t), \sqrt{15}\sin(t), 0)\sin(t) + F_2(\sqrt{15}\cos(t), \sqrt{15}\sin(t),$ $0)\cos(t)]dt$.

Prova scritta di Analisi Matematica L-B
3 luglio 2006

Cognome e nome ....

• Sia $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1 > 0, x_2 = x_1^2\}$. Allora

a. $A = Fr(A)$.
b. $A \subseteq Fr(A)$, ma $A \neq Fr(A)$.
c. $Fr(A) = \emptyset$.
d. $\mathring{A} = A$.

• Siano $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = 3^{x_2 \cos(x_1)}$, $\nu = (1, 1)$. Allora $\frac{\partial f}{\partial \nu}(0, 0) =$

a. 1.
b. $\ln(2)$.
c. $\ln(3)$.
d. 0.

• Sia $f : \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_2 \neq -2\} \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = \frac{x_1}{2+x_2}$. Allora

a. $f(x_1, x_2) = \frac{x_1}{2} - \frac{x_1 x_2}{2} + r(x_1, x_2)$, con $\lim\limits_{(x_1,x_2)\to(0,0)} \frac{r(x_1,x_2)}{x_1^2+x_2^2} = 0$.
b. $f(x_1, x_2) = \frac{x_1}{2} - \frac{x_1 x_2}{4} + r(x_1, x_2)$, con $\lim\limits_{(x_1,x_2)\to(0,0)} \frac{r(x_1,x_2)}{x_1^2+x_2^2} = 0$.
c. $f(x_1, x_2) = \frac{x_1}{3} - \frac{x_1 x_2}{4} + r(x_1, x_2)$, con $\lim\limits_{(x_1,x_2)\to(0,0)} \frac{r(x_1,x_2)}{x_1^2+x_2^2} = 0$.
d. $f(x_1, x_2) = \frac{x_1}{3} - \frac{x_1 x_2}{9} + r(x_1, x_2)$, con $\lim\limits_{(x_1,x_2)\to(0,0)} \frac{r(x_1,x_2)}{x_1^2+x_2^2} = 0$.

• Il problema

$$\begin{cases} x'(t) - 3x(t) = 0, \quad t \in \mathbf{R}, \\ \lim\limits_{t\to+\infty} x(t) = 0 \end{cases}$$

a. non ha soluzioni.
b. ha un'unica soluzione.
c. ha esattamente due soluzioni.
d. ha infinite soluzioni.

• Sia x la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = e^{\frac{x(t)}{t}} + \frac{x(t)}{t}, \\ x(1) = 2. \end{cases}$$

Allora $x(1/e) =$

a. $-\ln(e^{-2} + 1)$.

b. $-\ln(e^{-3}+1)$.
c. $-\frac{\ln(e^{-2}+1)}{e}$.
d. $-\frac{\ln(e^{-3}+1)}{e}$.

• Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : 0 \leq x_1 \leq 3, 0 \leq x_2 \leq 3 - x_1\}$. Allora $\int_A x_1 x_2 dx_1 dx_2 =$
a. $\frac{27}{8}$.
b. 3.
c. $\frac{3}{4}$.
d. $\frac{2}{3}$.

• Sia $A := \{x \in \mathbf{R}^3 : \|x\|^2 \leq 1\}$. Allora $\int_A \|x\|^4 dx =$
a. $\frac{4\pi}{5}$.
b. $\frac{4\pi}{7}$.
c. $\frac{4\pi}{9}$.
d. $\frac{4\pi}{11}$.

• Siano $\alpha : [0,1] \to \mathbf{R}^2$, $\alpha(t) = (t, \int_0^t e^{3s^2} ds)$, $F : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$, $F(x_1, x_2) = (0, x_1)$. Allora $\int F \cdot d\alpha =$
a. $\frac{e^3-1}{6}$.
b. $\frac{e^3-1}{4}$.
c. $\frac{e^2-1}{4}$.
d. $e^2 - 1$.

• Siano $\Omega := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : 0 < x_1 < \pi/2, 0 < x_2 < \sin(2x_1)\}$, $f \in C^1(\overline{\Omega})$. Allora $\int_{\overline{\Omega}} \frac{\partial f}{\partial x_1}(x_1, x_2) dx_1 dx_2 =$
a. $2 \int_0^{\pi/2} f(t, \sin(2t)) \cos(2t) dt$.
b. $-2 \int_0^{\pi/2} f(t, \sin(2t)) \cos(2t) dt$.
c. $-2 \int_0^{\pi/2} f(t, \sin(2t)) \cos(2t) dt - \int_0^{\pi/2} f(t, 0) dt$.
d. $2 \int_0^{\pi/2} f(t, \sin(2t)) \cos(2t) dt + \int_0^{\pi/2} f(t, 0) dt$.

Prova scritta di Analisi Matematica L-B
18 luglio 2006

Cognome e nome ....

• Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 \leq 4\} \cup \{(4, 0)\}$. Allora
a. $(4, 0) \in D(A) \cap Fr(A)$.
b. $(4, 0) \notin D(A)$, $(4, 0) \notin Fr(A)$.
c. $(4, 0) \in D(A) \setminus Fr(A)$.
d. $(4, 0) \in Fr(A) \setminus D(A)$.

• Siano $g \in C^2(\mathbf{R}^2)$ e $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(t) = g(3\sin(t), \cos(t))$. Allora $f''(0) =$
a. $9D_{11}g(0, 1) + D_2g(0, 1)$.
b. $9D_{11}g(0, 1) - D_2g(0, 1)$.
c. $-9D_{11}g(0, 1) - D_2g(0, 1)$.
d. $-9D_{11}g(0, 1) + D_2g(0, 1)$.

• Sia $f : \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_2 \neq -1/3\} \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = \frac{x_1}{1+3x_2}$. Allora
a. $f(x_1, x_2) = x_2 - 3x_1x_2 + r(x_1, x_2)$, con $\lim\limits_{(x_1,x_2)\to(0,0)} \frac{r(x_1,x_2)}{x_1^2+x_2^2} = 0$.
b. $f(x_1, x_2) = x_1 - 3x_1x_2 + r(x_1, x_2)$, con $\lim\limits_{(x_1,x_2)\to(0,0)} \frac{r(x_1,x_2)}{x_1^2+x_2^2} = 0$.
c. $f(x_1, x_2) = x_1 + 3x_1x_2 + r(x_1, x_2)$, con $\lim\limits_{(x_1,x_2)\to(0,0)} \frac{r(x_1,x_2)}{x_1^2+x_2^2} = 0$.
d. $f(x_1, x_2) = x_1 + 6x_1x_2 + r(x_1, x_2)$, con $\lim\limits_{(x_1,x_2)\to(0,0)} \frac{r(x_1,x_2)}{x_1^2+x_2^2} = 0$.

• Un sistema fondamentale di soluzioni per $x''(t) - 6x'(t) + 10x(t) = 0$ è
a. $\{e^{2t}(\cos(t) + \sin(t)), e^{2t}(\cos(t) - \sin(t))\}$.
b. $\{e^{3t}(\cos(t) + \sin(t)), e^{3t}(\cos(t) - \sin(t))\}$.
c. $\{e^{2t}(\cos(t) + \sin(t)), e^{2t}(-\cos(t) - \sin(t))\}$.
d. $\{e^{3t}(\cos(t) + \sin(t)), e^{3t}(-\cos(t) - \sin(t))\}$.

• Sia x la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = 1/(2x(t)), \\ x(0) = 1. \end{cases}$$

Allora $\lim\limits_{t\to+\infty} \frac{x(t)}{\sqrt{t}}$
a. $= 1$.

b. $= \sqrt{\frac{2}{3}}$.
c. $= +\infty$.
d. $= 0$.

• Sia $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1 \geq 0, 0 \leq x_2 \leq x_1 e^{-3x_1}\}$. Allora $L_2(A) =$
a. 1.
b. 1/2.
c. 1/4.
d. 1/9.

• Sia $A := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_3 \geq 0, x_1^2 + x_2^2 \leq 2 - x_3\}$. Allora $\int_A (x_1^2 + x_2^2) dx_1 dx_2 dx_3 =$
a. $9\pi/2$.
b. 6π.
c. 4π.
d. $4\pi/3$.

• Sia $\alpha : [0, 2\pi] \to \mathbf{R}^3$, $\alpha(t) = (3\cos(t), 3\sin(t), 2t^{3/2}/3)$. Allora la lunghezza di α vale
a. $2[(9 + 2\pi)^{3/2} - 27]/3$.
b. $2[(4 + 2\pi)^{3/2} - 8]/3$.
c. $2[(9 + 2\pi)^{3/2} - 8]/3$.
d. $2[(4 + 2\pi)^{3/2} - 27]/3$.

• Siano $S := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_3 \geq 0, x_1^2 + x_2^2 = 2 - x_3\}$, ν l'orientamento di S tale che $\nu(0, 0, 2) = (0, 0, -1)$, $F \in C^1(\mathbf{R}^3, \mathbf{R}^3)$. Allora $\int_S rot(F)(x) \cdot \nu(x) d\sigma =$
a. $\sqrt{2} \int_0^{2\pi} [F_2(\sqrt{2}\cos(t), \sqrt{2}\cos(t), 0) \sin(t) - F_1(\sqrt{2}\cos(t), \sqrt{2}\sin(t), 0) \sin(t)] dt$.
b.$-\sqrt{2} \int_0^{2\pi} [F_1(\sqrt{2}\cos(t), \sqrt{2}\sin(t), 0) \sin(t) + F_2(\sqrt{2}\cos(t), \sqrt{2}\sin(t), 0) \cos(t)] dt$.
c. $\sqrt{2} \int_0^{2\pi} [F_1(\sqrt{2}\cos(t), \sqrt{2}\sin(t), 0) \sin(t) + F_2(\sqrt{2}\cos(t), \sqrt{2}\sin(t), 0) \cos(t)] dt$.
d. $\sqrt{2} \int_0^{2\pi} [F_1(\sqrt{2}\cos(t), \sqrt{2}\sin(t), 0) \sin(t) - F_2(\sqrt{2}\cos(t), \sqrt{2}\sin(t), 0) \cos(t)] dt$.

Prova scritta di Analisi Matematica L-B
25 settembre 2006

Cognome e nome ....

• Sia $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 \leq 16, x_2^2 \geq 4\}$. Allora
a. A è connesso per archi e aperto.
b. A è connesso per archi e chiuso.
c. A è non limitato e chiuso.
d. A è chiuso e limitato.

• Siano $f \in C^2(\mathbf{R}^2)$, $g : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, $g(x_1, x_2) = f(x_1 + x_2, x_1 - 3x_2)$. Allora $D_{12}g(0,0) =$
a. $D_{11}f(0,0) - 2D_{12}f(0,0) - 3D_{22}f(0,0)$.
b. $D_{11}f(0,0) - D_{12}f(0,0) - 3D_{22}f(0,0)$.
c. $D_{11}f(0,0) - 2D_{12}f(0,0) - D_{22}f(0,0)$.
d. $D_{11}f(0,0) - D_{12}f(0,0) - 2D_{22}f(0,0)$.

• Si ha:
a. $2^{x_1 x_2} = 2 - \ln(2)x_2 + \ln(2)(x_1 - 1)x_2 + \frac{\ln^2(2)}{2}x_2^2 + r(x_1, x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(1,0)} \frac{r(x_1,x_2)}{(x_1-1)^2+x_2^2} = 0$.
b. $2^{x_1 x_2} = 1 - \ln(2)x_2 + \ln(2)(x_1 - 1)x_2 + \frac{\ln^2(2)}{2}x_2^2 + r(x_1, x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(1,0)} \frac{r(x_1,x_2)}{(x_1-1)^2+x_2^2} = 0$.
c. $2^{x_1 x_2} = 1 + \ln(2)x_2 + \ln(2)(x_1 - 1)x_2 + \frac{\ln^2(2)}{2}x_2^2 + r(x_1, x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(1,0)} \frac{r(x_1,x_2)}{(x_1-1)^2+x_2^2} = 0$.
d. $2^{x_1 x_2} = 1 + \ln(2)x_2 + \ln(2)(x_1 - 1)x_2 + \ln^2(2)x_2^2 + r(x_1, x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(1,0)} \frac{r(x_1,x_2)}{(x_1-1)^2+x_2^2} = 0$.

• Sia x la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = x(t) + 3e^t, \\ x(0) = 0. \end{cases}$$

Allora $x(1) =$
a. $2e$.
b. $3e$.
c. $4e$.
d. $5e$.

• Siano $g :]-1,1[\to \mathbf{R}$, $g(x) = \sqrt{1-x^2}$, e x la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = 2g(x(t)), \\ x(0) = 0. \end{cases}$$

Allora $x(\pi/8) =$
a. $\sqrt{2}/3$.
b. $\sqrt{2}/2$.
c. $\sqrt{3}/2$.
d. $\sqrt{3}/3$.

• Siano $A := [0,+\infty[\times [0,\pi/2]$, $f : A \to \mathbf{R}$, $f(x_1,x_2) = \frac{\sin(3x_2)}{1+x_2^2}$. Allora $\int_A f(x_1,x_2)dx_1dx_2 =$
a. $\frac{\pi}{4}$.
b. $\frac{\pi}{2}$.
c. $\frac{\pi}{3}$.
d. $\frac{\pi}{6}$.

• Sia $A := \{x \in \mathbf{R}^3 : 2 \geq \|x\| \geq 1\}$. Allora $\int_A \|x\|^{-4}dx =$
a. π.
b. $7\pi/6$.
c. $3\pi/2$.
d. 2π.

• Sia $F : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$, $F(x_1,x_2) = (\frac{x_1}{1+x_1^2+3x_2^2}, \frac{\beta x_2}{1+x_1^2+3x_2^2})$, con $\beta \in \mathbf{R}$. Allora F è esatto se e solo se
a. $\beta = 2$.
b. $\beta = 3$.
c. $\beta^2 = 4$.
d. $\beta^2 = 9$.

• Siano $S := \{(x_1,x_2,x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + 4x_2^2 \leq 1, x_3 = 1\}$, ν l'orientamento di S tale che $\nu(0,0,1) = (0,0,1)$, $F \in C^1(\mathbf{R}^3,\mathbf{R}^3)$. Allora $\int_S rot(F)(x) \cdot \nu(x)d\sigma =$
a. $\int_0^{2\pi}[-F_2(\cos(t), \frac{\sin(t)}{2}, 1)\frac{\cos(t)}{2} + F_1(\cos(t), \frac{\sin(t)}{2}, 1)\sin(t) + F_3(\cos(t), \frac{\sin(t)}{2}, 1)]dt$.
b. $\int_0^{2\pi}[-F_2(\cos(t), \frac{\sin(t)}{2}, 1)\frac{\cos(t)}{2} + F_1(\cos(t), \frac{\sin(t)}{2}, 1)\sin(t)]dt$.
c. $\int_0^{2\pi}[F_2(\cos(t), \frac{\sin(t)}{2}, 1)\frac{\cos(t)}{2} + F_1(\cos(t), \frac{\sin(t)}{2}, 1)\sin(t)]dt$.
d. $\int_0^{2\pi}[F_2(\cos(t), \frac{\sin(t)}{2}, 1)\frac{\cos(t)}{2} - F_1(\cos(t), \frac{\sin(t)}{2}, 1)\sin(t)]dt$.

Prova scritta di Analisi Matematica L-B
18 dicembre 2006

Cognome e nome ....

• Sia $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 - x_2^2 > 4\}$. Allora
a. A è connesso per archi e aperto.
b. A è connesso per archi e limitato.
c. A è connesso per archi e non limitato.
d. A è aperto e non limitato.

• Siano $f \in C^1(\mathbf{R}^3)$, $g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $g(t) = f(\arctan(3t), \sin(t), \cos(t))$. Allora $g'(0) =$
a. $D_1f(0,0,1) + D_2f(0,0,1) - D_3f(0,0,1)$.
b. $3D_1f(0,0,1) + D_2f(0,0,1) + D_3f(0,0,1)$.
c. $3D_1f(0,0,1) + D_2f(0,0,1)$.
d. $6D_1f(0,0,1) + D_2f(0,0,1)$.

• Siano $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_2 \neq 0\}$, $f : A \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = \sinh(\frac{3x_1}{x_2})$. Allora
a. $f(x_1, x_2) = 3x_2 - 3x_1(x_2 - 1) + r(x_1, x_2)$, con $\lim\limits_{(x_1,x_2)\to(0,1)} \frac{r(x_1,x_2)}{x_1^2+(x_2-1)^2} = 0$.
b. $f(x_1, x_2) = 3x_1 - 3x_1(x_2 - 1) + r(x_1, x_2)$, con $\lim\limits_{(x_1,x_2)\to(0,1)} \frac{r(x_1,x_2)}{x_1^2+(x_2-1)^2} = 0$.
c. $f(x_1, x_2) = 3x_1 - \frac{3}{2}x_1(x_2 - 1) + r(x_1, x_2)$, con $\lim\limits_{(x_1,x_2)\to(0,1)} \frac{r(x_1,x_2)}{x_1^2+(x_2-1)^2} = 0$.
d. $f(x_1, x_2) = 3x_1 - \frac{3}{2}x_1(x_2 - 1) + x_2^2 + r(x_1, x_2)$, con $\lim\limits_{(x_1,x_2)\to(0,1)} \frac{r(x_1,x_2)}{x_1^2+(x_2-1)^2} = 0$.

• Il problema

$$\begin{cases} x''(t) + x'(t) - 6x(t) = 0, \\ x(0) = 1, \\ \lim\limits_{t\to+\infty} x(t) = -\infty \end{cases}$$

a. ha più di due soluzioni.
b. ha esattamente due soluzioni.
c. ha un'unica soluzione.
d. non ammette soluzioni.

• Sia x la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = x(t)^{-1}, \\ x(0) = -2 \end{cases}$$

Allora $x(1) =$
a. $-\sqrt{11}$.
b. $-\sqrt{6}$
c. $\sqrt{11}$.
d. $\sqrt{6}$

• Sia $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : 9 \leq x_1^2 + x_2^2 \leq 36\}$. Allora $\int_A x_1^2 dx_1 dx_2 =$
a. 60π.
b. 120π.
c. $\frac{605\pi}{4}$.
d. $\frac{1215\pi}{4}$.

• $\int_{[0,+\infty[} te^{-2t} dt =$
a. $\frac{1}{4}$.
b. $\frac{1}{6}$.
c. $\frac{1}{8}$.
d. $\frac{1}{9}$.

• Siano $F : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3$, $F(x_1, x_2, x_3) = (3x_2, 3x_1, x_3)$ e U il potenziale di F tale che $U(0, 0, 0) = 0$. Allora
a. $U(1, 1, 1) = 7/2$.
b. $U(1, 1, 1) = 5/2$.
c. $U(1, 1, 1) = 3/2$.
d. F non è esatto.

• Siano $\Omega = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : -1 < x_1 < 1, 0 < x_2 < 2, x_1^2 + x_2^2 > 1\}$, $f \in C^1(\overline{\Omega})$. Allora $\int_{\Omega} D_1 f(x_1, x_2) dx_1 dx_2 =$
a. $-\int_0^{\pi} f(\cos(t), \sin(t)) \sin(t) dt + \int_{-1}^{1} f(t, 2) dt$.
b. $\int_0^{\pi} f(\cos(t), \sin(t)) \sin(t) dt - \int_{-1}^{1} f(t, 2) dt$.
c. $-\int_0^{\pi} f(\cos(t), \sin(t)) \cos(t) dt + \int_0^2 [f(1, t) - f(-1, t)] dt$.
d. $\int_0^{\pi} f(\cos(t), \sin(t)) \cos(t) dt - \int_0^2 [f(1, t) - f(-1, t)] dt$.

Prova scritta di Analisi Matematica L-B
20 marzo 2007

Cognome e nome ....

• Sia $A := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : 0 < x_1^2 + x_2^2 \leq 4\}$. Allora
a. $(0,0,0)$ non appartiene né a $D(A)$, né a $Fr(A)$.
b. $(0,0,0) \in D(A) \setminus Fr(A)$.
c. $(0,0,0) \in Fr(A) \setminus D(A)$.
d. $(0,0,0) \in D(A) \cap Fr(A)$.

• Siano $g \in C^2(\mathbf{R}^2)$, $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, $f(\rho, \theta) := g(3\rho\cos(\theta), \rho\sin(\theta))$. Allora $\frac{\partial^2 f}{\partial \rho^2}(0,0) =$
a. $9\frac{\partial^2 g}{\partial x_1^2}(0,0) + \frac{\partial^2 g}{\partial x_1 \partial x_2}(0,0)$.
b. $9\frac{\partial^2 g}{\partial x_1^2}(0,0)$.
c. $9\frac{\partial^2 g}{\partial x_1^2}(0,0) - \frac{\partial^2 g}{\partial x_1 \partial x_2}(0,0)$.
d. $\frac{\partial^2 g}{\partial x_2^2}(0,0) + 9\frac{\partial^2 g}{\partial x_1^2}(0,0) - \frac{\partial^2 g}{\partial x_1 \partial x_2}(0,0)$.

• Sia $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = \sin(4x_1 + x_2)$. Allora
a. $f(x_1, x_2) = 4(x_1 - \pi) + x_2 + r(x_1, x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(\pi,0)} \frac{r(x_1,x_2)}{(x_1-\pi)^2+x_2^2} = 0$.
b. $f(x_1, x_2) = 4(x_1-\pi)+x_2+2(x_1-\pi)^2+r(x_1, x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(\pi,0)} \frac{r(x_1,x_2)}{(x_1-\pi)^2+x_2^2} = 0$.
c. $f(x_1, x_2) = 4(x_1 - \pi) + x_2 + 2(x_1 - \pi)^2 - 2(x_1 - \pi)x_2 + r(x_1, x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(\pi,0)} \frac{r(x_1,x_2)}{(x_1-\pi)^2+x_2^2} = 0$.
d. $f(x_1, x_2) = 4(x_1-\pi)+2(x_1-\pi)^2+r(x_1, x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(\pi,0)} \frac{r(x_1,x_2)}{(x_1-\pi)^2+x_2^2} = 0$.

• Sia x la soluzione del problema

$$\begin{cases} x''(t) - 4x(t) = 0, & t \in \mathbf{R}, \\ x(0) = 1, & \lim_{t\to+\infty} x(t) = 0. \end{cases}$$

Allora:
a. $x(1) = e^{-2}$.
b. $x(1) = 2e^{-2}$.
c. il problema ha più di una soluzione.

d. il problema non ha soluzioni.

• Sia x la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = -x(t)^2, \\ x(0) = 3. \end{cases}$$

Allora:
a. $\lim_{t\to+\infty} x(t) = 3$.
b. $\lim_{t\to+\infty} x(t) = 1$.
c. $\lim_{t\to+\infty} x(t) = 0$.
d. $\lim_{t\to+\infty} x(t) = +\infty$.

• Sia $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 \le 16, 0 \le x_2 \le x_1\}$. Allora $\int_A \sin(\|x\|)dx =$
a. $\frac{\pi[\sin(4)-\cos(4)]}{4}$
b. $\frac{\pi[\sin(4)-2\cos(4)]}{4}$
c. $\frac{\pi[\sin(4)-4\cos(4)]}{4}$.
d. $\frac{\pi[\sin(4)-4\cos(4)]}{2}$.

• Sia $A := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 \le e^{x_3}, 0 \le x_3 \le 2\}$. Allora $L_3(A) =$
a. $2\pi(e^2 - 1)$.
b. $\pi(e^2 - 1)$.
c. $\pi(e^2 + 1)$.
d. πe^2.

• Siano $\alpha : [0, 2\pi/3] \to \mathbf{R}^3$, $\alpha(t) = (\cos(3t), \sin(3t), t)$, $F : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3$, $F(x_1, x_2, x_3) = (x_1^2, x_2, x_3)$. Allora $\int F \cdot d\alpha =$
a. $2\pi^2/9$.
b. $\pi^2/9$.
c. $\pi^2/3$.
d. π^2.

• Siano $\Omega := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2+x_2^2+x_3^2/16 < 1, x_3 > 2\}$, $f \in C^1(\overline{\Omega})$. Allora $\int_{\overline{\Omega}} D_1 f(x)dx =$
a. $2\int_0^{\sqrt{3}/2}(\int_0^{2\pi} f(\rho\cos(\theta), \rho\sin(\theta), 4\sqrt{1-\rho^2})\cos(\theta)d\theta)\rho^2(1-\rho^2)^{-1/2}d\rho$.
b. $-2\int_0^{\sqrt{3}/2}(\int_0^{2\pi} f(\rho\cos(\theta), \rho\sin(\theta), 4\sqrt{1-\rho^2})\cos(\theta)d\theta)\rho^2(1-\rho^2)^{-1/2}d\rho$.
c. $4\int_0^{\sqrt{3}/2}(\int_0^{2\pi} f(\rho\cos(\theta), \rho\sin(\theta), 4\sqrt{1-\rho^2})\cos(\theta)d\theta)\rho^2(1-\rho^2)^{-1/2}d\rho$.
d. $-4\int_0^{\sqrt{3}/2}(\int_0^{2\pi} f(\rho\cos(\theta), \rho\sin(\theta), 4\sqrt{1-\rho^2})\cos(\theta)d\theta)\rho^2(1-\rho^2)^{-1/2}d\rho$.

Prova scritta di Analisi Matematica L-B
3 aprile 2007

Cognome e nome ....

• Sia $A := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 \le x_3^2 + 4, x_3^2 \ge 4\}$. Allora
a. A è connesso per archi e chiuso.
b. A è chiuso, ma non connesso per archi.
c. A non è né chiuso, né connesso per archi.
d. A è connesso per archi, ma non chiuso.

• Sia $f : \mathbf{R}^2 \times \mathbf{R}^+ \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2, x_3) = \arctan(x_1 x_2 x_3^{3x_2})$, $\nu = (1, 1, 1)$. Allora $\frac{\partial f}{\partial \nu}(1, 1, 1) =$
a. 2.
b. $\frac{5}{2}$.
c. 3.
d. $\frac{7}{2}$.

• Sia $f(x_1, x_2) = \arcsin(\frac{4x_1}{x_2})$, definita nel suo dominio naturale. Allora
a. $f(x_1, x_2) = 4x_1 + (x_2 - 1) - 4x_1(x_2 - 1) + r(x_1, x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(0,1)} \frac{r(x_1,x_2)}{x_1^2+(x_2-1)^2} = 0$.
b. $f(x_1, x_2) = 4x_1 - 4x_1(x_2 - 1) + r(x_1, x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(0,1)} \frac{r(x_1,x_2)}{x_1^2+(x_2-1)^2} = 0$.
c. $f(x_1, x_2) = 4x_1 - x_1(x_2 - 1) + r(x_1, x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(0,1)} \frac{r(x_1,x_2)}{x_1^2+(x_2-1)^2} = 0$.
d. $f(x_1, x_2) = 4x_1 + x_1^2 - x_1(x_2 - 1) + r(x_1, x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(0,1)} \frac{r(x_1,x_2)}{x_1^2+(x_2-1)^2} = 0$.

• Un sistema fondamentale di soluzioni per l'equazione

$$x''(t) - 4x'(t) + 8x(t) = 0$$

è costituito da
a. $\{e^{2t}(\cos(2t) + \sin(2t)), e^{2t}(\cos(-2t) + \sin(2t))$.
b. $\{e^{2t}(\cos(2t) + \sin(2t)), e^{2t}(\cos(2t) + \sin(-2t))$.
c. $\{e^{3t}(\cos(2t) + \sin(2t)), e^{2t}\cos(2t))$.
d. $\{e^{3t}\sin(2t)), e^{3t}\cos(2t))$.

• Sia x la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x''(t) = x'(t)^3, \\ x(0) = 0, x'(0) = 3. \end{cases}$$

Allora $x(-1) =$
a. $1-\sqrt{3}$.
b. -1.
c. $(1-\sqrt{19})/3$.
d. $(1-\sqrt{33})/4$.

• Sia $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : 0 \le x_1 \le 4\pi, 0 \le x_2 \le \sqrt{\sin(x_1/4)}\}$. Allora $\int_A x_1 x_2 dx_1 dx_2 =$
a. $9\pi/2$.
b. 8π.
c. 2π.
d. $\frac{5\pi}{2}$.

• Sia $A := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2/4 \le 1, -1 \le x_3 \le 1\}$. Allora $L_3(A) =$
a. 8π.
b. 2π.
c. 4π.
d. 6π.

• Siano $F : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$, $F(x_1, x_2) = (\frac{1}{9+x_2^2}, -\frac{2x_1x_2}{9+x_2^2})$, U il potenziale di F tale che $U(0,0) = 0$. Allora $U(1,1) =$
a. F non è esatto.
b. $\frac{1}{20}$.
c. $\frac{1}{10}$.
d. $\frac{1}{5}$.

• Siano $S : \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : 4x_1 + x_2 + x_3 = 1, x_1 \ge 0, x_2 \ge 0, x_3 \ge 0\}$, $F \in C^1(\mathbf{R}^3, \mathbf{R}^3)$, ν l'orientamento di S tale che $\nu(1/12, 1/3, 1/3) = (\frac{4}{\sqrt{18}}, \frac{1}{\sqrt{18}}, \frac{1}{\sqrt{18}})$. Allora $\int_S rot(F)(x) \cdot \nu(x) d\sigma =$
a. $\int_0^1 F(\frac{1-t}{4}, t, 0) \cdot (-1/4, 1, 0) dt + \int_0^1 F(0, 1-t, t) \cdot (0, -1, 1) dt + \int_0^1 F(\frac{t}{4}, 0, 1-t) \cdot (1/4, 0, -1) dt$.
b. $\int_0^1 F(\frac{1-t}{4}, t, 0) \cdot (1/4, -1, 0) dt + \int_0^1 F(0, 1-t, t) \cdot (0, -1, 1) dt + \int_0^1 F(\frac{t}{4}, 0, 1-t) \cdot (1/4, 0, -1) dt$.
c. $\int_0^1 F(\frac{1-t}{4}, t, 0) \cdot (1/4, -1, 0) dt + \int_0^1 F(0, 1-t, t) \cdot (0, 1, -1) dt + \int_0^1 F(\frac{t}{4}, 0, 1-t) \cdot (1/4, 0, -1) dt$.
d. $\int_0^1 F(\frac{1-t}{4}, t, 0) \cdot (1/4, -1, 0) dt + \int_0^1 F(0, 1-t, t) \cdot (0, 1, -1) dt + \int_0^1 F(\frac{t}{4}, 0, 1-t) \cdot (-1/4, 0, 1) dt$.

Prova scritta di Analisi Matematica L-B
3 luglio 2007

Cognome e nome ....

• Sia $A := \{x \in \mathbf{R}^3 : \|x\|^2 = 4, x_3 > 0\}$. Allora,
a. $(\sqrt{2}, \sqrt{2}, 0) \in Fr(A)$.
b. $(\sqrt{\frac{9}{2}}, \sqrt{\frac{9}{2}}, 0) \in Fr(A)$.
c. A è aperto.
d. A non è connesso per archi.

• Siano $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = 2^{x_1 \sin(x_2)}$, $\nu = (1, 2)$. Allora $\frac{\partial f}{\partial \nu}(0, 2\pi) =$
a. 2
b. 0.
c. 3.
d. -1.

• Siano $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_2 \neq 2\}$, $f : A \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = \frac{x_1}{2-x_2}$. Allora
a. $f(x_1.x_2) = \frac{x_1}{2} + \frac{x_1x_2}{4} + r(x_1.x_2)$, con $\lim\limits_{(x_1.x_2)\to(0,0)} \frac{r(x_1.x_2)}{x_1^2+x_2^2} = 0$.
b. $f(x_1.x_2) = \frac{x_1}{2} + \frac{x_1x_2}{2} + r(x_1.x_2)$, con $\lim\limits_{(x_1.x_2)\to(0,0)} \frac{r(x_1.x_2)}{x_1^2+x_2^2} = 0$.
c. $f(x_1.x_2) = \frac{x_1}{2} + \frac{x_1x_2}{2} + x_2^2 + r(x_1.x_2)$, con $\lim\limits_{(x_1.x_2)\to(0,0)} \frac{r(x_1.x_2)}{x_1^2+x_2^2} = 0$.
d. $f(x_1.x_2) = \frac{x_1}{2} + \frac{x_1x_2}{2} - x_2^2 + r(x_1.x_2)$, con $\lim\limits_{(x_1.x_2)\to(0,0)} \frac{r(x_1.x_2)}{x_1^2+x_2^2} = 0$.

• Il problema

$$\begin{cases} x''(t) = 9x(t), & t \in \mathbf{R}, \\ x(0) = 1, & \lim\limits_{t\to-\infty} x(t) = 0 \end{cases}$$

a. non ha soluzione.
b. ha un'unica soluzione x e $x(1) = e^3$.
c. ha un'unica soluzione x e $x(1) = e^{-3}$.
d. ha più di una soluzione.

• Sia x la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = tx(t) + t, & t \in \mathbf{R}, \\ x(0) = 2. \end{cases}$$

Allora $x(1) =$
a. $3e^{1/2} - 1$.
b. $4e^{1/2} - 1$.
c. $4 - e^{-1}$.
d. $2e^{1/2} - 1$.

• Sia $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + 9x_2^2 \leq 1, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0\}$. Allora $\int_A x_1 dx_1 dx_2 =$
a. $1/9$.
b. $1/6$.
c. $1/4$.
d. $1/3$.

• Sia $A := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 \leq 4x_3^2, 0 \leq x_3 \leq 1\}$. Allora $\int_A x_3 dx_1 dx_2 dx_3 =$
a. 2π.
b. $\frac{9\pi}{4}$.
c. $\frac{9\pi}{2}$.
d. π.

• Siano $F : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$, $F(x_1, x_2) = (e^{3(x_1^2+x_2^2)}x_1, e^{3(x_1^2+x_2^2)}x_2)$ e U il potenziale di F tale che $U(0,0) = 3$. Allora $U(1,1) =$
a. U non esiste, perché F non è esatto.
b. $\frac{e^6+17}{6}$.
c. $\frac{e^6+7}{4}$.
d. $\frac{e^6+7}{8}$.

• Siano $\Omega := \{(x_, x_2) \in \mathbf{R}^2 : 0 \leq x_1 \leq \pi/2, \sin(x_1) - 2 < x_2 < \sin(x_1)\}$, $f \in C^1(\overline{\Omega})$. Allora $\int_{\overline{\Omega}} D_1 f(x_1, x_2) dx_1 dx_2 =$
a. $\int_0^{\pi/2} [f(t, \sin(t) - 2) - f(t, \sin(t))] \cos(t) dt + \int_{-1}^{1} f(\pi/2, t) dt - \int_{-2}^{0} f(0, t) dt$.
b. $\int_0^{\pi/2} [f(t, \sin(t)) - f(t, \sin(t) - 2)] \cos(t) dt + \int_{-1}^{1} f(\pi/2, t) dt - \int_{-2}^{0} f(0, t) dt$.
c. $\int_0^{\pi/2} [f(t, \sin(t)) - f(t, \sin(t) - 2)] \cos(t) dt - \int_{-1}^{1} f(\pi/2, t) dt - \int_{-2}^{0} f(0, t) dt$.
d. $\int_0^{\pi/2} [f(t, \sin(t)) - f(t, \sin(t) - 2)] \cos(t) dt - \int_{-1}^{1} f(\pi/2, t) dt + \int_{-2}^{0} f(0, t) dt$.

Prova scritta di Analisi Matematica L-B
17 luglio 2007

Cognome e nome ....

• Sia $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : 0 \leq x_1 = x_2 < 2\}$. Allora

a. $(2,2) \in D(A) \cap Fr(A)$.
b. $(2,2) \in D(A) \setminus Fr(A)$.
c. $(2,2) \in Fr(A) \setminus D(A)$.
d. A è chiuso.

• Siano $f(x_1, x_2) = \ln(1 + \frac{x_1}{x_2})$, $\nu = (1,1)$. Allora $\frac{\partial f}{\partial \nu}(1,1) =$

a. 0.
b. 1/2.
c. $-1/2$.
c. 1.

• $(2x_1)^{x_2} =$

a. $2 + (x_1 - 1) + 2\ln(2)(x_2 - 1) + 2(1 + \ln(2))(x_1 - 1)(x_2 - 1) + \ln^2(2)(x_2 - 1)^2 + r(x_1, x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(1,1)} \frac{r(x_1,x_2)}{(x_1-1)^2+(x_2-1)^2} = 0$.
b. $2 + 2(x_1 - 1) + 2\ln(2)(x_2 - 1) + 2(1 + \ln(2))(x_1 - 1)(x_2 - 1) + \ln^2(2)(x_2 - 1)^2 + r(x_1, x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(1,1)} \frac{r(x_1,x_2)}{(x_1-1)^2+(x_2-1)^2} = 0$.
c. $2 + 2(x_1 - 1) + 4\ln(2)(x_2 - 1) + 2(1 + \ln(2))(x_1 - 1)(x_2 - 1) + \ln^2(2)(x_2 - 1)^2 + r(x_1, x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(1,1)} \frac{r(x_1,x_2)}{(x_1-1)^2+(x_2-1)^2} = 0$.
d. $2 + 2(x_1 - 1) + 2(x_1 - 1)^2 + 4\ln(2)(x_2 - 1) + 2(1 + \ln(2))(x_1 - 1)(x_2 - 1) + \ln^2(2)(x_2 - 1)^2 + r(x_1, x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(1,1)} \frac{r(x_1,x_2)}{(x_1-1)^2+(x_2-1)^2} = 0$.

• Un sistema fondamentale dell'equazione differenziale lineare $x''(t) - 6x'(t) + 10x(t) = 0$ è costituito da

a. $\{e^{3t}(\cos(t) + \sin(t)), e^{3t}(-2\cos(t) - 2\sin(t))\}$.
b. $\{e^{3t}(\cos(t) + \sin(t)), e^{3t}(\cos(t) - \sin(t))\}$.
c. $\{\cosh(3t)(\cos(t) + \sin(t)), e^{3t}(\cos(t) - \sin(t))\}$.
d. $\{\cosh(3t)(\cos(t) + \sin(t)), \sinh(3t)(\cos(t) - \sin(t))\}$.

• Sia x la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = -\frac{x(t)^2}{t^2}, \\ x(1) = 2. \end{cases}$$

Allora
a. $\lim\limits_{t\to+\infty} x(t) = \frac{2}{3}$.
b. $\lim\limits_{t\to+\infty} x(t) = \frac{3}{4}$.
c. $\lim\limits_{t\to\frac{2}{3}^+} x(t) = -\infty$.
d. $\lim\limits_{t\to\frac{1}{2}^+} x(t) = +\infty$.

• Sia $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : 0 \leq x_1 \leq 1, x_1^2 \leq x_2 \leq 3x_1^2\}$. Allora $\int_A x_1 \sin(x_2) dx_1 dx_2 =$
a. $\frac{3\sin(1)-\sin(3)}{6}$.
b. $\frac{2\sin(1)-\sin(2)}{6}$.
c. $\frac{2\sin(1)-\sin(2)}{4}$.
d. $\frac{3\sin(1)-\sin(3)}{4}$.

• Sia $A := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2+x_2^2 \leq 4, x_3 \geq 0\}$. Allora $\int_A e^{-x_3}\sqrt{x_1^2 + x_2^2} dx_1 dx_2 dx_3 =$
a. 18π.
b. $20\pi/3$.
c. 10π.
d. $16\pi/3$.

• Sia $\alpha : [0, 1] \to \mathbf{R}^2$, $\alpha(t) = (t, 3t)$. Allora $\int_\alpha x_1^2 ds =$
a. $\frac{\sqrt{2}}{3}$.
b. $\frac{\sqrt{5}}{3}$.
c. $\frac{\sqrt{10}}{3}$.
d. $\frac{\sqrt{20}}{3}$.

• Siano $S := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 5, x_3 \leq -2\}$, ν l'orientamento di S tale che $\nu(0, 0, -\sqrt{5}) = (0, 0, 1)$, $F \in C^1(\mathbf{R}^3, \mathbf{R}^3)$. Allora $\int_S rot(F)(x) \cdot \nu(x) d\sigma =$
a. $-\int_0^{2\pi} [F_1(\cos(t), \sin(t), -2) \sin(t) - F_2(\cos(t), \sin(t), -2) \cos(t)]dt$.
b. $\int_0^{2\pi} [F_1(\cos(t), \sin(t), -2) \sin(t) - F_2(\cos(t), \sin(t), -2) \cos(t)]dt$.
c. $\int_0^{2\pi} [F_1(\cos(t), \sin(t), -\sqrt{5}) \sin(t) - F_2(\cos(t), \sin(t), -\sqrt{5}) \cos(t)]dt$.
d. $-\int_0^{2\pi} [F_1(\cos(t), \sin(t), -\sqrt{5}) \sin(t) - F_2(\cos(t), \sin(t), -\sqrt{5}) \cos(t)]dt$.

Prova scritta di Analisi Matematica L-B
12 settembre 2007

Cognome e nome ....

• Sia $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 = 4\}$. Allora
a. $Fr(A) = \emptyset$.
b. $Fr(A) = A$.
c. A non è connesso per archi.
d. A non è chiuso.

• Siano $f, g : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, g di classe C^2, $f(x_1, x_2) = g(x_1 + x_2, x_1 + 3x_2)$.
Allora $D_{12}f(0,0) =$
a. $D_{11}g(0,0) + 5D_{12}g(0,0) + 4D_{22}g(0,0)$.
b. $D_{11}g(0,0) + 3D_{12}g(0,0) + 2D_{22}g(0,0)$.
c. $D_{11}g(0,0) + 2D_{12}g(0,0) + D_{22}g(0,0)$.
d. $D_{11}g(0,0) + 4D_{12}g(0,0) + 3D_{22}g(0,0)$.

• Sia $f : \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_2 \neq 0\} \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = 4^{x_1/x_2}$. Allora
a. $f(x_1, x_2) = 1 + \ln^2(4)x_1 + ln(4)x_1^2 - \ln(4)x_1(x_2 - 1) + r(x_1, x_2)$, con $\lim\limits_{(x_1,x_2)\to(0,1)} \frac{r(x_1,x_2)}{x_1^2+(x_2-1)^2} = 0$.
b. $f(x_1, x_2) = 1 + \ln(4)x_1 + ln(4)x_1^2 - \ln(4)x_1(x_2 - 1) + r(x_1, x_2)$, con $\lim\limits_{(x_1,x_2)\to(0,1)} \frac{r(x_1,x_2)}{x_1^2+(x_2-1)^2} = 0$.
c. $f(x_1, x_2) = 1 + \ln(4)x_1 + \frac{ln^2(4)}{2}x_1^2 - \ln(4)x_1(x_2 - 1) + r(x_1, x_2)$, con $\lim\limits_{(x_1,x_2)\to(0,1)} \frac{r(x_1,x_2)}{x_1^2+(x_2-1)^2} = 0$.
d. $f(x_1, x_2) = 1 + \ln(4)x_1 + \frac{ln^2(4)}{2}x_1^2 - 2\ln(4)x_1(x_2 - 1) + r(x_1, x_2)$, con $\lim\limits_{(x_1,x_2)\to(0,1)} \frac{r(x_1,x_2)}{x_1^2+(x_2-1)^2} = 0$.

• Sia x la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = -x(t) + 2, \\ x(0) = 0. \end{cases}$$

Allora $x(1) =$
a. $3(1 - e^{-1})$.
b. $4(1 - e^{-1})$.
c. $1 - e^{-1}$.
d. $2(1 - e^{-1})$.

• Sia x la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = (\frac{x(t)}{t})^2 + \frac{x(t)}{t}, \\ x(1) = -2. \end{cases}$$

Allora $x(2) =$
a. $-\frac{6}{3\ln(2)+1}$.
b. $-\frac{8}{4\ln(2)+1}$.
c. $-\frac{2}{\ln(2)+1}$.
d. $-\frac{4}{2\ln(2)+1}$.

• $\int_{[0,+\infty[} \frac{\arctan(x)}{1+x^2} dx =$
a. π.
b. $\pi/4$.
c. $\pi^2/4$.
d. $\pi^2/8$.

• Sia $A := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : 4 \leq x_1^2 + x_2^2 + 4x_3^2 \leq 16\}$. Allora $\int_A (x_1^2 + x_2^2 + 4x_3^2)^{-2} dx_1 dx_2 dx_3 =$
a. $\frac{\pi}{4}$.
b. π.
c. $\frac{\pi}{2}$.
d. $\frac{\pi}{3}$.

• Sia $F : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$, $F(x_1, x_2) = (3^{x_1+x_2}, 3^{x_1+x_2})$. Allora, se U è il potenziale di F tale che $U(0,0) = 0$, si ha $U(1,1) =$
a. $\frac{1}{\ln(3)}$.
b. $\frac{2}{\ln(3)}$.
c. $\frac{4}{\ln(3)}$.
d. $\frac{8}{\ln(3)}$.

• Siano $\Omega := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 \leq 16, 0 \leq x_3 \leq 1\}$, $f \in C^1(\overline{\Omega})$. Allora $\int_{\overline{\Omega}} D_1 f(x_1, x_2, x_3) dx_1 dx_2 dx_3 =$
a. $-4 \int_0^{2\pi} (\int_0^1 f(4\cos(\theta), 4\sin(\theta), \zeta) \sin(\theta) d\zeta) d\theta$.
b. $-4 \int_0^{2\pi} (\int_0^1 f(4\cos(\theta), 4\sin(\theta), \zeta) \cos(\theta) d\zeta) d\theta$.
c. $4 \int_0^{2\pi} (\int_0^1 f(4\cos(\theta), 4\sin(\theta), \zeta) \sin(\theta) d\zeta) d\theta$.
d. $4 \int_0^{2\pi} (\int_0^1 f(4\cos(\theta), 4\sin(\theta), \zeta) \cos(\theta) d\zeta) d\theta$.

Prova scritta di Analisi Matematica L-B
10 dicembre 2007

Cognome e nome ....

• Sia $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_2^2 = 4x_1^2\}$. Allora
a. A è connesso per archi, ma non limitato.
b. A non è né connesso per archi, né limitato.
c. A è limitato, ma non connesso per archi.
d. A è connesso per archi e limitato.

• Siano $g \in C^1(\mathbf{R}^3)$ e $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(t) = g(t, 3t, \sin(t))$. Allora $f'(0) =$
a. $3D_1g(0,0,0) + 3D_2g(0,0,0) + D_3g(0,0,0)$.
b. $3D_1g(0,0,0) + 3D_2g(0,0,0)$.
c. $3D_1g(0,0,0) - 3D_2g(0,0,0)$.
d. $D_1g(0,0,0) + 3D_2g(0,0,0) + D_3g(0,0,0)$.

• $\frac{1}{2x_1x_2} =$
a. $\frac{1}{2} - \frac{x_1-1}{2} - \frac{x_2-1}{2} + \frac{(x_1-1)^2}{2} + \frac{(x_1-1)(x_2-1)}{2} + \frac{(x_2-1)^2}{2} + r(x_1, x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(1,1)} \frac{r(x_1,x_2)}{(x_1-1)^2+(x_2-1)^2} = 0$.
b. $\frac{1}{2} - \frac{x_1-1}{2} - \frac{x_2-1}{2} + \frac{(x_1-1)^2}{2} + (x_1-1)(x_2-1) + \frac{(x_2-1)^2}{2} + r(x_1, x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(1,1)} \frac{r(x_1,x_2)}{(x_1-1)^2+(x_2-1)^2} = 0$.
c. $\frac{1}{2} - \frac{x_1-1}{2} - \frac{x_2-1}{2} + \frac{(x_1-1)^2}{2} + (x_1-1)(x_2-1) + (x_2-1)^2 + r(x_1, x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(1,1)} \frac{r(x_1,x_2)}{(x_1-1)^2+(x_2-1)^2} = 0$.
d. $\frac{1}{2} - \frac{x_1-1}{2} - \frac{x_2-1}{2} + \frac{(x_1-1)^2}{2} + \frac{(x_1-1)(x_2-1)}{2} + (x_2-1)^2 + r(x_1, x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(1,1)} \frac{r(x_1,x_2)}{(x_1-1)^2+(x_2-1)^2} = 0$.

• Sia x la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x''(t) - 6x'(t) + 9x(t) = 1, \\ x(0) = x'(0) = 0. \end{cases}$$

Allora $x(1) =$
a. $\frac{e^2}{8}$.
b. $\frac{e^2}{4}$.
c. $\frac{1+e^2}{4}$.

d. $\frac{1+2e^3}{9}$.

• Sia x la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = e^{-x(t)}, \\ x(0) = 2. \end{cases}$$

Allora $\lim_{t\to+\infty} \frac{x(t)}{t}$
a. $= 0$.
b. $= 2$.
c. $= +\infty$.
d. non esiste.

• Sia $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : 0 < x_1^2 + x_2^2 \le 1\}$. Allora $\int_A (x_1^2 + x_2^2)^{-3/4} dx_1 dx_2 =$
a. π.
b. 2π.
c. 4π.
d. 8π.

• Sia $A := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : 4x_1^2 + x_2^2 \le x_3^2, 0 \le x_3 \le 1\}$. Allora $L_3(A) =$
a. $\pi/18$.
b. $\pi/4$.
c. $\pi/9$.
d. $\pi/6$.

• Sia $\gamma : [0, 2\pi] \to \mathbf{R}^3$, $\gamma(t) = (3\cos(t), 3\sin(t), 3)$. Allora $\int_\gamma x_2^2 ds =$
a. $\frac{27\pi}{4}$.
b. $\frac{27\pi}{2}$.
c. 27π.
d. 54π.

• Sia $F : \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1 + x_2 > -2\}$, $F(x_1, x_2) = (\frac{1}{(x_1+x_2+2)^2}, \frac{1}{(x_1+x_2+2)^2})$ e sia U il potenziale di F tale che $U(0, 0) = 0$. Allora $U(1, 1) =$
a. $1/15$.
b. $1/8$.
c. $2/15$.
d. $1/4$.

Prova scritta di Analisi Matematica L-B
27 marzo 2008

Cognome e nome ....

• Sia $A := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1 + x_2 = 2, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0\}$. Allora
a. A è chiuso, connesso per archi, ma non limitato.
b. A è chiuso, limitato, ma non connesso per archi.
c. A è limitato, connesso per archi, ma non chiuso.
d. A è chiuso, connesso per archi, limitato.

• Siano $g \in C^2(\mathbf{R}^2)$, $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(t) = g(t, 3t)$. Allora $f''(0) =$
a. $D_{11}g(0,0) + 3D_{12}g(0,0) + 9D_{22}g(0,0)$.
b. $D_{11}g(0,0) + 6D_{12}g(0,0) + 9D_{22}g(0,0)$.
c. $D_{11}g(0,0) + 6D_{12}g(0,0) + 3D_{22}g(0,0)$.
d. $2D_{11}g(0,0) + 6D_{12}g(0,0) + 3D_{22}g(0,0)$.

• $\frac{1}{1+4x_1+x_2^2} =$
a. $1 + 4x_1 + 8x_1^2 - 2x_2^2 + r(x_1, x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(0,0)} \frac{r(x_1,x_2)}{x_1^2+x_2^2} = 0$.
b. $1 - 4x_1 + 8x_1^2 - 2x_2^2 + r(x_1, x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(0,0)} \frac{r(x_1,x_2)}{x_1^2+x_2^2} = 0$.
c. $1 - 4x_1 + 16x_1^2 - 2x_2^2 + r(x_1, x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(0,0)} \frac{r(x_1,x_2)}{x_1^2+x_2^2} = 0$.
d. $1 - 4x_1 + 16x_1^2 - x_2^2 + r(x_1, x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(0,0)} \frac{r(x_1,x_2)}{x_1^2+x_2^2} = 0$.

• Sia x la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = \frac{x(t)}{t} + \frac{t}{x(t)}, \\ x(1) = 2. \end{cases}$$

Allora $x(2) =$
a. $2\sqrt{2\ln(2) + 4}$.
b. $2\sqrt{2\ln(2) + 9}$.
c. $2\sqrt{2\ln(2) + 16}$.
d. $2\sqrt{2\ln(2) + 25}$.

• Si consideri il problema

$$\begin{cases} x''(t) - 2x'(t) = 0 \\ x(0) = c, \lim_{t\to+\infty} x(t) = 1, \end{cases}$$

con $c \in \mathbf{R}$. Allora
a. qualunque sia $c \in \mathbf{R}$, il problema non ha soluzioni.
b. il problema è risolubile se e solo se $c = 1$ e in tal caso ha un'unica soluzione.
c. il problema è risolubile se e solo se $c = 2$ e in tal caso ha più di una soluzione.
d. il problema ha almeno una soluzione per ogni $c \in \mathbf{R}$.

• Sia $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : |x_2| \leq x_1 \leq 3\}$. Allora $\int_A |x_2| dx_1 dx_2 =$
a. $\frac{1}{3}$.
b. $\frac{8}{3}$.
c. 9.
d. $\frac{64}{3}$.

• Sia $A := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 \leq 4x_3^2, 1 \leq x_3 \leq 2\}$. Allora $\int_A \sqrt{x_1^2 + x_2^2} dx_1 dx_2 dx_3 =$
a. 20π.
b. $\frac{135\pi}{2}$.
c. 160π.
d. $\frac{5\pi}{2}$.

• Sia $F : \mathbf{R}^2 \setminus \{(0,0)\} \to \mathbf{R}^2$, $F(x_1, x_2) = (\frac{x_1}{(x_1^2+x_2^2)^2}, \frac{x_2}{(x_1^2+x_2^2)^2})$. Sia poi U il potenziale di F, tale che $U(1,0) = 0$. Allora $U(1,1) =$
a. $\frac{7}{48}$.
b. F non è esatto.
c. $\frac{1}{4}$.
d. $\frac{3}{16}$.

• Sia $A := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + \frac{x_2^2}{4} \leq x_3^2, 1 \leq x_3 \leq 2\}$. Sia poi $f \in C^1(\overline{A})$. Allora $\int_{\overline{A}} D_1 f(x) dx =$
a. $\int_0^{2\pi} (\int_1^2 f(\zeta \cos(\theta), 2\zeta \sin(\theta), \zeta) \zeta \sin(\theta) d\zeta) d\theta$.
b. $2 \int_0^{2\pi} (\int_1^2 f(\zeta \cos(\theta), 2\zeta \sin(\theta), \zeta) \zeta \cos(\theta) d\zeta) d\theta$.
c. $- \int_0^{2\pi} (\int_1^2 f(\zeta \cos(\theta), 2\zeta \sin(\theta), \zeta) \zeta \sin(\theta) d\zeta) d\theta$.
d. $-2 \int_0^{2\pi} (\int_1^2 f(\zeta \cos(\theta), 2\zeta \sin(\theta), \zeta) \zeta \cos(\theta) d\zeta) d\theta$.

Prova scritta di Analisi Matematica L-B
4 aprile 2008

Cognome e nome ....

• Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1 > 0, x_2 > 3, x_3 > 0, x_1 + x_2 + x_3 = 2\}$. Allora
a. $A = Fr(A)$ ed è limitato.
b. $A = Fr(A)$ ed non è limitato.
c. $A \subseteq Fr(A)$ e A è aperto.
d. $A \subseteq Fr(A)$, è limitato, ma non chiuso.

• Siano $f : \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1 > 0\} \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2, x_3) = (3x_1)^{x_2 x_3}$, $\nu = (1, 1, -1)$. Allora $\frac{\partial f}{\partial \nu}(1, 1, 1) =$
a. $2(1 + \ln(2))$.
b. $3(1 + \ln(3))$.
c. 2.
d. 3.

• $\frac{x_1}{1+4x_2} =$
a. $x_1 - 4x_1x_2 + r(x_1, x_2)$, con $\lim\limits_{(x_1,x_2)\to(0,0)} \frac{r(x_1,x_2)}{x_1^2+x_2^2} = 0$.
b. $x_1 - 2x_1x_2 + r(x_1, x_2)$, con $\lim\limits_{(x_1,x_2)\to(0,0)} \frac{r(x_1,x_2)}{x_1^2+x_2^2} = 0$.
c. $x_1 - 3x_1x_2 + r(x_1, x_2)$, con $\lim\limits_{(x_1,x_2)\to(0,0)} \frac{r(x_1,x_2)}{x_1^2+x_2^2} = 0$.
d. $x_1 + 4x_1x_2 + r(x_1, x_2)$, con $\lim\limits_{(x_1,x_2)\to(0,0)} \frac{r(x_1,x_2)}{x_1^2+x_2^2} = 0$.

• Sia x la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = e^t x(t) + e^t, \\ x(0) = 2. \end{cases}$$

Allora $x(1) =$
a. $e^{e-1} - 1$.
b. $2e^{e-1} - 1$.
c. $3e^{e-1} - 1$.
d. $4e^{e-1} - 1$.

• Si consideri il problema

$$\begin{cases} x''(t) = 3x'(t), \\ \lim\limits_{t\to-\infty} x(t) = 1, \lim\limits_{t\to+\infty} x(t) = c, \end{cases}$$

con $c \in \mathbf{R}$. Allora
a. il problema non ammette soluzioni, qualunque sia c.
b. il problema ammette soluzioni se e solo se $c = 3$.
c. il problema ammette soluzioni, qualunque sia c.
d. il problema ammette soluzioni se e solo se $c = 1$.

• $\int_{]0,1]} \ln(x) x^{1/4} dx =$
a. $-\frac{4}{3}$.
b. $-\frac{16}{5}$.
c. $-\frac{16}{25}$.
d. $-\frac{25}{6}$.

• Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : 16 \leq x_1^2 + x_2^2 \leq 64\}$. Allora $\int_A e^{-\|x\|^2} dx =$
a. $\pi(e^{-16} - e^{-64})$.
b. $\pi(e^{-16} - e^{-32})$.
c. $\pi(e^{-8} - e^{-32})$.
d. $\pi(e^{-8} - e^{-16})$.

• Sia $F : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$, $F(x_1, x_2) = (3x_2, cx_1 + x_2)$, con $c \in \mathbf{R}$ tale che F è esatto. Sia poi U il potenziale di F tale che $U(0,0) = 0$. Allora $U(1,1) =$
a. $\frac{9}{2}$.
b. $\frac{5}{2}$.
c. $\frac{3}{2}$.
d. $\frac{7}{2}$.

• Siano $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 \leq 16, x_2 \geq 2\}$, $f \in C^1(\overline{A})$. Allora $\int_{\overline{A}} D_1 f(x) dx =$
a. $4 \int_{\pi/6}^{5\pi/6} f(4\cos(t), 4\sin(t)) \sin(t) dt$.
b. $4 \int_{\pi/6}^{5\pi/6} f(4\cos(t), 4\sin(t)) \cos(t) dt$.
c. $-4 \int_{\pi/6}^{5\pi/6} f(4\cos(t), 4\sin(t)) \sin(t) dt$.
d. $-4 \int_{\pi/6}^{5\pi/6} f(4\cos(t), 4\sin(t)) \cos(t) dt$.

Prova scritta di Analisi Matematica L-B
24 giugno 2008

Cognome e nome ....

• Sia $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : 0 \leq x_1 < 1\} \cup \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : 1/2 \leq x_1 \leq 2\}$. Allora
a. A non è connesso per archi.
b. A non è chiuso.
c. $(1, 0) \in Fr(A) \setminus A$.
d. $(1, 0) \in A \setminus Fr(A)$.

• Siano $f : \mathbf{R}^+ \times \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = (3x_1)^{x_2}$, $\nu = (-1, 1)$: Allora $\frac{\partial f}{\partial \nu}(1, 1) =$
a. $2(\ln(2) - 1)$.
b. $3(\ln(3) - 1)$.
c. $3(\ln(2) - 1)$.
d. $2(\ln(3) - 1)$.

• $x_1^{2x_2} =$
a. $1+2(x_1-1)+(x_1-1)^2+\frac{1}{2}(x_1-1)(x_2-1)+r(x_1, x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(1,1)} \frac{r(x_1,x_2)}{(x-1)^2+(x_2-1)^2} = 0$.
b. $1+2(x_1-1)+(x_1-1)^2+2(x_1-1)(x_2-1)+r(x_1, x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(1,1)} \frac{r(x_1,x_2)}{(x-1)^2+(x_2-1)^2} = 0$.
c. $1+2(x_1-1)+2(x_1-1)^2+(x_1-1)(x_2-1)+r(x_1, x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(1,1)} \frac{r(x_1,x_2)}{(x-1)^2+(x_2-1)^2} = 0$.
d. $1+(x_1-1)+2(x_1-1)^2+(x_1-1)(x_2-1)+r(x_1, x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(1,1)} \frac{r(x_1,x_2)}{(x-1)^2+(x_2-1)^2} = 0$.

• Sia x la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x''(t) + tx'(t) = 0, & t \in \mathbf{R}, \\ x(0) = 3, x'(0) = 0. \end{cases}$$

Allora $\lim_{t\to-\infty} x(t)$
a. non esiste.
b. $= 3$.
c. $= 2$.
d. $= -\infty$.

• Sia x la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = \frac{1+x(t)^2}{x(t)}, \\ x(0) = 2. \end{cases}$$

Allora, $x(1) =$
a. $\sqrt{5e^2 - 1}$.
b. $\sqrt{5e^3 - 1}$.
c. $\sqrt{10e^3 - 1}$.
d. $\sqrt{10e^2 - 1}$.

• Sia $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 \leq 9, x_2 \geq x_1 > 0$. Allora $\int_A (x_1^2 + x_2^2)^{-1/2} dx_1 dx_2 =$
a. $\frac{\pi}{4}$.
b. $\frac{\pi}{2}$.
c. $\frac{3\pi}{4}$.
d. π.

• Sia $A := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 \leq 4, 0 \leq x_3 \leq |x_1 x_2|\}$. Allora $L_3(A) =$
a. $\frac{1}{2}$.
b. 8.
c. $\frac{81}{2}$.
d. 128.

• Siano $F : \mathbf{R}^+ \times \mathbf{R}^+ \to \mathbf{R}^2$, $F(x_1, x_2) = (-\frac{x_2}{3x_1^2}, \frac{1}{3x_1})$ e sia U il potenziale di F tale che $U(1,1) = 1$. Allora $U(2,2) =$
a. 0.
b. 1.
c. 2.
d. F non è esatto.

• Siano $\Omega := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1 > 0, x_2 > 0, x_1 + x_2 < 2\}$, $f \in C^1(\overline{\Omega})$. Allora $\int_{\overline{\Omega}} D_1 f(x_1, x_2) dx_1 dx_2 =$
a. $\int_0^2 [f(0,t) - f(t, 2-t)] dt$.
b. $\int_0^2 [f(t, 2-t) - f(0,t)] dt$.
c. $\int_0^2 [f(t, 2-t) - f(t, 0)] dt$.
d. $\int_0^2 [f(t, 0) - f(t, 2-t)] dt$.

Prova scritta di Analisi Matematica L-B
23 luglio 2008

Cognome e nome ....

• Sia $A := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_3 = 2\}$. Allora
a. $Fr(A) = \emptyset$.
b. $D(A) = \emptyset$.
c. A non è connesso per archi.
d. $\overset{\circ}{A} = \emptyset$.

• Siano $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = \ln(1 + x_1^2 + 3x_2^2)$, $g \in C^1(\mathbf{R})$, $h = g \circ f$.
Allora $D_2 h(0, 0) =$
a. 0.
b. 2.
c. 3.
d. 9.

• Sia $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = 2^{x_1 x_2}$. Allora
a. $f(x_1, x_2) = 1 + x_1 + \frac{\ln(2)}{2} x_1 x_2 + r(x_1, x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(0,0)} \frac{r(x_1,x_2)}{x_1^2+x_2^2} = 0$.
b. $f(x_1, x_2) = 1 + \frac{\ln(2)}{2} x_1 x_2 + r(x_1, x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(0,0)} \frac{r(x_1,x_2)}{x_1^2+x_2^2} = 0$.
c. $f(x_1, x_2) = 1 + \ln(2) x_1 x_2 + r(x_1, x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(0,0)} \frac{r(x_1,x_2)}{x_1^2+x_2^2} = 0$.
d. $f(x_1, x_2) = 1 + 2\ln(2) x_1 x_2 + r(x_1, x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(0,0)} \frac{r(x_1,x_2)}{x_1^2+x_2^2} = 0$.

• Sia x la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x''(t) + x'(t) = 3, \\ x(0) = x'(0) = 0. \end{cases}$$

Allora $\lim_{t\to+\infty} x(t) =$
a. 0
b. 3.
c. $-\infty$.
d. $+\infty$.

• Sia x la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = -x(t)^2, \\ x(0) = 2. \end{cases}$$

Allora $x(1) =$
a. $\frac{2}{3}$.
b. $\frac{3}{4}$.
c. $\frac{4}{5}$.
d. $\frac{5}{6}$.

• Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : 0 \leq x_2 \leq x_1 \leq 3\}$. Allora $\int_A (x_1 - x_2) dx_1 dx_2 =$
a. $\frac{32}{3}$.
b. $\frac{1}{6}$.
c. $\frac{4}{3}$.
d. $\frac{9}{2}$.

• Sia $A := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : \frac{x_3^2}{2} \leq x_1^2 + x_2^2 \leq x_3^2, 0 \leq x_3 \leq 2\}$. Allora $L_3(A) =$
b. $\frac{\pi}{6}$.
b. $\frac{4\pi}{3}$.
c. $\frac{9\pi}{2}$.
d. $\frac{32\pi}{3}$.

• Sia $\alpha : [0, 1] \to \mathbf{R}^3$, $\alpha(t) = (\cos(t), \sin(t), 3t)$. Allora $\int_\alpha \frac{1}{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} ds =$
a.$\frac{\pi}{4}$.
b.$\frac{\pi}{8}$.
c. $\frac{\sqrt{5}}{2} \arctan(2)$.
d. $\frac{\sqrt{10}}{3} \arctan(3)$.

• Siano $S = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 4, x_2 \geq 1\}$, ν l'orientamento di S tale che $\nu(0, 2, 0) = (0, 1, 0)$, $F \in C^1(\mathbf{R}^3, \mathbf{R}^3)$. Allora $\int_S rot(F)(x) \cdot \nu(x) d\sigma =$
a. $\sqrt{3} \int_0^{2\pi} [F_3(\sqrt{3}\cos(t), 1, \sqrt{3}\sin(t)) \cos(t) - F_1(\sqrt{3}\cos(t), 1, \sqrt{3}\sin(t)) \sin(t)] dt$.
b. $\sqrt{3} \int_0^{2\pi} [F_3(\sqrt{3}\cos(t), 1, \sqrt{3}\sin(t)) \cos(t) + F_1(\sqrt{3}\cos(t), 1, \sqrt{3}\sin(t)) \sin(t)] dt$.
c. $-\sqrt{3} \int_0^{2\pi} [F_3(\sqrt{3}\cos(t), 1, 3(\sqrt{3}\sin(t)) \cos(t) - F_1(\sqrt{3}\cos(t), 1, \sqrt{3}\sin(t)) \sin(t)] dt$.
d. $-\sqrt{3} \int_0^{2\pi} [F_3(\sqrt{3}\cos(t), 1, 3(\sqrt{3}\sin(t)) \cos(t) + F_1(\sqrt{3}\cos(t), 1, \sqrt{3}\sin(t)) \sin(t)] dt$.

Prova scritta di Analisi Matematica L-B
8 settembre 2008

Cognome e nome ....

• Sia $A := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : |x_3| \geq 1, x_1^2 + x_2^2 \leq \ln(|x_3|)\}$. Allora

a. A è chiuso, ma non connesso per archi.
b. A è chiuso e connesso per archi.
c. A è connesso per archi, ma non chiuso.
d. A non è né connesso per archi, né chiuso.

• Siano $g \in C^1(\mathbf{R}^2)$, $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(t) = g(t, \cos(t))$. Allora $f'(0) =$

a. $D_1g(0,1) + D_2g(0,1)$.
b. $D_1g(0,1)$.
c. $D_2g(0,1)$.
d. $D_1g(0,1) - D_2g(01)$.

• $(x_1x_2)^{x_3} =$

a. $1+(x_2-1)+(x_3-1)+r(x_1,x_2,x_3)$, con $\lim_{(x_1,x_2,x_3)\to(1,1,1)} \frac{r(x_1,x_2,x_3)}{\sqrt{(x_1-1)^2+(x_2-1)^2+(x_3-1)^2}} = 0$.
b. $1+(x_1-1)+(x_3-1)+r(x_1,x_2,x_3)$, con $\lim_{(x_1,x_2,x_3)\to(1,1,1)} \frac{r(x_1,x_2,x_3)}{\sqrt{(x_1-1)^2+(x_2-1)^2+(x_3-1)^2}} = 0$.
c. $1+(x_1-1)+(x_2-1)+r(x_1,x_2,x_3)$, con $\lim_{(x_1,x_2,x_3)\to(1,1,1)} \frac{r(x_1,x_2,x_3)}{\sqrt{(x_1-1)^2+(x_2-1)^2+(x_3-1)^2}} = 0$.
d. $1+(x_1-1)+(x_2-1)+(x_3-1)+r(x_1,x_2,x_3)$, con $\lim_{(x_1,x_2,x_3)\to(1,1,1)} \frac{r(x_1,x_2,x_3)}{\sqrt{(x_1-1)^2+(x_2-1)^2+(x_3-1)^2}} = 0$.

• Il problema

$$\begin{cases} x''(t) - x(t) = 1, & t \in \mathbf{R}, \\ x(0) = 0, \\ \lim_{t\to+\infty} x(t) = +\infty \end{cases}$$

a. ha un'unica soluzione.
b. ha infinite soluzioni.
c. ha esattamente due soluzioni.
d. non ha soluzioni.

• Sia x la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x''(t) = \frac{1}{x'(t)}, \\ x(0) = 0, \\ x'(0) = 1. \end{cases}$$

Allora $x(1) =$
a. $-\sqrt{3} - \frac{1}{3}$.
b. $-\sqrt{3} + \frac{1}{3}$.
c. $\sqrt{3} + \frac{1}{3}$.
d. $\sqrt{3} - \frac{1}{3}$.

• $\int_{[0,+\infty[} \frac{1}{x^2+4} dx =$
a. $\frac{\pi}{2}$.
b. $\frac{\pi}{4}$.
c. $\frac{\pi}{8}$.
d. $\frac{\pi}{16}$.

• Sia $A := \{x \in \mathbf{R}^3 : \|x\| \leq 1\}$. Allora $\int_A e^{\|x\|} dx =$
a. $2\pi(2e - 1)$.
b. $4\pi(2e - 1)$.
c. $4\pi(e - 1)$.
d. $4\pi(e - 2)$.

• Siano $F : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$, $F(x) = (\|x\|^4 + 1)^{-1} x$ e sia U il potenziale di F tale che $U(0, 0) = 0$. Allora $U(1, 1) =$
a. $\frac{\pi}{8}$.
b. $\frac{\arctan(2)}{2}$.
c. $\arctan(2)$.
d. $\frac{\pi}{4}$.

• Siano $\Omega := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 < 4, x_2 > 0\}$, $f \in C^1(\overline{\Omega})$. Allora $\int_{\overline{\Omega}} D_2 f(x) dx =$
a. $-2 \int_0^\pi f(2\cos(t), 2\sin(t)) \sin(t) dt - \int_{-2}^2 f(x_1, 0) dx_1$.
b. $\int_{-2}^2 f(x_1, 0) dx_1 - 2 \int_0^\pi f(2\cos(t), 2\sin(t)) \sin(t) dt$.
c. $2 \int_0^\pi f(2\cos(t), 2\sin(t)) \sin(t) dt - \int_{-2}^2 f(x_1, 0) dx_1$.
d. $2 \int_0^\pi f(2\cos(t), 2\sin(t)) \sin(t) dt + \int_{-2}^2 f(x_1, 0) dx_1$.

Prova scritta di Analisi Matematica L-B
5 dicembre 2008

Cognome e nome ....

• Sia $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 - 4x_2^4 = 1$. Allora
a. A è chiuso e connesso per archi.
b. A è chiuso, ma non connesso per archi.
c. A è aperto, ma non connesso per archi.
d. A è aperto e connesso per archi.

• Siano $g \in C^1(\mathbf{R}^2)$, $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = g(x_1 - x_2^2, x_2 + x_1^2)$. Allora $D_1 f(0, 0) =$
a. $D_2 g(0, 0)$.
b. $D_1 g(0, 0) + D_2 g(0, 0)$.
c. $D_1 g(0, 0) - D_2 g(0, 0)$.
d. $D_1 g(0, 0)$.

$\cos(\frac{3x_1}{x_2}) =$
a. $1 - \frac{9}{2}x_1^2 + r(x_1, x_2)$, con $\lim\limits_{(x_1,x_2)\to(0,1)} \frac{r(x_1,x_2)}{\sqrt{x_1^2+(x_2-1)^2}} = 0$.
b. $1 - 9x_1^2 + r(x_1, x_2)$, con $\lim\limits_{(x_1,x_2)\to(0,1)} \frac{r(x_1,x_2)}{\sqrt{x_1^2+(x_2-1)^2}} = 0$.
c. $1 - x_1^2 + r(x_1, x_2)$, con $\lim\limits_{(x_1,x_2)\to(0,1)} \frac{r(x_1,x_2)}{\sqrt{x_1^2+(x_2-1)^2}} = 0$.
d. $1 + x_1^2 + r(x_1, x_2)$, con $\lim\limits_{(x_1,x_2)\to(0,1)} \frac{r(x_1,x_2)}{\sqrt{x_1^2+(x_2-1)^2}} = 0$.

• Sia x la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) + \frac{2}{t}x(t) = \frac{1}{t}, \\ x(1) = 0. \end{cases}$$

Allora $\lim\limits_{t\to+\infty} x(t) =$
a. $\frac{1}{4}$.
b. $\frac{1}{3}$.
c. $\frac{1}{2}$.
d. 1.

• Sia x la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x''(t) = x'(t)^2, \\ x(0) = 0, \quad x'(0) = \frac{1}{3}. \end{cases}$$

Allora $x(1) =$
a. $\ln(2)$.
b. $\ln(3) - \ln(2)$.
c. $\ln(4) - \ln(3)$.
d. $\ln(5) - \ln(4)$.

• Sia $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : 0 \leq x_1 \leq 1, 0 \leq x_2 \leq \min\{2x_1, 1\}\}$. Allora $\int_A x_1 x_2 dx_1 dx_2 =$
a. $\frac{1}{4}$.
b. $\frac{1}{8}$.
c. $\frac{7}{32}$.
d. $\frac{17}{72}$.

• Sia $A := \{x = (x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : \|x\| \leq 3, x_3 \geq 0\}$. Allora $\int_A x_3(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2) dx_1 dx_2 dx_3 =$
a. $\frac{16\pi}{3}$.
b. $\frac{32\pi}{3}$.
c. $\frac{243\pi}{2}$.
d. 81π.

• Siano $\gamma : [0, 2\pi] \to \mathbf{R}^3$, $\gamma(t) = (2\cos(t), 2\sin(t), t)$, $F : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3$, $F(x) = x$. Allora $\int F \cdot d\gamma =$
a. π^2.
b. $2\pi^2$.
c. $3\pi^2$.
d. $4\pi^2$.

Siano $A := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 \leq 1, 0 \leq x_3 \leq 1\}$, $F \in C^1(\overline{A})$. Allora $\int_{\overline{A}} D_2 F(x_1, x_2, x_3) dx_1 dx_2 dx_3 =$
a. $\int_0^{2\pi} (\int_0^1 F(\cos(\theta), \sin(\theta), \zeta) \cos(\theta) d\theta d\zeta$.
b. $-\int_0^{2\pi} (\int_0^1 F(\cos(\theta), \sin(\theta), \zeta) \cos(\theta) d\theta d\zeta$.
c. $\int_0^{2\pi} (\int_0^1 F(\cos(\theta), \sin(\theta), \zeta) \sin(\theta) d\theta d\zeta$.
d. $-\int_0^{2\pi} (\int_0^1 F(\cos(\theta), \sin(\theta), \zeta) \sin(\theta) d\theta d\zeta$.

Prova scritta di Analisi Matematica L-B
19 marzo 2009

Cognome e nome ....

• Sia $A := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 < 4, x_3 = \frac{1}{4 - x_1^2 - x_2^2}\}$. Allora

a. $A \subseteq Fr(A)$ e $A \neq Fr(A)$.
b. $A = Fr(A)$.
c. $Fr(A) \subseteq A$ e $A \neq Fr(A)$.
d. A è limitato.

• Siano $f : \mathbf{R}^+ \times \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = x_1^{3x_2}$, $\nu = (3, 1)$. Allora $\frac{\partial f}{\partial \nu}(1, 1) =$

a. 4.
b. 9.
c. 1.
d. 16.

• $\ln(2x_1x_2) + \frac{1}{1+x_1} =$

a. $\ln(2) + \frac{1}{2} + \frac{3}{2}(x_1 - 1) + 2(x_2 - 1) - \frac{3}{8}(x_1 - 1)^2 - \frac{1}{2}(x_2 - 1)^2 + r(x_1, x_2)$, con $\lim\limits_{(x_1,x_2)\to(1,1)} \frac{r(x_1,x_2)}{(x_1-1)^2+(x_2-1)^2} = 0$.
b. $\ln(2) + \frac{1}{2} + \frac{3}{4}(x_1 - 1) + 2(x_2 - 1) - \frac{5}{8}(x_1 - 1)^2 - \frac{1}{2}(x_2 - 1)^2 + r(x_1, x_2)$, con $\lim\limits_{(x_1,x_2)\to(1,1)} \frac{r(x_1,x_2)}{(x_1-1)^2+(x_2-1)^2} = 0$.
c. $\ln(2) + \frac{1}{2} + \frac{3}{4}(x_1 - 1) + (x_2 - 1) - \frac{5}{8}(x_1 - 1)^2 - \frac{1}{2}(x_2 - 1)^2 + r(x_1, x_2)$, con $\lim\limits_{(x_1,x_2)\to(1,1)} \frac{r(x_1,x_2)}{(x_1-1)^2+(x_2-1)^2} = 0$.
d. $\ln(2) + \frac{1}{2} + \frac{3}{4}(x_1 - 1) + (x_2 - 1) - \frac{5}{4}(x_1 - 1)^2 - (x_2 - 1)^2 + r(x_1, x_2)$, con $\lim\limits_{(x_1,x_2)\to(1,1)} \frac{r(x_1,x_2)}{(x_1-1)^2+(x_2-1)^2} = 0$.

• Il sistema

$$\begin{cases} x''(t) - 9x(t) = 0, \quad t \in \mathbf{R}, \\ x(0) = 3, \quad \lim\limits_{t\to+\infty} x(t) = 0 \end{cases}$$

a. ha un'unica soluzione x e $x(1) = 3e^{-3}$.
b. ha un'unica soluzione x e $x(1) = 3e^{3}$.
c. non ha soluzioni.
d. ha più di una soluzione.

• Sia x la soluzione massimale del problema

$$\begin{cases} x'(t) = (\frac{t}{x(t)})^{1/2}, \\ x(1) = 2. \end{cases}$$

Allora $x(2) =$
a. $(10\sqrt{5} - 1)^{2/3}$.
b. 1.
c. $(4\sqrt{2} - 1)^{2/3}$.
d. $(6\sqrt{3} - 1)^{2/3}$.

• Sia $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : (x_1 - 3)^2 + x_2^2 \leq 1\}$. Allora $\int_A (x_1 - 3)^2 dx_1 dx_2 =$
a. $\pi/4$.
b. $\pi/2$.
c. π.
d. 2π.

• Sia $A := \{x \in \mathbf{R}^3 : 0 < \|x\| \leq 2\}$. Allora $\int_A (1 + \|x\|)^{-1} dx =$
a. $4\pi \ln(4)$.
b. $4\pi(3/2 + \ln(3))$.
c. $4\pi \ln(3)$.
d. $4\pi(3/2 + \ln(4))$.

• Siano $F : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$, $F(x_1, x_2) = (\cos(x_1 + 3x_2), 3\cos(x_1 + 3x_2))$ e sia U il potenziale di F tale che $U(0, 0) = 0$. Allora
a. $U(1, 1) = \sin(3)$.
b. $U(1, 1) = \sin(4)$.
c. $U(1, 1) = \sin(5)$.
d. U non esiste.

• Siano $\Omega := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 < 4, x_2 > 0\}$ e $f \in C^1(\overline{\Omega})$. Allora $\int_{\Omega} D_1 f(x_1, x_2) dx_1 dx_2 =$
a. $2 \int_0^{\pi} f(2\cos(t), 2\sin(t)) \sin(t) dt$.
b. $-2 \int_0^{\pi} f(2\cos(t), 2\sin(t)) \sin(t) dt$.
c. $-2 \int_0^{\pi} f(2\cos(t), 2\sin(t)) \cos(t) dt$.
d. $2 \int_0^{\pi} f(2\cos(t), 2\sin(t)) \cos(t) dt$.

Prova scritta di Analisi Matematica B
7 luglio 2009

Cognome e nome ....

• (6 punti) Sia x la soluzione massimale del problema di Cauchy $x''(t) = (1 + x'(t)^2)^{1/2}, \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = 2$. Calcolare $x(1)$. Riportare i passaggi più significativi.

(6 punti) Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 \leq 9, x_3 \geq 0\}$. Calcolare $\int_A \frac{e^{-x_1^2 - x_2^2}}{1+9x_3^2} dx_1 dx_2 dx_3$. Giustificare la risposta.

Prova scritta di Analisi Matematica B
7 luglio 2009

Cognome e nome ....

• Sia $A := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : 0 < x_1^2 + x_2^2 \leq 4\}$. Allora

a. $(0, 0, 0) \in Fr(A) \cap D(A)$.
b. $(0, 0, 0) \in Fr(A) \setminus D(A)$.
c. A è aperto.
d. A non è connesso per archi.

• Siano $f \in C^1(\mathbf{R}^2)$ e $g : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, $g(x_1, x_2) := f(x_1 + 3x_2, \frac{x_1^2}{1+x_2^2})$. Allora $\frac{\partial g}{\partial x_2}(0, 0) =$

a. $\frac{1}{3}\frac{\partial g}{\partial x_1}(0, 0)$.
b. $3\frac{\partial g}{\partial x_1}(0, 0)$.
c. 0.
d. $\frac{\partial g}{\partial x_2}(0, 0)$.

• Sia $F : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$, $F(x_1, x_2) = (\frac{2x_1}{1+x_1^2+4x_2^2} + 2x_1, \frac{8x_2}{1+x_1^2+4x_2^2})$ e sia U il potenziale di F tale che $U(0, 0) = 0$. Allora $U(1, 1) =$

a. $\ln(3) + 1$.
b. $\ln(6) + 1$.
c. $\ln(4) + 1$.
d. $\ln(5) + 1$.

• Siano $S = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 \leq 4, x_3 = 1\}$, ν l'orientamento di S tale che $\nu(0, 0, 1) = (0, 0, -1)$, $F \in C^1(\mathbf{R}^3; \mathbf{R}^3)$. Allora $\int_S rot(F)(x) \cdot \nu(x) d\sigma =$

a. $-2\int_0^{2\pi}[F_1(2\cos(t), 2\sin(t), 1)\sin(t) - F_2(2\cos(t), 2\sin(t), 1)\cos(t)]dt$.
b. $-2\int_0^{2\pi}[F_1(2\cos(t), 2\sin(t), 1)\sin(t) + F_2(2\cos(t), 2\sin(t), 1)\cos(t)]dt$.
c. $2\int_0^{2\pi}[F_1(2\cos(t), 2\sin(t), 1)\sin(t) - F_2(2\cos(t), 2\sin(t), 1)\cos(t)]dt$.
d. $2\int_0^{2\pi}[F_1(2\cos(t), 2\sin(t), 1)\sin(t) + F_2(2\cos(t), 2\sin(t), 1)\cos(t)]dt$.

Prova scritta di Analisi Matematica B
21 luglio 2009

Cognome e nome ....

• (6 punti) Determinare (giustificando la risposta) la soluzione massimale del problema di Cauchy $x''(t) + 4x(t) = t$, $x(0) = x'(0) = 0$.

• (6 punti) Calcolare $L_3(A)$, con $A := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \leq 9, x_3 \geq 0, x_3^2 \geq x_1^2 + x_2^2\}$.

Prova scritta di Analisi Matematica B
21 luglio 2009

Cognome e nome ....

• Sia $A := \{(x_1, x_2, x_3 \in \mathbf{R}^3 : 4x_3^2 \geq x_1^2 + x_2^2\}$. Allora
a. $A \cap \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_3 < 0\}$ è limitato.
b. $A \cap \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_3 = 0\}$ non è limitato.
c. A è connesso per archi, ma l'interno di A non lo è .
d. $\overline{A}$ è connesso per archi, ma A non lo è .

• Siano $f \in C^1(\mathbf{R}^2)$, $g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $g(t) = f(\cos(t), \sin(3t))$. Allora $g'(0) =$
a. 0.
b. 3.
c. $3D_1 f(1, 0)$.
d. $3D_2 f(1, 0)$.

• Sia $\alpha : [0, 2\pi] \to \mathbf{R}^2$, $\alpha(t) = (\cos(t), \sin(4t))$. Allora $\int_\alpha \sqrt{16x_1^2 + x_2^2} ds =$
a. 17π.
b. 5π.
c. 10π.
d. 2π.

• Siano $\Omega = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : 0 < x_1 < 2, 0 < x_2 < x_1^2\}$, $f \in C^1(\overline{\Omega})$. Allora $\int_{\overline{\Omega}} D_1 f(x_1, x_2) dx_1 dx_2 =$
a. $\int_0^4 f(2, t) dt + 2 \int_0^2 f(t.t^2) t dt$.
b. $-\int_0^4 f(2, t) dt + 2 \int_0^2 f(t.t^2) t dt$.
c. $-\int_0^4 f(2, t) dt - 2 \int_0^2 f(t.t^2) t dt$.
d. $\int_0^4 f(2, t) dt - 2 \int_0^2 f(t.t^2) t dt$.

Prova scritta di Analisi Matematica B
15 settembre 2009

Cognome e nome ....

- (6 punti) Determinare la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = tx(t) + \frac{e^{\frac{t^2}{2}}}{t^2+4}, \\ \\ x(0) = 0. \end{cases}$$

Il procedimento deve essere comprensibile!

• (6 punti) Sia $A := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 \geq 9, 0 \leq x_3 \leq 1\}$. Calcolare $\int_A \frac{e^{-x_1^2 - x_2^2} \ x_3}{x_3+3} dx_1 dx_2 dx_3$. Il procedimento deve essere comprensibile!

Prova scritta di Analisi Matematica B
15 settembre 2009

Cognome e nome ....

• Sia $A := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_3 = \frac{1}{2+x_1^2+x_2^2}\}$. Allora
a. A è limitato.
b. $1/2 \in \overset{o}{A}$.
c. A non è connesso per archi.
d. $Fr(A) = A$.

• Siano $g \in C^2(\mathbf{R}^2)$, $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = g(3x_1, x_1x_2)$. Allora $D_1^2 f(0,0) =$
a. $3D_1^2 g(0,0) + D_{12}g(0,0)$.
b. $9D_1^2 g(0,0) + D_{12}g(0,0)$.
c. $9D_1^2 g(0,0)$.
d. nessuno dei precedenti.

• Sia $F : \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_2 > 0\} \to \mathbf{R}^2$, $F(x_1, x_2) = (\ln(4x_2), \frac{x_1}{x_2})$ e sia U il suo potenziale tale che $U(0,1) = 0$. Allora
a. $U(1,2) = \ln(4)$.
b. $U(1,2) = \ln(6)$.
c. $U(1,2) = \ln(8)$.
d. F non è esatto.

• Siano $\Omega := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1 > 0, x_2 > 0, x_3 > 0, x_1 + x_2 + 2x_3 < 1\}$ e $f \in C^1(\overline{\Omega})$. Allora $\int_{\overline{\Omega}} D_1 f(x_1, x_2, x_3)dx_1dx_2dx_3 =$
a. $\frac{1}{2}\int_{\{(u,v):u\geq 0,v\geq 0,u+v\leq 1\}} f(u, v, \frac{1-u-v}{2})dudv - \int_{\{(u,v):u\geq 0,v\geq 0,u+2v\leq 1\}} f(0, u, v)dudv$.
b. $\frac{1}{2}\int_{\{(u,v):u\geq 0,v\geq 0,u+v\leq 1\}} f(u, v, \frac{1-u-v}{2})dudv + \int_{\{(u,v):u\geq 0,v\geq 0,u+2v\leq 1\}} f(0, u, v)dudv$.
c. $-\frac{1}{2}\int_{\{(u,v):u\geq 0,v\geq 0,u+v\leq 1\}} f(u, v, \frac{1-u-v}{2})dudv + \int_{\{(u,v):u\geq 0,v\geq 0,u+2v\leq 1\}} f(0, u, v)dudv$.
d. nessuno dei precedenti.

Prova scritta di Analisi Matematica B
15 gennaio 2010

Cognome e nome ....

- (6 punti) Determinare le soluzioni del problema

$$\begin{cases} x'(t) = \frac{x(t)}{t(1+t)}, \quad t > 0, \\ \\ \lim_{t\to+\infty} x(t) = 2. \end{cases}$$

Il procedimento deve essere comprensibile.

• (6 punti) Sia $A := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 \leq (3 - x_3)^2, 0 \leq x_3 \leq 3\}$. Calcolare
$$\int_A (x_1^2 + x_2^2)(3 - x_3) dx_1 dx_2 dx_3.$$
Il procedimento deve essere comprensibile.

Prova scritta di Analisi Matematica B
15 gennaio 2010

Cognome e nome ....

Sia $A := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 - x_3^2 < 9, x_2 = 0\}$. Allora
a. A non è né chiuso, né aperto.
b. A è connesso per archi.
c. A è aperto.
d. nessuno dei precedenti.

• Siano $f : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2, x_3) = 2^{x_1 x_2 + x_3}$, $g \in C^1(\mathbf{R})$, $h = g \circ f$. Allora $D_3 h(0, 0, 0) =$
a. $g'(1) \ln(2)$.
b. 0.
c. $g'(1)$.
d. $2g'(1) \ln(2)$.

• Siano $F : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$, $F(x_1, x_2) = (x_1\sqrt{1 + x_1^2 + x_2^2}, x_2\sqrt{1 + x_1^2 + x_2^2})$ e sia f il potenziale di F tale che $f(0, 0) = 2$. Allora $f(1, 1) =$
a. $\frac{8+3\sqrt{3}}{3}$.
b. $\frac{5+3\sqrt{3}}{3}$.
c. F non è esatto.
d. $\frac{11+3\sqrt{3}}{3}$.

• Siano $f \in C^1(\mathbf{R}^3)$, tale che $f(x_1, x_2, x_3) = 0$ se $|x_3| \geq 1$ e $\Omega = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 < 4, |x_3| < 1\}$. Allora $\int_\Omega D_1 f(x_1, x_2, x_3) dx_1 dx_2 dx_3 =$
a. $-\int_{-1}^1 (\int_0^{2\pi} f(2\cos(\theta), 2\sin(\theta), \phi) 2\sin(\theta) d\theta d\phi$.
b. $-\int_{-1}^1 (\int_0^{2\pi} f(2\cos(\theta), 2\sin(\theta), \phi) 2\cos(\theta) d\theta d\phi$.
c. $\int_{-1}^1 (\int_0^{2\pi} f(2\cos(\theta), 2\sin(\theta), \phi) 2\cos(\theta) d\theta d\phi$.
d. nessuno dei precedenti.

Prova scritta di Analisi Matematica B
1 febbraio 2010

Cognome e nome ....

- (6 punti) Determinare la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x''(t) = -e^{-x(t)}, \\ \\ x(0) = 2, x'(0) = -\sqrt{2}e^{-1}. \end{cases}$$

Il procedimento deve essere comprensibile.

• (6 punti) Sia $A := \{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : x > 0, y > 0\}$. Calcolare $\int_A e^{-3(x^2+y^2)} \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}} dxdy$.
Il procedimento deve essere comprensibile.

Prova scritta di Analisi Matematica B
1 febbraio 2010

Cognome e nome ....

• Sia $A := \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 : 0 < x^2 + y^2 + z^2 \leq 4\}$. Allora
a. $Fr(A) = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 4\} \cup \{(0, 0, 0)\}$.
b. $Fr(A) = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 4\}$.
c. $(0, 0, 0) \in \overset{o}{A}$.
d. A è chiuso.

• Siano $f \in C^1(\mathbf{R}^3)$ e $g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $g(t) = f(t^2, e^t, e^{3t})$. Allora $g'(0) =$
a. $D_1 f(0, 1, 1) + 3D_3 f(0, 1, 1)$.
b. $D_1 f(0, 1, 1) + D_2 f(0, 1, 1) + 3D_3 f(0, 1, 1)$.
c. $D_2 f(0, 1, 1) + 3D_3 f(0, 1, 1)$.
d. nessuno dei precedenti.

• Sia $\gamma : [0, 2\pi] \to \mathbf{R}^2$, $\gamma(t) = (2\cos(t), 2\sin(t))$. Allora l'integrale curvilineo di prima specie $\int_\gamma x_1^3 ds =$
a. 0.
b. 2.
c. 3.
d. 2π.

• Siano $\Omega = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 : x^2 + y^2 < z^2, 1 < z < 2\}$ e $f \in C^1(\mathbf{R}^3)$. Allora $\int_{\overline{\Omega}} D_1 f(x, y, z) dxdydz =$
a. $-\int_{[1,2]\times[0,2\pi]} f(\zeta\cos(\theta), \zeta\sin(\theta), \zeta)\zeta\sin(\theta) d\theta d\zeta$.
b. $\int_{[1,2]\times[0,2\pi]} f(\zeta\cos(\theta), \zeta\sin(\theta), \zeta)\zeta\sin(\theta) d\theta d\zeta$.
c. $-\int_{[1,2]\times[0,2\pi]} f(\zeta\cos(\theta), \zeta\sin(\theta), \zeta)\zeta\cos(\theta) d\theta d\zeta$.
d. $\int_{[1,2]\times[0,2\pi]} f(\zeta\cos(\theta), \zeta\sin(\theta), \zeta)\zeta\cos(\theta) d\theta d\zeta$.

Prova scritta di Analisi Matematica B
17 febbraio 2010

Cognome e nome ....

- (6 punti) Determinare le soluzioni del problema

$$\begin{cases} x''(t) + \frac{1}{t}x'(t) = t^2, \quad t > 0, \\ \\ x(1) = 2, x'(0) = 0. \end{cases}$$

Il procedimento deve essere comprensibile.

- (6 punti) Calcolare $\int_A |x|(x^2+\frac{y^2}{9})^{-1/2}dxdy$, con $A=\{(x,y)\in\mathbf{R}^2 : 0<x^2+\frac{y^2}{9}\le 1\}$. Il procedimento deve essere comprensibile.

Prova scritta di Analisi Matematica B
17 febbraio 2010

Cognome e nome ....

• Sia $A := \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 : 0 < x^2 + y^2 < 4, z = 1\}$. Allora

a. $A \subseteq Fr(A)$.
b. A è aperto.
c. A è chiuso.
d. A è convesso.

• Siano $g \in C^2(\mathbf{R}^2)$ e $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, $f(x, y) = g(x + y, x - 3y)$. Allora $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(0, 0) =$

a. $\frac{\partial^2 g}{\partial x^2}(0, 0) - 3\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}(0, 0) - 4\frac{\partial^2 g}{\partial y^2}(0, 0)$.
b. $\frac{\partial^2 g}{\partial x^2}(0, 0) - 2\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}(0, 0) - 3\frac{\partial^2 g}{\partial y^2}(0, 0)$.
c. $\frac{\partial^2 g}{\partial x^2}(0, 0) - \frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}(0, 0) - 2\frac{\partial^2 g}{\partial y^2}(0, 0)$.
d. $\frac{\partial^2 g}{\partial x^2}(0, 0) - \frac{\partial^2 g}{\partial y^2}(0, 0)$.

• Siano $F : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$, $F(x, y) = (2y \sin(2xy), 2x \sin(2xy))$ e sia U il potenziale di F tale che $U(0, 0) = 0$. Allora $U(1, -1) =$

a. F non è esatto.
b. $1 - \cos(3)$.
c. $1 - \cos(2)$.
d. nessuno dei precedenti.

• Siano $S = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 9, z = 1\}$, ν l'orientamento di S tale che $\nu(0, 0, 1) = (0, 0, -1)$, $F \in C^1(\mathbf{R}^3, \mathbf{R}^3)$. Allora $\int_S rot(F)(x, y, z) \cdot \nu(x, y, z) d\sigma =$

a. $3\int_0^{2\pi} [F_1(3\cos(t), 3\sin(t), 1)\cos(t) - F_2(3\cos(t), 3\sin(t), 1)\sin(t)]dt$.
b. $3\int_0^{2\pi} [F_1(3\cos(t), 3\sin(t), 1)\sin(t) - F_2(3\cos(t), 3\sin(t), 1)\cos(t)]dt$.
c. $-3\int_0^{2\pi} [F_1(3\cos(t), 3\sin(t), 1)\sin(t) - F_2(3\cos(t), 3\sin(t), 1)\cos(t)]dt$.
d. $-3\int_0^{2\pi} [F_1(3\cos(t), 3\sin(t), 1)\cos(t) - F_2(3\cos(t), 3\sin(t), 1)\sin(t)]dt$.

Prova scritta di Analisi Matematica B
29 giugno 2010

Cognome e nome ....

- (6 punti) Determinare la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = \frac{1}{x(t)+4}, \\ \\ x(0) = -2, \end{cases}$$

specificandone il dominio. Il procedimento deve essere comprensibile!

• (6 punti) Sia $A := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \le 9, x_1^2 + x_2^2 \ge x_3^2\}$. Calcolare $L_3(A)$. Il procedimento deve essere comprensibile!

Prova scritta di Analisi Matematica B
29 giugno 2010

Cognome e nome ....

• Sia $A := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 < x_3^2 \leq 2|x_3| + 1\}$. Allora
a. A e $\overline{A}$ non sono connessi per archi.
b. A non è connesso per archi, né chiuso, ma $\overline{A}$ è connesso per archi.
c. A è connesso per archi, ma non chiuso.
d. A è connesso per archi e chiuso.

• Siano $g \in C^1(\mathbf{R}^3)$ e $f : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2, x_3) = g(\sin(x_3), \cos(4x_1), \cos(x_1 + x_2))$, $\nu = (1, 1, 0)$. Allora $\frac{\partial f}{\partial \nu}(0, 0, 0) =$
a. $4D_2g(0, 1, 1)$.
b. $-D_3g(0, 1, 1)$.
c. $-D_2g(0, 1, 1)$.
d. Nessuno dei precedenti.

• Siano $F : \mathbf{R}^+ \times \mathbf{R}^+ \to \mathbf{R}^2$, $F(x_1, x_2) = (2x_1^{2x_2-1}x_2, 2x_1^{2x_2} \ln(x_1))$ e sia U il potenziale di F, tale che $U(1, 1) = 0$. Allora $U(2, 2) =$
a. 63.
b. 255.
c. F non è esatto.
d. 15.

• Siano $\Omega := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : \frac{x_1^2}{4} + \frac{x_2^2}{9} < 1, 0 < x_3 < 1\}$ e $f \in C^1(\overline{\Omega})$. Allora $\int_{\overline{\Omega}} D_1 f(x)dx =$
a. $3 \int_{[0,2\pi]\times[0,1]} f(3\cos(t), 2\sin(t), \zeta) \sin(t)dtd\zeta$.
b. $3 \int_{[0,2\pi]\times[0,1]} f(2\cos(t), 3\sin(t), \zeta) \cos(t)dtd\zeta$.
c. $2 \int_{[0,2\pi]\times[0,1]} f(2\cos(t), 3\sin(t), \zeta) \sin(t)dtd\zeta$.
d. $2 \int_{[0,2\pi]\times[0,1]} f(3\cos(t), 2\sin(t), \zeta) \cos(t)dtd\zeta$.

Prova scritta di Analisi Matematica B
14 luglio 2010

Cognome e nome ....

• (6 punti) Determinare l'integrale generale dell'equazione

$$x''(t) + 4x(t) = \sin(2t).$$

• Sia $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : \min\{3x_1, 6x_1\} \leq x_2 \leq \max\{3x_1, 6x_1\}\}$. Calcolare $\int_A e^{-|x_1|} dx_1 dx_2$.

Prova scritta di Analisi Matematica B
14 luglio 2010

Cognome e nome ....

• Sia $A := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1x_2 \geq 2, x_3^2 \leq 1\}$. Allora
a. A è connesso per archi, ma non limitato.
b. A è limitato, ma non connesso per archi.
c. A è limitato e connesso per archi.
d. nessuno dei precedenti.

• Siano $g \in C^2(\mathbf{R}^3)$ e $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(t) = g(t, t^2, 3t^3)$. Allora $f''(0) =$
a. $D_{11}g(0,0,0) + 4D_2g(0,0,0)$.
b. $D_{11}g(0,0,0) + 2D_2g(0,0,0)$.
c. $D_{11}g(0,0,0) + 3D_2g(0,0,0)$.
d. nessuno dei precedenti.

• Sia $F : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$, $F(x_1, x_2) = (\frac{x_1}{16+(x_1^2+x_2^2)^2}, \frac{x_2}{16+(x_1^2+x_2^2)^2})$ e sia U il potenziale di F tale che $U(0,0) = 0$. Allora
a. $U(1,1) = \frac{\pi}{16}$.
b. $U(1,1) = \frac{\arctan(2/3)}{6}$.
c. $U(1,1) = \frac{\arctan(1/2)}{8}$.
d. nessuno dei precedenti.

• Siano $S := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 + 4x_3^2 = 1, x_3 \geq 1/4\}$, ν l'orientamento di S tale che $\nu(0,0,1/2) = (0,0,-1)$ e $F \in C^1(\mathbf{R}^3; \mathbf{R}^3)$. Allora $\int_S rot(F)(x) \cdot \nu(x) d\sigma =$
a. $-\frac{\sqrt{3}}{2}\int_0^{2\pi}[F_2(\frac{\sqrt{3}}{2}\cos(t), \frac{\sqrt{3}}{2}\sin(t), \frac{1}{4})\cos(t) - F_1(\frac{\sqrt{3}}{2}\cos(t), \frac{\sqrt{3}}{2}\sin(t), \frac{1}{4})\sin(t)]dt$.
b. $-\frac{\sqrt{3}}{2}\int_0^{2\pi}[F_2(\frac{\sqrt{3}}{2}\cos(t), \frac{\sqrt{3}}{2}\sin(t), \frac{1}{4})\cos(t) + F_1(\frac{\sqrt{3}}{2}\cos(t), \frac{\sqrt{3}}{2}\sin(t), \frac{1}{4})\sin(t)]dt$.
c. $\frac{\sqrt{3}}{2}\int_0^{2\pi}[F_2(\frac{\sqrt{3}}{2}\cos(t), \frac{\sqrt{3}}{2}\sin(t), \frac{1}{4})\cos(t) + F_1(\frac{\sqrt{3}}{2}\cos(t), \frac{\sqrt{3}}{2}\sin(t), \frac{1}{4})\sin(t)]dt$.
d. $\frac{\sqrt{3}}{2}\int_0^{2\pi}[F_2(\frac{\sqrt{3}}{2}\cos(t), \frac{\sqrt{3}}{2}\sin(t), \frac{1}{4})\cos(t) - F_1(\frac{\sqrt{3}}{2}\cos(t), \frac{\sqrt{3}}{2}\sin(t), \frac{1}{4})\sin(t)]dt$.

Prova scritta di Analisi Matematica B
9 settembre 2010

Cognome e nome ....

- (6 punti) Determinare la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = e^{\frac{x(t)}{t}} + \frac{x(t)}{t}, \\ \\ x(1) = 2. \end{cases}$$

Specificarne il dominio.

• Sia $A := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 + \frac{x_3^2}{9} \leq 9, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0\}$. Calcolare $\int_A x_3 dx_1 dx_2 dx_3$.

Prova scritta di Analisi Matematica B
9 settembre 2010

Cognome e nome ....

• Sia $A := \{(\frac{1}{3k}, x_2) : k \in \mathbf{N}, x_2 \in \mathbf{R}\}$. Allora
a. A è chiuso.
b. A è connesso per archi.
c. $\mathbf{R}^2 \setminus A$ è connesso per archi.
d. $\{(0, x_2) : x_2 \in \mathbf{R}\} \subseteq Fr(A)$.

• Siano $g \in C^1(\mathbf{R}^2)$, $f : \mathbf{R}^2 \setminus \{(0, x_2) : x_2 \in \mathbf{R}\} \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) := g(x_1, \frac{x_2}{x_1})$, $\nu := (4, 4)$. Allora $\frac{\partial f}{\partial \nu}(1, 1) =$
a. $4D_1g(1, 1)$.
b. $4(D_1g(1, 1) - D_2g(1, 1))$.
c. $4(D_1g(1, 1) + D_2g(1, 1))$.
d. nessuno dei precedenti.

• Sia $\gamma : [0, 2\pi] \to \mathbf{R}^2$, $\gamma(t) := (\cos(t), 2\sin(t))$. Allora $\int_\gamma (4x_1^2 + \frac{x_2^2}{4})^{1/2} ds =$
a. 5π.
b. 10π.
c. 17π.
d. nessuno dei precedenti.

• Siano $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : -1 < x_1 < 1, 0 < x_2 < x_1^2 + 3\}$ e $f \in C^1(\overline{A})$. Allora $\int_{\overline{A}} D_1 f(x_1, x_2) dx_1 dx_2 =$
a. $\int_0^4 [f(1, t) + f(-1, t)]dt + 2\int_{-1}^1 f(t, t^2 + 3)tdt$.
b. $\int_0^4 [f(1, t) - f(-1, t)]dt + 2\int_{-1}^1 f(t, t^2 + 3)tdt$.
c. $\int_0^4 [f(1, t) - f(-1, t)]dt - 2\int_{-1}^1 f(t, t^2 + 3)tdt$.
d. nessuno dei precedenti.

Prova scritta di Analisi Matematica B
13 gennaio 2011

Cognome e nome ....

• Determinare, specificandone il dominio, la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = 4 - x(t)^2, \\ x(0) = 0. \end{cases}$$

• Sia $A := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + 9x_2^2 \leq (x_3 - 1)^2, 0 \leq x_3 \leq 1\}$: Calcolare $L_3(A)$.

Prova scritta di Analisi Matematica B
13 gennaio 2011

Cognome e nome ....

• Sia $A := \{x \in \mathbf{R}^3 : 0 < \|x\| \leq 2\}$. Allora
a. 0 appartiene all'interno della chiusura di A, ma non all'interno di A.
b. 0 appartiene all'interno di A.
c. A è aperto.
d. A è chiuso.

• Siano $g \in C^2(\mathbf{R}^2)$ e $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = g(\cosh(3x_2), \cos(x_1))$. Allora $D_{12}f(0,0) =$
a. -3.
b. 0.
c. -4.
d. -2.

• Sia $F : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$, $F(x_1, x_2) = (-\sin(x_1 - 4x_2) + 1, 4\sin(x_1 - 4x_2))$ e sia U il potenziale di F tale che $U(0,0) = 0$. Allora
a. $U(1,1) = \cos(2)$.
b. U non esiste, perché F non è esatto.
c. $U(1,1) = \cos(3)$.
d. $U(1,1) = \cos(1)$.

• Siano $\Omega := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1 + x_2 + 2x_3 < 1, x_1 > 0, x_2 > 0, x_3 > 0\}$ ed $f \in C^1(\overline{\Omega})$. Allora $\int_{\overline{\Omega}} D_3 f(x)dx =$
a. $\int_0^1(\int_0^{1-u}[f(u,v,\frac{1-u-v}{2}) + f(u,v,0)]dv)du$.
b. $\int_0^1(\int_0^{1-u}[f(u,v,0) - f(u,v,\frac{1-u-v}{2})]dv)du$.
c. $\int_0^1(\int_0^{1-u}[f(u,v,\frac{1-u-v}{2}) - f(u,v,0)]dv)du$.
d. nessuno dei precedenti.

Prova scritta di Analisi Matematica B
31 gennaio 2011

Cognome e nome ....

• Sia $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1 > 0, x_2 > 0, x_1^2 + x_2^2 \geq 1\}$. Calcolare $\int_A \frac{x_1}{(x_1^2+x_2^2)^3} dx_1 dx_2$. Il procedimento deve essere chiaro!

• Determinare, specificandone il dominio, la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = e^{\frac{x(t)}{t}} + \frac{x(t)}{t}, \\ x(1) = 2. \end{cases}$$

Specificare il dominio. Il procedimento deve essere chiaro!

Prova scritta di Analisi Matematica B
31 gennaio 2011

Cognome e nome ....

• Sia $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 - 2x_1 = 0\}$. Allora

a. A è chiuso e connesso per archi.
b. A è chiuso, ma non connesso per archi.
c. A è connesso per archi, ma non chiuso.
d. nessuno dei precedenti.

• Siano $g \in C^2(\mathbf{R}^2)$, $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(t) = g(\cos(t), \sin(3t))$. Allora $f''(0) =$

a. $4D_{22}g(1,0) - D_1g(1,0) + 8D_2g(1,0)$.
b. $9D_{22}g(1,0) - D_1g(1,0) + 27D_2g(1,0)$.
c. $16D_{22}g(1,0) - D_1g(1,0) + 64D_2g(1,0)$.
d. nessuno dei precedenti.

• Sia $\gamma : [0,1] \to \mathbf{R}^2$, $\gamma(t) = (2t^2, \frac{t^3}{3})$. Allora la lunghezza di γ è uguale a

a. $\frac{1}{3}(2^{3/2} - 1)$.
b. $\frac{1}{3}(5^{3/2} - 8)$.
c. $\frac{1}{3}(10^{3/2} - 27)$.
d. $\frac{1}{3}(17^{3/2} - 64)$.

• Siano $S := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + 4x_2^2 + x_3^2 = 1, x_2 \geq \frac{1}{4}\}$, $F \in C^1(\mathbf{R}^3; \mathbf{R}^3)$, ν l'orientamento di S tale che $\nu(0, \frac{1}{2}, 0) = (0,1,0)$. Allora $\int_S rot(F)(x) \cdot \nu(x) d\sigma =$

a. $\frac{\sqrt{3}}{2} \int_0^{2\pi} [F_3(\frac{\sqrt{3}}{2}\cos(t), \frac{1}{4}, \frac{\sqrt{3}}{2}\sin(t))\cos(t) + F_1(\frac{\sqrt{3}}{2}\cos(t), \frac{1}{4}, \frac{\sqrt{3}}{2}\sin(t))\sin(t)]dt$.
b. $\frac{\sqrt{3}}{2} \int_0^{2\pi} [F_2(\frac{\sqrt{3}}{2}\cos(t), \frac{1}{4}, \frac{\sqrt{3}}{2}\sin(t))\cos(t) - F_1(\frac{\sqrt{3}}{2}\cos(t), \frac{1}{4}, \frac{\sqrt{3}}{2}\sin(t))\sin(t)]dt$.
c. $\frac{\sqrt{3}}{2} \int_0^{2\pi} [-F_3(\frac{\sqrt{3}}{2}\cos(t), \frac{1}{4}, \frac{\sqrt{3}}{2}\sin(t))\cos(t) + F_1(\frac{\sqrt{3}}{2}\cos(t), \frac{1}{4}, \frac{\sqrt{3}}{2}\sin(t))\sin(t)]dt$.
d. nessuno dei precedenti.

Prova scritta di Analisi Matematica B
18 febbraio 2011

Cognome e nome ....

• Determinare l'integrale generale dell'equazione $x''(t) - 3x'(t) + 2x(t) = e^{2t}$. Il procedimento deve essere chiaro!

• Sia $A := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 \leq 9x_3^2, 0 \leq x_3 \leq 1\}$. Calcolare $\int_A \frac{(x_1^2+x_2^2)^{1/2}}{1+x_3} dx_1 dx_2 dx_3$.

Prova scritta di Analisi Matematica B
18 febbraio 2011

Cognome e nome ....

• Sia $A := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2+x_2^2+x_3^2 \leq 4, x_1^2+x_2^2+x_3^2 \neq 1\}$. Allora
a. A è connesso per archi.
b. $\overline{A}$ è connesso per archi.
c. $Fr(A)$ è connesso per archi.
d. nessuno dei precedenti.

• Siano $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$, $f(x_1, x_2) = (x_1 e^{3x_2}, x_2 e^{3x_1})$ e $J_f(x_1, x_2)$ la matrice jacobiana in (x_1, x_2). Allora $J_f(x_1, x_2)$ è invertibile se e solo se
a. $x_1 x_2 \neq \frac{1}{9}$.
b. $x_1 x_2 \neq \frac{1}{4}$.
c. $x_1 x_2 \neq \frac{1}{16}$.
d. nessuno dei precedenti.

• Sia S la superficie di parametrizzazione $\Phi : [0, \pi] \times [1, 2] \to \mathbf{R}^3$, $\Phi(u, v) = (4v\cos(u), 4v\sin(u), v)$. Allora l'area di S è uguale a
a. $3\pi\sqrt{5}$.
b. $\frac{9\pi\sqrt{10}}{2}$.
c. $6\pi\sqrt{17}$.
d. nessuno dei precedenti.

• Siano $\Omega := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2+x_2^2 < 4, x_2 > \sqrt{2}\}$ e $f \in C^1(\overline{\Omega})$. Allora $\int_{\overline{\Omega}} D_1 f(x_1, x_2) dx_1 dx_2 =$
a. $2\int_{\pi/4}^{3\pi/4} f(2\cos(t), 2\sin(t))\cos(t)dt - \int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} f(x_1, \sqrt{2})dx_1$.
b. $2\int_{\pi/4}^{3\pi/4} f(2\cos(t), 2\sin(t))\sin(t)dt - \int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} f(x_1, \sqrt{2})dx_1$.
c. $2\int_{\pi/4}^{3\pi/4} f(2\cos(t), 2\sin(t))\sin(t)dt + \int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} f(x_1, \sqrt{2})dx_1$.
d. nessuno dei precedenti.

Prova scritta di Analisi Matematica B
15 giugno 2011

Cognome e nome ....

- Determinare la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = \frac{t}{x(t)+1}, \\ x(0) = -2. \end{cases}$$

Indicarne anche il dominio. Il procedimento deve essere chiaro!

• Sia $A := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \leq 9, x_1^2 + x_2^2 \leq 1, x_3 \geq 0\}$. Calcolare $L_3(A)$. Il procedimento deve essere chiaro!

Prova scritta di Analisi Matematica B
15 giugno 2011

Cognome e nome ....

• Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 < (x_3 - 2)^2$. Allora
a. A è connesso per archi, ma $\overline{A}$ non lo è .
b. $\overline{A}$ è connesso per archi, ma A non lo è .
c. Sia A che $\overline{A}$ sono connessi per archi.
d. Né A, né $\overline{A}$ sono connessi per archi.

• $\frac{x_2}{1+3x_1} =$
a. $x_2 - 6x_1x_2 + o((x_1^2 + x_2)^2)$ $((x_1, x_2) \to (0, 0))$.
b. $x_2 - 2x_1x_2 + o((x_1^2 + x_2)^2)$ $((x_1, x_2) \to (0, 0))$.
c. $x_2 - 4x_1x_2 + o((x_1^2 + x_2)^2)$ $((x_1, x_2) \to (0, 0))$.
d. $x_2 - 3x_1x_2 + o((x_1^2 + x_2)^2)$ $((x_1, x_2) \to (0, 0))$.

• Sia $F : \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : 1 + 4x_2 > 0\} \to \mathbf{R}^2$, $F(x_1, x_2) = (\ln(1 + 4x_2), \frac{4x_1}{1+4x_2})$ e sia U il potenziale di F, tale che $U(0, 0) = -4$. Allora $U(1, 1) =$
a. $\ln(4) - 3$.
b. $\ln(5) - 4$.
c. $\ln(3) - 2$.
d. nessuno dei precedenti.

• Siano $\Omega = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 < 4, 0 < x_3 < 1\}$ e $f \in C^1(\overline{\Omega})$. Allora $\int_{\Omega} D_1 f(x)dx =$
a. $-2\int_0^1(\int_0^{2\pi} f(2\cos(t), 2\sin(t), \zeta)\cos(t)dt)d\zeta$.
b. $-2\int_0^1(\int_0^{2\pi} f(2\cos(t), 2\sin(t), \zeta)\cos(t)dt)d\zeta + \int_0^{2\pi}(\int_0^2 f(\rho\cos(\theta), \rho\sin(\theta), 1)\rho d\rho)d\theta - \int_0^{2\pi}(\int_0^2 f(\rho\cos(\theta), \rho\sin(\theta), 0)\rho d\rho)d\theta$.
c. $2\int_0^1(\int_0^{2\pi} f(2\cos(t), 2\sin(t), \zeta)\cos(t)dt)d\zeta + \int_0^{2\pi}(\int_0^2 f(\rho\cos(\theta), \rho\sin(\theta), 1)\rho d\rho)d\theta - \int_0^{2\pi}(\int_0^2 f(\rho\cos(\theta), \rho\sin(\theta), 0)\rho d\rho)d\theta$.
d. $2\int_0^1(\int_0^{2\pi} f(2\cos(t), 2\sin(t), \zeta)\cos(t)dt)d\zeta$.

Prova scritta di Analisi Matematica B
20 luglio 2011

Cognome e nome ....

- Determinare l'integrale generale in $\mathbf{R}^+$ dell'equazione

$$x''(t) = \frac{1}{t}x'(t) + te^{2t}.$$

Il procedimento deve essere chiaro!

• Sia $A := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : 9x_1^2 + x_2^2 \leq x_3^2, x_3 \geq 0\}$. Calcolare $\int_A e^{-x_3} dx_1 dx_2 dx_3$.

Il procedimento deve essere chiaro!

Prova scritta di Analisi Matematica B
20 luglio 2011

Cognome e nome ....

• Sia $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 - 4x_1 \le \frac{(x_1-2)^2}{2} - 4\}$. Allora
a. $A = \emptyset$.
b. A non è connesso per archi.
c. A è aperto.
d. nessuna delle precedenti.

• Siano $f \in C^2(\mathbf{R}^2)$ e $g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $g(t) = f(3^t, t)$. Allora $g''(0) =$
a. $\ln^2(3)D_{11}f(1,0) + 2\ln(3)D_{12}f(1,0) + D_{22}f(1,0) + ln(3)D_1f(1,0)$.
b. $\ln^2(3)D_{11}f(1,0) + 2\ln(3)D_{12}f(1,0) + D_{22}f(1,0) + ln^2(3)D_1f(1,0)$.
c. $\ln^2(3)D_{11}f(1,0) + 2\ln(3)D_{12}f(1,0) + D_{22}f(1,0)$.
d. nessuna delle precedenti.

• Sia P il parallelogramma $\{x = t(4,1,0) + \tau(0,1,4) : t, \tau \in [0,1]\}$. Allora l'area di P è uguale a
a. $3\sqrt{11}$.
b. $12\sqrt{2}$.
c. $2\sqrt{6}$.
d. nessuna delle precedenti.

• Sia $S := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_3^2 = 4, 0 \le x_2 \le 1, x_3 \ge 0\}$ e sia $F \in C^1(\mathbf{R}^3; \mathbf{R}^3)$, tale che $F(x_1, x_2, x_3) = (0,0,0)$ se $|x_2 - 1/2| \ge 1/4$. Sia poi ν l'orientamento di S tale che $\nu(0, 1/2, 2) = (0,0,1)$. Allora $\int_S rot(F)(x) \cdot \nu(x) d\sigma =$
a. $\int_0^1 [F_2(2,t,0) + F_2(-2,t,0)]dt$.
b. $\int_0^1 [F_2(-2,t,0) - F_2(2,t,0)]dt$.
c. $\int_0^1 [F_2(2,t,0) - F_2(-2,t,0)]dt$.
d. nessuna delle precedenti.

Prova scritta di Analisi Matematica B
7 settembre 2011

Cognome e nome ....

• Determinare (precisandone il dominio) la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$x''(t) = -2x(t)^{-2}, x(0) = 1, x'(0) = 2.$$

• Sia $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 \le x_2 \le 3x_1^2\}$. Calcolare $\int_A \min\{1, x_1^{-4}\} dx_1 dx_2$.

Prova scritta di Analisi Matematica B
7 settembre 2011

Cognome e nome ....

• Sia $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1x_2 \leq -2\}$. Allora
a. A è connesso per archi.
b. A è chiuso e limitato.
c. $Fr(A) \cap \{(0, x_2) : x_2 \in \mathbf{R}\} = \emptyset$.
d. nessuno dei precedenti.

• Siano $g \in C^2(\mathbf{R}^2)$ e $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = g(e^{x_1x_2}, 3x_2)$. Allora $D_{12}f(0, 0) =$
a. $D_1g(1, 0) + 16D_{22}g(1, 0)$.
b. $D_1g(1, 0) + 4D_{22}g(1, 0)$.
c. $D_1g(1, 0) + 9D_{22}g(1, 0)$.
d. $D_1g(1, 0))$.

• Sia $\gamma : [0, 1] \to \mathbf{R}^2$, $\gamma(t) = (e^{t^2}, t)$, $F : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$, $F(x_1, x_2) = (4, x_2)$. Allora $\int F \cdot d\gamma =$
a. $2e - \frac{3}{2}$.
b. $3e - \frac{5}{2}$.
c. $e - \frac{1}{2}$.
d. nessuno dei precedenti.

• Sia $\Omega := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : 1 < x_1^2 + x_2^2 < 16, x_1 > 0, x_2 > 0\}$. Sia $f \in C^1(\mathbf{R}^2)$ tale che $f(x_1, x_2) = 0$ se $x_1x_2 = 0$. Allora $\int_{\overline{\Omega}} D_2f(x_1, x_2)dx_1dx_2 =$
a. $\int_0^{\pi/2} [4f(4\cos(t), 4\sin(t)) + f(\cos(t), \sin(t))] \sin(t)dt$.
b. $\int_0^{\pi/2} [4f(4\cos(t), 4\sin(t)) - f(\cos(t), \sin(t))] \sin(t)dt$.
c. $\int_0^{\pi/2} [f(\cos(t), \sin(t)) - 4f(4\cos(t), 4\sin(t))] \sin(t)dt$.
d. nessuno dei precedenti.

Prova scritta di Analisi Matematica B
10 gennaio 2012

Cognome e nome ....

• Determinare (precisandone il dominio) la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$x''(t) = (2 - x'(t))^{-1}, \quad x(0) = x'(0) = 0.$$

• Sia $A := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + 9x_2^2 \leq (x_3 - 1)^2, 0 \leq x_3 \leq 1\}$. Calcolare $\int_A x_3 dx_1 dx_2 dx_3$.

Prova scritta di Analisi Matematica B
10 gennaio 2012

Cognome e nome ....

• Siano $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : 1 \leq x_1^2 + x_2^2 \leq 9, x_1 \leq \frac{1}{2}\}$, $B := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : 1 \leq x_1^2 + x_2^2 \leq 9, x_1 \geq -\frac{1}{2}\}$, $f : A \cap B \to \mathbf{R}$ continua. Allora, necessariamente,
a. f ammette minimo.
b. $f(A \cap B)$ è un intervallo.
c. $\sqrt{f(x)^2} = f(x)\ \forall x \in A \cap B$.
d. nessuno dei precedenti.

• Siano $g \in C^2(\mathbf{R}^2)$, $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, $f(\rho, \theta) = g(\rho\cos(\theta), 4\rho\sin(\theta))$. Allora $\frac{\partial^2 f}{\partial\rho\partial\theta}(0, 0) =$
a. $2D_2g(0, 0)$.
b. $3D_2g(0, 0)$.
c. $4D_1g(0, 0)$.
d. nessuno dei precedenti.

• Sia $F : \mathbf{R}^2 \setminus \{(0, 0, 0)\} \to \mathbf{R}^2$, $F(x_1, x_2) = (\frac{x_1}{2(x_1^2+x_2^2)}, \frac{x_2}{2(x_1^2+x_2^2)})$. Allora
a. F è esatto.
b. F è chiuso, ma non esatto.
c. F non è chiuso.
d. F è prolungabile con continuità a tutto $\mathbf{R}^2$.

• Siano $\Omega = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 < x_3^2, x_2 > 0, 1 < x_3 < 3\}$ e $f \in C^1(\overline{\Omega})$. Allora $\int_{\overline{\Omega}} D_1 f(x)dx =$
a. $-\int_1^3(\int_0^\pi f(\zeta\cos(\theta), \zeta\sin(\theta), \zeta)\cos(\theta)d\theta)\zeta d\zeta$.
b. $-\int_1^3(\int_0^\pi f(\zeta\cos(\theta), \zeta\sin(\theta), \zeta)\sin(\theta)d\theta)\zeta d\zeta$.
c. $\int_1^3(\int_0^\pi f(\zeta\cos(\theta), \zeta\sin(\theta), \zeta)\cos(\theta)d\theta)\zeta d\zeta$.
d. nessuno dei precedenti.

Prova scritta di Analisi Matematica B
25 gennaio 2012

Cognome e nome ....

• Determinare l'integrale generale dell'equazione

$$x''(t) = 4x'(t) - 4x(t) + e^{2t} + 1, \quad t \in \mathbf{R}.$$

• Sia $A := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_3 \geq 0, x_1^2 + x_2^2 \leq \min\{x_3^2, 9 - x_3^2\}$. Calcolare $L_3(A)$.

Prova scritta di Analisi Matematica B
25 gennaio 2012

Cognome e nome ....

• Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 16, x_1^2 + x_2^2 = 4\}$. Allora
a. A è chiuso, ma non connesso per archi.
b. A è chiuso e connesso per archi.
c. A è connesso per archi, ma non chiuso.
d. Nessuno dei precedenti.

• Siano $g \in C^1(\mathbf{R}^2)$, $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = g(e^x, e^{3x})$. Allora
a. $f(x) = g(1,1) + [3D_1 g(1,1) + D_2 g(1,1)]x + o(x)$ $(x \to 0)$.
b. $f(x) = g(1,1) + [D_1 g(1,1) + 3D_2 g(1,1)]x + o(x)$ $(x \to 0)$.
c. $f(x) = g(1,1) + 3[D_1 g(1,1) + D_2 g(1,1)]x + o(x)$ $(x \to 0)$.
d. Nessuno dei precedenti.

• Sia $\gamma : [0, 2\pi] \to \mathbf{R}^3$, $\gamma(t) = (\cos(t), 4\sin(t), 1)$. Allora $\int_\gamma (256x_1^2 + x_2^2)^{1/2} ds =$
a. 68π.
b. 10π.
c. 30π.
d. Nessuno dei precedenti.

• Siano $S = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 4, x_3 \leq 1\}$, ν l' orientamento di S tale che $\nu(0,0,-2) = (0,0,-1)$. Sia poi $F \in C^1(\mathbf{R}^3; \mathbf{R}^3)$. Allora $\int_S rot(F)(x) \cdot \nu(x) d\sigma =$
a. $-\sqrt{3} \int_0^{2\pi} [F_1(\sqrt{3}\cos(t), \sqrt{3}\sin(t), 1)\sin(t) - F_2(\sqrt{3}\cos(t), \sqrt{3}\sin(t), 1)\cos(t)] dt$.
b. $\sqrt{3} \int_0^{2\pi} [F_1(\sqrt{3}\cos(t), \sqrt{3}\sin(t), 1)\sin(t) - F_2(\sqrt{3}\cos(t), \sqrt{3}\sin(t), 1)\cos(t)] dt$.
c. $\sqrt{3} \int_0^{2\pi} [F_1(\sqrt{3}\cos(t), \sqrt{3}\sin(t), 1)\sin(t) + F_2(\sqrt{3}\cos(t), \sqrt{3}\sin(t), 1)\cos(t)] dt$.
d. Nessuno dei precedenti.

Prova scritta di Analisi Matematica B
9 febbraio 2012

Cognome e nome ....

• Determinare (precisandone il dominio) la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = \frac{x(t)^2}{t^2} + \frac{2x(t)}{t}, \\ x(1) = 2. \end{cases}$$

• Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : 0 < x_1^2 + x_2^2 \leq 1, 0 \leq x_2 \leq 3x_1\}$. Calcolare $\int_A (x_1^2 + x_2^2)^{-3/4} dx_1 dx_2$.

Prova scritta di Analisi Matematica B
9 febbraio 2012

Cognome e nome ....

• Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \leq 32, x_1^2 + x_2^2 \geq 16\}$. Allora

a. A è connesso per archi, ma non stellato rispetto a qualunque suo punto.
b. A è stellato rispetto a qualche suo punto, ma non convesso.
c. A è convesso.
d. Nessuno dei precedenti.

• Siiano $g \in C^2(\mathbf{R}^2)$, $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = g(\sin(x_1 - x_2), 2x_2)$. Allora $D_{22}f(0,0) =$

a. Nessuna delle successive.
b. $D_{11}g(0,0) - 6D_{12}g(0,0) + 9D_{22}g(0,0)$.
c. $D_{11}g(0,0) - 8D_{12}g(0,0) + 16D_{22}g(0,0)$.
d. $D_{11}g(0,0) - 4D_{12}g(0,0) + 4D_{22}g(0,0)$.

• Siano $F : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$, $F(x_1, x_2) = (\frac{x_1}{5+x_1^2+3x_2^2}, \frac{3x_2}{5+x_1^2+3x_2^2})$ e U il potenziale di F tale che $U(0,0) = 0$. Allora $U(1,1) =$

a. $\frac{\ln(9)-\ln(5)}{2}$.
b. $\frac{\ln(10)-\ln(5)}{2}$.
c. $\frac{\ln(8)-\ln(5)}{2}$.
d. Nessuna delle precedenti.

• Siano $\Omega = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : 1 < x_1^2 + x_2^2 < 16, x_2 < 0\}$ e $f \in C^1(\overline{\Omega})$. Allora $\int_{\overline{\Omega}} D_1 f(x_1, x_2) dx_1 dx_2 =$

a. $\int_\pi^{2\pi} [4f(4\cos(t), 4\sin(t)) - f(\cos(t), \sin(t))] \cos(t) dt$.
b. $\int_\pi^{2\pi} [4f(4\cos(t), 4\sin(t)) + f(\cos(t), \sin(t))] \cos(t) dt$.
c. $-\int_\pi^{2\pi} [4f(4\cos(t), 4\sin(t)) + f(\cos(t), \sin(t))] \cos(t) dt$.
d. Nessuno dei precedenti.

Prova scritta di Analisi Matematica B
4 luglio 2012

Cognome e nome ....

• Determinare l'integrale generale dell'equazione $x''(t) = \frac{1}{t}x'(t) + 2$, con $t \in \mathbf{R}^+$.

• Sia $A := \{x = (x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : \|x\| \geq 1, \min\{x_1, x_2\} \geq 0\}$. Calcolare $\int_A \frac{\min\{x_1,x_2\}}{(x_1^2+x_2^2)^3} dx_1 dx_2$.

Prova scritta di Analisi Matematica B
4 luglio 2012

Cognome e nome ....

• Sia $A = \{x \in \mathbf{R}^n : \|x\| \leq 4, \|x\| \neq 2\}$. Allora

a. l'interno della chiusura di A coincide con la chiusura dell'interno di A.
b. la chiusura di A coincide con A.
c. la chiusura di A non è connessa per archi.
d. nessuna delle precedenti.

• Siano $g \in C^2(\mathbf{R}^2)$, $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(t) = g(\sin(3t), \cos(3t))$. Allora

a. $f(t) = g(0,1) + 3D_1g(0,1)t + \frac{9}{2}[D_{11}g(0,1) - D_2g(0,1)]t^2 + o(t^2)$ $(t \to 0)$.
b. $f(t) = g(0,1) + 3D_1g(0,1)t + \frac{9}{2}[D_{11}g(0,1) + D_2g(0,1)]t^2 + o(t^2)$ $(t \to 0)$.
c. $f(t) = g(0,1) + 3D_1g(0,1)t + \frac{9}{2}D_{11}g(0,1)t^2 + o(t^2)$ $(t \to 0)$.
d. nessuna delle precedenti.

• Siano $f \in C^1(\mathbf{R})$ e $F : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$, $F(x_1, x_2) = (f(x_2), 4x_1 f(x_2))$. Supponiamo di sapere che F è esatto e $f(0) = 1$. Allora $f(1) =$

a. 4.
b. $\ln(4)$.
c. e^4.
d. nessuna delle precedenti.

• Siano $\Omega = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 < 4, x_2 < 0, 0 < x_3 < 1\}$, $f \in C^1(\overline{\Omega})$. Allora $\int_{\overline{\Omega}} D_2 f(x)dx =$

a. $2\int_0^1 (\int_\pi^{2\pi} f(2\cos(\theta), 2\sin(\theta), \zeta)\sin(\theta)d\theta)d\zeta - \int_0^1(\int_{-2}^2 f(u,0,v)du)dv$.
b. $2\int_0^1 (\int_\pi^{2\pi} f(2\cos(\theta), 2\sin(\theta), \zeta)\sin(\theta)d\theta)d\zeta + \int_0^1(\int_{-2}^2 f(u,0,v)du)dv$.
c. $-2\int_0^1 (\int_\pi^{2\pi} f(2\cos(\theta), 2\sin(\theta), \zeta)\sin(\theta)d\theta)d\zeta + \int_0^1(\int_{-2}^2 f(u,0,v)du)dv$.
d. nessuno dei precedenti.

Prova scritta di Analisi Matematica B
20 luglio 2012

Cognome e nome ....

• Determinare la soluzione massimale del problema di Cauchy $x''(t) = -\frac{t}{x'(t)}$, $x(0) = 0$, $x'(0) = -2$. Specificare il dominio.

• Sia $A := \{x = (x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_2^2 + x_3^3 \leq 9x_1^2, x_1 \geq 0\}$. Calcolare $\int_A e^{-x_1} dx$.

Prova scritta di Analisi Matematica B
20 luglio 2012

Cognome e nome ....

• Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : |x_1| - |x_2| < 2\}$. Allora
a. A è connesso per archi, ma non limitato.
b. A è connesso per archi e limitato.
c. A è limitato, ma non connesso per archi.
d. nessuno dei precedenti.

• Siano $g \in C^2(\mathbf{R}^2)$, $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = g(x_1 + 3x_2, x_1 - 3x_2)$. Allora $D_{12}f(0,0) =$
a. $4[D_{11}g(0,0) - D_{22}g(0,0)]$.
b. $2[D_{11}g(0,0) - D_{22}g(0,0)]$.
c. $3[D_{11}g(0,0) - D_{12}g(0,0) + D_{22}g(0,0)]$.
d. nessuno dei precedenti.

• Sia $\gamma : [0,1] \to \mathbf{R}^2$, $\gamma(t) = (t, e^{4t})$. Allora $\int_\gamma (1 + 16x_2^2)^{1/2} ds =$
a. e^2.
b. $\frac{1}{2}(3e^3 - 1)$.
c. $2e^4 - 1$.
d. nessuno dei precedenti.

• Siano S il triangolo in $\mathbf{R}^3$ di vertici $(0,0,0)$, $(2,0,0)$, $(2,2,0)$, ν l'orientamento di S tale che $\nu(1,1,0) = (0,0,-1)$ e $F \in C^1(\mathbf{R}^3; \mathbf{R}^3)$. Allora $\int_S rot(F)(x) \cdot \nu(x) d\sigma =$
a. $2\int_0^1 [F_1(2t, 2t, 0) + F_2(2t, 2t, 0) - F_1(2(1-t), 0, 0) - F_2(2, 2(1-t), 0)]dt$.
b. $2\int_0^1 [F_1(2t, 2t, 0) + F_2(2t, 2t, 0) + F_1(2(1-t), 0, 0) + F_2(2, 2(1-t), 0)]dt$.
c. $-2\int_0^1 [F_1(2t, 2t, 0) + F_2(2t, 2t, 0) + F_1(2(1-t), 0, 0) + F_2(2, 2(1-t), 0)]dt$.
d. nessuno dei precedenti.

Prova scritta di Analisi Matematica B
11 settembre 2012

Cognome e nome ....

• Determinare, specificandone il dominio, la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = \frac{t^3}{x(t)^3} + \frac{x(t)}{t}, \\ x(1) = -2. \end{cases}$$

• Sia $A := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : 0 \leq x_3 \leq 3, x_1^2 + 9x_2^2 \leq \max\{1, x_3^2\}$. Calcolare $L_3(A)$.

Prova scritta di Analisi Matematica B
11 settembre 2012

Cognome e nome ....

• Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 \le 16, x_1^2 + x_2^2 \ne 4\}$. Allora
a. $Fr(A) \subseteq Fr(\overline{A})$ e $Fr(\overline{A}) \ne Fr(A)$.
b. $Fr(\overline{A}) \subseteq Fr(A)$ e $Fr(\overline{A}) \ne Fr(A)$.
c. $Fr(\overline{A}) = Fr(A)$.
d. nessuna delle precedenti.

• Siano $g \in C^2(\mathbf{R}^2)$, $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(t) = g(t^2, 3t)$. Allora
a. $f(t) = g(0,0) + 3D_2g(0,0)t + \frac{9}{2}D_{22}g(0,0)]t^2 + o(t^2)$ $(t \to 0)$.
b. $f(t) = g(0,0) + 3D_2g(0,0)t + [D_1g(0,0) + \frac{9}{2}D_{22}g(0,0)]t^2 + o(t^2)$ $(t \to 0)$.
c. $f(t) = g(0,0) + 3D_2g(0,0)t + [2D_1g(0,0) + 9D_{22}g(0,0)]t^2 + o(t^2)$ $(t \to 0)$.
d. nessuna delle precedenti.

• Sia $F : \mathbf{R}^2 \setminus \{(0,0)\} \to \mathbf{R}^2$, $F(x_1, x_2) = (x_1 \ln(x_1^2 + x_2^2), x_2 \ln(x_1^2 + x_2^2))$ e sia U il potenziale di F tale che $U(1,0) = 4$. Allora $U(2,0) =$
a. $\ln(16) + \frac{1}{2}$.
b. $\ln(16) + \frac{3}{2}$.
c. $\ln(16)$.
d. nessuna delle precedenti.

• Siano $\Omega := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 < 1, 0 < x_3 < 2 + x_1^2\}$, $f \in C^1(\mathbf{R}^2)$ tale che $f(x_1, x_2, x_3) = 0$ se $x_1^2 + x_2^2 = 1$. Allora $\int_{\overline{\Omega}} D_1 f(x)dx =$
a. $2\int_0^1 (\int_0^{2\pi} f(\rho\cos(\theta), \rho\sin(\theta), 2 + \rho^2\cos^2(\theta))\rho\cos(\theta)d\theta)d\rho$.
b. $2\int_0^1 (\int_0^{2\pi} f(\rho\cos(\theta), \rho\sin(\theta), 2 + \rho^2\cos^2(\theta))\rho^2\cos(\theta)d\theta)d\rho$.
c. $-2\int_0^1 (\int_0^{2\pi} f(\rho\cos(\theta), \rho\sin(\theta), 2 + \rho^2\cos^2(\theta))\rho^2\cos(\theta)d\theta)d\rho$.
d. nessuna delle precedenti.

Prova scritta di Analisi Matematica B
11 gennaio 2013

Cognome e nome ....

- Determinare le (eventuali) soluzioni del problema

$$\begin{cases} x'(t) = \frac{x(t)}{t^2} + \frac{2}{t^2}, \quad t \in \mathbf{R}^+, \\ \lim_{t\to+\infty} x(t) = 0. \end{cases}$$

• Sia $A := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + 9x_2^2 \leq (x_3 - 3)^2, x_3 \geq 3\}$. Calcolare $\int_A x_3^{-4} dx_1 dx_2 dx_3$.

Prova scritta di Analisi Matematica B
11 gennaio 2013

Cognome e nome ....

• Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : 4x_1^2 + x_2^2 < x_3^2\}$. Allora
a. se $f : A \to \mathbf{R}$ è continua, $f(A)$ è un intervallo.
b. se $f : \overline{A} \to \mathbf{R}$ è continua, $f(A)$ è un intervallo.
c. se $f : A \to \mathbf{R}$ è continua, f ammette minimo.
d. nessuna delle precedenti è necessariamente vera.

• Siano $g \in C^1(\mathbf{R}^2)$, $f : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2, x_3) = g(\sin(x_1)x_2, \cos(x_1)x_2 + x_1x_3)$. Supponiamo di sapere che $(0, 0, 0)$ è un estremante relativo per f. Allora, necessariamente,
a. $D_1g(0, 0) + D_2g(0, 0) = 0$.
b. $D_1g(0, 0) = 0$.
c. $D_2g(0, 0) = 0$.
d. nessuna delle precedenti.

• Sia $F : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$, $F(x_1, x_2) = (\cos(x_1 - 3x_2), b\sin(x_1 - 3x_2))$, con b tale che F è esatto. Sia U il potenziale di F tale che $U(0, 0) = 0$. Allora $U(\pi, \pi) =$
a. 3.
b. b non è univocamente determinato.
c. 0.
d. nessuna delle precedenti.

• Siano $S = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + 16x_2^2 + x_3^2 = 1, x_3 \geq 0\}$, ν l'orientamento di S tale che $\nu(0, 0, 1) = (0, 0, -1)$ e $F \in C^1(\mathbf{R}^3; \mathbf{R}^3)$. Allora $\int_S rot(F)(x) \cdot \nu(x) d\sigma =$
a. $\int_0^{2\pi} [-F_1(\cos(t), \frac{\sin(t)}{4}, 0) sin(t) + \frac{1}{4} F_2(\cos(t), \frac{\sin(t)}{4}, 0) \cos(t)] dt$.
b. $\int_0^{2\pi} [F_1(\cos(t), \frac{\sin(t)}{4}, 0) sin(t) - \frac{1}{4} F_2(\cos(t), \frac{\sin(t)}{4}, 0) \cos(t)] dt$.
c. $\int_0^{2\pi} [F_1(\cos(t), \frac{\sin(t)}{4}, 0) sin(t) + \frac{1}{4} F_2(\cos(t), \frac{\sin(t)}{4}, 0) \cos(t)] dt$.
d. nessuna delle precedenti.

Prova scritta di Analisi Matematica B
30 gennaio 2013

Cognome e nome ....

• Determinare la soluzione massimale del problema di Cauchy, specificandone il dominio:

$$\begin{cases} x''(t) = (3 + x'(t))^{-1}, \\ x(0) = x'(0) = 0. \end{cases}$$

• Sia $A := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : (x_1 - 2)^2 + x_2^2 \leq 4, x_3 \geq 0\}$. Calcolare $\int_A x_1 \min\{1, x_3^{-2}\} dx_1 dx_2 dx_3$.

Prova scritta di Analisi Matematica B
30 gennaio 2013

Cognome e nome ....

• Siano $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 < 4\}$, $B_r := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : (x_1 - 6)^2 + (x_2 - 6)^2 < r^2\}$ $(r \in \mathbf{R}^+)$. Allora:
a. $A \cup B_r$ è connesso per archi se e solo se $r \geq 4$.
b. $A \cup \overline{B_r}$ è connesso per archi se e solo se $r \geq 4$.
c. $A \cup B_r$ è connesso per archi se e solo se $r \geq 2$.
d. nessuna delle precedenti.

• Siano $g \in C^2(\mathbf{R}^2)$ e $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(t) = g(3\sin(t), 3\cos(t))$. Allora $f''(0) =$
a. $9D_{11}g(0, 3) - 3D_2G(0, 3)$.
b. $4D_{11}g(0, 3) - 3D_2G(0, 3)$.
c. $4D_{11}g(0, 3) - 2D_2G(0, 3)$.
d. nessuna delle precedenti.

• Siano $A = \mathbf{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$, $F : A \to \mathbf{R}^2$, $F(x_1, x_2) = (\frac{x_1}{(x_1^2+x_2^2)^2}, \frac{x_2}{(x_1^2+x_2^2)^2})$ e sia U il potenziale di F tale che $U(1, 1) = 0$. Allora $U(1, 0) =$
a. $-\frac{1}{2}$.
b. $-\frac{1}{4}$.
c. $-\frac{3}{16}$.
d. nessuna delle precedenti.

• Sia $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 - 6x_1 + x_2^2 < 0\}$ e sia $f \in C^1(\overline{A})$. Allora $\int_{\overline{A}} D_1 f(x_1, x_2) dx_1 dx_2 =$
a. $-3 \int_0^{2\pi} f(3(1 + \cos(t)), 3\sin(t)) \cos(t) dt$.
b. $3 \int_0^{2\pi} f(3(1 + \cos(t)), 3\sin(t)) \sin(t) dt$.
c. $-3 \int_0^{2\pi} f(3(1 + \cos(t)), 3\sin(t)) \sin(t) dt$.
d. nessuna delle precedenti.

Prova scritta di Analisi Matematica B
15 febbraio 2013

Cognome e nome ....

• Determinare, specificandone il dominio, la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = \frac{2\tan(x(t))}{t}, \\ x(1) = -\frac{\pi}{4}. \end{cases}$$

• Sia $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1 > 0, x_1^3 \leq x_2 \leq x_1\}$. Calcolare $\int_A x_1^{-1/2} x_2^{-1} dx_1 dx_2$.

Prova scritta di Analisi Matematica B
15 febbraio 2013

Cognome e nome ....

• Sia $A = \{(x_1, 2^{x_1}) : x_1 \in \mathbf{R} \setminus \{0\}\}$. Allora
a. A è connesso per archi.
b. $\mathbf{R}^2 \setminus \overline{A}$ è connesso per archi.
c. A è chiuso.
d. nessuna delle precedenti.

• Siano $f \in C^1(\mathbf{R}^2)$, $g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $g(t) = f(e^t, e^{3t})$. Supponiamo che 0 sia un punto di massimo per g. Allora
a. $D_1 f(1,1) = -\ln(2) D_2 f(1,1)$.
b. $D_1 f(1,1) = -\ln(3) D_2 f(1,1)$.
c. $D_1 f(1,1) = -3 D_2 f(1,1)$.
d. nessuna delle precedenti.

• Sia $\gamma : [0, \frac{\pi}{2}] \to \mathbf{R}^2$, $\gamma(t) = (\cos(\frac{t}{2}), \sin(\frac{t}{2}))$. Allora $\int_\gamma \frac{x_2}{x_1} ds =$
a. $\frac{\ln(2)}{2}$.
b. $\frac{\ln(2)}{6}$.
c. $\frac{\ln(2)}{8}$.
d. nessuna delle precedenti.

• Siano $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : (x_1 - 3)^2 + x_2^2 < 9, 0 < x_3 < 1\}$ e $f \in C^1(\overline{A})$. Allora $\int_{\overline{A}} D_1 f(x) dx =$
a. $-3 \int_0^{2\pi} (\int_0^1 f(3 + 3\cos(t), 3\sin(t), u) \cos(t) du) dt$.
b. $3 \int_0^{2\pi} (\int_0^1 f(3 + 3\cos(t), 3\sin(t), u) \cos(t) du) dt$.
c. $3 \int_0^{2\pi} (\int_0^1 f(3 + 3\cos(t), 3\sin(t), u) \sin(t) du) dt$.
d. nessuna delle precedenti.

Prova scritta di Analisi Matematica B
26 giugno 2013

Cognome e nome ....

• Determinare, specificandone il dominio, la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x''(t) = (x'(t)+2)^2, \\ x(0) = x'(0) = 0. \end{cases}$$

• Sia $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 \geq 1, 0 \leq x_1 \leq x_2\}$. Calcolare $\int_A \min\{1, 2(x_1 + x_2)^{-2}\} dx_1 dx_2$.

Prova scritta di Analisi Matematica B
26 giugno 2013

Cognome e nome ....

• Sia $A = \{(\frac{1}{k}, \frac{2}{k}, (1+\frac{1}{k})^{2k}) : k \in \mathbf{N}\}$. Allora
a. $D(A) \neq \emptyset$, $D(D(A)) = \emptyset$.
b. $D(A) = \emptyset$.
c. $D(A)$ non è limitato.
d. nessuna delle precedenti.

• $x_1^{x_2} x_2 + 3x_2^{x_1} =$
a. $4 + (x_1 - 1) + 4(x_2 - 1) + 4(x_1 - 1)(x_2 - 1) + o((x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2)$ $((x_1, x_2) \to (1,1))$.
b. $4 + (x_1 - 1) + 4(x_2 - 1) + 3(x_1 - 1)(x_2 - 1) + o((x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2)$ $((x_1, x_2) \to (1,1))$.
c. $4 + (x_1 - 1) + 3(x_2 - 1) + 4(x_1 - 1)(x_2 - 1) + o((x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2)$ $((x_1, x_2) \to (1,1))$.
d. nessuna delle precedenti.

• Sia $f \in C^1(\mathbf{R})$, con $f(0) = 0$, tale che $F(x_1, x_2) = (x_1 f(x_2), \frac{x_1^2}{1+4x_2^2})$ è esatto in $\mathbf{R}^2$. Allora $f(\frac{1}{2}) =$
a. $\frac{\pi}{\sqrt{32}}$.
b. $\frac{\pi}{\sqrt{48}}$.
c. $\frac{\pi}{4}$.
d. nessuna delle precedenti.

• Sia $S = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 + (x_3 + 2)^2 = 16, x_3 \geq 0\}$ e ν l'orientamento di S tale che $\nu(0,0,2) = (0,0,1)$. Sia $F(x_1, x_2, x_3) = (x_2, -x_1, x_3)$. Allora $\int_S rot(F)(x) \cdot \nu(x) d\sigma =$
a. -24π.
b. -54π.
c. -96π.
d. nessuna delle precedenti.

Prova scritta di Analisi Matematica B
18 luglio 2013

Cognome e nome ....

• Determinare l'integrale generale su $]-2,+\infty[$ dell'equazione

$$x'(t) = -\frac{3+t}{2+t}x(t) + 1.$$

• Sia $A := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + 3x_2^2 \leq x_3^3, x_3^2 - 2x_3 - 3 \leq 0\}$. Calcolare $\int_A e^{x_3} dx_1 dx_2 dx_3$.

Prova scritta di Analisi Matematica B
18 luglio 2013

Cognome e nome ....

• Sia $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : |x_1| - x_2^2 > 2\}$. Allora
a. A è chiuso e connesso per archi.
b. A non è limitato, né connesso per archi.
c. A è chiuso, ma non connesso per archi.
d. nessuna delle precedenti.

• Siano $f \in C^2(\mathbf{R}^2)$, $g : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, $g(x_1, x_2) = f(x_1, 3x_2^2)$. Allora
a. $g(x_1, x_2) = f(0,0) + D_1 f(0,0)x_1 + \frac{D_{11}f(0,0)}{2}x_1^2 + 3D_{22}f(0,0)x_2^2 + o(x_1^2 + x_2^2)$ $(x_1, x_2) \to (0,0))$.
b. $g(x_1, x_2) = f(0,0) + D_1 f(0,0)x_1 + \frac{D_{11}f(0,0)}{2}x_1^2 + 3D_2 f(0,0)x_2^2 + o(x_1^2 + x_2^2)$ $(x_1, x_2) \to (0,0))$.
c. $g(x_1, x_2) = f(0,0) + D_1 f(0,0)x_1 + 3D_2 f(0,0)x_2 + \frac{D_{11}f(0,0)}{2}x_1^2 + o(x_1^2 + x_2^2)$ $(x_1, x_2) \to (0,0))$.
d. nessuna delle precedenti.

• Sia $F : \mathbf{R}^2 \setminus \{(0,0)\} \to \mathbf{R}^2$, $F(x_1, x_2) = (\frac{x_1}{[1+16(x_1^2+x_2^2)^2]}, \frac{x_2}{[1+16(x_1^2+x_2^2)^2]})$ e sia U il potenziale di F tale che $\lim_{x\to 0} U(x) = 0$. Allora $U(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}) =$
a. $\frac{\arctan(2)}{4}$.
b. $\frac{\arctan(4)}{2}$.
c. $\frac{\arctan(4)}{4}$.
d. nessuna delle precedenti.

• Siano $\Omega := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : 4 < x_1^2 + x_2^2 < 16, x_2 < 0\}$, $f \in C^1(\mathbf{R}^2)$, $g : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, $g(x_1, x_2) = f(x_1^2 + x_2^2)$. Allora $\int_\Omega D_1 g(x_1, x_2)dx_1 dx_2 =$
a. 2
b. 0.
c. 3.
d. nessuna delle precedenti.

Prova scritta di Analisi Matematica B
4 settembre 2013

Cognome e nome ....

• Determinare, specificandone il dominio, la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = e^{x(t)/t} + \frac{x(t)}{t}, \\ x(-1) = 2. \end{cases}$$

• Sia $A := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : 0 < x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \leq 9\}$. Calcolare $\int_A \frac{x_1^2+x_2^2}{(x_1^2+x_2^2+x_3^2)^{9/4}} dx_1 dx_2 dx_3$.

Prova scritta di Analisi Matematica B
4 settembre 2013

Cognome e nome ....

• Sia $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 \setminus \{(0,0)\} : \sin(\frac{2}{x_1^2+x_2^2}) = 0\}$. Allora
a. A è limitato, ma non chiuso.
b. A è chiuso, ma non limitato.
c. A non è né chiuso, né limitato.
d. nessuna delle precedenti.

• Siano $g \in C^1(\mathbf{R}^2)$ and $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, $f(\rho, \theta) = g(3\rho\cos(\theta), 3\rho\sin(\theta))$. Allora $\|\nabla f(0,0)\| =$
a. $3D_1g(0,0)$.
b. $3|D_1g(0,0)|$.
c. $3\|\nabla g(0,0)\|$.
d. nessuna delle precedenti.

• Sia γ un cammino di classe C^1, con sostegno $\{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : 4 \leq x_1 \leq 8, x_2 = x_1^2\}$. Allora $\int_\gamma \frac{x_2}{x_1} ds =$
a. $\frac{145^{3/2} - 37^{3/2}}{12}$.
b. $\frac{257^{3/2} - 65^{3/2}}{12}$.
c. $\frac{65^{3/2} - 17^{3/2}}{12}$.
d. nessuna delle precedenti.

• Siano $\Omega = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 < 4, 0 < x_3 < 1\}$, $g \in C^1(\mathbf{R})$, $f(x_1, x_2, x_3) = g(x_1^2 + x_2^2)$. Allora $\int_\Omega D_1f(x)dx =$
a. 0.
b. $g(4)$.
c. $2\pi g(4)$.
d. nessuna delle precedenti.

Prova scritta di Analisi Matematica B
8 gennaio 2014

Cognome e nome ....

• Determinare le eventuali soluzioni del problema

$$\begin{cases} x''(t) + 2x'(t) = e^{-2t}, \quad t \in \mathbf{R}, \\ x'(0) = 0, \\ \lim_{t \to +\infty} x(t) = 2. \end{cases}$$

• Sia $A := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \leq 9, x_3 > 0\}$. Calcolare $\int_A \frac{x_1^2+x_2^2+x_3^2}{x_3^{1/2}} dx_1 dx_2 dx_3$.

Prova scritta di Analisi Matematica B
8 gennaio 2014

Cognome e nome ....

• Sia $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : (x_1 - x_2)^2 > 4\}$. Allora
a. A è connesso per archi e aperto.
b. A non è connesso per archi, ma è limitato.
c. A è connesso per archi, ma non limitato.
d. nessuna delle precedenti.

• Siano $g \in C^2(\mathbf{R}^2)$, $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(t) = g(e^t, 3t)$. Allora, se f è convessa,
a. $2D_{11}g(1,0) + 12D_{12}g(1,0) + 18D_{22}g(1,0) + 2D_1g(1,0) \geq 0$.
b. $2D_{11}g(1,0) + 16D_{12}g(1,0) + 32D_{22}g(1,0) + 2D_1g(1,0) \geq 0$.
c. $2D_{11}g(1,0) + 8D_{12}g(1,0) + 8D_{22}g(1,0) + 2D_1g(1,0) \geq 0$.
d. nessuna delle precedenti.

• Siano $F : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$, $F(x_1, x_2) = (\cos(x_1), \cos(x_2))$ e γ un cammino semplice di classe C^1, che descrive $\{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : 0 \leq x_1 \leq 4, x_2 = x_1^2\}$, avente come secondo estremo $(0,0)$. Allora $\int F \cdot d\gamma =$
a. $\sin(4) + \sin(16)$.
b. $-\sin(4) - \sin(16)$.
c. $-\sin(4) + \sin(16)$.
d. nessuna delle precedenti.

• Siano $\Omega := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : 0 < x_1 < 2, e^{x_1} < x_2 < e^{x_1}+1\}$, $f \in C^1(\overline{\Omega})$, tale che $f(x_1, x_2) = 0$ se $x_1(x_1 - 2) = 0$. Allora $\int_{\Omega} D_1 f(x_1, x_2)dx_1dx_2 =$
a. $\int_0^2 [f(t, e^t) - f(t, e^t + 1)]dt$.
b. $\int_0^2 [f(t, e^t) - f(t, e^t + 1)]e^t dt$.
c. $\int_0^2 [f(t, e^t) + f(t, e^t + 1)]e^t dt$.
d. nessuna delle precedenti.

Prova scritta di Analisi Matematica B
28 gennaio 2014

Cognome e nome ....

• Determinare la soluzione massimale (precisandone il dominio) del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x''(t) = 2^{x(t)}, \\ x(0) = 0, x'(0) = \sqrt{\frac{2}{\ln(2)}}. \end{cases}$$

• Sia $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1 > 0, 0 \leq x_2 \leq x_1^{-1}\}$. Calcolare $\int_A x_1^{1/3} \min\{1, x_2\} dx_1 dx_2$. Il procedimento deve essere comprensibile!

Prova scritta di Analisi Matematica B
28 gennaio 2014

Cognome e nome ....

• Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_3 \neq 0, x_1^2 + x_2^2 < \frac{1}{2x_3^2}\}$. Allora

a. A non è connesso per archi, mentre lo è $\overline{A}$.
b. A è connesso per archi, mentre non lo è $\overline{A}$.
c. Nè A nè $\overline{A}$ sono connessi per archi.
d. nessuna delle precedenti risposte è corretta.

• Siano $g \in C^2(\mathbf{R}^2)$ e $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(t) = g(3t, e^t)$. Allora, se $(0, 1)$ è un punto di minimo relativo per g, si ha

a. $f(t) = g(0, 1) + [\frac{9}{2}D_{11}g(0, 1) + 3D_{12}g(0, 1) + D_{22}g(0, 1)]t^2 + o(t^2)$ $(t \to 0)$.
b. $f(t) = g(0, 1) + [\frac{9}{2}D_{11}g(0, 1) + 3D_{12}g(0, 1) - D_{22}g(0, 1)]t^2 + o(t^2)$ $(t \to 0)$.
c. $f(t) = g(0, 1) + [\frac{9}{2}D_{11}g(0, 1) + 3D_{12}g(0, 1) + \frac{1}{2}D_{22}g(0, 1)]t^2 + o(t^2)$ $(t \to 0)$.
d. nessuna delle precedenti risposte è corretta.

• Siano $F : \mathbf{R}^2 \setminus \{(0, 0)\} \to \mathbf{R}^2$, $F(x_1, x_2) = (\frac{x_1 \ln(4(x_1^2+x_2^2))}{x_1^2+x_2^2}, \frac{x_2 \ln(4(x_1^2+x_2^2))}{x_1^2+x_2^2})$ e sia U il potenziale di F tale che $U(1, 0) = 0$. Allora $U(1, 2) =$

a. $\frac{\ln(5)}{2}[\ln(3) - \frac{\ln(5)}{2})$.
b. $\frac{\ln(5)}{2}[\ln(4) + \frac{\ln(5)}{2})$.
c. $\frac{\ln(5)}{2}[\ln(2) + \frac{\ln(5)}{2})$.
d. nessuna delle precedenti risposte è corretta.

• Siano $S = \{x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 \leq 1, x_3 = 2(x_1^2 + x_2^2)\}$, ν l'orientamento di S tale che $\nu(0, 0, 0) = (0, 0, -1)$, $F \in C^1(\mathbf{R}^3, \mathbf{R}^3)$. Allora $\int_S rot(F) \cdot \nu(x) d\sigma =$

a. $\int_0^{2\pi}[F_1(\cos(t), \sin(t), 2)\sin(t) - F_2(\cos(t), \sin(t), 2)\cos(t)]dt$.
b. $\int_0^{2\pi}[F_1(\cos(t), \sin(t), 2)\sin(t) + F_2(\cos(t), \sin(t), 2)\cos(t)]dt$.
c. $\int_0^{2\pi}[F_2(\cos(t), \sin(t), 2)\cos(t) - F_1(\cos(t), \sin(t), 2)\sin(t)]dt$.
d. nessuna delle precedenti risposte è corretta.

Prova scritta di Analisi Matematica B
11 febbraio 2014

Cognome e nome ....

- Determinare le eventuali soluzioni del sistema

$$\begin{cases} x'(t) = \frac{2x(t)}{t^2} + \frac{1}{t^2}, \quad t \in \mathbf{R}^+ \\ \lim_{t\to 0} x(t) = -\frac{1}{2}. \end{cases}$$

Il procedimento deve essere comprensibile!

- Sia $A := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^2 : 0 < x_3 \leq \pi, x_3^2 \leq x_1^2 + x_2^2 \leq 9x_3^2\}$. Calcolare $\int_A \frac{\sin(x_3)}{x_3} dx_1 dx_2 dx_3$. Il procedimento deve essere comprensibile!

Prova scritta di Analisi Matematica B
11 febbraio 2014

Cognome e nome ....

• Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{Q} \times \mathbf{Q} : x_1^2 + x_2^2 < 4\}$. Allora
a. l'interno della chiusura di A è non vuoto e connesso per archi.
b. la chiusura dell'interno di A è non vuoto e connesso per archi.
c. la chiusura dell'interno di A è non vuoto, ma non connesso per archi.
d. nessuna delle risposte precedenti è corretta.

• Siano $f \in C^1(\mathbf{R}^2)$, $g : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$, $g(x_1, x_2) = (f(e^{x_1}, e^{3x_2}), x_1 + \frac{x_2}{3})$. Allora il determinante della matrice jacobiana di g in $(0, 0)$ vale
a. $\frac{D_2 f(1,1)}{4} + D_1 f(1, 1)$.
b. $\frac{D_1 f(1,1)}{2} - 2D_2 f(1, 1)$.
c. $\frac{D_1 f(1,1)}{3} - 3D_2 f(1, 1)$.
d. nessuna delle risposte precedenti è corretta.

• Un sistema fondamentale di soluzioni dell'equazione differenziale $x^{(3)}(t) + 16x'(t) = 0$ è
a. $\{\sin(4t) + \cos(4t), \cos(4t), 1 + 2\sin(4t)\}$.
b. $\{\sin(4t) + \cos(4t), \sin(4t) - \cos(4t), \sin(4t)\}$.
c. $\{\sin(4t) + \cos(4t), \sin(4t) - \cos(4t), 1 + \sin(2t)\}$.
d. nessuna delle risposte precedenti è corretta.

• Siano $\Omega = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 < 4, 0 < x_3 < 1\}$ e sia $f(x_1, x_2, x_3) = g(x_1)$, con $g \in C^1(\mathbf{R})$. Allora $\int_{\overline{\Omega}} D_1 f(x_1, x_2, x_3) dx_1 dx_2 dx_3 =$
a. $4 \int_0^{2\pi} g(2\cos(t)) \cos(t) dt$.
b. $8 \int_0^{2\pi} g(2\cos(t)) \cos(t) dt$.
c. $2 \int_0^{2\pi} g(2\cos(t)) \sin(t) dt$.
d. nessuna delle risposte precedenti è corretta.

Prova scritta di Analisi Matematica B
20 giugno 2014

Cognome e nome ....

- Determinare le eventuali soluzioni del sistema

$$\begin{cases} x'(t) + \cos^2(2t)x(t) = 0, \\ t \in \mathbf{R}, \\ \lim_{t\to-\infty} x(t) = 0. \end{cases}$$

Il procedimento deve essere comprensibile!

• Sia $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + 9x_2^2 \geq 1, 0 \leq x_1 \leq 3x_2\}$. Calcolare $\int_A \min\{1, 2(x_1^2 + 9x_2^2)^{-1}\} dx_1 dx_2$. Il procedimento deve essere comprensibile!

Prova scritta di Analisi Matematica B
20 giugno 2014

Cognome e nome ....

• Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : |x_1| - 2|x_2| > 0\}$. Allora
a. A non è connesso per archi, $\overline{A}$ è connesso per archi.
b. A è connesso per archi, $\overline{A}$ non è connesso per archi.
c. A è aperto e limitato.
d. nessuna delle precedenti.

• Siano $f \in C^2(\mathbf{R})$, $g : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, $g(x_1, x_2) = f(x_1^2 + 3x_2^2)$. Allora:
a. $g(x_1, x_2) = f(0) + \frac{f'(0)}{2}(x_1^2 + 6x_2^2) + o((x_1^2 + x_2^2))$ $((x_1, x_2) \to (0, 0))$.
b. $g(x_1, x_2) = f(0) + f'(0)(x_1^2 + 8x_2^2) + o((x_1^2 + x_2^2))$ $((x_1, x_2) \to (0, 0))$.
c. $g(x_1, x_2) = f(0) + f'(0)(x_1^2 + 4x_2^2) + o((x_1^2 + x_2^2))$ $((x_1, x_2) \to (0, 0))$.
d. nessuna delle precedenti.

• Siano $f \in C^1(\mathbf{R})$, $F(x_1, x_2) = (4x_1^2x_2^2, f(x_1)x_2)$. Supponiamo che F sia esatto e $f(0) = 4$. Allora $f(1) =$
a. $\frac{20}{3}$.
b. $\frac{10}{3}$.
c. 5.
d. nessuna delle precedenti.

• Siano $\Omega = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : 0 < x_1 < 2, 0 < x_2 < \max\{1 - 2x_1, x_1^2\}$, $f \in C^1(\overline{\Omega})$ tale che $f(x_1, x_2) = 0$ se $x_1^2 - 2x_1 = 0$. Allora $\int_\Omega D_1 f(x_1, x_2) dx_1 dx_2 =$
a. $2(\int_{\sqrt{2}-1}^2 f(t, t^2) t dt - \int_0^{\sqrt{2}-1} f(t, 1 - 2t) dt)$.
b. $2(\int_0^{\sqrt{2}-1} f(t, 1 - 2t) dt - \int_{\sqrt{2}-1}^2 f(t, t^2) t dt)$.
c. $2(\int_0^{\sqrt{2}-1} f(t, 1 - 2t) dt - \int_{\sqrt{2}-1}^2 f(t, t^2) t dt) - \int_0^2 f(t, 0) dt$.
d. nessuna delle precedenti.

Prova scritta di Analisi Matematica B
21 luglio 2014

Cognome e nome ....

• Determinare (specificandone il dominio) la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = \frac{x(t)^3}{t^3} + \frac{x(t)}{t}, \\ x(1) = 2. \end{cases}$$

• Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : 0 < x_1 < x_2 < 3x_1\}$. Calcolare $\int_A x_1 e^{-3x_1^2} x_2^{-1} dx_1 dx_2$. Il procedimento deve essere chiaro!

Prova scritta di Analisi Matematica B
21 luglio 2014

Cognome e nome ....

• Siano $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1 > 0, x_2 = x_1^\beta\}$, $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = x_2$. Allora:
a. se $\beta = 2$, A è chiuso, ma non limitato.
b. se $\beta = -\frac{1}{2}$, A è chiuso, ma non limitato.
c. se $\beta = 2$, $f(A)$ è limitato in $\mathbf{R}$.
d. nessuna delle precedenti.

• Siano $g \in C^2(\mathbf{R}^2)$, $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = \int_0^{x_1} g(t, 3x_2)dt$. Allora $D_2D_1f(0,0) =$
a. $D_{21}g(0,0)$.
b. $g(0,0)$.
c. $6D_2g(0,0)$.
d. nessuna delle precedenti.

• Siano $F : \mathbf{R} \times \mathbf{R}^+ \to \mathbf{R}^2$, $F(x_1, x_2) = (\frac{x_2}{16x_1^2+x_2^2}, -\frac{x_1}{16x_1^2+x_2^2})$ e U il potenziale di F tale che $U(0,1) = 0$. Allora $U(1,1) =$
a. F non è esatto.
b. $\frac{\arctan(4)}{4}$.
c. $\frac{\arctan(2)}{4}$.
d. nessuna delle precedenti.

• Siano Ω l'interno del triangolo di vertici $(0,0)$, $(1,1)$, $(1,2)$, $f \in C^1(\overline{\Omega})$. Allora $\int_{\overline{\Omega}} D_1f(x_1, x_2)dx_1dx_2 =$
a. $-\int_0^1 f(t,t)dt - \int_1^2 f(1,t)dt + 2\int_0^1 f(t,2t)dt$.
b. $\int_0^1 f(t,t)dt + \int_1^2 f(1,t)dt + 2\int_0^1 f(t,2t)dt$.
c. $\int_0^1 f(t,t)dt + \int_1^2 f(1,t)dt - 2\int_0^1 f(t,2t)dt$.
d. nessuna delle precedenti.

Prova scritta di Analisi Matematica B
9 settembre 2014

Cognome e nome ....

• Determinare (specificandone il dominio) la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = t(4 + x(t)^2), \\ x(0) = 0. \end{cases}$$

• Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + 9x_2^2 - x_3^2 \leq 9, 0 \leq x_3 \leq 1\}$. Calcolare $\int_A (x_1^2 + 9x_2^2) dx_1 dx_2 dx_3$. Il procedimento deve essere chiaro!

Prova scritta di Analisi Matematica B
9 settembre 2014

Cognome e nome ....

• Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 - 4)(x_1^2 + x_2^2 - \beta^2) = 0$, con $\beta \geq 0$. Allora
a. A è connesso per archi se e solo se $\beta \leq 2$.
b. A è connesso per archi se e solo se $\beta \geq 2$.
c. esiste $\beta \geq 0$ tale che A è limitato.
d. nessuna delle precedenti risposte è corretta.

• Siano $g \in C^2(\mathbf{R}^2)$ e $f.\mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(t) = g(\sin(t), \sin(3t))$. Allora
a. $f(t) = g(0,0) + [D_1g(0,0) + 3D_2g(0,0)]t + [\frac{1}{2}D_{11}g(0,0) + 3D_{12}g(0,0) + \frac{9}{2}D_{22}g(0,0)]t^2 + o(t^2)$ $(t \to 0)$.
b. $f(t) = g(0,0) + [D_1g(0,0) + 3D_2g(0,0)]t + [D_{11}g(0,0) + 6D_{12}g(0,0) + 9D_{22}g(0,0)]t^2 + o(t^2)$ $(t \to 0)$.
c. $f(t) = g(0,0) + [D_1g(0,0) + 3D_2g(0,0)]t + [D_{11}g(0,0) + 3D_{12}g(0,0) + 9D_{22}g(0,0)]t^2 + o(t^2)$ $(t \to 0)$.
d. nessuna delle precedenti risposte è corretta.

• Siano $f \in C^1(\mathbf{R})$ e $F(x_1, x_2) = (f(x_2), 4f(x_1))$. Supponiamo di sapere che F è esatto. Allora
a. f può essere non limitata.
b. esistono i limiti $\lim_{x \pm \infty} f(x)$, non necessariamente coincidenti.
c. f è costante.
d. nessuna delle precedenti risposte è corretta.

• Siano $\Omega = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 < 4, 0 < x_3 < 1\}$ e $g \in C^1(\mathbf{R})$. Allora $\int_{\overline{\Omega}} g'(x_1)dx_1dx_2dx_3 =$
a. $\int_0^{2\pi} g(2\cos(t))\cos(t)dt$.
b. $2\int_0^{2\pi} g(2\cos(t))\cos(t)dt$.
c. $2\int_0^{2\pi} g(2\cos(t))\sin(t)dt$.
d. nessuna delle precedenti risposte è corretta.

Prova scritta di Analisi Matematica B
13 gennaio 2015

Cognome e nome ....

- Determinare la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x''(t) + x(t) = \sin(t), \\ x(0) = 0, x'(0) = 2. \end{cases}$$

• Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + \frac{x_2^2}{9} + x_3^2 \leq 1, x_3 \geq \frac{1}{2}\}$. Calcolare $\int_A x_3^{-1} dx_1 dx_2 dx_3$. Il procedimento deve essere chiaro!

Prova scritta di Analisi Matematica B
13 gennaio 2015

Cognome e nome ....

• Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : (x_1 - x_2)^2 > 4\} \cup \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1 = 0\}$. Allora
a. A è limitato, ma non connesso per archi.
b. A non è limitato, ma è connesso per archi.
c. A è limitato e connesso per archi.
d. nessuna delle risposte precedenti è corretta.

• Siano $g \in C^2(\mathbf{R}^2)$, $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = g(x_1^2 + 3x_2^2, x_1^2 - 3x_2^2)$. Allora
a. $f(x_1, x_2) = g(0,0) + [D_1g(0,0) + D_2g(0,0)]x_1^2 + 4[D_1g(0,0) - D_2g(0,0)]x_2^2 + o(x_1^2 + x_2^2)$ $((x_1, x_2) \to 0)$.
b. $f(x_1, x_2) = g(0,0) + [D_1g(0,0) + D_2g(0,0)]x_1^2 + 2[D_1g(0,0) - D_2g(0,0)]x_2^2 + o(x_1^2 + x_2^2)$ $((x_1, x_2) \to 0)$.
c. $f(x_1, x_2) = g(0,0) + [D_1g(0,0) + D_2g(0,0)]x_1^2 + 6[D_1g(0,0) - D_2g(0,0)]x_2^2 + o(x_1^2 + x_2^2)$ $((x_1, x_2) \to 0)$.
d. nessuna delle risposte precedenti è corretta.

• Sia γ un cammino di classe C^1 che percorre una volta in senso antiorario la circonferenza di centro $(2, 0)$ e raggio 2. Allora $\int_\gamma x_1^2 ds =$
a. 3π.
b. 24π.
c. 81π.
d. nessuna delle risposte precedenti è corretta.

• Siano $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 < x_3 < 3\}$ e $f \in C^1(\overline{A})$, con $f(x_1, x_2, 3) = 0$ se $(x_1, x_2, x_3) \in \overline{A}$. Allora $\int_{\overline{A}} D_1 f(x_1, x_2, x_3) dx_1 dx_2 dx_3 =$
a. $\int_0^{\sqrt{3}} (\int_0^{2\pi} f(\rho\cos(\theta), \rho\sin(\theta), \rho^2)\rho^2 \cos(\theta) d\rho d\theta$.
b. $2\int_0^{\sqrt{3}} (\int_0^{2\pi} f(\rho\cos(\theta), \rho\sin(\theta), \rho^2)\rho^2 \cos(\theta) d\rho d\theta$.
c. $-2\int_0^{\sqrt{3}} (\int_0^{2\pi} f(\rho\cos(\theta), \rho\sin(\theta), \rho^2)\rho^2 \cos(\theta) d\rho d\theta$.
d. nessuna delle risposte precedenti è corretta.

Prova scritta di Analisi Matematica B
28 gennaio 2015

Cognome e nome ....

• Determinare, specificandone il dominio, la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = te^{x(t)^2}x(t)^{-1}, \\ x(0) = -2. \end{cases}$$

• Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : 0 < x_1 < 3, \min\{x_1, x_1^2\} \leq x_2 \leq \max\{x_1, x_1^2\}\}$.
Calcolare $\int_A x_2^{-1} dx_1 dx_2$.

Prova scritta di Analisi Matematica B
28 gennaio 2015

Cognome e nome ....

• Sia, per $\alpha \in \mathbf{R}^+$, $A_\alpha = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : 0 < x_1 < 1, |x_2| \le \frac{|\sin(x_1)|}{x_1^{2\alpha}}\}$. Allora A_α è limitato se e solo se

a. è limitato qualunque sia $\alpha \in \mathbf{R}^+$.
b. $\alpha \le \frac{1}{2}$.
c. $\alpha \le \frac{1}{3}$.
d. nessuna delle precedenti.

• Siano $f \in C^2(\mathbf{R}^2)$, $g(t) = f(t\ln(t), 3t)$. Allora $g''(1) =$

a. $D_{11}f(0,3) + 6D_{12}f(0,3) + 9D_{22}f(0,3) + D_1 f(0,3)$.
b. $D_{11}f(0,3) + 3D_{12}f(0,3) + 9D_{22}f(0,3) + D_1 f(0,3)$.
c. $D_{11}f(0,3) + 3D_{12}f(0,3) + 6D_{22}f(0,3) + D_1 f(0,3)$.
d. nessuna delle precedenti.

• Sia $F : \mathbf{R}^3 \setminus \{0\} \to \mathbf{R}^3$, $F(x) = \|x\|^{-8}x$ e sia U il potenziale di F tale che $U(1,0,0) = 0$. Allora $U(1,1,1) =$

a. $\frac{1}{3}$.
b. $\frac{2}{9}$.
c. $\frac{1-3^{-3}}{6}$.
d. nessuna delle precedenti.

• Sia S il triangolo in $\mathbf{R}^3$ di vertici $(1,0,0)$, $(0,1,0)$, $(0,0,2)$ e sia ν l'orientamento di S tale che $\nu(x) = (2/3, 2/3, 1/3)$. Sia $F \in C^1(\mathbf{R}^3, \mathbf{R}^3)$ tale che $F(x_1, 0, x_3) = 0$ $\forall (x_1, x_3) \in \mathbf{R}^2$. Allora $\int_S rot(F)(x) \cdot \nu(x) d\sigma =$

a. $\int_0^1 [F_2(1-t,t,0) + F_1(1-t,t,0) + 2F_3(0,1-t,2t) - F_2(0,1-t,2t)]dt$.
b. $\int_0^1 [F_2(1-t,t,0) - F_1(1-t,t,0) + 2F_3(0,1-t,2t) - F_2(0,1-t,2t)]dt$.
c. $\int_0^1 [F_2(1-t,t,0) - F_1(1-t,t,0) + 3F_3(0,1-t,2t) - F_2(0,1-t,2t)]dt$.
d. nessuna delle precedenti.

Prova scritta di Analisi Matematica B
10 febbraio 2015

Cognome e nome ....

• Determinare le eventuali soluzioni del problema

$$\begin{cases} x'(t) = \frac{2x(t)}{t} + t, \quad t \in \mathbf{R}^+, \\ \lim_{t\to 0} x(t) = 0. \end{cases}$$

• Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 \geq 9x_3^2, x_3 \geq 0\}\}$. Calcolare $\int_A e^{9x_3^2 - x_3 - x_1^2 - x_2^2} dx_1 dx_2 dx_3$.

Prova scritta di Analisi Matematica B
10 febbraio 2015

Cognome e nome ....

• Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 < 4\} \setminus \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_2 = 0\}$. Allora
a. l'interno della chiusura di A coincide con l'interno di A.
b. la chiusura dell'interno di A coincide con la chiusura di A.
c. la chiusura di A è connessa per archi, ma non convessa.
d. nessuna delle precedenti.

• Siano $f \in C^1(\mathbf{R}^2)$, $g : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$ tale che $g(x_1, x_2) = (f(x_1 + 3x_2, x_1 - 3x_2), f(x_1 - 3x_2, x_1 + 3x_2))$. Allora $J_g(0, 0)$ è invertibile se e solo se
a. $3D_1 f(0, 0) \neq D_2 f(0, 0)$.
b. $|D_1 f(0, 0)| \neq |D_2 f(0, 0)|$.
c. $D_1 f(0, 0) \neq D_2 f(0, 0)$.
d. nessuna delle precedenti.

• La seguente famiglia di funzioni costituisce un sistema fondamentale di soluzioni per l'equazione $x^{(3)}(t) - 16x^{'}(t) = 0$:
a. $\{\cosh(4t), \sinh(4t), e^{4t}\}$.
b. $\{e^{4t} + 1, e^{4t} + 2, e^{4t}\}$.
c. $\{\cosh(4t) - 1, \sinh(4t) + 2, 2\cosh(4t) + \sinh(4t)\}$.
d. nessuna delle precedenti.

• Siano $\Omega = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : 0 < x_1 < 2, 0 < x_2 < \min\{\frac{x_1^{1/2}}{2}, \frac{1}{2}\}$ e $f \in C^1(\overline{\Omega})$. Allora $\int_{\overline{\Omega}} D_1 f(x_1, x_2) dx_1 dx_2 =$
a. $\int_0^{1/2} [f(2, t) - f(4t^2, t)] dt$.
b. $\int_0^{1/2} [f(2, t) - f(\frac{t^2}{4}, t)] dt$.
b. $\int_0^{1/2} [f(2, t) - f(\frac{t^2}{2}, t)] dt$.
d. nessuna delle precedenti.

Prova scritta di Analisi Matematica B
15 giugno 2015

Cognome e nome ....

- Determinare le eventuali soluzioni del problema

$$\begin{cases} x'(t) + \frac{x(t)}{2t} = \ln(t), \quad t \in \mathbf{R}^+, \\ \lim_{t\to+\infty} x(t) = 0. \end{cases}$$

• Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_3 \leq x_1^2 + 9x_2^2 \leq 2x_3, 0 < x_3 \leq 1\}$. Calcolare $\int_A (x_1^2 + 9x_2^2) \ln(x_3) dx_1 dx_2 dx_3$.

Prova scritta di Analisi Matematica B
15 giugno 2015

Cognome e nome ....

• Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : sin(2x_1)\cos(4x_2) = 0\}$. Allora
a. A è limitato, ma non connesso per archi.
b. A è limitato e connesso per archi.
c. A è non limitato e connesso per archi.
d. nessuna delle precedenti.

• Siano $g \in C^2(\mathbf{R})$, con $g'(0) = 1$, $f(x_1, x_2) = g(\frac{x_1}{3x_2})$. Allora
a. $f(x_1, x_2) = g(0) + \frac{x_1}{3} + \frac{g''(0)}{9}x_1^2 - \frac{1}{3}x_1(x_2 - 1) + o(x_1^2 + (x_2 - 1)^2)$ $((x_1, x_2) \to (0, 1))$.
b. $f(x_1, x_2) = g(0) + \frac{x_1}{3} + \frac{g''(0)}{18}x_1^2 - \frac{1}{3}x_1(x_2 - 1) + o(x_1^2 + (x_2 - 1)^2)$ $((x_1, x_2) \to (0, 1))$.
c. $f(x_1, x_2) = g(0) + \frac{x_1}{3} + \frac{g''(0)}{18}x_1^2 - \frac{1}{6}x_1(x_2 - 1) + o(x_1^2 + (x_2 - 1)^2)$ $((x_1, x_2) \to (0, 1))$.
d. nessuna delle precedenti.

• Siano $f \in C^1(\mathbf{R})$, $F : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$, $F(x_1, x_2) = (f(x_1)x_2, \frac{f(x_1)}{4} + x_2)$. Supponiamo che F sia esatto e che $f(0) = 4$. Allora $f(1) =$
a. $4e^4$.
b. $3e^4$.
c. $2e^4$.
d. nessuna delle precedenti.

• Siano $\Omega = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : 4 < x_1^2 + x_2^2 < 8\}$, $g \in C^1(\mathbf{R})$, $f(x_1, x_2) = g(x_1^2 + x_2^2)$. Allora $\int_\Omega D_1 f(x_1, x_2)dx_1dx_2 =$
a. $g(8) - g(4)$.
b. $8g(8) - 4g(4)$.
c. $g(4) - g(8)$.
d. nessuna delle precedenti.

Prova scritta di Analisi Matematica B
20 luglio 2015

Cognome e nome ....

• Determinare (specificandone il dominio) la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = \tan(x(t)), \\ x(0) = -\frac{\pi}{4}. \end{cases}$$

• Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + 9x_2^2 \geq 1\}$. Calcolare $\int_A \min\{e^{-(x_1^2+9x_2^2)}, \frac{1}{2e}\} dx_1 dx_2$.

Prova scritta di Analisi Matematica B
20 luglio 2015

Cognome e nome ....

• Determinare (specificandone il dominio) la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = \tan(x(t)), \\ x(0) = -\frac{\pi}{4}. \end{cases}$$

• Sia $A=\{(x_1,x_2)\in\mathbf{R}^2 : x_1^2+9x_2^2\geq 1\}$. Calcolare $\int_A \min\{e^{-(x_1^2+9x_2^2)},\frac{1}{2e}\}dx_1dx_2$.

Prova scritta di Analisi Matematica B
20 luglio 2015

Cognome e nome ....

• Sia $A = \{(x_1,x_2) \in \mathbf{R}^2 : 0 < x_1 \le 1, x_1^2 \ln(x_1) \le x_2\} \cup \{x_1,x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1 = 0, x_2 > 0\}$. Allora
a. A non è limitato, ma $A \cap \{(x_1,x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_2 < 0\}$ è non vuoto e limitato.
b. A è limitato.
a. A è non limitato e chiuso.
d. nessuna delle precedenti.

• Siano $g \in C^2(\mathbf{R}^2)$, $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$, $f(x_1,x_2) = g(x_2, 3x_1)$. Allora
a. $f(x_1,x_2) = g(0,0)+3D_2g(0,0)x_1+D_1g(0,0)x_2+\frac{9}{2}D_{22}g(0,0)x_1^2+\frac{3}{2}D_{12}g(0,0)x_1x_2+\frac{1}{2}D_{11}g(0,0)x_2^2 + o(x_1^2+x_2^2)\ (x_1,x_2) \to (0,0))$.
b. $f(x_1,x_2) = g(0,0)+3D_2g(0,0)x_1+D_1g(0,0)x_2+\frac{9}{2}D_{11}g(0,0)x_1^2+\frac{3}{2}D_{12}g(0,0)x_1x_2+\frac{1}{2}D_{22}g(0,0)x_2^2 + o(x_1^2+x_2^2)\ (x_1,x_2) \to (0,0))$.
c. $f(x_1,x_2) = g(0,0)+3D_2g(0,0)x_1+D_1g(0,0)x_2+\frac{9}{2}D_{22}g(0,0)x_1^2+3D_{12}g(0,0)x_1x_2+\frac{1}{2}D_{11}g(0,0)x_2^2 + o(x_1^2+x_2^2)\ (x_1,x_2) \to (0,0))$.
d. nessuna delle precedenti.

• Siano $F : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$, $F(x_1,x_2) = (\frac{4x_2}{1+16x_1^2x_2^2}, \frac{4x_1}{1+16x_1^2x_2^2})$ e U il potenziale di F tale che $U(0,0) = -\arctan(4)$. Allora $U(1,1) =$
a. 0.
b. $\arctan(4)$.
c. F non è esatto.
d. nessuna delle precedenti.

• Siano $\Omega = \{(x_1,x_2,x_3) \in \mathbf{R}^3 : 4 < x_1^2 + x_2^2 < 8, 0 < x_3 < 1\}$ e $f \in C^1(\overline{\Omega})$. Allora $\int_{\overline{\Omega}} D_1 f(x_1,x_2,x_3)dx_1dx_2dx_3 =$
a. $\int_0^{2\pi}(\int_0^1 [2f(2\cos(t),2\sin(t),\zeta) - 2\sqrt{2}f(2\sqrt{2}\cos(t), 2\sqrt{2}\sin(t),\zeta)]\cos(t)d\zeta)dt + \int_0^{2\pi}(\int_2^{2\sqrt{2}}[f(\rho\cos(t),\rho\sin(t),1) - f(\rho\cos(t),\rho\sin(t),0)]\rho d\rho)dt$.
b. $\int_0^{2\pi}(\int_0^1 [2f(2\cos(t),2\sin(t),\zeta) - 2\sqrt{2}f(2\sqrt{2}\cos(t), 2\sqrt{2}\sin(t),\zeta)]\cos(t)d\zeta)dt$.
c. $\int_0^{2\pi}(\int_0^1 [2\sqrt{2}f(2\sqrt{2}\cos(t),2\sqrt{2}\sin(t),\zeta) - 2f(2\cos(t), 2\sin(t),\zeta)]\cos(t)d\zeta)dt$.
d. nessuna delle precedenti.

Prova scritta di Analisi Matematica B
9 settembre 2015

Cognome e nome ....

• Determinare le eventuali soluzioni del sistema

$$\begin{cases} x''(t) - x(t) = 2e^t, \quad t \in [0,1], \\ \\ x(0) = x(1) = 0. \end{cases}$$

- Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_3 \geq x_1^2 + x_2^2\}$. Calcolare $\int_A \frac{1}{(3+x_3^2)^2} dx_1 dx_2 dx_3$.

Prova scritta di Analisi Matematica B
9 settembre 2015

Cognome e nome ....

• Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 \leq 4\} \cup \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 - 2\beta x_1 + x_2^2 < 4 - \beta^2\}$, con $\beta \in \mathbf{R}$. Allora

a. A è connesso per archi se e solo se $\beta \in [-2, 2]$.
b. A è connesso per archi se e solo se $\beta \in [-4, 4]$.
c. A è connesso per archi se e solo se $\beta \in]-4, 4[$.
d. nessuna delle precedenti.

• Siano $f \in C^1(\mathbf{R})$ e $g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $g(t) = f(t^2, te^{3t})$. Allora

a. se 0 è un punto critico per g, $(0, 0)$ è un punto critico per f, ma non viceversa.
b. 0 è un punto critico per g se e solo se $(0, 0)$ è un punto critico per f.
c. se g è limitata in $\mathbf{R}$, f è limitata in $\mathbf{R}^2$.
d. nessuna delle precedenti.

• Sia $F : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3$, $F(x_1, x_2, x_3) = (\frac{x_1}{1+4\|x\|^4}, \frac{x_2}{1+4\|x\|^4}, \frac{x_3}{1+4\|x\|^4})$ e sia U il potenziale di F tale che $\lim\limits_{\|x\| \to +\infty} U(x) = 0$. Allora

a. $U(0, 0, 0) = -\frac{\pi}{4}$.
b. $U(0, 0, 0) = -2\pi$.
c. c'è più di un potenziale con la proprietà dichiarata.
d. nessuna delle precedenti.

• Siano $S = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_3 = 4(x_1^2 + x_2^2), x_3 \leq 1\}$, ν l'orientamento di S tale che $\nu(0, 0, 0) = (0, 0, 1)$ e sia $F \in C^1(\mathbf{R}^3; \mathbf{R}^3)$. Allora $\int_S rot(F)(x) \cdot \nu(x) d\sigma =$

a. $\frac{1}{2} \int_0^{2\pi} [F_1(\frac{\cos(t)}{2}, \frac{\sin(t)}{2}, 1) \sin(t) - F_2(\frac{\cos(t)}{2}, \frac{\sin(t)}{2}, 1) \cos(t)] dt$.
b. $-\frac{1}{2} \int_0^{2\pi} [F_1(\frac{\cos(t)}{2}, \frac{\sin(t)}{2}, 1) \sin(t) - F_2(\frac{\cos(t)}{2}, \frac{\sin(t)}{2}, 1) \cos(t)] dt$.
c. $- \int_0^{2\pi} [F_1(\frac{\cos(t)}{2}, \frac{\sin(t)}{2}, 1) \sin(t) - F_2(\frac{\cos(t)}{2}, \frac{\sin(t)}{2}, 1) \cos(t)] dt$.
d. nessuna delle precedenti.

Prova scritta di Analisi Matematica B
13 gennaio 2016

Cognome e nome ....

• Determinare la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = e^{-x(t)/t} + \frac{x(t)}{t}, \\ \\ x(1) = 2. \end{cases}$$

• Sia $A=\{(x_1,x_2)\in\mathbf{R}^2 : x_1^2+\frac{x_2^2}{9}\geq\frac{1}{4}\}$. Calcolare $\int_A \min\{x_1^2+\frac{x_2^2}{9},(x_1^2+\frac{x_2^2}{9})^{-2}\}dx_1dx_2$.

Prova scritta di Analisi Matematica B
13 gennaio 2016

Cognome e nome ....

• Sia $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : 0 < |x_1 x_2| \leq 2\}$. Allora
a. A è connesso per archi, ma non limitato.
b. A è limitato, ma non connesso per archi.
c. A è connesso per archi, e limitato.
d. nessuna delle precedenti.

• Siano $f \in C^1(\mathbf{R}^2)$, con $f(x) > 0$ $\forall x \in \mathbf{R}^2$, $g(x_1, x_2) = x_1^{f(x_1,x_2)-3}$. Allora $(1,1)$ è un punto critico per g se e solo se
a. $f(1,1) = 6$.
b. $f(1,1) = \frac{3}{2}$.
c. $f(1,1) = 3$.
d. nessuna delle precedenti.

• Siano γ un cammino di classe C^1 che percorre una volta in senso antiorario la circonferenza di centro $(4,0)$ e raggio 4 ed $F : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$, $F(x_1, x_2) = (x_1^2, x_1)$. Allora $\int F \cdot d\gamma =$
a. 16π.
b. 0.
c. 4π.
d. nessuna delle precedenti.

• Siano $\Omega = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : 4x_1^2 + x_2^2 < 1, x_2 > 0\}$, $f(x_1, x_2) = g(4x_1^2 + x_2^2)$, con $g \in C^1(\mathbf{R})$. Allora $\int_\Omega D_1 f(x_1, x_2) dx_1 dx_2 =$
a. $g(1)$.
b. 0.
c. $2g(1)$.
d. nessuna delle precedenti.

Prova scritta di Analisi Matematica B
27 gennaio 2016

Cognome e nome ....

- Determinare le eventuali soluzioni del sistema

$$\begin{cases} x''(t) = 4x(t) + e^{-2t}, \\ \lim\limits_{t \to +\infty} x(t) = 0. \end{cases}$$

• Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_3^2 \geq x_1^2 + 9x_2^2, x_3 \geq 0\}$. Calcolare $\int_A \frac{1}{(x_1^2+9x_2^2)^{1/2}(1+x_3^2)^2} dx_1 dx_2 dx_3$.

Prova scritta di Analisi Matematica B
27 gennaio 2016

Cognome e nome ....

• Sia $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : 0 < |x_1| \leq 1, |x_2| \leq \frac{1-\cos(x_1)}{|x_1|^{2\beta}}\}$. Allora A è limitato se e solo se
a. $\beta \leq \frac{2}{3}$.
b. $\beta \leq \frac{1}{2}$.
c. $\beta \leq 1$.
d. nessuna delle precedenti.

• Siano $f \in C^2(\mathbf{R}^2)$ e $g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $g(t) = f(\arctan(t), 3t)$. Allora $g''(0) =$
a. $D_{11}f(0,0) + 3D_{12}f(0,0) + 6D_{22}f(0,0)$.
b. $D_{11}f(0,0) + 6D_{12}f(0,0) + 6D_{22}f(0,0)$.
c. $D_{11}f(0,0) + 6D_{12}f(0,0) + 9D_{22}f(0,0)$.
d. nessuna delle precedenti.

• Sia $g \in C^1(\mathbf{R})$, tale che $F : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$, $F(x_1, x_2) = (4g(x_1)x_2, g(x_1))$ è esatto e $g(0) = 4$. Allora $g(1) =$
a. $4e^4$.
b. $2e^2$.
c. non esiste alcuna g con le proprietà dichiarate.
d. nessuna delle precedenti.

• Siano $\Omega := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 + (x_3 + 2)^2 < 16, x_3 > 0\}$ e $f \in C^1(\overline{\Omega})$. Allora $\int_{\overline{\Omega}} D_1 f(x)dx =$
a. $\int_{[0,2\pi]\times[0,2\sqrt{3}]} f(\rho\cos(\theta), \rho\sin(\theta), -2 + (16-\rho^2)^{1/2}) \frac{\rho^2\cos(\theta)}{(16-\rho^2)^{1/2}} d\rho d\theta$.
b. $-\int_{[0,2\pi]\times[0,2\sqrt{3}]} f(\rho\cos(\theta), \rho\sin(\theta), -2 + (16-\rho^2)^{1/2}) \frac{\rho^2\cos(\theta)}{(16-\rho^2)^{1/2}} d\rho d\theta$.
c. $-\int_{[0,2\pi]\times[0,2\sqrt{3}]} f(\rho\cos(\theta), \rho\sin(\theta), -2 + (16-\rho^2)^{1/2}) \frac{\rho\cos(\theta)}{(16-\rho^2)^{1/2}} d\rho d\theta$.
d. nessuna delle precedenti.

Prova scritta di Analisi Matematica B
10 febbraio 2016

Cognome e nome ....

• Determinare, indicandone il dominio, la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x''(t) = x'(t)^2, \\ x(0) = 0, \\ x'(0) = 2. \end{cases}$$

• Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1 \geq 1, \min\{3x_1, x_1^2\} \leq x_2 \leq \max\{3x_1, x_1^2\}\}$. Calcolare $\int_A x_2^{-3} dx_1 dx_2$.

Prova scritta di Analisi Matematica B
10 febbraio 2016

Cognome e nome ....

• Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : 0 < x_1^2 + x_2^2 \leq 4\}$. Allora
a. La chiusura dell'interno di A coincide con la chiusura di A.
b. L'interno della chiusura di A coincide con l'nterno di A.
c. A non è limitato, né connesso per archi.
d. nessuna delle precedenti.

• Siano $g \in C^2(\mathbf{R}^2)$ e $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(t) = g(3t, t^2)$. Allora
a. $f(t) = g(0,0) + 3D_1g(0,0)t + (9D_{11}g(0,0) + 2D_2g(0,0))t^2 + o(t^2)$ $(t \to 0)$.
b. $f(t) = g(0,0) + 3D_1g(0,0)t + (\frac{9}{2}D_{11}g(0,0) + D_2g(0,0))t^2 + o(t^2)$ $(t \to 0)$.
c. $f(t) = g(0,0) + 6D_1g(0,0)t + (\frac{9}{2}D_{11}g(0,0) + D_2g(0,0))t^2 + o(t^2)$ $(t \to 0)$.
d. nessuna delle precedenti.

• Siano $F : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$, $F(x_1, x_2) = (x_2 \sin(x_1x_2), x_1 \sin(x_1x_2))$ e U il potenziale di F tale che $U(0,0) = 4$. Allora $U(1,4) =$
a. $\cos(4)$.
b. $\cos(4) + 1$.
c. $5 - \cos(4)$.
d. nessuna delle precedenti.

• Siano $S = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + 4x_2^2 + x_3^2 = 1, x_2 \leq 0\}$, ν l'orientamento di S tale che $\nu(0.-\frac{1}{2}, 0) = (0,1,0)$ e $F : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3$, $F(x_1, x_2, x_3) = (x_1, x_1 + 2x_2, x_3)$. Allora $\int_S rot(F)(x) \cdot \nu(x) d\sigma =$
a. 2.
b. 4.
c. -2.
d. nessuna delle precedenti.

Prova scritta di Analisi Matematica B
15 giugno 2016

Cognome e nome ....

- Determinare la soluzione in $\mathbf{R}$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x''(t) + 2tx'(t) = t, \\ x(0) = 0, \\ x'(0) = \frac{1}{2}. \end{cases}$$

• Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_3 \geq 0, 9x_1^2 + x_2^2 \leq e^{-x_3^2}\}$. Calcolare $\int_A x_3 dx_1 dx_2 dx_3$.

Prova scritta di Analisi Matematica B
15 giugno 2016

Cognome e nome ....

• Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : 0 < x \leq \pi, |x_2| \leq \frac{\sin(x_1)}{|x_1|}\}$. Allora
a. $(0,1) \notin D(A)$, $(0,2) \notin D(A)$.
b. $(0,1) \in D(A)$, $(0,2) \notin D(A)$.
c. $(0,1) \in D(A)$, $(0,2) \in D(A)$.
d. nessuna delle precedenti.

• Siano $g \in C^2(\mathbf{R}^3)$, $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = g(x_1, x_2, x_1 - 3x_2^2)$. Allora $D_{12}f(0,0) =$
a. $D_{12}g(0,0,0) - 3D_{13}g(0,0,0) + D_{23}g(0,0,0)$.
b. $D_{12}g(0,0,0) + D_{23}g(0,0,0) - 3D_{33}g(0,0,0)$.
c. $D_{12}g(0,0,0) + D_{23}g(0,0,0)$.
d. nessuna delle precedenti.

• Siano $\gamma : [0, 2\pi] \to \mathbf{R}^3$, $\gamma(t) = (\cos(t), \sin(t), 4t)$, $F : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3$, $F(x_1, x_2, x_3) = (x_2^2, 0, x_3)$. Allora $\int F \cdot d\gamma =$
a. $8\pi^2$.
b. $18\pi^2$.
c. $32\pi^2$.
d. nessuna delle precedenti.

• Siano $f \in C^1(\mathbf{R})$ tale che $f(t) = 0$ se $|t| \geq 2$, $\Omega = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : |x_1| < 2, x_1^2 + x_2^2 < 16\}$. Allora $\int_{\overline{\Omega}} f'(x_1) dx_1 dx_2 =$
a. $4[\int_{\pi/3}^{2\pi/3} f(4\cos(t))\cos(t)dt + \int_{4\pi/3}^{5\pi/3} f(4\cos(t))\cos(t)dt]$.
b. $4[\int_{\pi/4}^{3\pi/4} f(4\cos(t))\cos(t)dt + \int_{5\pi/4}^{7\pi/4} f(4\cos(t))\cos(t)dt]$.
c. $-4[\int_{\pi/4}^{3\pi/4} f(4\cos(t))\cos(t)dt + \int_{5\pi/4}^{7\pi/4} f(4\cos(t))\cos(t)dt]$.
d. nessuna delle precedenti.

Prova scritta di Analisi Matematica B
20 luglio 2016

Cognome e nome ....

• Determinare, specificandone il dominio, la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = \frac{1}{\tan(x(t))}, \\ x(0) = 2\pi + \frac{\pi}{4}. \end{cases}$$

• Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1 \geq 0, |x_2 - x_1| \leq 3\}$. Calcolare Calcolare $\int_A e^{-2} x_1 x_2 dx_1 dx_2$.

Prova scritta di Analisi Matematica B
20 luglio 2016

Cognome e nome ....

• Siano $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_2 < \beta\}$ ($\beta \in \mathbf{R}$), $B := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_2 > x_1^2 + x_1 + 4\}$. Allora $A \cup B$ è connesso per archi se e solo se
a. $\beta > \frac{7}{4}$.
b. $\beta > \frac{11}{4}$.
c. $\beta > \frac{15}{4}$.
d. nessuna delle precedenti.

• Siano $f \in C^1(\mathbf{R}^2)$, $g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $g(t) = f(3t, t^3)$. Allora, necessariamente,
a. se 0 è un punto critico per g, $(0, 0)$ è un punto critico per f.
b. se 1 è un punto critico per g, $(3, 1)$ è un punto critico per f.
c. se $(3, 1)$ non è un punto critico per f, 1 non è un punto critico per g.
d. nessuna delle precedenti.

• Siano $F : \mathbf{R}^n \setminus \{0\} \to \mathbf{R}^n$, $F(x) = \frac{\cos(4\|x\|^{-2})}{\|x\|^4} x$, U il potenziale di F tale che $U(e^1) = 0$ ($e^1 = (1, 0, \ldots, 0) \in \mathbf{R}^n$). Allora $\lim_{\|x\| \to +\infty} U(x) =$
a. $\frac{\sin(2)}{4}$.
b. F non è esatto.
c. $\frac{\sin(4)}{8}$.
d. nessuna delle precedenti.

• Siano $\Omega := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 < 4, 0 < x_3 < 1\}$ e $F \in C^1(\mathbf{R}^3; \mathbf{R}^3)$, tale che $F(x_1, x_2, x_3) = (0, 0, 0)$ se $x_3(1 - x_3) = 0$. Allora $\int_\Omega div(F)(x)dx =$
a. $-2\int_0^1 (\int_0^{2\pi} [F_1(2\cos(t), 2\sin(t), \zeta)\cos(t) + F_2(2\cos(t), 2\sin(t), \zeta)\sin(t)]d\zeta)dt$.
b. $2\int_0^1 (\int_0^{2\pi} [F_1(2\cos(t), 2\sin(t), \zeta)\cos(t) + F_2(2\cos(t), 2\sin(t), \zeta)\sin(t)]d\zeta)dt$.
c. $\int_0^1 (\int_0^{2\pi} [F_1(2\cos(t), 2\sin(t), \zeta)\cos(t) + F_2(2\cos(t), 2\sin(t), \zeta)\sin(t)]d\zeta)dt$.
d. nessuna delle precedenti.

Prova scritta di Analisi Matematica B
2 settembre 2016

Cognome e nome ....

• Determinare le eventuali soluzioni del problema

$$\begin{cases} x''(t) + 4x(t) = \cos(2t), \\ x(0) = x(1) = 0 \end{cases}$$

• Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_3 \geq 0, x_3^2 \geq \max\{x_1^2 + x_2^2, 9\}\}$. Calcolare $\int_A x_3^{-4} dx_1 dx_2 dx_3$.

Prova scritta di Analisi Matematica B
2 settembre 2016

Cognome e nome ....

• Sia $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : (x_1^2 + x_2^2)^2 - 3(x_1^2 + x_2^2) + 2 > 0\}$. Allora
a. A è limitato e connesso per archi.
b. A non è limitato, ma è connesso per archi.
c. A è limitato, ma non connesso per archi.
d. Nessuna delle precedenti.

• Siano $f \in C^2(\mathbf{R}^2)$, $g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $g(t) = f(t, \sin(3t))$. Allora
a. $g(t) = f(0,0) + [D_1 f(0,0) + 3D_2 f(0,0)]t + [2D_{11} f(0,0) + 12D_{12} f(0,0) + 18D_{22} f(0,0)]t^2 + o(t^2)$ $(t \to 0)$.
b. $g(t) = f(0,0) + [D_1 f(0,0) + 3D_2 f(0,0)]t + [D_{11} f(0,0) + 6D_{12} f(0,0) + 9D_{22} f(0,0)]t^2 + o(t^2)$ $(t \to 0)$.
c. $g(t) = f(0,0) + [D_1 f(0,0) + 3D_2 f(0,0)]t + [\frac{1}{2}D_{11} f(0,0) + 3D_{12} f(0,0) + \frac{9}{2}D_{22} f(0,0)]t^2 + o(t^2)$ $(t \to 0)$.
d. nessuna delle precedenti.

• Sia $\gamma : [0,1] \to \mathbf{R}^2$, $\gamma(t) = (t, \int_0^t (e^{8s} - 1)^{1/2} ds)$. Allora la lunghezza di γ è
a. $\frac{e^4-1}{4}$.
b. $\frac{e^2-1}{2}$.
c. $\frac{e^3-1}{3}$.
d. nessuna delle precedenti.

• Siano $S := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 - 4x_1 + x_2^2 + x_3^2 = 12, x_3 \leq 2\}$, ν l'orientamento di S tale che $\nu(2, 0, -4) = (0, 0, -1)$, $F \in C^1(\mathbf{R}^3; \mathbf{R}^3)$. Allora $\int_S rot(F)(x) \cdot \nu(x) d\sigma =$
a. $\int_0^{2\pi} [F_1(2 + 2\sqrt{3}\cos(t), 2\sqrt{3}\sin(t), 2)\sin(t)$
$-F_2(2 + 2\sqrt{3}\cos(t), 2\sqrt{3}\sin(t), 2)\cos(t)]dt$.
b. $2\sqrt{3}\int_0^{2\pi} [F_1(2 + 2\sqrt{3}\cos(t), 2\sqrt{3}\sin(t), 2)\sin(t)$
$-F_2(2 + 2\sqrt{3}\cos(t), 2\sqrt{3}\sin(t), 2)\cos(t)]dt$.
c. $2\sqrt{3}\int_0^{2\pi} [-F_1(2 + 2\sqrt{3}\cos(t), 2\sqrt{3}\sin(t), 2)\sin(t)$
$+F_2(2 + 2\sqrt{3}\cos(t), 2\sqrt{3}\sin(t), 2)\cos(t)]dt$.
d. nessuna delle precedenti.

Prova scritta di Analisi Matematica B
10 gennaio 2017

Cognome e nome ....

• Determinare, specificandone il dominio, la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = 2t(1 + x(t)^2), \\ x(0) = 0 \end{cases}$$

• Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_3 \leq 1, 9x_1^2 + x_2^2 \leq e^{2x_3}\}$. Calcolare $\int_A |x_3| dx_1 dx_2 dx_3$.

Prova scritta di Analisi Matematica B
10 gennaio 2017

Cognome e nome ....

• Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : e^{x_1^2+x_2^2-2x_3^2} < 1\}$. Allora
a. A non è connesso per archi, ma è aperto.
b. A non è né connesso per archi, né aperto.
c. A è connesso per archi, ma non aperto.
d. nessuna delle precedenti.

• Sia $f : \mathbf{R}^+ \times \mathbf{R}^+ \times \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^{(x_2^{3x_3})}$. Allora $D_3 f(e, e, 1) =$
a. $3e^{e^3+3}$.
b. $6e^{e^3+3}$.
c. 1
d. nessuna delle precedenti.

• Sia $F : \mathbf{R}^3 \setminus \{O\} \to \mathbf{R}^3$, $F(x) = \frac{x}{\|x\|^2}$ e sia U il potenziale di F tale che $U(1, 1, 1) = 0$. Allora $U(4, 4, 4) =$
a. $ln(2)$.
b. $\ln(8)$.
c. $\ln(4)$.
d. nessuna delle precedenti.

• Sia $f \in C^1(\mathbf{R}^2)$, tale che $f(x) = 0$ se $\|x\| \geq 4$. Allora, se $A = \{x \in \mathbf{R}^2 : \|x\| \geq 2\}$, $\int_A D_1 f(x)dx =$
a. $-2\int_0^{2\pi} f(2\cos(t), 2\sin(t))\cos(t)dt$.
b. $2\int_0^{2\pi} f(2\cos(t), 2\sin(t))\cos(t)dt$.
c. $\int_0^{2\pi} f(2\cos(t), 2\sin(t))\cos(t)dt$.
d. nessuna delle precedenti.

Prova scritta di Analisi Matematica B
24 gennaio 2017

Cognome e nome ....

• Determinare le eventuali soluzioni del problema

$$\begin{cases} x'(t) = -2tx(t) + e^{2t^2}t, \\ \lim_{t\to+\infty} x(t) = 0. \end{cases}$$

• Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : 0 < x_1 \leq 1, x_1^2 \leq x_2 \leq x_1\}$. Calcolare $\int_A x_1^3 x_2^{-1} dx_1 dx_2$.

Prova scritta di Analisi Matematica B
24 gennaio 2017

Cognome e nome ....

• Siano $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1 + 2x_2 = 0\}$, per $\beta \in \mathbf{R}$, $B_\beta = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : 2x_1 - \beta x_2 = 1\}$. Allora $A \cup B$ è connesso per archi se e solo se
a. $\beta \neq 4$.
b. $\beta \neq -4$.
c. è connesso per archi qualunque sia β.
d. nessuna delle precedenti.

• Siano $f \in C^2(\mathbf{R}^2)$, $g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $g(t) = f(3t, \cos(t))$. Allora $g''(0) =$
a. $9D_{11}f(0,1) - D_2 f(0,1)$.
b. $9D_{11}f(0,1) + D_2 f(0,1)$.
c. $3D_{11}f(0,1) + D_2 f(0,1)$.
d. nessuna delle precedenti.

• Siano $f \in C^1(\mathbf{R})$, $F : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$, $F(x_1, x_2) = (f(x_2) + x_2, 4x_1 f(x_2))$. Supponiamo che F sia esatto e che $f(0) = 0$. Allora $f(1) =$
a. $\frac{1+e^4}{4}$.
b. $\frac{1-e^4}{4}$.
c. $\frac{1-e^4}{2}$.
d. nessuna delle precedenti.

• Siano $\Omega = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : 1 > x_3 > 4(x_1^2 + x_2^2)\}$, $f \in C^1(\mathbf{R}^3)$ tale che $f(x_1, x_2, 1) = 0$ per ogni (x_1, x_2) in $\mathbf{R}^2$. Allora $\int_\Omega D_1 f(x_1, x_2, x_3) dx_1 dx_2 dx_3 =$
a $-4 \int_0^{1/2} (\int_0^{2\pi} f(\rho\cos(\theta), \rho\sin(\theta), 4\rho^2)\rho^2 \cos(\theta) d\theta) d\rho$.
b $4 \int_0^{1/2} (\int_0^{2\pi} f(\rho\cos(\theta), \rho\sin(\theta), 4\rho^2)\rho^2 \cos(\theta) d\theta) d\rho$.
c. $8 \int_0^{1/2} (\int_0^{2\pi} f(\rho\cos(\theta), \rho\sin(\theta), 4\rho^2)\rho^2 \cos(\theta) d\theta) d\rho$.
d. nessuna delle precedenti.

Prova scritta di Analisi Matematica II
27 gennaio 2017

Cognome e nome ....

• Determinare, specificandone il dominio, la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = \frac{t^2}{2-x(t)}, \\ x(0) = 0. \end{cases}$$

• Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 \leq x_3^2, x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \leq 9\}$. Calcolare $L_3(A)$.

Prova scritta di Analisi Matematica II
27 gennaio 2017

Cognome e nome ....

• Sia $x \in \mathbf{R}$. Allora la serie $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{e^{nx}}{n^{1/2}}$ è convergente se e solo se
a. non esiste alcun x tale che la serie è convergente.
b. $x \leq 0$.
c. $x < 0$.
d. nessuna delle precedenti.

• Sia $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = \sin(x_1 x_2) + 3x_2$. Allora
a. f ha un unico punto critico, che è un punto di minimo relativo.
b. f ha un unico punto critico, che è un punto di massimo relativo.
c. f ha un unico punto critico, che è un punto di sella.
d. nessuna delle precedenti.

• Siano $f \in C^1(\mathbf{R}^2)$, $g.\mathbf{R}^+ \to \mathbf{R}$, $g(t) = f(t+2, t^t)$. Allora $g'(1) =$
a. $2D_1 f(3,1) + D_2 f(3,1)$.
b. $D_1 f(3,1) + D_2 f(3,1)$.
c. $D_1 f(3,1)$.
d. nessuna delle precedenti.

• Siano $F : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$, $F(x_1, x_2) = (\frac{2}{1+(x_1-3x_2)^2}, -\frac{6}{1+(x_1-3x_2)^2})$ e U il potenziale di F tale che $U(0,0) = 1$. Allora $U(1,1) =$
a. $-2\arctan(2)$.
b. $1 - 2\arctan(2)$.
c. $1 - 2\arctan(3)$.
d. nessuna delle precedenti.

Prova scritta di Analisi Matematica B
7 febbraio 2017

Cognome e nome ....

• Determinare, specificandone il dominio, la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = t(4 - x(t)), \\ x(0) = 2. \end{cases}$$

• Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + 9x_2^2 \leq 1, x_1 \leq 3x_2\}$. Calcolare $\int_A x_1 dx_1 dx_2$. Il procedimento deve essere chiaro!

Prova scritta di Analisi Matematica B
7 febbraio 2017

Cognome e nome ....

• Determinare, specificandone il dominio, la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = t(6 - x(t)), \\ x(0) = 3. \end{cases}$$

- Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + 4x_2^2 \le 1, x_1 \le 2x_2\}$. Calcolare $\int_A x_1 dx_1 dx_2$. Il procedimento deve essere chiaro!

Prova scritta di Analisi Matematica B
7 febbraio 2017

Cognome e nome ....

• Sia, per $\beta \in \mathbf{R}^+$, $A_\beta = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : 0 < x_1 \leq \frac{\pi}{2}, 0 \leq x_2 \leq \frac{\sin(2x_1)}{x_1^\beta}\}$.
Allora A_β è limitato se e solo se
a. Qualunque sia $\beta \in \mathbf{R}^+$ A_β è limitato.
b. Qualunque sia $\beta \in \mathbf{R}^+$ A_β non è limitato.
c. $\beta < 1$.
d. Nessuna delle precedenti.

• Sia $f : \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1 + 3x_2^2 \neq -1\} \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = \frac{1}{x_1+3x_2^2+1}$.
Allora
a. $f(x_1, x_2) = 1 - x_1 + x_1^2 - 3x_2^2 + o(x_1^2 + x_2^2)$ $(x_1, x_2) \to (0, 0)$.
b. $f(x_1, x_2) = 1 - x_1 + 2x_1^2 - 6x_2^2 + o(x_1^2 + x_2^2)$ $(x_1, x_2) \to (0, 0)$.
c. $f(x_1, x_2) = 1 - x_1 + 2x_1^2 + x_1x_2 - 6x_2^2 + o(x_1^2 + x_2^2)$ $(x_1, x_2) \to (0, 0)$.
d. Nessuna delle precedenti.

• Siano $F : \mathbf{R}^2 \setminus \{(0, 0)\} \to \mathbf{R}^2$, $F(x) = \ln(2\|x\|)x$ e U il potenziale di F tale che $\lim_{x\to 0} U(x) = 0$. Allora
a. non esiste alcun potenziale con la proprietà indicata.
b. $U(1, 0) = \frac{2\ln(2)-1}{4}$.
c. $U(1, 0) = \frac{2\ln(2)-1}{2}$.
d. Nessuna delle precedenti.

• Siano $S = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 + (x_3 + 1)^2 = 9, x_3 \geq 0\}$, ν l'orientamento di S tale che $\nu(0, 0, 2) = (0, 0, 1)$, $F \in C^1(\mathbf{R}^3, \mathbf{R}^3)$. Allora $\int_S rot(F)(x) \cdot \nu(x)d\sigma =$
a. $\sqrt{8}\int_0^{2\pi}[F_2(\sqrt{8}\cos(t), \sqrt{8}\sin(t), 0)\cos(t) - F_1(\sqrt{8}\cos(t), \sqrt{8}\sin(t), 0)\sin(t)]dt$.
b. $\sqrt{8}\int_0^{2\pi}[F_1(\sqrt{8}\cos(t), \sqrt{8}\sin(t), 0)\sin(t) - F_2(\sqrt{8}\cos(t), \sqrt{8}\sin(t), 0)\cos(t)]dt$.
c. $\sqrt{8}\int_0^{2\pi}[F_1(\sqrt{8}\cos(t), \sqrt{8}\sin(t), 0)\cos(t) - F_2(\sqrt{8}\cos(t), \sqrt{8}\sin(t), 0)\sin(t)]dt$.
d. Nessuna delle precedenti.

Prova scritta di Analisi Matematica II
10 febbraio 2017

Cognome e nome ....

- Determinare le eventuali soluzioni del problema

$$\begin{cases} x''(t) - 4x(t) = e^{-2t}, \\ lim_{t\to+\infty} x(t) = 0. \end{cases}$$

• Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_1^2 + x_2^2 \leq 1\}$. Calcolare $\int_A \frac{\min\{x_1,x_2\}}{9+x_1^2+x_2^2} dx_1 dx_2$.

Prova scritta di Analisi Matematica II
10 febbraio 2017

Cognome e nome ....

- $\lim\limits_{x \to +\infty} \sum_{n=1}^{\infty} (1 - \frac{1}{2x})^{nx}$

a. $= \frac{1}{e^{1/2}-1}$.
b. $= \frac{1}{e^{1/2}+1}$.
c. $= \frac{e^{1/2}}{e^{1/2}+1}$.
d. nessuna delle precedenti.

- Siano $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_3 = 3\}$ e, per $\beta = (\beta_1, \beta_2, \beta_3) \in \mathbf{R}^3 \setminus \{O\}$, $B_\beta = \{t\beta : t \in \mathbf{R}\}$. Allora $A \cup B_\beta$ è connesso per archi se e solo se

a. $\beta_3 = 3$.
b. $\beta_3 \neq 3$.
c. $\beta_3 \neq 0$.
d. nessuna delle precedenti.

- Siano $f \in C^1(\mathbf{R}^2)$, $g : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$, $g(x_1, x_2) = (f(4x_1 + x_2, 4x_1 - x_2), f(4x_1 - x_2, 4x_1 + x_2))$. Allora la matrice $J_g(0.0)$ è invertibile se e solo se

a. $D_1 f(0,0) = D_2 f(0,0)$.
b. $4D_1 f(0,0) = D_2 f(0,0)$.
c. $D_1 f(0,0) = 4D_2 f(0,0)$.
d. nessuna delle precedenti.

- Siano $\gamma : [0,1] \to \mathbf{R}^2$, $\gamma(t) = (t, e^{2t})$, $F : \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_2 \neq -1\} \to \mathbf{R}^2$, $F(x_1, x_2) = (x_1, \frac{1}{1+x_2})$. Allora $\int F \cdot d\gamma =$

a. $\frac{1}{2} + \ln(1 + e^2)$.
b. $\frac{1}{2} + \ln(\frac{1+e^2}{2})$.
c. $\frac{1}{2} - \ln(\frac{1+e^2}{2})$.
d. nessuna delle precedenti.

Prova scritta di Analisi Matematica II
16 giugno 2017

Cognome e nome ....

• Determinare, specificandone il dominio, la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x''(t) = x'(t)^2, \\ x(0) = 0, x'(0) = 2. \end{cases}$$

• Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + \frac{x_2^2}{9} + x_3^2 \leq 1, 0 \leq x_3 \leq \frac{1}{2}\}$. Calcolare $L_3(A)$.

Prova scritta di Analisi Matematica II
16 giugno 2017

Cognome e nome ....

• La serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(2x)^n}{n}$ $(x \in \mathbf{R})$ è convergente se e solo se
a. è convergente per ogni x in $\mathbf{R}$.
b. $x \in \mathbf{R} \setminus \{(\frac{k}{2} + \frac{1}{4})\pi : k \in \mathbf{Z}\}$.
c. $x \in \mathbf{R} \setminus \{(k + \frac{1}{4})\pi : k \in \mathbf{Z}\}$.
d. nessuna delle precedenti.

• Sia $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = (e^{x_1} - 1)(x_2^2 - 9)$. Allora
a. f non ha punti critici.
b. f ha un unico punto di massimo relativo.
c. f ha un unico punto di minimo relativo.
d. nessuna delle precedenti.

• Siano $f \in C^2(\mathbf{R}^2)$ e $g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $g(t) = f(\sin(t), 2t)$. Allora
a. $g(t) = f(0,0) + [D_1 f(0,0) + 2D_2 f(0,0)]t + \frac{t^2}{2}[D_{11} f(0,0) + 2D_{12} f(0,0) + 4D_{22} f(0,0)] + o(t^2)$ $(t \to 0)$.
b. $g(t) = f(0,0) + [D_1 f(0,0) + 2D_2 f(0,0)]t + \frac{t^2}{2}[D_{11} f(0,0) + 4D_{12} f(0,0) + 4D_{22} f(0,0)] + o(t^2)$ $(t \to 0)$.
c. $g(t) = f(0,0) + [D_1 f(0,0) + 2D_2 f(0,0)]t + t^2[D_{11} f(0,0) + 4D_{12} f(0,0) + 4D_{22} f(0,0)] + o(t^2)$ $(t \to 0)$.
d. nessuna delle precedenti.

• Siano $F : \mathbf{R}^2 \setminus \{(0,0)\} \to \mathbf{R}^2$, $F(x_1, x_2) = (\frac{3x_1}{x_1^2 + x_2^2}, \frac{3x_2}{x_1^2 + x_2^2})$ e U il potenziale di F tale che $U(1,0) = 0$. Allora $U(0,1) =$
a. F non è esatto.
b. 3.
c. 0.
d. nessuna delle precedenti.

Prova scritta di Analisi Matematica e Probabilita'
27 giugno 2017

Cognome e nome ....

• Sia $A := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \leq 4, x_1^2 + x_2^2 \leq x_3^2, x_3 \geq 0\}$. Calcolare $\int_A x_3 dx_1 dx_2 dx_3$ (Il procedimento deve essere chiaro!)

• Due urne contengono una pallina rossa e una bianca ciascuna; una terza urna contiene una pallina rossa e due bianche. Si sceglie a caso una delle tre urne (ciascuna di esse ha la stessa probabilita' di essere scelta) e da questa si estrae una pallina. Calcolare la probabilita' che si sia scelta la terza urna nell'ipotesi che la pallina estratta sia bianca.

Prova scritta di Analisi Matematica e Probabilita'
27 giugno 2017

Cognome e nome ....

• Siano, per $\beta \in \mathbf{R}^+$, $A_\beta = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : (x_1 - 1)^2 + x_2^2 \leq 4\beta^2\}$, $B_\beta = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1 \leq -\beta\}$. Allora $A_\beta \cup B_\beta$ è connesso per archi se e solo se
a. $\beta \geq 1$;
b. $\beta \geq 2$;
c. $\beta \geq 3$.
d. nessuna delle precedenti.

• Siano $f \in C^2(\mathbf{R}^2)$ e $g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $g(x) = f(\sin(x), \cos(2x))$. Allora $g''(0) =$
a. $D_{11}f(0,1) - 2D_2f(0,1)$.
b. $D_{11}f(0,1) - 4D_2f(0,1)$.
c. $D_{11}f(0,1) - 4D_{22}f(0,1)$.
d. nessuna delle precedenti.

• Sia $F : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$, $F(x_1, x_2) = (\frac{x_2}{1+4x_1^2x_2^2}, \frac{x_1}{1+4x_1^2x_2^2})$ e sia U il potenziale di F tale che $U(0,0) = -\frac{1}{2}$. Allora $U(1,1) =$
a. $\frac{\arctan(2)}{2}$.
b. $\frac{\arctan(2)+1}{2}$.
c. $\frac{\arctan(2)-1}{2}$.
d. nessuna delle precedenti.

Prova scritta di Analisi Matematica II
10 luglio 2017

Cognome e nome ....

• Determinare l'integrale generale dell'equazione differenziale ordinaria

$$t^2x''(t) + 2x(t) = 0, \quad t \in \mathbf{R}^+.$$

• Sia $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : 0 < x_1^2 + \frac{x_2^2}{9} \leq 1\}$. Calcolare $\int_A (x_1^2 + \frac{x_2^2}{9})^{-3/4} \ln(x_1^2 + \frac{x_2^2}{9}) dx_1 dx_2$.

Prova scritta di Analisi Matematica II
10 luglio 2017

Cognome e nome ....

• La serie $\sum_{n=1}^{\infty}(\frac{x+2}{x^2+2})^n$ converge se e solo se
a. $x \in]2, +\infty[$.
b. $x \in]1, +\infty[$.
c. $x < 0$.
d. nessuna delle precedenti.

• Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : 3^{x_1^2 - x_2^2} < 1\}$. Allora
a. A è connesso per archi, ma non limitato.
b. A non è connesso per archi, né limitato.
c. A non è connesso per archi, ma è limitato.
d. nessuna delle precedenti.

• Siano $g \in C^2(\mathbf{R}^2)$, $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = g(\sin(x), 4\cos(x))$. Allora $f''(\frac{\pi}{2}) =$
a. $16D_{22}g(1,0) - D_1g(1,0)$.
b. $8D_{22}g(1,0) - D_1g(1,0)$.
c. $8D_{22}g(1,0) + D_1g(1,0)$.
d. nessuna delle precedenti.

• Sia $f \in C^2(\mathbf{R})$. Poniamo $F : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$, $F(x,y) = (f(x)e^y, f'(x)e^y)$. Supponiamo che F sia esatto, $f(0) = 0$, $f'(0) = 2$. Allora $f''(0) =$
a. 2.
b. 0.
c. -2.
d. nessuna delle precedenti.

Prova scritta di Analisi Matematica e Probabilita'
19 luglio 2017

Cognome e nome ....

• Sia $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : 0 < 4x_1^2 + x_2^2 \leq 1, x_2 \geq 0\}$. Calcolare $\int_A \frac{\ln(4x_1^2+x_2^2)x_2^2}{(4x_1^2+x_2^2)^{3/2}} dx_1 dx_2$ (Il procedimento deve essere chiaro!)

• Supponiamo di lanciare tre volte un dado bilanciato. Sia A l'evento "il risultato del primo lancio è 2". Sia B l'evento "la somma dei risultati è 6". Calcolare $P(A|B)$ e stabilire se A e B sono indipendenti (Il procedimento deve essere chiaro!)

Prova scritta di Analisi Matematica e Probabilita'
19 luglio 2017

Cognome e nome ....

- Trovare la soluzione massimale $\varphi(t)$ del seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} x' = -\dfrac{3\,t^2}{2\,x} \\ x(0) = -\sqrt{2} \end{cases}$$

Specificare inoltre il dominio massimale, motivando MOLTO accuratamente le risposte (in particolare giustificare la massimalit).

Prova scritta di Analisi Matematica e Probabilita'
19 luglio 2017

Cognome e nome ....

• Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : \sin(2x_1 + x_2) = 0$. Allora
a. A è connesso per archi e limitato.
b. A non è connesso per archi, ma è limitato.
c. A non è connesso per archi, nè limitato.
d. nessuna delle precedenti.

• Siano $f : \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1 > 0\} \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^{3x_2x_3}$ e $v = (1, 1, 1)$. Allora $\frac{\partial f}{\partial v}(1, 1, 0) =$
a. 1.
b. 3.
c. -1.
d. nessuna delle precedenti.

• Siano $f \in C^1(\mathbf{R})$, $F : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$, $F(x_1, x_2) = (4f(x_1)x_2, f(x_1) + x_2^2)$. Supponiamo che F sia esatto e che $f(0) = 4$. Allora $f(1) =$
a. $2e^4$.
b. $4e^4$.
c. $4e^2$.
d. nessuna delle precedenti.

Prova scritta di Analisi Matematica II
4 settembre 2017

Cognome e nome ....

• Determinare (specificandone il dominio) la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = \frac{4x(t)^2}{t^2} + \frac{x(t)}{t}, \\ \\ x(-1) = 1. \end{cases}$$

• Sia $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : 0 \leq x_1 \leq x_2 \leq \min\{3x_1, x_1 + 1\}\}$. Calcolare $\int_A e^{-x_1} dx_1 dx_2$.

Prova scritta di Analisi Matematica II
4 settembre 2017

Cognome e nome ....

• $\lim\limits_{x\to 0^+} \sum_{n=1}^{\infty} \cos(x)^n x$

a. $= 2$.
b. $= 0$.
c. $= +\infty$.
d. nessuna delle precedenti.

• Sia $A_\alpha = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : (x_1 - x_2)(\alpha x_1 + 3x_2 + 1) = 0\}$, con $\alpha \in \mathbf{R}$. Allora A_α è connesso per archi se e solo se

a. $\alpha \neq 3$.
b. $\alpha \neq 0$.
c. $\alpha \neq -3$.
d. nessuna delle precedenti.

• Siano $f \in C^1(\mathbf{R})$, $F : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$, $F(x_1, x_2) = (f(x_1), f(x_2))$. Alllora

a. F è esatto se e solo se f è costante.
b. F è esatto se e solo se $f(x) = ce^x$ per qualche c reale.
c. F è esatto se e solo se $f(x) = cx$ per qualche c reale.
d. nessuna delle precedenti.

• Siano $g \in C^2(\mathbf{R}^2)$, $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(t) = g(t, 4t^2)$. Allora $f''(0) =$

a. $D_{11}g(0,0) + 4D_{22}g(0,0)$.
b. $D_{11}g(0,0) + 4D_2g(0,0)$.
c. $D_{11}g(0,0) + 8D_2g(0,0)$.
d. nessuna delle precedenti.

Prova scritta di Analisi Matematica e Probabilita'
7 settembre 2017

Cognome e nome ....

• Sia $A := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + 4x_2^2 \leq (x_3 - 1)^2, 0 \leq x_3 < 1\}$. Calcolare $\int_A (1 - x_3)^{-5/2} dx_1 dx_2 dx_3$ (Il procedimento deve essere chiaro!)

• Sia X una variabile aleatoria reale con densità $f(t) = 3e^{-3t}$ se $t \geq 0$, $f(t) = 0$ se $t < 0$. Sia $Y = X^2$. Determinare la funzione di ripartizione di Y. (Il procedimento deve essere chiaro!)

Prova scritta di Analisi Matematica e Probabilita'
7 settembre 2017

Cognome e nome ....

- Trovare la soluzione massimale $\varphi(t)$ del seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} x' = -\dfrac{x}{2\,t} + t^2 \\ x(1) = 2 \end{cases}$$

Prova scritta di Analisi Matematica e Probabilita'
7 settembre 2017

Cognome e nome ....

• Siano $A := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 \leq 4, x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \geq 16\}$ e $f : A \to \mathbf{R}$ continua. Allora, necessariamente,
a. f ammette massimo;
b. f non è limitata;
c. $f(A)$ è connesso per archi;
d. nessuna delle precedenti.

• Sia $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = 3^{x_1 - x_2}$. Allora
a. $f(x_1, x_1) = 1 + \ln(3)x_1 - \ln(3)x_2 + \frac{1}{2}[\ln^2(3)x_1^2 - 2\ln^2(3)x_1x_2 + \ln(3)x_2^2] + o(x_1^2 + x_2^2)$ $(x_1, x_2) \to (0, 0)$.
b. $f(x_1, x_1) = 1 + \ln(3)x_1 - \ln(3)x_2 + \frac{1}{2}[\ln^2(3)x_1^2 - 2\ln^2(3)x_1x_2 + \ln^2(3)x_2^2] + o(x_1^2 + x_2^2)$ $(x_1, x_2) \to (0, 0)$.
c. $f(x_1, x_1) = 1 + \ln(3)x_1 - \ln(3)x_2 + \frac{1}{2}[\ln^2(3)x_1^2 - \ln^2(3)x_1x_2 + \ln^2(3)x_2^2] + o(x_1^2 + x_2^2)$ $(x_1, x_2) \to (0, 0)$.
d. nessuna delle precedenti.

• Siano $F : \mathbf{R}^+ \times \mathbf{R}^+ \to \mathbf{R}^2$, $F(x_1, x_2) = (4x_1^{4x_2 - 1}x_2, 4\ln(x_1)x_1^{4x_2})$ e U il potenziale di F tale che $U(1, 1) = 0$. Allora $U(2, 2) =$
a. 15.
b. 63.
c. 255.
d. nessuna delle precedenti.

Prova scritta di Analisi Matematica II
10 gennaio 2018

Cognome e nome ....

• Determinare le eventuali soluzioni del problema

$$\begin{cases} x''(t) = \frac{2}{t}x'(t), \quad t > 0, \\ \\ \lim_{t\to 0^+} x(t) = 0. \end{cases}$$

• Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + 9x_2^2 \leq (2 - x_3)^2, 0 \leq x_3 \leq 1\}$. Calcolare $L_3(A)$.

Prova scritta di Analisi Matematica II
10 gennaio 2018

Cognome e nome ....

• Siano $f \in C^2(\mathbf{R})$, $g : \mathbf{R}^+ \times \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $g(x_1, x_2) = x_1^{2f(x_2)}$. Calcolare $D_{12}f(1,1)$.

• $\lim_{x\to 0^+} \sum_{n=1}^{\infty} \sin(x)^n x^{-3}$

a. $= +\infty$.
b. $= 0$.
c. $= 3$.
d. nessuna delle precedenti.

• Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : |arctan(x_1 - x_2)| = \frac{1}{4}\}$. Allora

a. A è connesso per archi e limitato.
b. A è connesso per archi, ma non limitato.
c. A non è connesso per archi, né limitato.
d. nessuna delle precedenti.

• Siano $F : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$, $F(x_1, x_2) = (\frac{1}{1+(x_1+x_2)^2}, \frac{1}{1+(x_1+x_2)^2})$ e U il potenziale di F tale che $U(0,0) = \frac{\pi}{2}$. Allora $U(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}) =$

a. $\frac{7\pi}{12}$.
b. $\frac{\pi}{2}$.
c. $\frac{3\pi}{4}$.
d. nessuna delle precedenti.

Prova scritta di Analisi Matematica e Probabilita'
10 gennaio 2018

Cognome e nome ....

• Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + 9x_2^2 \leq (2 - x_3)^2, 0 \leq x_3 \leq 1\}$. Calcolare $L_3(A)$.

• Sia X una variabile aleatoria reale con densità uniforme in $[-3, 12]$. Calcolare $P(X^2 \leq 16)$.

Prova scritta di Analisi Matematica e Probabilita'
10 gennaio 2018

Cognome e nome ....

• Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + 16x_2^2 \leq (2 - x_3)^2, 0 \leq x_3 \leq 1\}$. Calcolare $L_3(A)$.

• Sia X una variabile aleatoria reale con densità uniforme in $[-4, 16]$. Calcolare $P(X^2 \leq 64)$.

Prova scritta di Analisi Matematica e Probabilita'
10 gennaio 2018

Cognome e nome ....

- Determinare le eventuali soluzioni del problema

$$\begin{cases} x''(t) = \frac{2}{t}x'(t), \quad t > 0, \\ \\ \lim_{t\to 0^+} x(t) = 0. \end{cases}$$

• Siano $f \in C^2(\mathbf{R})$, $g : \mathbf{R}^+ \times \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $g(x_1, x_2) = x_1^{3f(x_2)}$. Allora $D_{12}f(1,1) =$
a. $3f'(1) + f''(1)$.
b. $3f'(1)$.
c. $-6f'(1)$.
d. nessuna delle precedenti.

• Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : |\arctan(x_1 - x_2)| = \frac{1}{4}\}$. Allora
a. A è connesso per archi e limitato.
b. A è connesso per archi, ma non limitato.
c. A non è connesso per archi, né limitato.
d. nessuna delle precedenti.

• Siano $F : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$, $F(x_1, x_2) = (\frac{1}{1+(x_1+x_2)^2}, \frac{1}{1+(x_1+x_2)^2})$ e U il potenziale di F tale che $U(0,0) = \frac{\pi}{2}$. Allora $U(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}) =$
a. $\frac{7\pi}{12}$.
b. $\frac{\pi}{2}$.
c. $\frac{3\pi}{4}$.
d. nessuna delle precedenti.

Prova scritta di Analisi Matematica II
25 gennaio 2018

Cognome e nome ....

- Trovare la soluzione massimale $\varphi(t)$ del seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = \dfrac{t-2}{x(t)+2} \\ x(1) = 2 \end{cases}$$

Specificare inoltre il dominio massimale, motivando accuratamente le risposte.

• Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1 \geq 0, 2x_1 + 3 \leq x_2 \leq x_1 + 6\}$. Calcolare $\int_A e^{x_1 - 2x_2} dx_1 dx_2$.

Prova scritta di Analisi Matematica II
25 gennaio 2018

Cognome e nome ....

• Siano $f \in C^1(\mathbf{R})$, $F : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$, $F(x_1, x_2) = (\sin(x_1) f(x_2), \frac{\cos(x_1)}{1+4x_2^2})$. Supponiamo che F sia esatto e che $f(0) = 0$. Calcolare $f(1)$.

• Sia, per $n \in \mathbf{N}$, $a_n = n^{3/4}[\cos(\frac{3}{n}) - 1]$. Allora

a. $\lim_{n\to+\infty} a_n = +\infty$.

b. $\lim_{n\to+\infty} a_n = 0$, ma la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ non è convergente.

c. la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ è assolutamente convergente.

d. nessuna delle precedenti.

• Siano $g \in C^2(\mathbf{R}^2)$, $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = g(4\sin(x), \cos(x))$. Allora $f''(0) =$

a. $4D_{11}g(0,1) - D_2g(0,1)$.

b. $8D_{11}g(0,1) - D_2g(0,1)$.

c. $16D_{11}g(0,1) - D_2g(0,1)$.

d. nessuna delle precedenti.

• Sia $f : \mathbf{R}^2 \setminus \{(0,0)\} \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = \frac{2x_1^2}{2x_1^2 + x_2^2}$. Allora

a. f ha limite reale per (x_1, x_2) che tende a $(0,0)$.

b. f non è superiormente limitata.

c. esiste c reale positivo tale che $f(x) \geq c$ per ogni x in $\mathbf{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$.

d. nessuna delle precedenti.

Prova scritta di Analisi Matematica e Probabilita'
25 gennaio 2018

Cognome e nome ....

- Trovare la soluzione massimale $\varphi(t)$ del seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = \dfrac{t-2}{x(t)+2} \\ x(1) = 2 \end{cases}$$

Specificare inoltre il dominio massimale, motivando accuratamente le risposte.

• Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1 \geq 0, 2x_1 + 3 \leq x_2 \leq x_1 + 6\}$. Calcolare $\int_A e^{x_1 - 2x_2} dx_1 dx_2$.

Prova scritta di Analisi Matematica e Probabilita'
25 gennaio 2018

Cognome e nome ....

• Sia X una variabile aleatoria reale, con densità $f(t) = c\ ln(2t)$ $(c \in \mathbf{R})$ se $t \in [1, 2]$, $f(t) = 0$ altrimenti. Calcolare la media di X.

• Siano $g \in C^2(\mathbf{R}^2)$, $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = g(4\sin(x), \cos(x))$. Allora $f''(0) =$
a. $4D_{11}g(0,1) - D_2g(0,1)$.
b. $8D_{11}g(0,1) - D_2g(0,1)$.
c. $16D_{11}g(0,1) - D_2g(0,1)$.
d. nessuna delle precedenti.

• • Sia $f : \mathbf{R}^2 \setminus \{(0,0)\} \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = \frac{2x_1^2}{3x_1^2+x_2^2}$. Allora
a. f ha limite reale per (x_1, x_2) che tende a $(0,0)$.
b. f non è superiormente limitata.
c. esiste c reale positivo tale che $f(x) \geq c$ per ogni x in $\mathbf{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$.
d. nessuna delle precedenti.

• Siano $f \in C^1(\mathbf{R})$, $F : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$, $F(x_1, x_2) = (\sin(x_1)f(x_2), \frac{\cos(x_1)}{1+4x_2^2})$. Supponiamo che F sia esatto e che $f(0) = 0$. Allora $f(1) =$
a. $\frac{\arctan(2)}{2}$.
b. $-\frac{\arctan(2)}{2}$.
c. $-\arctan(2)$.
d. nessuna delle precedenti.

Prova scritta di Analisi Matematica II
9 febbraio 2018

Cognome e nome ....

• Determinare le eventuali soluzioni del problema

$$\begin{cases} x''(t) - x(t) = e^{-t}, \\ \\ x(0) = 2, \lim\limits_{t \to +\infty} x(t) = 0. \end{cases}$$

• Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 \leq x_3^2, x_3 > 0\}$. Calcolare $\int_A e^{-3x_3^2}(x_1^2 + x_2^2)^{-1/2} dx_1 dx_2 dx_3$.

Prova scritta di Analisi Matematica II
9 febbraio 2018

Cognome e nome ....

• Siano $F : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$, $F(x_1, x_2) = (\frac{x_2}{1+4x_1^2x_2^2}, \frac{x_1}{1+4x_1^2x_2^2})$ e U il potenziale di F tale che $U(0,0) = 0$. Calcolare $U(1,1)$.

• Sia, per $\beta > 0$, $A_\beta = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 \leq 9\} \cup \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : (x_1 - \beta)^2 + x_2^2 \leq 9\}$. Allora
a. A_β è connesso per archi se e solo se $\beta \leq 6$.
b. A_β è connesso per archi se e solo se $\beta \leq 3$.
c. A_β è connesso per archi se e solo se $\beta \leq 1$.
d. nessuna delle precedenti.

• La serie $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \sin(\frac{1}{n^{4\beta}})$, con $\beta > 0$,
a. è convergente per ogni $\beta > \frac{1}{2}$.
b. è convergente per ogni $\beta > \frac{1}{4}$.
c. è convergente per ogni $\beta > 0$.
d. nessuna delle precedenti.

• Sia $f : \mathbf{R}^+ \times \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = x_1^{2x_2}$. Allora
a. $f(x_1, x_2) = 1 + 2(x_1 - 1)x_2 + o((x_1 - 1)^2 + x_2^2)$ $((x_1, x_2) \to (1, 0))$.
b. $f(x_1, x_2) = 1 + 2(x_1 - 1)x_2 + x_2^2 + o((x_1 - 1)^2 + x_2^2)$ $((x_1, x_2) \to (1, 0))$.
c. $f(x_1, x_2) = 1 + 4(x_1 - 1)x_2 + x_2^2 + o((x_1 - 1)^2 + x_2^2)$ $((x_1, x_2) \to (1, 0))$.
d. nessuna delle precedenti.

Prova scritta di Analisi Matematica e Probabilita'
9 febbraio 2018

Cognome e nome ....

• Determinare le eventuali soluzioni del problema

$$\begin{cases} x''(t) - x(t) = e^{-t}, \\ \\ x(0) = 2, \lim_{t \to +\infty} x(t) = 0. \end{cases}$$

• Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 \leq x_3^2, x_3 > 0\}$. Calcolare $\int_A e^{-3x_3^2}(x_1^2 + x_2^2)^{-1/2} dx_1 dx_2 dx_3$.

Prova scritta di Analisi Matematica e Probabilita'
9 febbraio 2018

Cognome e nome ....

• Un'urna contiene quattro palline bianche e otto nere. Ne vengono estratte tre a sorte, senza reimbussolamento. Qual è la probabilità che tra le palline estratte esattamente una sia bianca?

• Sia, per $\beta > 0$, $A_\beta = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 \leq 16\} \cup \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : (x_1 - \beta)^2 + x_2^2 \leq 16\}$. Allora
a. A_β è connesso per archi se e solo se $\beta \leq 4$.
b. A_β è connesso per archi se e solo se $\beta \leq 8$.
c. A_β è connesso per archi se e solo se $\beta \leq 16$.
d. nessuna delle precedenti.

• Sia $f : \mathbf{R}^+ \times \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = x_1^{3x_2}$. Allora
a. $f(x_1, x_2) = 1 + 6(x_1 - 1)x_2 + 3x_2^2 + o((x_1 - 1)^2 + x_2^2)$ $((x_1, x_2) \to (1, 0))$.
b. $f(x_1, x_2) = 1 + 3(x_1 - 1)x_2 + o((x_1 - 1)^2 + x_2^2)$ $((x_1, x_2) \to (1, 0))$.
c. $f(x_1, x_2) = 1 + 3(x_1 - 1)x_2 + \frac{3}{2}x_2^2 + o((x_1 - 1)^2 + x_2^2)$ $((x_1, x_2) \to (1, 0))$.
d. nessuna delle precedenti.

• Siano $F : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$, $F(x_1, x_2) = (\frac{x_2}{1+9x_1^2x_2^2}, \frac{x_1}{1+9x_1^2x_2^2})$ e U il potenziale di F tale che $U(0, 0) = 0$. Allora $U(1, 1)$ vale
a. $\frac{\arctan(3)}{3}$.
b. $\frac{\arctan(6)}{3}$.
c. $\frac{\arctan(3)}{6}$.
d. nessuna delle precedenti.

Prova scritta di Analisi Matematica II
19 giugno 2018

Cognome e nome ....

• Determinare, specificandone il dominio, la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = x(t)^2 + 4, \\ \\ x(0) = 0. \end{cases}$$

• Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : 0 < x_1^2 + \frac{x_2^2}{9} \leq 1\}$. Calcolare $\int_A \frac{x_1^2}{(9x_1^2+x_2^2)^{3/2}} dx_1 dx_2$.

Prova scritta di Analisi Matematica II
19 giugno 2018

Cognome e nome ....

• Sia $F : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$, $F(x_1, x_2) = (ce^{x_1+2x_2^2}, x_2e^{x_1+2x_2^2})$, con c reale tale che F è esatto. Sia poi U il potenziale di F tale che $U(0,0) = 0$. Calcolare $U(1,1)$.

• Sia $A_\beta = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 - 2x_1 = 0\} \cup \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1 = \beta\}$, con β in $\mathbf{R}$. Allora A_β è connesso per archi se e solo se
a. $\beta \geq 0$.
b. $\beta \geq 2$.
c. è connesso per archi qualunque sia β.
d. nessuna delle precedenti.

• Siano $f \in C^1(\mathbf{R}^2)$, $g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $g(t) = f(t^2, 3\sin(t))$. Supponiamo che 0 sia un punto di minimo relativo per g. Allora
a. $2D_1 f(0,0) + D_2 f(0,0) = 0$.
b. $D_2 f(0,0) = 0$.
c. $D_1 f(0,0) = 0$.
d. nessuna delle precedenti.

• La serie $\sum_{n=1}^{\infty} n^\beta \sin(\frac{1}{n^4})$, con β reale, è convergente se e solo se
a. $\beta < 3$.
b. $\beta \leq 3$.
c. $\beta < 2$.
d. nessuna delle precedenti.

Prova scritta di Complementi di Analisi Matematica e probabilita'
19 giugno 2018

Cognome e nome ....

• Sia X una v. a. reale con densità uniforme in $[-1, 0]$. Sia $Y = -4X$. Determinare, per ogni t reale, $F_Y(t)$, con F_Y funzione di ripartizione di Y.

• Sia $A_\beta = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2+x_2^2-4x_1 = 0\} \cup \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1 = \beta\}$, con β in $\mathbf{R}$. Allora A_β è connesso per archi se e solo se
a. $\beta \geq 0$.
b. $\beta \geq 4$.
c. è connesso per archi qualunque sia β.
d. nessuna delle precedenti.

• Siano $f \in C^1(\mathbf{R}^2)$, $g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $g(t) = f(t^2, 2\sin(t))$. Supponiamo che 0 sia un punto di minimo relativo per g. Allora
a. $2D_1 f(0, 0) + D_2 f(0, 0) = 0$.
b. $D_1 f(0, 0) = 0$.
c. $D_2 f(0, 0) = 0$.
d. nessuna delle precedenti.

• Sia $F : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$, $F(x_1, x_2) = (ce^{x_1+4x_2^2}, x_2 e^{x_1+4x_2^2})$, con c reale tale che F è esatto. Sia poi U il potenziale di F tale che $U(0, 0) = 0$. Allora $U(1, 1) =$
a. $-\frac{e^5-1}{8}$.
b. $\frac{e^5+1}{8}$.
c. $\frac{e^5-1}{8}$.
d. nessuna delle precedenti.

Prova scritta di Analisi Matematica II
20 luglio 2018

Cognome e nome ....

• Determinare le eventuali soluzioni del problema

$$\begin{cases} x''(t) - 4x(t) = e^{-2t}, \\ x(0) = 0, \lim\limits_{t \to +\infty} x(t) = 0. \end{cases}$$

• Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 \le 9x_3^2, x_3 \ge 1\}$. Calcolare $\int_A \frac{e^{-3x_3}}{x_3} dx_1 dx_2 dx_3$.

Prova scritta di Complementi di Analisi Matematica e probabilita' 20 luglio 2018

Cognome e nome ....

- Determinare le eventuali soluzioni del problema

$$\begin{cases} x''(t) - 4x(t) = e^{-2t}, \\ x(0) = 0, \lim\limits_{t \to +\infty} x(t) = 0. \end{cases}$$

• Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 \leq 9x_3^2, x_3 \geq 1\}$. Calcolare $\int_A \frac{e^{-3x_3}}{x_3} dx_1 dx_2 dx_3$.

Prova scritta di Analisi Matematica II
20 luglio 2018

Cognome e nome ....

• Siano $F : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$, $F(x_1, x_2) = (\frac{x_2}{1+4x_1^2x_2^2}, \frac{x_1}{1+4x_1^2x_2^2})$. Verificare che F è esatto e determinarne un potenziale.

• Siano, per $\beta \in \mathbf{R}$, $A_\beta = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_2 \geq 2x_1^2 + \beta\}$, $B = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_2 \leq -|x_1|\}$. Alllora $A_\beta \cup B$ è connesso per archi se e solo se
a. $\beta > 0$.
b. $\beta \leq 2$.
c. $\beta \leq 0$.
d. nessuna delle precedenti.

• La serie $\sum_{n=1}^{\infty} [1 - \cos(n^{-3})] \frac{n^\beta}{1+n^3}$, con $\beta \in \mathbf{R}$, è convergente se e solo se
a. $\beta < 8$.
b. $\beta < 11$.
c. $\beta < 5$.
d. nessuna delle precedenti.

• Siano $f \in C^1(\mathbf{R}^2)$, $g : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, $g(x_1, x_2) = f(4^{x_1 x_2}, 4^{x_1 + x_2})$. Allora
a. $g(x_1, x_2) = f(1, 1) + D_2 f(1, 1) \ln(4)(x_1 + x_2) + r(x_1, x_2)$, con $r(x_1, x_2) = o((x_1^2 + x_2^2)^{1/2})$ $((x_1, x_2) \to (0, 0))$.
b. $g(x_1, x_2) = f(1, 1) + D_1 f(1, 1) \ln(4) x_1 + D_2 f(1, 1) \ln(4) x_2 + r(x_1, x_2)$, con $r(x_1, x_2) = o((x_1^2 + x_2^2)^{1/2})$ $((x_1, x_2) \to (0, 0))$.
c. $g(x_1, x_2) = f(1, 1) + 4D_1 f(1, 1) \ln(4) x_1 + 4D_2 f(1, 1) \ln(4) x_2 + r(x_1, x_2)$, con $r(x_1, x_2) = o((x_1^2 + x_2^2)^{1/2})$ $((x_1, x_2) \to (0, 0))$.
d. nessuna delle precedenti.

Prova scritta di Complementi di analisi matematica e probabilita'
20 luglio 2018

Cognome e nome ....

• Si estraggono senza reimbussolamento tre palline da un'urna che ne contiene cinque bianche e sei nere. Calcolare la probabilita' che le tre palline estratte abbiano lo stesso colore.

• Siano, per $\beta \in \mathbf{R}$, $A_\beta = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_2 \geq 2x_1^2+\beta\}$, $B = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_2 \leq -|x_1|\}$. Alllora $A_\beta \cup B$ è connesso per archi se e solo se
a. $\beta > 0$.
b. $\beta \leq 2$.
c. $\beta \leq 0$.
d. nessuna delle precedenti.

• Siano $F : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$, $F(x_1, x_2) = (\frac{x_2}{1+4x_1^2x_2^2}, \frac{x_1}{1+4x_1^2x_2^2})$ e U il potenziale di F tale che $U(0, 0) = 0$. Allora $U(1, 1) =$
a. $\frac{\pi}{4}$.
b. $\frac{\arctan(2)}{2}$.
c. $\arctan(2)$.
d. nessuna delle precedenti.

• Siano $f \in C^1(\mathbf{R}^2)$, $g : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, $g(x_1, x_2) = f(4^{x_1x_2}, 4^{x_1+x_2})$. Allora
a. $g(x_1, x_2) = f(1, 1) + D_2f(1, 1)\ln(4)(x_1 + x_2) + r(x_1, x_2)$, con $r(x_1, x_2) = o((x_1^2 + x_2^2)^{1/2})$ $((x_1, x_2) \to (0, 0))$.
b. $g(x_1, x_2) = f(1, 1) + D_1f(1, 1)\ln(4)x_1 + D_2f(1, 1)\ln(4)x_2 + r(x_1, x_2)$, con $r(x_1, x_2) = o((x_1^2 + x_2^2)^{1/2})$ $((x_1, x_2) \to (0, 0))$.
c. $g(x_1, x_2) = f(1, 1) + 4D_1f(1, 1)\ln(4)x_1 + 4D_2f(1, 1)\ln(4)x_2 + r(x_1, x_2)$, con $r(x_1, x_2) = o((x_1^2 + x_2^2)^{1/2})$ $((x_1, x_2) \to (0, 0))$.
d. nessuna delle precedenti.

Prova scritta di Analisi Matematica II
3 settembre 2018

Cognome e nome ....

• Determinare, specificandone il dominio, la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x''(t) = -2x'(t)^2, \\ x(0) = 0, x'(0) = 2 \end{cases}$$

• Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 \geq 9\}$. Calcolare $\int_A e^{-\max\{36, x_1^2+x_2^2\}} dx_1 dx_2$.

Elementi di analisi matematica e probabilita' II
3 settembre 2018

Cognome e nome ....

• Determinare, specificandone il dominio, la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x''(t) = -2x'(t)^2, \\ x(0) = 0, x'(0) = 2 \end{cases}$$

• Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 \geq 9\}$. Calcolare $\int_A e^{-\max\{36, x_1^2+x_2^2\}} dx_1 dx_2$.

Prova scritta di Analisi Matematica II
3 settembre 2018

Cognome e nome ....

• Siano $F : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$, $F(x_1, x_2) = (\frac{x_1}{x_1^2+x_2^2+2}, \frac{x_2}{x_1^2+x_2^2+2})$. Verificare che F è esatto. Dato poi il potenziale U di F tale che $U(0,0) = 0$, determinare $U(1,1)$.

• Sia A l'insieme dei reali tali che la serie $\sum_{n=1}^{\infty}[\sin(3x)]^n$ è convergente. Allora $\mathbf{R} \setminus A =$
a. $\{\frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3} : k \in \mathbf{Z}\}$.
b. $\{\frac{k\pi}{3} : k \in \mathbf{Z}\}$.
c. $\{\frac{\pi}{3} + k\pi : k \in \mathbf{Z}\}$.
d. nessuna delle precedenti.

• Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 \setminus \{(0,0)\} : \cos(\frac{4}{x_1^2+x_2^2}) = 0\}$. Allora
a. $(0,0) \in Fr(A) \setminus D(A)$.
b. $(0,0) \in D(A) \setminus Fr(A)$.
c. $(0,0) \in D(A) \cap Fr(A)$.
d. nessuna delle precedenti.

• Siano $f \in C^2(\mathbf{R}^2)$, $g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $g(x) = f(2x, \cos(x))$. Allora $g''(0) =$
a. $4D_{11}f(0,1) - D_2f(0,1)$.
b. $2D_{11}f(0,1) - D_2f(0,1)$.
c. $2D_{11}f(0,1) + D_2f(0,1)$.
d. nessuna delle precedenti.

Elementi di analisi matematica e probabilita' II
3 settembre 2018

Cognome e nome ....

• Siano X una v.a.r. con densità uniforme in $[0, 1]$ e $Y = X^2 + 2$. Determinare la funzione di ripartizione di Y.

• Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 \setminus \{(0,0)\} : \cos(\frac{3}{x_1^2+x_2^2}) = 0\}$. Allora
a. $(0,0) \in Fr(A) \setminus D(A)$.
b. $(0,0) \in D(A) \setminus Fr(A)$.
c. $(0,0) \in D(A) \cap Fr(A)$.
d. nessuna delle precedenti.

• Siano $f \in C^2(\mathbf{R}^2)$, $g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $g(x) = f(2x, \cos(x))$. Allora $g''(0) =$
a. $4D_{11}f(0,1) - D_2f(0,1)$.
b. $2D_{11}f(0,1) - D_2f(0,1)$.
c. $2D_{11}f(0,1) + D_2f(0,1)$.
d. nessuna delle precedenti.

• Sia $f \in C^1(\mathbf{R})$ tale che il campo vettoriale $F : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$, $F(x_1, x_2) = (x_1 + f(x_2), x_2 + f(x_2))$ è esatto. Sia poi $f(0) = 3$. Allora $f(1) =$
a. 3.
b. 6.
c. -3.
d. nessuna delle precedenti.

Elementi di analisi matematica e probabilita' II
8 gennaio 2019

Cognome e nome ....

- Determinare le eventuali soluzioni del problema

$$\begin{cases} x'(t) = \frac{x(t)}{2+t} + \frac{1}{2+t}, \quad t > -2, \\ \lim\limits_{t \to +\infty} x(t) = -1. \end{cases}$$

- Sia $A = \{x \in \mathbf{R}^3 : \|x\| \leq 3\}$. Calcolare $\int_A \sin(\|x\|) dx$.

Elementi di analisi matematica e probabilita' II
8 gennaio 2019

Cognome e nome ....

• Sia X una variabile aleatoria reale con densità $f(t) = ct^2$ se $t \in [0, 1]$, $f(t) = 0$ altrimenti ($c \in \mathbf{R}$). Determinarne la varianza.

• Sia, per $r \in \mathbf{R}^+$, $A_r = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : (x_1+2)^2+x_2^2 \leq r^2\} \cup \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : (x_1 - 2)^2 + x_2^2 \leq 1\}$. Allora A_r è connesso per archi se e solo se
a. $r \geq \frac{9}{2}$.
b. $r \geq 3$.
c. $r \geq 6$.
d. nessuna delle precedenti.

• Siano $f \in C^1(\mathbf{R}^2)$ e $g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $g(x) = f(3^x, x)$. Allora
a. $g(x) = f(1,0) + [D_1 f(1,0) + D_2 f(1,0)]x + o(x)$ $(x \to 0)$.
b. $g(x) = f(1,0) + [D_1 f(1,0) \ln(6) + D_2 f(1,0)]x + o(x)$ $(x \to 0)$.
c. $g(x) = f(1,0) + [D_1 f(1,0) \ln(3) + D_2 f(1,0)]x + o(x)$ $(x \to 0)$.
d. nessuna delle precedenti.

• Sia $F : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$, $F(x_1, x_2) = (4^{x_1 - x_2^2}, -2 \cdot 4^{x_1 - x_2^2} x_2)$ e sia U il potenziale di F tale che $U(0,0) = 0$. Allora $U(1,1) =$
a. 4.
b. 0.
c. -4.
d. nessuna delle precedenti.

Elementi di analisi matematica e probabilita' II
24 gennaio 2019

Cognome e nome ....

Determinare, specificandone il dominio, la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = t(x(t)+1)^2, \\ \\ x(0) = 2. \end{cases}$$

Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_2 \geq 0, |x_1| \leq 3x_2\}$. Calcolare $\int_A e^{-|x_1|-x_2} dx_1 dx_2$.

Elementi di analisi matematica e probabilita' II
24 gennaio 2019

Cognome e nome ....

Disponiamo di due monete, una delle quali è perfettamente bilanciata, la seconda è invece tale che la probabilità di ottenere "testa" in ciascun lancio è $\frac{3}{4}$. Supponiamo di sceglierne una a caso (con la stessa probabilità di essere scelta per entrambe), lanciarla quattro volte e ottenere due volte testa. Calcolare la probabilità di aver scelto la moneta bilanciata.

• Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : \sin(4(x_1^2 + x_2^2)) = 0\}$. Allora
a. $(0, 0) \in D(A) \cap Fr(A)$.
b. $(0, 0) \in D(A) \setminus Fr(A)$.
c. $(0, 0) \in Fr(A) \setminus D(A)$.
d. nessuna delle precedenti.

• Sia $f : \mathbf{R}^+ \times \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = (2x_1)^{x_2}$. Allora
a. $f(x_1, x_2) = 1+\ln(2)x_2+(x_1-1)x_2+\frac{\ln^2(2)}{2}x_2^2+o((x_1-1)^2+x_2^2)$ $((x_1, x_2) \to (1, 0))$.
b. $f(x_1, x_2) = 1 + \ln(2)x_2 + (x_1 - 1)x_2 + \frac{1}{2}x_2^2 + o((x_1 - 1)^2 + x_2^2)$ $((x_1, x_2) \to (1, 0))$.
c. $f(x_1, x_2) = 1 + \ln(2)x_2 + \frac{1}{2}(x_1 - 1)x_2 + \frac{\ln^2(2)}{2}x_2^2 + o((x_1 - 1)^2 + x_2^2)$ $((x_1, x_2) \to (1, 0))$.
d. nessuna delle precedenti.

• Sia $f \in C^1(\mathbf{R})$ tale che $F : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$, $F(x_1, x_2) = (f(x_1)e^{x_2}, 3x_2)$ è un campo vettoriale esatto e sia U il potenziale di F tale che $U(0, 0) = 0$. Allora $U(0, 1) =$
a. 3.
b. $\frac{3}{2}$.
c. $\frac{3}{4}$.
d. nessuna delle precedenti.

Elementi di analisi matematica e probabilita' II
5 febbraio 2019

Cognome e nome ....

Determinare la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x''(t) = x(t) + e^t, \\ \\ x(0) = 2, \quad x'(0) = 0. \end{cases}$$

Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + \frac{x_2^2}{9} \leq x_3 \leq 1$. Calcolare $\int_A x_3 dx_1 dx_2 dx_3$.

Elementi di analisi matematica e probabilita' II
5 febbraio 2019

Cognome e nome ....

• L'autobus A si guasta almeno una volta in un anno con probabilità $\frac{1}{5}$, l'autobus B con probabilità $\frac{1}{2}$. Supponiamo che i guasti ai due autobus accadano indipendentemente. Calcolare la probabilità che nel corso di un anno almeno uno dei due autobus si guasti almeno una volta.

• Siano $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1 + x_2 \in \mathbf{Z}\}$ ($\mathbf{Z}$ = insieme degli interi) e $B = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1 = 2\}$. Allora
a. $A \cap B$ è connesso per archi.
b. $A \cap B$ è limitato.
c. $(2, 0) \in D(A \cap B)$.
d. nessuna delle precedenti.

• Sia $f : \mathbf{R}^+ \times \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = x_1^{3x_2}$. Sia poi A l'insieme dei punti critici di f. Allora:
a. $A = \emptyset$.
b. A ha un unico elemento (a, b) e $D_{12}f(a, b) = 6$.
c. A ha un unico elemento (a, b) e $D_{12}f(a, b) = 3$.
d. nessuna delle precedenti.

• Siano $F : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$, $F(x_1, x_2) = (\cos(4x_1x_2)x_2, cos(4x_1x_2)x_1)$ e sia U il potenziale di F tale che $U(0, 0) = 4$. Allora $U(1, 1) =$
a. b. $-\frac{\sin(4)}{4} + 4$.
b. $\frac{\sin(4)}{4} + 4$.
c. $\frac{\cos(4)}{4} + 4$.
d. nessuna delle precedenti.

Analisi matematica T2
18 giugno 2019

Cognome e nome ....

• Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 \leq x_3^2, 0 < x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \leq 4\}$. Calcolare $\int_A \frac{\sin(\|x\|)}{\|x\|} dx$. Il procedimento deve essere chiaro.

• Determinare (specificandone il dominio) la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = \frac{x(t)^2}{t^3}, \\ x(1) = 3. \end{cases}$$

Analisi matematica T2
18 giugno 2019

Cognome e nome ....

• Siano $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 \leq 4\}$, $f : A \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = x_1 x_2^2$. Determinare $f(A)$ (Il procedimento deve essere chiaro).

• Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)^2 - 3(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2) > -2\}$. Allora
a. A non è né connesso per archi, né limitato.
b. A è connesso per archi, ma non limitato.
c. A non è connesso per archi, ma è limitato.
d. nessuna delle precedenti.

• La serie $\sum_{n=1}^{\infty} |1 - \cos(\frac{1}{n}) - \frac{1}{2n^2}|^\alpha n^3$, con $\alpha \in \mathbf{R}^+$, è convergente se e solo se
a. $\alpha > \frac{5}{4}$.
b. $\alpha > \frac{3}{4}$.
c. $\alpha > 1$.
d. nessuna delle precedenti.

• Siano $f \in C^2(\mathbf{R}^3)$ e $g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $g(t) = f(t, t, 4t^2)$. Allora $g''(0) =$
a. $2D_{11}f(0,0) + 2D_{12}f(0,0) + D_{22}f(0,0) + 8D_3f(0,0,0)$.
b. $D_{11}f(0,0) + 2D_{12}f(0,0) + D_{22}f(0,0) + 8D_3f(0,0,0)$.
c. $D_{11}f(0,0) + D_{12}f(0,0) + D_{22}f(0,0) + 8D_3f(0,0,0)$.
d. nessuna delle precedenti.

Analisi matematica T2
19 luglio 2019

Cognome e nome ....

• Calcolare $L_3(A)$, con $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + 4x_2^2 \leq |x_3|^{3/2}, |x_3| \leq 1\}$.

• Determinare, specificandone il dominio, la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x''(t) = x(t)^3, \\ x(0) = 3, x'(0) = -\frac{9}{\sqrt{2}}. \end{cases}$$

Analisi matematica T2
19 luglio 2019

Cognome e nome ....

• Siano $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 = 1, |x_2| \geq \frac{1}{2}\}$, $f : A \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = x_1 + 2x_2$. Determinare $f(A)$.

• Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{Q} \times \mathbf{Q} : x_1^2 + x_2^2 \leq 9\}$ ($\mathbf{Q}$ = insieme dei razionali). Allora:
a. $Fr(A) = A$.
b. $Fr(A) = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R} \times \mathbf{R} : x_1^2 + x_2^2 \leq 9\}$.
c. $Fr(A) = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{Q} \times \mathbf{Q} : x_1^2 + x_2^2 = 9\}$.
d. nessuna delle precedenti.

• Siano $g \in C^1(\mathbf{R}^2)$ e $f(x_1, x_2) = g(\frac{x_1}{x_2}, \frac{x_2}{4x_1})$. Allora
a. $(1,1)$ è un punto critico per f se e solo se $D_2g(1, \frac{1}{4}) = 8D_1g(1, \frac{1}{4})$.
b. $(1,1)$ è un punto critico per f se e solo se $D_2g(1, \frac{1}{4}) = 4D_1g(1, \frac{1}{4})$.
c. $(1,1)$ è un punto critico per f se e solo se $4D_2g(1, \frac{1}{4}) = D_1g(1, \frac{1}{4})$.
d. nessuna delle precedenti.

• $\lim\limits_{x \to 0^+} x^{-1} \sum_{n=1}^{\infty} (\frac{x}{1+2x})^n$
a. $= \frac{1}{2}$.
b. $= 2$.
c. $= 1$.
d. nessuna delle precedenti.

Analisi matematica T2
11 settembre 2019

Cognome e nome ....

• Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1 \geq 0, |x_2| \leq x_1\}$. Calcolare $\int_A min\{2x_2, x_1\}e^{-2x_1}dx_1dx_2$.

• Determinare, specificandone il dominio, la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = e^{-\frac{x(t)}{t}} + \frac{x(t)}{t}, \\ x(1) = 3. \end{cases}$$

Analisi matematica T2
11 settembre 2019

Cognome e nome ....

• Siano $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + 4x_2^2 \leq 1\}$, $f : A \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = x_1 - x_2$. Determinare $f(A)$.

• Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : \frac{1}{2(x_1^2+x_2^2)} \in \mathbf{N}\}$. Allora
a. A non è limitato.
b. $(0,0) \in D(A) \setminus Fr(A)$.
c. $(0,0) \in D(A) \cap Fr(A)$.
d. nessuna delle precedenti.

• $\frac{x_1}{3x_2} =$
a. $\frac{1}{3} + \frac{x_1-1}{3} - \frac{x_2-1}{3} - \frac{(x_1-1)(x_2-1)}{3} + \frac{1}{3}(x_2-1)^2 + o((x_1-1)^2 + (x_2-1)^2)$ $((x_1, x_2) \to (1,1))$.
b. $\frac{1}{3} + \frac{x_1-1}{3} - \frac{x_2-1}{3} - \frac{2(x_1-1)(x_2-1)}{3} + \frac{1}{3}(x_2-1)^2 + o((x_1-1)^2 + (x_2-1)^2)$ $((x_1, x_2) \to (1,1))$.
c. $\frac{1}{3} + \frac{x_1-1}{3} - \frac{x_2-1}{3} + (x_1-1)^2 - \frac{2(x_1-1)(x_2-1)}{3} + \frac{1}{3}(x_2-1)^2 + o((x_1-1)^2 + (x_2-1)^2)$ $((x_1, x_2) \to (1,1))$.
d. nessuna delle precedenti.

• Sia, per $n \in \mathbf{N}$, $f_n : [0, +\infty[\to \mathbf{R}$, $f_n(x) = (\frac{4x}{n})^n$. Allora
a. $(f_n)_{n \in \mathbf{N}}$ converge uniformemente su $[0, +\infty[$.
b. $(f_n)_{n \in \mathbf{N}}$ converge uniformemente su $[0, a]$ per ogni $a \in \mathbf{R}^+$, non converge uniformemente su $[0, +\infty[$.
c. $(f_n)_{n \in \mathbf{N}}$ converge uniformemente su $[0, a]$ per ogni $a \in [0, \frac{1}{4}[$, non converge uniformemente su $[0, a]$ se $a \geq \frac{1}{4}$.
d. nessuna delle precedenti.

Analisi matematica T2
7 gennaio 2020

Cognome e nome ....

• Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : 0 < x_1^2 + 4x_2^2 + x_3^2 \leq 1\}$ Calcolare $\int_A \frac{x_1^2+4x_2^2}{(x_1^2+4x_2^2+x_3^2)^{1/2}} dx_1 dx_2 dx_3$.

• Determinare, specificandone il dominio, la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x''(t) = 3x'(t)^2 \\ x(0) = 0, x'(0) = 1. \end{cases}$$

Analisi matematica T2
7 gennaio 2020

Cognome e nome ....

• Siano $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 - 4x_1 + 3 \leq 0\}$, $f : A \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = x_1 - x_2$. Determinare $f(A)$.

•. Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : e^{9x_1^2} \leq e^{4x_2^2}\}$. Allora
a. A è connesso per archi, ma non limitato.
b. A non è connesso per archi, ma è limitato.
c. A è connesso per archi e limitato.
d. nessuna delle precedenti.

• Sia, per $n \in \mathbf{N}$, $f_n : [0, +\infty[\to \mathbf{R}$, $f_n(x) = \frac{nx}{(n+3x)^2}$. Allora
a. $(f_n)_{n \in \mathbf{N}}$ converge uniformemente in $[0, +\infty[$.
b. $(f_n)_{n \in \mathbf{N}}$ converge uniformemente in $[0, a]$ $\forall a \in \mathbf{R}^+$, ma non in $[0, +\infty[$.
c. $(f_n)_{n \in \mathbf{N}}$ converge uniformemente in $[a, +\infty[$ $\forall a \in \mathbf{R}^+$, ma non in $[0, +\infty[$.
d. nessuna delle precedenti.

• Siano $f \in C^2(\mathbf{R}^2)$, $g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $g(x) = f(\cos(2x), \sin(2x))$. Allora $g''(0) =$
a. $4[D_2 f(1,0) + D_{11} f(1,0)]$.
b. $4[D_{22} f(1,0) + D_1 f(1,0)]$.
c. $4[D_{22} f(1,0) - D_1 f(1,0)]$.
d. nessuna delle precedenti.

Analisi matematica II
7 gennaio 2020

Cognome e nome ....

• Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : 0 < x_1^2 + 4x_2^2 + x_3^2 \leq 1\}$ Calcolare $\int_A \frac{x_1^2+4x_2^2}{(x_1^2+4x_2^2+x_3^2)^{1/2}} dx_1 dx_2 dx_3$.

- Determinare le eventuali soluzioni di

$$x''(t) + \frac{1}{t}x'(t) = \frac{3}{t} \quad (t \in \mathbf{R}^+)$$

che tendono a 0 per $t \to +\infty$.

Analisi matematica II
7 gennaio 2020

Cognome e nome ....

• Sia, per $\gamma \in \mathbf{R}$, $F : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$, $F(x_1, x_2) = (2x_1 + x_2, \gamma x_1 - x_2)$. Determinare gli eventuali γ tali che F è esatto. Per ciascuno di essi, dato il potenziale U tale che $U(0,0) = \frac{1}{2}$, calcolare $U(1,1)$.

•. Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : e^{9x_1^2} \leq e^{4x_2^2}\}$. Allora
a. A è connesso per archi, ma non limitato.
b. A non è connesso per archi, ma è limitato.
c. A è connesso per archi e limitato.
d. nessuna delle precedenti.

• La serie $\sum_{n=1}^{\infty}(e^{\frac{2}{n}} - 1 - \frac{2}{n})n^{\beta}$ $(\beta \in \mathbf{R})$ converge se e solo se
a. $\beta < 2$.
b. $\beta < 1$.
c. $\beta \leq 1$.
d. nessuna delle precedenti.

• Siano $f \in C^2(\mathbf{R}^2)$, $g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $g(x) = f(\cos(2x), \sin(2x))$. Allora $g''(0) =$
a. $4[D_2 f(1,0) + D_{11} f(1,0)]$.
b. $4[D_{22} f(1,0) + D_1 f(1,0)]$.
c. $4[D_{22} f(1,0) - D_1 f(1,0)]$.
d. nessuna delle precedenti.

Analisi matematica II
20 gennaio 2020

Cognome e nome ....

• Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_2 \geq 0, |x_1| \leq x_2\}$ Calcolare $\int_A e^{-2(x_1^2+x_2^2)} dx_1 dx_2$.

• Determinare, specificandone il dominio, la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = (1 + \frac{x(t)}{t})^3 + \frac{x(t)}{t} \\ x(1) = 3. \end{cases}$$

Analisi matematica II
20 gennaio 2020

Cognome e nome ....

• Sia $F : \mathbf{R}^2 \setminus \{0\} \to \mathbf{R}^2$, $F(x) = \|x\|^{-3}x$. Verificare che F è esatto e determinare $U(1,1)$, con U potenziale di F tale che $U(1,0) = 0$.

- $\lim_{x\to 0^+} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(3x)^n}{x} =$

a. 6.
b. 3.
c. 0.
d. nessuna delle precedenti.

- Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : \sin(2(x_1 - x_2)) = 0\}$. Allora

a. A è limitato e connesso per archi.
b. A non è limitato, ma è connesso per archi.
c. A è limitato, ma non connesso per archi.
d. nessuna delle precedenti.

- Siano $f \in C^1(\mathbf{R}; \mathbf{R}^2)$, $f(x) \neq 0$ $\forall x \in \mathbf{R}$ e sia $g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $g(x) = \|f(x)\|$, con $\|\cdot\|$ norma euclidea in $\mathbf{R}^2$. Allora $g'(x) =$

a. $\frac{f(x)\cdot f'(x)}{\|f(x)\|}$.
b. $-\frac{f(x)\cdot f'(x)}{\|f(x)\|}$.
c. $\frac{\|f'(x)\|}{\|f(x)\|}$.
d. nessuna delle precedenti.

Analisi matematica T2
20 gennaio 2020

Cognome e nome ....

• Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_2 \geq 0, |x_1| \leq x_2\}$ Calcolare $\int_A e^{-2(x_1^2+x_2^2)} dx_1 dx_2$.

• Determinare, specificandone il dominio, la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = (1 + \frac{x(t)}{t})^3 + \frac{x(t)}{t} \\ x(1) = 3. \end{cases}$$

Analisi matematica T2
20 gennaio 2020

Cognome e nome ....

• Siano $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 1, x_3 = \frac{1}{2}\}$, $f : A \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2, x_3) = x_1 + x_2 - x_3$. Determinare $f(A)$.

- $\lim\limits_{x\to 0^+} \sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sin(3x)^n}{x} =$

a. 6.
b. 3.
c. 0.
d. nessuna delle precedenti.

- Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : \sin(2(x_1 - x_2)) = 0\}$. Allora

a. A è limitato e connesso per archi.
b. A non è limitato, ma è connesso per archi.
c. A è limitato, ma non connesso per archi.
d. nessuna delle precedenti.

- Siano $f \in C^1(\mathbf{R}; \mathbf{R}^2)$, $f(x) \neq 0$ $\forall x \in \mathbf{R}$ e sia $g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $g(x) = \|f(x)\|$, con $\|\cdot\|$ norma euclidea in $\mathbf{R}^2$. Allora $g'(x) =$

a. $\frac{f(x)\cdot f'(x)}{\|f(x)\|}$.
b. $-\frac{f(x)\cdot f'(x)}{\|f(x)\|}$.
c. $\frac{\|f'(x)\|}{\|f(x)\|}$.
d. nessuna delle precedenti.

Analisi matematica II
4 febbraio 2020

Cognome e nome ....

• Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_3 \geq 0, x_1^2 + 4x_2^2 + x_3^2 \leq 4, x_1^2 + 4x_2^2 \leq 1\}$. Calcolare $L_3(A)$.

• Determinare la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x''(t) + 9x(t) = \sin(3t), \\ x(0) = x'(0) = 0. \end{cases}$$

Analisi matematica II
4 febbraio 2020

Cognome e nome ....

• Determinare per quali x reali la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x)^n}{n}$ è assolutamente convergente e per quali è convergente. Motivare la risposta.

• Sia $A = \{(x_1, \frac{\sin(3x_1)}{x_1}) : x_1 \in \mathbf{R} \setminus \{0\}\}$. Allora
a. A è limitato.
b. $A \cap \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : |x_1| \leq 1\}$ non è limitato.
c. $D(A) \cap \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1 = 0\} = \emptyset$.
d. nessuna delle precedenti.

• Sia $f : \mathbf{R}^2 \setminus \{(0,0\} \to \mathbf{R}$, $f(x) = \|x\|^{1/2}$. Allora $\{x \in \mathbf{R}^2 \setminus \{(0,0)\} : \|\nabla f(x)\| = 1\}$ coincide con
a. $\{x \in \mathbf{R}^2 : \|x\| = \frac{1}{4}\}$.
b. $\{x \in \mathbf{R}^2 : \|x\| = \frac{1}{2}\}$.
c. $\{x \in \mathbf{R}^2 : \|x\| = 2\}$.
d. nessuna delle precedenti.

• Siano $F : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$, $F(x_1, x_2) = (\frac{x_2}{1+x_1^2 x_2^2}, \frac{x_1}{1+x_1^2 x_2^2})$ e U il potenziale di F tale che $U(0,0) = 0$. Allora $U(3,1) =$
a. $\frac{\pi}{2}$.
b. $\arctan(6)$.
c. $\arctan(3)$.
d. nessuna delle precedenti.

Analisi matematica T2
4 febbraio 2020

Cognome e nome ....

• Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_3 \geq 0, x_1^2 + 9x_2^2 + x_3^2 \leq 9, x_1^2 + 9x_2^2 \leq 1\}$. Calcolare $L_3(A)$.

• Determinare (specificandone il dominio) la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x''(t) = \frac{1}{x'(t)} \\ x(0) = 0, x'(0) = -2. \end{cases}$$

Analisi matematica T2
4 febbraio 2020

Cognome e nome ....

• Siano $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 4,\ x_3^2 = 1,\ f : A \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2, x_3) = x_3^2 - x_1$. Determinare $f(A)$.

• Sia $A = \{(x_1, \frac{\sin(3x_1)}{x_1}) : x_1 \in \mathbf{R} \setminus \{0\}\}$. Allora
a. A è limitato.
b. $A \cap \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : |x_1| \leq 1\}$ non è limitato.
c. $D(A) \cap \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1 = 0\} = \emptyset$.
d. nessuna delle precedenti.

• Sia $f : \mathbf{R}^2 \setminus \{(0,0\} \to \mathbf{R}$, $f(x) = \|x\|^{1/2}$. Allora $\{x \in \mathbf{R}^2 \setminus \{(0,0)\} : \|\nabla f(x)\| = 1\}$ coincide con
a. $\{x \in \mathbf{R}^2 : \|x\| = \frac{1}{2}\}$.
b. $\{x \in \mathbf{R}^2 : \|x\| = \frac{1}{4}\}$.
c. $\{x \in \mathbf{R}^2 : \|x\| = 2\sqrt{2}\}$.
d. nessuna delle precedenti.

• Sia, per $n \in \mathbf{N}$, $f_n : [0, +\infty[\to \mathbf{R}$, $f_n(x) = \frac{x+3n}{x+n}$. Allora
a. $(f_n)_{n \in \mathbf{N}}$ converge uniformemente in $[0, +\infty[$.
b. $(f_n)_{n \in \mathbf{N}}$ converge uniformemente in $[0, a]$ $\forall a \in \mathbf{R}^+$, non converge uniformemente in $[0, +\infty[$.
c. $(f_n)_{n \in \mathbf{N}}$ converge uniformemente in $[a, +\infty[$ $\forall a \in \mathbf{R}^+$, non converge uniformemente in $[0, +\infty[$.
d. nessuna delle precedenti.

PROVA ON LINE 5 GIUGNO 2020
ANALISI MATEMATICA T2
INGEGNERIA INFORMATICA

Prova 0

1. Sia $A := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : 0 < x_1^2 + x_2^2 \leq 4\}$. Allora
a. $(0, 0, 0)$ non appartiene né a $D(A)$, né a $Fr(A)$.
b. $(0, 0, 0) \in D(A) \setminus Fr(A)$.
c. $(0, 0, 0) \in Fr(A) \setminus D(A)$.
d. $(0, 0, 0) \in D(A) \cap Fr(A)$.

2. Siano $g \in C^2(\mathbf{R}^2)$, $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, $f(\rho, \theta) := g(3\rho\cos(\theta), \rho\sin(\theta))$. Allora $\frac{\partial^2 f}{\partial \rho^2}(0, 0) =$
a. $9\frac{\partial^2 g}{\partial x_1^2}(0, 0) + \frac{\partial^2 g}{\partial x_1 \partial x_2}(0, 0)$.
b. $9\frac{\partial^2 g}{\partial x_1^2}(0, 0)$.
c. $9\frac{\partial^2 g}{\partial x_1^2}(0, 0) - \frac{\partial^2 g}{\partial x_1 \partial x_2}(0, 0)$.
d. $\frac{\partial^2 g}{\partial x_2^2}(0, 0) + 9\frac{\partial^2 g}{\partial x_1^2}(0, 0) - \frac{\partial^2 g}{\partial x_1 \partial x_2}(0, 0)$.

3. Sia $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = \sin(4x_1 + x_2)$. Allora
a. $f(x_1, x_2) = 4(x_1 - \pi) + x_2 + r(x_1, x_2)$, con $\lim\limits_{(x_1,x_2)\to(\pi,0)} \frac{r(x_1,x_2)}{(x_1-\pi)^2+x_2^2} = 0$.
b. $f(x_1, x_2) = 4(x_1-\pi)+x_2+2(x_1-\pi)^2+r(x_1, x_2)$, con $\lim\limits_{(x_1,x_2)\to(\pi,0)} \frac{r(x_1,x_2)}{(x_1-\pi)^2+x_2^2} = 0$.
c. $f(x_1, x_2) = 4(x_1 - \pi) + x_2 + 2(x_1 - \pi)^2 - 2(x_1 - \pi)x_2 + r(x_1, x_2)$, con $\lim\limits_{(x_1,x_2)\to(\pi,0)} \frac{r(x_1,x_2)}{(x_1-\pi)^2+x_2^2} = 0$.
d. $f(x_1, x_2) = 4(x_1-\pi)+2(x_1-\pi)^2+r(x_1, x_2)$, con $\lim\limits_{(x_1,x_2)\to(\pi,0)} \frac{r(x_1,x_2)}{(x_1-\pi)^2+x_2^2} = 0$.

4. Dato $x \geq 0$, la serie $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{3n^2+1}$ converge se e solo se
a. $x \leq 1$;
b. $x < 1$;
c. $x \leq 3$;
d. $x < 3$.

5. Sia x la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = -x(t)^2, \\ x(0) = 3. \end{cases}$$

Allora:
a. $\lim\limits_{t \to +\infty} x(t) = 3$.
b. $\lim\limits_{t \to +\infty} x(t) = 1$.
c. $\lim\limits_{t \to +\infty} x(t) = 0$.
d. $\lim\limits_{t \to +\infty} x(t) = +\infty$.

6. Sia $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 \leq 16, 0 \leq x_2 \leq x_1\}$. Allora $\int_A \sin(\|x\|)dx =$
a. $\frac{\pi[\sin(4) - \cos(4)]}{4}$
b. $\frac{\pi[\sin(4) - 2\cos(4)]}{4}$
c. $\frac{\pi[\sin(4) - 4\cos(4)]}{4}$.
d. $\frac{\pi[\sin(4) - 4\cos(4)]}{2}$.

7. Sia $A := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 \leq e^{x_3}, 0 \leq x_3 \leq 2\}$. Allora $L_3(A) =$
a. $2\pi(e^2 - 1)$.
b. $\pi(e^2 - 1)$.
c. $\pi(e^2 + 1)$.
d. πe^2.

8. Siano $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_1 + x_2 \leq 3\}$, $f : A \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = x_1 x_2$. Allora
a. $\min\limits_A f = \frac{1}{4}$.
b. $\min\limits_A f = \frac{9}{4}$.
c. $\max\limits_A f = \frac{9}{4}$.
d. $\max\limits_A f = \frac{3}{4}$.

Prova 1

1. Sia $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : \max\{|x_1|, |x_2|\} \leq 2, x_1 \neq 0\}$. Allora
a. $(0,0) \in Fr(A) \setminus D(A)$.
b. $(0,0) \in A \setminus \mathring{A}$.
c. $(0,0) \in D(A) \setminus \mathring{A}$.
d. $(0,0) \in D(A) \setminus Fr(A)$.

2. Sia $f : \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1 > 0\} \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = (x_1^{x_2}, \sin(3x_2))$. Allora $det(J_f(x_1, x_2)) = 0$ se e solo se
a. $x_2 = 0$, $x_1 \in \{\frac{1}{3}(\frac{\pi}{2} + k\pi) : k \in \mathbf{Z}\}$.
b. $x_2 \in \{\frac{1}{3}(\frac{\pi}{2} + k\pi) : k \in \mathbf{Z}\}$.
c. $x_2 \in \{0\} \cup \{\frac{1}{3}(\frac{\pi}{2} + k\pi) : k \in \mathbf{Z}\}$.
d. $x_2 \in \{\frac{1}{6}(\frac{\pi}{2} + k\pi) : k \in \mathbf{Z}\}$.

3. $\ln(\sin(x_1 + x_2)) =$
a. $\frac{(x_1 - \frac{\pi}{2})^2}{2} - (x_1 - \frac{\pi}{2})x_2 + \frac{x_2^2}{2} + r(x_1, x_2)$, con $\lim\limits_{(x_1,x_2)\to(\frac{\pi}{2},0)} \frac{r(x_1,x_2)}{x_1^2+x_2^2} = 0$.
b. $-\frac{(x_1 - \frac{\pi}{2})^2}{2} - (x_1 - \frac{\pi}{2})x_2 - \frac{x_2^2}{2} + r(x_1, x_2)$, con $\lim\limits_{(x_1,x_2)\to(\frac{\pi}{2},0)} \frac{r(x_1,x_2)}{x_1^2+x_2^2} = 0$.
c. $-\frac{(x_1 - \frac{\pi}{2})^2}{2} + (x_1 - \frac{\pi}{2})x_2 - \frac{x_2^2}{2} + r(x_1, x_2)$, con $\lim\limits_{(x_1,x_2)\to(\frac{\pi}{2},0)} \frac{r(x_1,x_2)}{x_1^2+x_2^2} = 0$.
d. $\frac{(x_1 - \frac{\pi}{2})^2}{2} + (x_1 - \frac{\pi}{2})x_2 - \frac{x_2^2}{2} + r(x_1, x_2)$, con $\lim\limits_{(x_1,x_2)\to(\frac{\pi}{2},0)} \frac{r(x_1,x_2)}{x_1^2+x_2^2} = 0$.

4. Siano $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : 4 \leq x_1^2 + x_2^2 \leq 16\}$, $f : A \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = x_1^2 + x_1 + x_2^2$. Allora
a. $\max\limits_A f = 12$.
b. $\max\limits_A f = 20$.
c. $\min\limits_A f = 6$.
d. $\min\limits_A f = 1$.

5. Sia x la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = \frac{3t}{1+\tan^2(x(t))}, \\ x(0) = 0. \end{cases}$$

Allora
a. $\lim\limits_{t\to+\infty} x(t) = \frac{\pi}{2}$.
b. $\lim\limits_{t\to-\infty} x(t) = -\frac{\pi}{2}$.

c. $x(\frac{2}{\pi}) = 0$.
d. $x(\frac{2}{\pi}) = \pi$.

6. Sia $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : 1 \leq x_1^2 + x_2^2 \leq 4, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0\}$. Allora $\int_A x_1 x_2 dx_1 dx_2 =$
a. $\frac{15}{32}$.
b. $\frac{15}{16}$.
c. $\frac{15}{8}$.
d. $\frac{15}{4}$.

7. Sia $A := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 \leq x_3^2, 0 \leq x_3 \leq 3\}$. Allora $\int_A x_3 dx_1 dx_2 dx_3 =$
a. $\frac{81\pi}{16}$.
b. $\frac{81\pi}{8}$.
c. $\frac{81\pi}{4}$.
d. $\frac{81\pi}{2}$.

8. La serie $\sum_{n=1}^{\infty} [\tan(n^{-2}) - n^{-2}]^{\beta}$ $(\beta \in \mathbf{R})$ converge se e solo se
a. $\beta > \frac{1}{12}$.
b. $\beta > \frac{1}{6}$.
c. $\beta > \frac{1}{9}$.
d. nessuna delle precedenti.

PROVA ON LINE 22 GIUGNO 2020
ANALISI MATEMATICA II
INGEGNERIA EDILE -ARCHITETTURA

Chiave di determinazione della prova: prendere l'ultima cifra della matricola e dividerla per tre. Il resto costituirà il numero della prova.

Le risposte dovranno essere inserite in una mail da spedire a

davide.guidetti@unibo.it

entro due ore dall' orario stabilito di inizio della prova. Nell' "oggetto" della mail dovrà essere riportato il seguente codice:

A2EA220620

La mail dovrà contenere, riportati chiaramente:

Cognome e nome del candidato (nel testo)
Numero di matricola
Numero della prova
Risposte ai vari quiz, numerate da 1 a 8; ad esempio, 1 a 2 c 3 nr (nessuna risposta), ecc..

Prova 0

1. Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : 0 < x_1^2 + x_2^2 \leq 4\}$. Allora
a. l'interno di $\overline{A}$ coincide con l'interno di A.
b. l'interno di $\overline{A}$ coincide con A.
c. il derivato della frontiera di A coincide con la frontiera di A.
d. nessuna delle precedenti.

2. Siano $g \in C^2(\mathbf{R}^2)$ e $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = g(\sin(2x), x)$. Allora
a. $f(x) = g(0,0) + [2D_1g(0,0) + D_2g(0,0)]x + [2D_{11}g(0,0) + 2D_{12}g(0,0) + D_{22}g(0,0)]x^2 + o(x^2) \quad (x \to 0)$.
b. $f(x) = g(0,0) + [2D_1g(0,0) + D_2g(0,0)]x + [2D_{11}g(0,0) + 2D_{12}g(0,0) + \frac{1}{2}D_{22}g(0,0)]x^2 + o(x^2) \quad (x \to 0)$.
c. $f(x) = g(0,0) + [2D_1g(0,0) + D_2g(0,0)]x + [D_{11}g(0,0) + D_{12}g(0,0) + D_{22}g(0,0)]x^2 + o(x^2) \quad (x \to 0)$.
d. nessuna delle precedenti.

3. Sia $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = \cos^2(x_1) + 3x_2 - x_2^2$. Allora
a. f ammette punti di massimo relativo e di minimo relativo, ma non di sella.
b. f ammette punti di minimo relativo e di sella, ma non di massimo relativo.
c. f ammette punti di massimo relativo e di sella, ma non di minimo relativo.
d. nessuna delle precedenti.

4. Siano α un cammino di classe C^1 la cui immagine coincide con $\{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : \frac{x_1^2}{4} + \frac{x_2^2}{9} = 1\}$, percorsa una volta in senso antiorario, $f(x_1, x_2) = (x_1, x_1)$. Allora $\int f \cdot d\alpha =$
a. 6π.
b. 3π.
c. 0.
d. nessuna delle precedenti.

5. Sia x la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = 3\frac{x(t)^2}{t^2} + \frac{x(t)}{t}, \\ \\ x(-1) = 2. \end{cases}$$

Allora $x(-2) =$
a. $\frac{2}{1+4\ln(2)}$.
b. $\frac{4}{1+4\ln(2)}$.

c. $\frac{4}{1+6\ln(2)}$.
d. $\frac{2}{1+6\ln(2)}$.

6. $\int_0^{+\infty} \frac{1}{x^2+7x+12} dx =$
a. $\ln(\frac{4}{3})$.
b. $\ln(\frac{5}{4})$.
c. $\ln(\frac{6}{5})$.
d. $\ln(\frac{7}{6})$.

7. Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : \frac{x_1^2}{4} + \frac{x_2^2}{4} \leq (1-x_3)^2, 0 \leq x_3 \leq \frac{1}{2}\}$. Allora $L_3(A) =$
a. π.
b. $\frac{7\pi}{6}$.
c. $\frac{7\pi}{3}$.
d. $\frac{4\pi}{3}$.

8. La serie $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln(\frac{n^2+2}{n^2})$
a. ha la successione dei termini che tende a 0, ma non è convergente.
b. è convergente, ma non assolutamente convergente.
c. è assolutamente convergente.
d. nessuna delle precedenti.

Prova 1

1 Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 \geq 9\} \cup \{(0,0)\}$. Allora
a. $Fr(A) \subseteq D(A)$.
b. $D(A) = A$.
c. $D(A)$ è contenuto propriamente in A.
d. nessuna delle precedenti.

2. Siano $g \in C^2(\mathbf{R}^2)$ e $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = g(\sin(3x), x)$. Allora
a. $f(x) = g(0,0) + [3D_1g(0,0) + D_2g(0,0)]x + [9D_{11}g(0,0) + 3D_{12}g(0,0) + D_{22}g(0,0)]x^2 + o(x^2) \quad (x \to 0)$.
b. $f(x) = g(0,0) + [3D_1g(0,0) + D_2g(0,0)]x + [\frac{9}{2}D_{11}g(0,0) + 3D_{12}g(0,0) + D_{22}g(0,0)]x^2 + o(x^2) \quad (x \to 0)$.
c. $f(x) = g(0,0) + [3D_1g(0,0) + D_2g(0,0)]x + [\frac{9}{2}D_{11}g(0,0) + 3D_{12}g(0,0) + \frac{1}{2}D_{22}g(0,0)]x^2 + o(x^2) \quad (x \to 0)$.
d. nessuna delle precedenti.

3. Sia $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = -\cos^2(x_1) + 2x_2 - x_2^2$. Allora
a. f ammette punti di massimo relativo e di minimo relativo, ma non di sella.
b. f ammette punti di minimo relativo e di sella, ma non di massimo relativo.
c. f ammette punti di massimo relativo e di sella, ma non di minimo relativo.
d. nessuna delle precedenti.

4. Siano α un cammino di classe C^1 la cui immagine coincide con $\{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : \frac{x_1^2}{9} + \frac{x_2^2}{4} = 1\}$, percorsa una volta in senso antiorario, $f(x_1, x_2) = (x_1, x_1)$. Allora $\int f \cdot d\alpha =$
a. 0.
b. 3π.
c. 6π.
d. nessuna delle precedenti.

5. Sia x la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = 4\frac{x(t)^2}{t^2} + \frac{x(t)}{t}, \\ \\ x(-1) = 2. \end{cases}$$

Allora $x(-2) =$
a. $\frac{4}{1+8\ln(2)}$.
b. $\frac{2}{1+8\ln(2)}$.

c. $\frac{2}{1+4\ln(2)}$.
d. $\frac{4}{1+4\ln(2)}$.

6. $\int_0^{+\infty} \frac{1}{x^2+9x+20} dx =$
a. $\ln(\frac{4}{3})$.
b. $\ln(\frac{5}{3})$.
c. $\ln(\frac{5}{4})$.
d. $\ln(\frac{3}{2})$.

7. Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : \frac{x_1^2}{4} + \frac{x_2^2}{9} \leq (1-x_3)^2, 0 \leq x_3 \leq \frac{1}{2}\}$. Allora $L_3(A) =$
a. $\frac{5\pi}{3}$.
b. 2.
c. $\frac{3\pi}{2}$.
d. $\frac{7\pi}{4}$.

8. La serie $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln(\frac{n+2}{n})$
a. ha la successione dei termini che tende a 0, ma non è convergente.
b. è convergente, ma non assolutamente convergente.
c. è assolutamente convergente.
d. nessuna delle precedenti.

Prova 2

1 Sia $A = \cup_{n \in \mathbf{N}} (\{\frac{1}{n}\} \times [-1,1])$. Allora
a. A è chiuso.
b. $(0,0) \in Fr(A) \setminus D(A)$.
c. $(0,0) \in D(A) \cap Fr(A)$.
d. nessuna delle precedenti.

2. Siano $g \in C^2(\mathbf{R}^2)$ e $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = g(\sin(4x), x)$. Allora
a. $f(x) = g(0,0) + [4D_1g(0,0) + D_2g(0,0)]x + [8D_{11}g(0,0) + 4D_{12}g(0,0) + \frac{1}{2}D_{22}g(0,0)]x^2 + o(x^2) \quad (x \to 0)$.
b. $f(x) = g(0,0) + [4D_1g(0,0) + D_2g(0,0)]x + [8D_{11}g(0,0) + 8D_{12}g(0,0) + D_{22}g(0,0)]x^2 + o(x^2) \quad (x \to 0)$.
c. $f(x) = g(0,0) + [4D_1g(0,0) + D_2g(0,0)]x + [4D_{11}g(0,0) + 4D_{12}g(0,0) + D_{22}g(0,0)]x^2 + o(x^2) \quad (x \to 0)$.
d. nessuna delle precedenti.

3. Sia $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = -\cos^2(x_1) + x_2^2 - 3x_2$. Allora
a. f ammette punti di massimo relativo e di minimo relativo, ma non di sella.
b. f ammette punti di minimo relativo e di sella, ma non di massimo relativo.
c. f ammette punti di massimo relativo e di sella, ma non di minimo relativo.
d. nessuna delle precedenti.

4. Siano α un cammino di classe C^1 la cui immagine coincide con $\{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : \frac{x_1^2}{9} + \frac{x_2^2}{16} = 1\}$, percorsa una volta in senso antiorario, $f(x_1, x_2) = (x_1, x_1)$. Allora $\int f \cdot d\alpha =$
a. 0.
b. 6π.
c. 12π.
d. nessuna delle precedenti.

5. Sia x la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = 2\frac{x(t)^2}{t^2} + \frac{x(t)}{t}, \\ \\ x(-1) = 2. \end{cases}$$

Allora $x(-2) =$
a. $\frac{2}{1+4\ln(2)}$.
b. $\frac{4}{1+4\ln(2)}$.

c. $\frac{4}{1+2\ln(2)}$.
d. $\frac{2}{1+2\ln(2)}$.

6. $\int_0^{+\infty} \frac{1}{x^2+11x+30} dx =$
a. $\ln(\frac{5}{4})$.
b. $\ln(\frac{3}{2})$.
c. $\ln(\frac{6}{5})$.
d. $\ln(\frac{7}{5})$.

7. Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : \frac{x_1^2}{4} + \frac{x_2^2}{16} \leq (1-x_3)^2, 0 \leq x_3 \leq \frac{1}{2}\}$. Allora $L_3(A) =$
a. $\frac{7\pi}{3}$.
b. 2.
c. $\frac{3\pi}{2}$.
d. $\frac{5\pi}{4}$.

8. **8.** La serie $\sum_{n=1}^{\infty} \ln(\frac{n^2+2}{n^2})$
a. ha la successione dei termini che tende a 0, ma non è convergente.
b. è convergente, ma non assolutamente convergente.
c. è assolutamente convergente.
d. nessuna delle precedenti.

PROVA ON LINE 20 LUGLIO 2020
ANALISI MATEMATICA 2
INGEGNERIA EDILE-ARCHITETTURA

Primo esercizio

(1.0) Sia $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 < 1\} \cup \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : 1 \leq x_1 \leq 2, x_2 = 0\}$. Allora $\overline{A} =$
a. A.
b. $A \cup \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 = 1\}$.
c. $A \cup \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 = 1\} \cup \{(2, 0)\}$. $*$
d. nessuna delle precedenti.

(1.1) Sia A il dominio naturale di $f(x_1, x_2) = \ln(\frac{2x_1}{x_2})$. Allora
a. $(0, 2) \in D(A) \setminus Fr(A)$.
b. $(0, 2) \in D(A) \cap Fr(A)$. $*$
c. $(0, 2) \in Fr(A) \setminus D(A)$.
d. $(0, 2) \in A \cap D(A)$.

(1.2) Sia A il dominio naturale di $f(x_1, x_2) = \ln(\frac{2x_2}{x_1})$. Allora
a. $(0, 0) \in D(A) \setminus Fr(A)$.
b. $(0, 0) \in D(A) \cap Fr(A)$. $*$
c. $(0, 0) \in Fr(A) \setminus D(A)$.
d. $(0, 0) \in A \cap D(A)$.

Secondo esercizio

(2.0) Siano $f \in C^2(\mathbf{R}^2)$, $g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $g(x) = f(\sin(\frac{x}{3}), \cos(\frac{x}{3}))$. Allora $g''(0) =$
a. $\frac{1}{9}(D_{11}f(0, 1) - D_2f(0, 1))$. $*$
b. $\frac{1}{3}(D_{11}f(0, 1) - D_2f(0, 1))$.
c. $\frac{1}{3}(D_{11}f(0, 1) + D_2f(0, 1))$.
d. nessuna delle precedenti.

(2.1) Siano $f \in C^2(\mathbf{R}^2)$, $g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $g(x) = f(\cos(\frac{x}{2}), \sin(\frac{x}{2}))$. Allora $g''(0) =$
a. $\frac{1}{2}[D_{22}f(1, 0) - D_1f(1, 0)]$.
b. $\frac{1}{4}[D_{22}f(1, 0) - D_1f(1, 0)]$. $*$
c. $\frac{1}{4}[D_{22}f(1, 0) + D_1f(1, 0)]$.
d. nessuna delle precedenti.

(2.2) Siano $f \in C^2(\mathbf{R}^2)$, $g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $g(x) = f(\cos(\frac{x}{2}), \sin(\frac{x}{3}))$. Allora $g''(0) =$
a. $\frac{1}{9} D_{22} f(1,0) - \frac{1}{4} D_1 f(1,0)$. $*$
b. $\frac{1}{3} D_{22} f(1,0) - \frac{1}{4} D_1 f(1,0)$.
c. $\frac{1}{3} D_{22} f(1,0) + \frac{1}{4} D_1 f(1,0)$.
d. nessuna delle precedenti.

Terzo esercizio

(3.0) Sia $f : \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_2 \neq 6\} \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = \frac{x_1}{x_2 - 6}$. Allora
a. $f(x_1, x_2) = -\frac{x_1}{6} + \frac{x_1 x_2}{36} + r(x_1, x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(0,0)} \frac{r(x_1,x_2)}{x_1^2 + x_2^2} = 0$.
b. $f(x_1, x_2) = -\frac{x_1}{6} - \frac{x_1 x_2}{36} + r(x_1, x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(0,0)} \frac{r(x_1,x_2)}{x_1^2 + x_2^2} = 0$. $*$
c. $f(x_1, x_2) = -\frac{x_1}{6} - \frac{x_1 x_2}{72} + r(x_1, x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(0,0)} \frac{r(x_1,x_2)}{x_1^2 + x_2^2} = 0$.
d. nessuna delle precedenti.

(3.1) Sia $f : \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_2 \neq -2\} \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = \frac{x_1}{2 + x_2}$. Allora
a. $f(x_1, x_2) = \frac{x_1}{2} - \frac{x_1 x_2}{2} + r(x_1, x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(0,0)} \frac{r(x_1,x_2)}{x_1^2 + x_2^2} = 0$.
b. $f(x_1, x_2) = \frac{x_1}{2} - \frac{x_1 x_2}{4} + r(x_1, x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(0,0)} \frac{r(x_1,x_2)}{x_1^2 + x_2^2} = 0$. $*$
c. $f(x_1, x_2) = \frac{x_1}{3} - \frac{x_1 x_2}{4} + r(x_1, x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(0,0)} \frac{r(x_1,x_2)}{x_1^2 + x_2^2} = 0$.
d. nessuna delle precedenti.

(3.2) Sia $f : \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_2 \neq -3\} \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = \frac{x_1}{3 + x_2}$. Allora
a. $f(x_1, x_2) = \frac{x_1}{3} + \frac{x_1 x_2}{3} + r(x_1, x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(0,0)} \frac{r(x_1,x_2)}{x_1^2 + x_2^2} = 0$.
b. $f(x_1, x_2) = \frac{x_1}{3} - \frac{x_1 x_2}{3} + r(x_1, x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(0,0)} \frac{r(x_1,x_2)}{x_1^2 + x_2^2} = 0$.
c. $f(x_1, x_2) = \frac{x_1}{3} - \frac{x_1 x_2}{9} + r(x_1, x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(0,0)} \frac{r(x_1,x_2)}{x_1^2 + x_2^2} = 0$. $*$
d. nessuna delle precedenti.

Quarto esercizio

(4.0) Siano $f \in C^1(\mathbf{R})$, $F \in C^1(\mathbf{R}^2; \mathbf{R}^2)$, tali che $F(x_1, x_2) = (x_1 f(x_2), 2x_1^2 f(x_2))$. Supponiamo che F sia esatto e $f(0) = 2$. Allora $f(1) =$
a. e^4.
b. $2e^4$. $*$
c. $2e^2$.
d. nessuna delle precedenti.

(4.1) Siano $f \in C^1(\mathbf{R})$, $F \in C^1(\mathbf{R}^2; \mathbf{R}^2)$, tali che $F(x_1, x_2) = (x_1 f(x_2), 3x_1^2 f(x_2))$. Supponiamo che F sia esatto e $f(0) = 3$. Allora $f(1) =$

a. $3e^6$. $*$
b. $2e^6$.
c. $2e^3$.
d. nessuna delle precedenti.

(4.2) Siano $f \in C^1(\mathbf{R})$, $F \in C^1(\mathbf{R}^2; \mathbf{R}^2)$, tali che $F(x_1, x_2) = (x_1 f(x_2), 4x_1^2 f(x_2))$. Supponiamo che F sia esatto e $f(0) = 3$. Allora $f(1) =$

a. $2e^4$.
b. $4e^4$.
c. $4e^8$. $*$
d. nessuna delle precedenti.

Quinto esercizio

(5.0) Sia x la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x''(t) = e^{x(t)/6}, \\ x(0) = 0, x'(0) = \sqrt{12}. \end{cases}$$

Allora $x(1) =$
a. $-6\ln(1 - \frac{1}{\sqrt{12}})$.
b. $-12\ln(1 - \frac{1}{\sqrt{12}})$. $*$
c. $12\ln(1 - \frac{1}{\sqrt{12}})$.
d. nessuna delle precedenti.

(5.1) Sia x la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x''(t) = 2e^{x(t)}, \\ x(0) = 0, x'(0) = -2. \end{cases}$$

Allora $x(1) =$
a. $-2\ln(2)$. $(*)$
b. $-4\ln(2)$.
c. $-4\ln(4)$.
d. nessuna delle precedenti.

(5.2) Sia x la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x''(t) = 3e^{x(t)}, \\ x(0) = 0, x'(0) = -\sqrt{6}. \end{cases}$$

Allora $x(1) =$
a. $-\ln(1+\sqrt{\frac{3}{2}})$.
b. $-2\ln(1+\sqrt{\frac{3}{2}})$. $*$
c. $-2\ln(1+\sqrt{3})$.
d. nessuna delle precedenti.

Sesto esercizio

(6.0) Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_1 + x_2 \leq 3\}$. Allora $\int_A \frac{x_1}{x_1+x_2+6} dx_1 dx_2 =$
a. $18\ln(\frac{3}{2}) - \frac{27}{4}$. $*$
b. $9\ln(\frac{3}{2}) - \frac{27}{4}$.
c. $9\ln(\frac{3}{2}) + \frac{27}{4}$.
d. nessuna delle precedenti.

(6.1) Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_1 + x_2 \leq 2\}$. Allora $\int_A \frac{x_1}{x_1+x_2+2} dx_1 dx_2 =$
a. $\ln(2) - 1$.
b. $2\ln(2) - 1$. $*$
c. $2\ln(2) + 1$.
d. nessuna delle precedenti.

(6.2) Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_1 + x_2 \leq 2\}$. Allora $\int_A \frac{x_1}{x_1+x_2+3} dx_1 dx_2 =$
a. $\frac{9}{2}\ln(\frac{5}{3}) - 2$. $*$
b. $9\ln(\frac{5}{3}) - 2$.
c. $9\ln(\frac{5}{3}) + 2$.
d. nessuna delle precedenti.

Settimo esercizio

(7.0) Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \leq 9, x_1^2 + x_2^2 \geq 36x_3^2\}$. Allora $L_3(A) =$
a. $\frac{18\pi}{\sqrt{26}}$.
b. $\frac{36\pi}{\sqrt{26}}$.
c. $\frac{36\pi}{\sqrt{37}}$. $*$
d. nessuna delle precedenti.

(7.1) Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \leq 4, x_1^2 + x_2^2 \geq 4x_3^2\}$. Allora $L_3(A) =$
a. $\frac{16\pi}{3\sqrt{5}}$.
b. $\frac{32\pi}{3\sqrt{5}}$. $*$
c. $\frac{32\pi}{6\sqrt{5}}$.
d. nessuna delle precedenti.

(7.2) Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \leq 4, x_1^2 + x_2^2 \geq 9x_3^2\}$. Allora $L_3(A) =$
a. $\frac{8\pi}{3\sqrt{10}}$.
b. $\frac{16\pi}{3\sqrt{10}}$.
c. $\frac{32\pi}{3\sqrt{10}}$. $*$
d. nessuna delle precedenti.

Ottavo esercizio

(8.0) La serie $\sum_{n=1}^{\infty}[\tan(\frac{4}{n}) - \sin(\frac{4}{n}) - \frac{c}{n^3}]n$, con $c \in \mathbf{R}$, converge se e solo se
a. $c = 8$.
b. $c = 16$.
c. $c = 32$.
d. nessuna delle precedenti. $*$

(8.1) La serie $\sum_{n=1}^{\infty}[\tan(\frac{2}{n}) - \sin(\frac{2}{n}) - \frac{c}{n^3}]n^2$, con $c \in \mathbf{R}$, converge se e solo se
a. $c = 1$.
b. $c = 2$.
c. $c = 4$. $*$
d. nessuna delle precedenti.

(8.2) La serie $\sum_{n=1}^{\infty}[\tan(\frac{3}{n}) - \sin(\frac{3}{n}) - \frac{c}{n^3}]n^2$, con $c \in \mathbf{R}$, converge se e solo se
a. $c = 4$.
b. $c = 8$.
c. $c = 16$.
d. nessuna delle precedenti. $*$

PROVA ON LINE 20 LUGLIO 2020
ANALISI MATEMATICA T2
INGEGNERIA INFORMATICA

Primo esercizio

(1.0) Sia $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 < 1\} \cup \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : 1 \leq x_1 \leq 2, x_2 = 0\}$. Allora $\overline{A} =$
a. A.
b. $A \cup \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 = 1\}$.
c. $A \cup \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 = 1\} \cup \{(2, 0)\}$.
d. nessuna delle precedenti.

(1.1) Sia A il dominio naturale di $f(x_1, x_2) = \ln(\frac{2x_1}{x_2})$. Allora
a. $(0, 2) \in D(A) \setminus Fr(A)$.
b. $(0, 2) \in D(A) \cap Fr(A)$.
c. $(0, 2) \in Fr(A) \setminus D(A)$.
d. $(0, 2) \in A \cap D(A)$.

(1.2) Sia A il dominio naturale di $f(x_1, x_2) = \ln(\frac{2x_2}{x_1})$. Allora
a. $(0, 0) \in D(A) \setminus Fr(A)$.
b. $(0, 0) \in D(A) \cap Fr(A)$.
c. $(0, 0) \in Fr(A) \setminus D(A)$.
d. $(0, 0) \in A \cap D(A)$.

(1.3) Sia $A := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 - x_2^2 + x_3^2 = 4\}$. Allora
a. A è connesso per archi e limitato.
b. A connesso per archi, ma non limitato.
c. A è limitato, ma non connesso per archi.
d. nessuna delle precedenti.

(1.4) Sia $A := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 - x_2^2 - x_3^2 = 4\}$. Allora
a. A è connesso per archi e limitato.
b. A connesso per archi, ma non limitato.
c. A è limitato, ma non connesso per archi.
d. nessuna delle precedenti.

(1.5) Sia $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1 x_2 = 2\}$. Allora
a. A è connesso per archi.
b. A è limitato.
c. $A = Fr(A)$.

d. nessuna delle precedenti.

(1.6) Sia $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1 x_2 = -2\}$. Allora
a. A è connesso per archi.
b. A è limitato.
c. $A = D(A)$.
d. nessuna delle precedenti.

(1.7) Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_2 = 2x_1^2, |x_1| < 1\}$.
a. $A = Fr(A)$.
b. $Fr(A)$ è contenuta propriamente in A.
c. A è contenuto propriamente in $Fr(A)$.
d. nessuna delle precedenti.

(1.8) Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1 = 2x_2^2, |x_2| < 1\}$. Allora $(2, 1) \in$
a. $A \cap Fr(A)$.
b. $A \setminus Fr(A)$.
c. $Fr(A) \setminus A$.
d. nessuna delle precedenti.

(1.9) Sia $A := \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 < 1\} \cup \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : 1 \leq x_1 \leq 2, x_2 = 0\}$. Allora $\mathring{A} =$
a. A.
b. $A \cup \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : 1 < x_1 < 2, x_2 = 0\}$.
c. $A \cup \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : 1 \leq x_1 < 2, x_2 = 0\}$.
d. nessuna delle precedenti.

Secondo esercizio

(2.0) Siano $f \in C^2(\mathbf{R}^2)$, $g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $g(x) = f(\sin(\frac{x}{3}), \cos(\frac{x}{3}))$. Allora $g''(0) =$
a. $\frac{1}{9}(D_{11}f(0, 1) - D_2 f(0, 1))$.
b. $\frac{1}{3}(D_{11}f(0, 1) - D_2 f(0, 1))$.
c. $\frac{1}{3}(D_{11}f(0, 1) + D_2 f(0, 1))$.
d. nessuna delle precedenti.

(2.1) Siano $f \in C^2(\mathbf{R}^2)$, $g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $g(x) = f(\cos(\frac{x}{2}), \sin(\frac{x}{2}))$. Allora $g''(0) =$
a. $\frac{1}{2}[D_{22}f(1, 0) - D_1 f(1, 0)]$.
b. $\frac{1}{4}[D_{22}f(1, 0) - D_1 f(1, 0)]$.
c. $\frac{1}{4}[D_{22}f(1, 0) + D_1 f(1, 0)]$.
d. nessuna delle precedenti.

(2.2) Siano $f \in C^2(\mathbf{R}^2)$, $g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $g(x) = f(\cos(\frac{x}{2}), \sin(\frac{x}{3}))$. Allora $g''(0) =$

a. $\frac{1}{9} D_{22} f(1,0) - \frac{1}{4} D_1 f(1,0)$.
b. $\frac{1}{3} D_{22} f(1,0) - \frac{1}{4} D_1 f(1,0)$.
c. $\frac{1}{3} D_{22} f(1,0) + \frac{1}{4} D_1 f(1,0)$.
d. nessuna delle precedenti.

(2.3) Siano $f \in C^2(\mathbf{R}^2)$, $g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $g(x) = f(\cos(\frac{x}{2}), \sin(\frac{x}{4}))$. Allora $g''(0) =$

a. $\frac{1}{8} D_{22} f(1,0) + \frac{1}{4} D_1 f(1,0)$.
b. $\frac{1}{8} D_{22} f(1,0) - \frac{1}{4} D_1 f(1,0)$.
c. $\frac{1}{16} D_{22} f(1,0) - \frac{1}{4} D_1 f(1,0)$.
d. nessuna delle precedenti.

(2.4) Siano $f \in C^2(\mathbf{R}^2)$, $g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $g(x) = f(\cos(\frac{x}{3}), \sin(\frac{x}{2}))$. Allora $g''(0) =$

a. $\frac{1}{4} D_{22} f(1,0) + \frac{1}{3} D_1 f(1,0)$.
b. $\frac{1}{4} D_{22} f(1,0) - \frac{1}{3} D_1 f(1,0)$.
c. $\frac{1}{4} D_{22} f(1,0) - \frac{1}{9} D_1 f(1,0)$.
d. nessuna delle precedenti.

(2.5) Siano $f \in C^2(\mathbf{R}^2)$, $g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $g(x) = f(\cos(\frac{x}{3}), \sin(\frac{x}{3}))$. Allora $g''(0) =$

a. $\frac{1}{9} D_{22} f(1,0) - \frac{1}{9} D_1 f(1,0)$.
b. $\frac{1}{3} D_{22} f(1,0) - \frac{1}{9} D_1 f(1,0)$.
c. $\frac{1}{3} D_{22} f(1,0) + \frac{1}{9} D_1 f(1,0)$.
d. nessuna delle precedenti.

(2.6) Siano $f \in C^2(\mathbf{R}^2)$, $g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $g(x) = f(\sin(\frac{x}{2}), \cos(\frac{x}{2}))$. Allora $g''(0) =$

a. $\frac{1}{2} [D_{11} f(0,1) - D_2 f(0,1)]$.
b. $\frac{1}{4} [D_{11} f(0,1) - D_2 f(0,1)]$.
c. $\frac{1}{4} [D_{11} f(0,1) + D_2 f(0,1)]$.
d. nessuna delle precedenti.

(2.7) Siano $f \in C^2(\mathbf{R}^2)$, $g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $g(x) = f(\sin(\frac{x}{2}), \cos(\frac{x}{3}))$. Allora $g''(0) =$

a. $\frac{1}{2} D_{11} f(0,1) - \frac{1}{9} D_2 f(0,1)$.
b. $\frac{1}{4} D_{11} f(0,1) - \frac{1}{9} D_2 f(0,1)$.
c. $\frac{1}{4} D_{11} f(0,1) + \frac{1}{9} D_2 f(0,1)$.
d. nessuna delle precedenti.

(2.8) Siano $f \in C^2(\mathbf{R}^2)$, $g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $g(x) = f(\sin(\frac{x}{2}), \cos(\frac{x}{4}))$. Allora $g''(0) =$
a. $\frac{1}{4}D_{11}f(0,1) + \frac{1}{8}D_2f(0,1)$.
b. $\frac{1}{4}D_{11}f(0,1) + \frac{1}{16}D_2f(0,1)$.
c. $\frac{1}{4}D_{11}f(0,1) - \frac{1}{16}D_2f(0,1)$.
d. nessuna delle precedenti.

(2.9) Siano $f \in C^2(\mathbf{R}^2)$, $g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $g(x) = f(\sin(\frac{x}{3}), \cos(\frac{x}{2}))$. Allora $g''(0) =$
a. $\frac{1}{9}D_{11}f(0,1) - \frac{1}{4}D_2f(0,1)$.
b. $\frac{1}{3}D_{11}f(0,1) - \frac{1}{4}D_2f(0,1)$.
c. $\frac{1}{3}D_{11}f(0,1) + \frac{1}{4}D_2f(0,1)$.
d. nessuna delle precedenti.

Terzo esercizio

(3.0) Sia $f : \{(x_1,x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_2 \neq 6\} \to \mathbf{R}$, $f(x_1,x_2) = \frac{x_1}{x_2-6}$. Allora
a. $f(x_1,x_2) = -\frac{x_1}{6} + \frac{x_1x_2}{36} + r(x_1,x_2)$, con $\lim\limits_{(x_1,x_2)\to(0,0)} \frac{r(x_1,x_2)}{x_1^2+x_2^2} = 0$.
b. $f(x_1,x_2) = -\frac{x_1}{6} - \frac{x_1x_2}{36} + r(x_1,x_2)$, con $\lim\limits_{(x_1,x_2)\to(0,0)} \frac{r(x_1,x_2)}{x_1^2+x_2^2} = 0$.
c. $f(x_1,x_2) = -\frac{x_1}{6} - \frac{x_1x_2}{72} + r(x_1,x_2)$, con $\lim\limits_{(x_1,x_2)\to(0,0)} \frac{r(x_1,x_2)}{x_1^2+x_2^2} = 0$.
d. nessuna delle precedenti.

(3.1) Sia $f : \{(x_1,x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_2 \neq -2\} \to \mathbf{R}$, $f(x_1,x_2) = \frac{x_1}{2+x_2}$. Allora
a. $f(x_1,x_2) = \frac{x_1}{2} - \frac{x_1x_2}{2} + r(x_1,x_2)$, con $\lim\limits_{(x_1,x_2)\to(0,0)} \frac{r(x_1,x_2)}{x_1^2+x_2^2} = 0$.
b. $f(x_1,x_2) = \frac{x_1}{2} - \frac{x_1x_2}{4} + r(x_1,x_2)$, con $\lim\limits_{(x_1,x_2)\to(0,0)} \frac{r(x_1,x_2)}{x_1^2+x_2^2} = 0$.
c. $f(x_1,x_2) = \frac{x_1}{3} - \frac{x_1x_2}{4} + r(x_1,x_2)$, con $\lim\limits_{(x_1,x_2)\to(0,0)} \frac{r(x_1,x_2)}{x_1^2+x_2^2} = 0$.
d. nessuna delle precedenti.

(3.2) Sia $f : \{(x_1,x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_2 \neq -3\} \to \mathbf{R}$, $f(x_1,x_2) = \frac{x_1}{3+x_2}$. Allora
a. $f(x_1,x_2) = \frac{x_1}{3} + \frac{x_1x_2}{3} + r(x_1,x_2)$, con $\lim\limits_{(x_1,x_2)\to(0,0)} \frac{r(x_1,x_2)}{x_1^2+x_2^2} = 0$.
b. $f(x_1,x_2) = \frac{x_1}{3} - \frac{x_1x_2}{3} + r(x_1,x_2)$, con $\lim\limits_{(x_1,x_2)\to(0,0)} \frac{r(x_1,x_2)}{x_1^2+x_2^2} = 0$.
c. $f(x_1,x_2) = \frac{x_1}{3} - \frac{x_1x_2}{9} + r(x_1,x_2)$, con $\lim\limits_{(x_1,x_2)\to(0,0)} \frac{r(x_1,x_2)}{x_1^2+x_2^2} = 0$.
d. nessuna delle precedenti.

(3.3) Sia $f : \{(x_1,x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_2 \neq -4\} \to \mathbf{R}$, $f(x_1,x_2) = \frac{x_1}{4+x_2}$. Allora

a. $f(x_1,x_2)=\frac{x_1}{4}+\frac{x_1x_2}{32}+r(x_1,x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(0,0)}\frac{r(x_1,x_2)}{x_1^2+x_2^2}=0$.

b. $f(x_1,x_2)=\frac{x_1}{4}-\frac{x_1x_2}{32}+r(x_1,x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(0,0)}\frac{r(x_1,x_2)}{x_1^2+x_2^2}=0$.

c. $f(x_1,x_2)=\frac{x_1}{4}-\frac{x_1x_2}{16}+r(x_1,x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(0,0)}\frac{r(x_1,x_2)}{x_1^2+x_2^2}=0$.

d. nessuna delle precedenti.

(3.4) Sia $f:\{(x_1,x_2)\in\mathbf{R}^2 : x_2\neq -5\}\to\mathbf{R}$, $f(x_1,x_2)=\frac{x_1}{5+x_2}$. Allora

a. $f(x_1,x_2)=\frac{x_1}{5}+\frac{x_1x_2}{10}+r(x_1,x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(0,0)}\frac{r(x_1,x_2)}{x_1^2+x_2^2}=0$.

b. $f(x_1,x_2)=\frac{x_1}{5}-\frac{x_1x_2}{10}+r(x_1,x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(0,0)}\frac{r(x_1,x_2)}{x_1^2+x_2^2}=0$.

c. $f(x_1,x_2)=\frac{x_1}{5}-\frac{x_1x_2}{25}+r(x_1,x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(0,0)}\frac{r(x_1,x_2)}{x_1^2+x_2^2}=0$.

d. nessuna delle precedenti.

(3.5) Sia $f:\{(x_1,x_2)\in\mathbf{R}^2 : x_2\neq -6\}\to\mathbf{R}$, $f(x_1,x_2)=\frac{x_1}{6+x_2}$. Allora

a. $f(x_1,x_2)=\frac{x_1}{6}+\frac{x_1x_2}{18}+r(x_1,x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(0,0)}\frac{r(x_1,x_2)}{x_1^2+x_2^2}=0$.

b. $f(x_1,x_2)=\frac{x_1}{6}-\frac{x_1x_2}{18}+r(x_1,x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(0,0)}\frac{r(x_1,x_2)}{x_1^2+x_2^2}=0$.

c. $f(x_1,x_2)=\frac{x_1}{6}-\frac{x_1x_2}{36}+r(x_1,x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(0,0)}\frac{r(x_1,x_2)}{x_1^2+x_2^2}=0$.

d. nessuna delle precedenti.

(3.6) Sia $f:\{(x_1,x_2)\in\mathbf{R}^2 : x_2\neq 2\}\to\mathbf{R}$, $f(x_1,x_2)=\frac{x_1}{x_2-2}$. Allora

a. $f(x_1,x_2)=-\frac{x_1}{2}+\frac{x_1x_2}{2}+r(x_1,x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(0,0)}\frac{r(x_1,x_2)}{x_1^2+x_2^2}=0$.

b. $f(x_1,x_2)=-\frac{x_1}{2}-\frac{x_1x_2}{4}+r(x_1,x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(0,0)}\frac{r(x_1,x_2)}{x_1^2+x_2^2}=0$.

c. $f(x_1,x_2)=-\frac{x_1}{2}-\frac{x_1x_2}{8}+r(x_1,x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(0,0)}\frac{r(x_1,x_2)}{x_1^2+x_2^2}=0$.

d. nessuna delle precedenti.

(3.7) Sia $f:\{(x_1,x_2)\in\mathbf{R}^2 : x_2\neq 3\}\to\mathbf{R}$, $f(x_1,x_2)=\frac{x_1}{x_2-3}$. Allora

a. $f(x_1,x_2)=-\frac{x_1}{3}+\frac{x_1x_2}{9}+r(x_1,x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(0,0)}\frac{r(x_1,x_2)}{x_1^2+x_2^2}=0$.

b. $f(x_1,x_2)=-\frac{x_1}{3}-\frac{x_1x_2}{9}+r(x_1,x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(0,0)}\frac{r(x_1,x_2)}{x_1^2+x_2^2}=0$.

c. $f(x_1,x_2)=-\frac{x_1}{3}-\frac{x_1x_2}{18}+r(x_1,x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(0,0)}\frac{r(x_1,x_2)}{x_1^2+x_2^2}=0$.

d. nessuna delle precedenti.

(3.8) Sia $f:\{(x_1,x_2)\in\mathbf{R}^2 : x_2\neq 4\}\to\mathbf{R}$, $f(x_1,x_2)=\frac{x_1}{x_2-4}$. Allora

a. $f(x_1,x_2)=-\frac{x_1}{4}+\frac{x_1x_2}{16}+r(x_1,x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(0,0)}\frac{r(x_1,x_2)}{x_1^2+x_2^2}=0$.

b. $f(x_1,x_2) = -\frac{x_1}{4} - \frac{x_1x_2}{16} + r(x_1,x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(0,0)} \frac{r(x_1,x_2)}{x_1^2+x_2^2} = 0$.
c. $f(x_1,x_2) = -\frac{x_1}{4} - \frac{x_1x_2}{32} + r(x_1,x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(0,0)} \frac{r(x_1,x_2)}{x_1^2+x_2^2} = 0$.
d. nessuna delle precedenti.

(3.9) Sia $f : \{(x_1,x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_2 \neq 5\} \to \mathbf{R}$, $f(x_1,x_2) = \frac{x_1}{x_2-5}$. Allora
a. $f(x_1,x_2) = -\frac{x_1}{5} + \frac{x_1x_2}{50} + r(x_1,x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(0,0)} \frac{r(x_1,x_2)}{x_1^2+x_2^2} = 0$.
b. $f(x_1,x_2) = -\frac{x_1}{5} - \frac{x_1x_2}{50} + r(x_1,x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(0,0)} \frac{r(x_1,x_2)}{x_1^2+x_2^2} = 0$.
c. $f(x_1,x_2) = -\frac{x_1}{5} - \frac{x_1x_2}{25} + r(x_1,x_2)$, con $\lim_{(x_1,x_2)\to(0,0)} \frac{r(x_1,x_2)}{x_1^2+x_2^2} = 0$.
d. nessuna delle precedenti.

Quarto esercizio

(4.0) Sia $A = \{(x_1,x_2,x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \leq 25\}$, $f : A \to \mathbf{R}$, $f(x_1,x_2,x_3) = x_1x_2 + 3x_3$. Allora $min_A(f) =$
a. -14.
b. -17.
c. -11.
d. nessuna delle precedenti.

(4.1) Sia $A = \{(x_1,x_2,x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \leq 9\}$, $f : A \to \mathbf{R}$, $f(x_1,x_2,x_3) = x_1x_2 + 2x_3$. Allora $max_A(f) =$
a. $\frac{11}{4}$.
b. $\frac{13}{4}$.
c. $\frac{13}{2}$.
d. nessuna delle precedenti

(4.2) Sia $A = \{(x_1,x_2,x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \leq 9\}$, $f : A \to \mathbf{R}$, $f(x_1,x_2,x_3) = x_1x_2 + 2x_3$. Allora $min_A(f) =$
a. $-\frac{11}{4}$.
b. $-\frac{13}{4}$.
c. $-\frac{13}{2}$.
d. nessuna delle precedenti.

(4.3) Sia $A = \{(x_1,x_2,x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \leq 16\}$, $f : A \to \mathbf{R}$, $f(x_1,x_2,x_3) = x_1x_2 + 3x_3$. Allora $max_A(f) =$
a. $\frac{11}{2}$.
b. $\frac{13}{2}$.
c. $\frac{25}{2}$.

d. nessuna delle precedenti

(4.4) Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \leq 16\}$, $f : A \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2, x_3) = x_1 x_2 + 3x_3$. Allora $min_A(f) =$
a. $-\frac{11}{2}$.
b. $-\frac{13}{2}$.
c. $-\frac{25}{2}$.
d. nessuna delle precedenti

(4.5) Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \leq 16\}$, $f : A \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2, x_3) = x_1 x_2 + 2x_3$. Allora $max_A(f) =$
a. 10.
b. 5.
c. $\frac{5}{2}$.
d. nessuna delle precedenti.

(4.6) Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \leq 16\}$, $f : A \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2, x_3) = x_1 x_2 + 2x_3$. Allora $min_A(f) =$
a. -20.
b. -10.
c. -5.
d. nessuna delle precedenti

(4.7) Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \leq 25\}$, $f : A \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2, x_3) = x_1 x_2 + 2x_3$. Allora $max_A(f) =$
a. $\frac{9}{2}$.
b. $\frac{19}{2}$.
c. $\frac{29}{2}$.
d. nessuna delle precedenti.

(4.8) Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \leq 25\}$, $f : A \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2, x_3) = x_1 x_2 + 2x_3$. Allora $min_A(f) =$
a. $-\frac{29}{2}$.
b. $-\frac{19}{2}$.
c. $-\frac{9}{2}$.
d. nessuna delle precedenti.

(4.9) Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \leq 25\}$, $f : A \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2, x_3) = x_1 x_2 + 3x_3$. Allora $max_A(f) =$
a. 11.
b. 14.
c. 17.

d. nessuna delle precedenti.

Quinto esercizio

(5.0) Sia x la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x''(t) = e^{x(t)/6}, \\ x(0) = 0, x'(0) = \sqrt{12}. \end{cases}$$

Allora $x(1) =$
a. $-6\ln(1 - \frac{1}{\sqrt{12}})$.
b. $-12\ln(1 - \frac{1}{\sqrt{12}})$.
c. $12\ln(1 - \frac{1}{\sqrt{12}})$.
d. nessuna delle precedenti.

(5.1) Sia x la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x''(t) = 2e^{x(t)}, \\ x(0) = 0, x'(0) = -2. \end{cases}$$

Allora $x(1) =$
a. $-2\ln(2)$.
b. $-4\ln(2)$.
c. $-4\ln(4)$.
d. nessuna delle precedenti.

(5.2) Sia x la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x''(t) = 3e^{x(t)}, \\ x(0) = 0, x'(0) = -\sqrt{6}. \end{cases}$$

Allora $x(1) =$
a. $-\ln(1 + \sqrt{\frac{3}{2}})$.
b. $-2\ln(1 + \sqrt{\frac{3}{2}})$.
c. $-2\ln(1 + \sqrt{3})$.
d. nessuna delle precedenti.

(5.3) Sia x la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x''(t) = 4e^{x(t)}, \\ x(0) = 0, x'(0) = -\sqrt{8}. \end{cases}$$

Allora $x(1) =$
a. $-\ln(3)$.
b. $-2\ln(3)$.
c. $-4\ln(3)$.
d. nessuna delle precedenti.

(5.4) Sia x la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x''(t) = 5e^{x(t)}, \\ x(0) = 0, x'(0) = -\sqrt{10}. \end{cases}$$

Allora $x(1) =$
a. $-\ln(2 + \sqrt{\frac{5}{2}})$.
b. $-2\ln(2 + \sqrt{\frac{5}{2}})$.
c. $-2\ln(1 + \sqrt{\frac{5}{2}})$.
d. nessuna delle precedenti.

(5.5) Sia x la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x''(t) = 6e^{x(t)}, \\ x(0) = 0, x'(0) = -2\sqrt{3}. \end{cases}$$

Allora $x(1) =$
a. $-\ln(1 + \sqrt{3})$.
b. $-2\ln(1 + \sqrt{3})$.
c. $-2\ln(2 + \sqrt{3})$.
d. nessuna delle precedenti.

(5.6) Sia x la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x''(t) = e^{x(t)/2}, \\ x(0) = 0, x'(0) = 2. \end{cases}$$

Allora $x(1) =$
a. $4\ln(2)$.
b. $2\ln(2)$.
c. $\ln(2)$.
d. nessuna delle precedenti.

(5.7) Sia x la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x''(t) = e^{x(t)/3}, \\ x(0) = 0, x'(0) = \sqrt{6}. \end{cases}$$

Allora $x(1) =$
a. $6\ln(1 - \frac{1}{\sqrt{6}})$.
b. $-6\ln(1 - \frac{1}{\sqrt{6}})$.
c. $-6\ln(1 + \frac{1}{\sqrt{6}})$.
d. nessuna delle precedenti.

(5.8) Sia x la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x''(t) = e^{x(t)/4}, \\ x(0) = 0, x'(0) = \sqrt{8}. \end{cases}$$

Allora $x(1) =$
a. $-4\ln(1 + \frac{1}{\sqrt{8}})$.
b. $-8\ln(1 + \frac{1}{\sqrt{8}})$.
c. $-8\ln(1 - \frac{1}{\sqrt{8}})$.
d. nessuna delle precedenti.

(5.9) Sia x la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x''(t) = e^{x(t)/5}, \\ x(0) = 0, x'(0) = \sqrt{10}. \end{cases}$$

Allora $x(1) =$
a. $-5\ln(1 + \frac{1}{\sqrt{10}})$.
b. $-10\ln(1 + \frac{1}{\sqrt{10}})$.
c. $-10\ln(1 - \frac{1}{\sqrt{10}})$.
d. nessuna delle precedenti.

Sesto esercizio

(6.0) Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_1 + x_2 \leq 3\}$. Allora $\int_A \frac{x_1}{x_1+x_2+6} dx_1 dx_2 =$
a. $18\ln(\frac{3}{2}) - \frac{27}{4}$.
b. $9\ln(\frac{3}{2}) - \frac{27}{4}$.
c. $9\ln(\frac{3}{2}) + \frac{27}{4}$.
d. nessuna delle precedenti.

(6.1) Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_1 + x_2 \leq 2\}$. Allora $\int_A \frac{x_1}{x_1+x_2+2} dx_1 dx_2 =$
a. $\ln(2) - 1$.

b. $2\ln(2) - 1$.
c. $2\ln(2) + 1$.
d. nessuna delle precedenti.

(6.2) Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_1 + x_2 \leq 2\}$. Allora $\int_A \frac{x_1}{x_1+x_2+3} dx_1 dx_2 =$

a. $\frac{9}{2}\ln(\frac{5}{3}) - 2$.
b. $9\ln(\frac{5}{3}) - 2$.
c. $9\ln(\frac{5}{3}) + 2$.
d. nessuna delle precedenti.

(6.3) Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_1 + x_2 \leq 2\}$. Allora $\int_A \frac{x_1}{x_1+x_2+4} dx_1 dx_2 =$

a. $8\ln(\frac{3}{2}) - 3$.
b. $4\ln(\frac{3}{2}) - 3$.
c. $4\ln(\frac{3}{2}) + 3$.
d. nessuna delle precedenti.

(6.4) Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_1 + x_2 \leq 2\}$. Allora $\int_A \frac{x_1}{x_1+x_2+5} dx_1 dx_2 =$

a. $\frac{5}{2}\ln(\frac{7}{5}) + 4$.
b. $\frac{25}{2}\ln(\frac{7}{5}) + 4$.
c. $\frac{25}{2}\ln(\frac{7}{5}) - 4$.
d. nessuna delle precedenti.

(6.5) Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_1 + x_2 \leq 2\}$. Allora $\int_A \frac{x_1}{x_1+x_2+6} dx_1 dx_2 =$

a. $18\ln(\frac{4}{3}) - 5$.
b. $9\ln(\frac{4}{3}) - 5$.
c. $9\ln(\frac{4}{3}) + 5$.
d. nessuna delle precedenti.

(6.6) Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_1 + x_2 \leq 3\}$. Allora $\int_A \frac{x_1}{x_1+x_2+2} dx_1 dx_2 =$
a. $2\ln(\frac{5}{2}) - \frac{3}{4}$.
b. $4\ln(\frac{5}{2}) - \frac{3}{4}$.
c. $4\ln(\frac{5}{2}) + \frac{3}{4}$.
d. nessuna delle precedenti.

(6.7) Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_1 + x_2 \leq 3\}$. Allora $\int_A \frac{x_1}{x_1+x_2+3} dx_1 dx_2 =$
a. $\frac{9}{2}\ln(2) - \frac{9}{4}$.
b. $9\ln(2) - \frac{9}{4}$.
c. $\frac{3}{2} + 9\ln(3)$.
d. nessuna delle precedenti.

(6.8) Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_1 + x_2 \leq 3\}$. Allora $\int_A \frac{x_1}{x_1+x_2+4} dx_1 dx_2 =$
a. $4\ln(\frac{7}{4}) + \frac{15}{4}$.
b. $8\ln(\frac{7}{4}) + \frac{15}{4}$.
c. $8\ln(\frac{7}{4}) - \frac{15}{4}$.
d. nessuna delle precedenti.

(6.9) Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_1 + x_2 \leq 3\}$. Allora $\int_A \frac{x_1}{x_1+x_2+5} dx_1 dx_2 =$
a. $\frac{5}{2}\ln(\frac{8}{5}) - \frac{21}{4}$.
b. $\frac{25}{2}\ln(\frac{8}{5}) - \frac{21}{4}$.
c. $\frac{25}{2}\ln(\frac{8}{5}) + \frac{21}{4}$.
d. nessuna delle precedenti.

Settimo esercizio

(7.0) Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \leq 9, x_1^2 + x_2^2 \geq 36x_3^2\}$. Allora $L_3(A) =$
a. $\frac{18\pi}{\sqrt{26}}$.
b. $\frac{36\pi}{\sqrt{26}}$.
c. $\frac{36\pi}{\sqrt{37}}$.
d. nessuna delle precedenti.

(7.1) Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \leq 4, x_1^2 + x_2^2 \geq 4x_3^2\}$. Allora $L_3(A) =$
a. $\frac{16\pi}{3\sqrt{5}}$.
b. $\frac{32\pi}{3\sqrt{5}}$.
c. $\frac{32\pi}{6\sqrt{5}}$.
d. nessuna delle precedenti.

(7.2) Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \leq 4, x_1^2 + x_2^2 \geq 9x_3^2\}$. Allora $L_3(A) =$
a. $\frac{8\pi}{3\sqrt{10}}$.

b. $\frac{16\pi}{3\sqrt{10}}$.
c. $\frac{32\pi}{3\sqrt{10}}$.
d. nessuna delle precedenti.

(7.3) Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \leq 4, x_1^2 + x_2^2 \geq 16x_3^2\}$. Allora $L_3(A) =$
a. $\frac{32\pi}{3\sqrt{17}}$.
b. $\frac{16\pi}{3\sqrt{17}}$.
c. $\frac{8\pi}{3\sqrt{17}}$.
d. nessuna delle precedenti.

(7.4) Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \leq 4, x_1^2 + x_2^2 \geq 25x_3^2\}$. Allora $L_3(A) =$
a. $\frac{16\pi}{3\sqrt{26}}$.
b. $\frac{32\pi}{3\sqrt{26}}$.
c. $\frac{32\pi}{3\sqrt{13}}$.
d. nessuna delle precedenti.

(7.5) Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \leq 4, x_1^2 + x_2^2 \geq 36x_3^2\}$. Allora $L_3(A) =$
a. $\frac{8\pi}{3\sqrt{37}}$.
b. $\frac{16\pi}{3\sqrt{37}}$.
c. $\frac{32\pi}{3\sqrt{37}}$.
d. nessuna delle precedenti.

(7.6) Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \leq 9, x_1^2 + x_2^2 \geq 4x_3^2\}$. Allora $L_3(A) =$
a. $\frac{8\pi}{\sqrt{10}}$.
b. $\frac{36\pi}{\sqrt{10}}$.
c. $\frac{36\pi}{\sqrt{5}}$.
d. nessuna delle precedenti.

(7.7) Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \leq 9, x_1^2 + x_2^2 \geq 9x_3^2\}$. Allora $L_3(A) =$
a. $\frac{36\pi}{\sqrt{10}}$.
b. $\frac{18\pi}{\sqrt{10}}$.
c. $\frac{18\pi}{\sqrt{5}}$.
d. nessuna delle precedenti.

(7.8) Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \leq 9, x_1^2 + x_2^2 \geq 16x_3^2\}$. Allora $L_3(A) =$
a. $\frac{18\pi}{\sqrt{17}}$.
b. $\frac{36\pi}{\sqrt{17}}$.
c. $\frac{36\pi}{\sqrt{10}}$.
d. nessuna delle precedenti.

(7.9) Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \leq 9, x_1^2 + x_2^2 \geq 25x_3^2\}$. Allora $L_3(A) =$
a. $\frac{8\pi}{\sqrt{17}}$.
b. $\frac{36\pi}{\sqrt{17}}$.
c. $\frac{36\pi}{\sqrt{26}}$.
d. nessuna delle precedenti.

Ottavo esercizio

(8.0) La serie $\sum_{n=1}^{\infty}[\tan(\frac{4}{n}) - \sin(\frac{4}{n}) - \frac{c}{n^3}]n$, con $c \in \mathbf{R}$, converge se e solo se
a. $c = 8$.
b. $c = 16$.
c. $c = 32$.
d. nessuna delle precedenti.

(8.1) La serie $\sum_{n=1}^{\infty}[\tan(\frac{2}{n}) - \sin(\frac{2}{n}) - \frac{c}{n^3}]n^2$, con $c \in \mathbf{R}$, converge se e solo se
a. $c = 1$.
b. $c = 2$.
c. $c = 4$.
d. nessuna delle precedenti.

(8.2) La serie $\sum_{n=1}^{\infty}[\tan(\frac{3}{n}) - \sin(\frac{3}{n}) - \frac{c}{n^3}]n^2$, con $c \in \mathbf{R}$, converge se e solo se
a. $c = 4$.
b. $c = 8$.
c. $c = 16$.
d. nessuna delle precedenti.

(8.3) La serie $\sum_{n=1}^{\infty}[\tan(\frac{4}{n}) - \sin(\frac{4}{n}) - \frac{c}{n^3}]n^2$, con $c \in \mathbf{R}$, converge se e solo se
a. $c = 32$.
b. $c = 16$.

c. $c = 8$.
d. nessuna delle precedenti.

(8.4) La serie $\sum_{n=1}^{\infty}[\tan(\frac{1}{2n}) - \sin(\frac{1}{2n}) - \frac{c}{n^3}]n^2$, con $c \in \mathbf{R}$, converge se e solo se
a. $\frac{1}{32}$.
b. $\frac{1}{16}$.
c. $\frac{1}{8}$.
d. nessuna delle precedenti.

(8.5) La serie $\sum_{n=1}^{\infty}[\tan(\frac{1}{3n}) - \sin(\frac{1}{3n}) - \frac{c}{n^3}]n^2$, con $c \in \mathbf{R}$, converge se e solo se
a. $c = \frac{1}{9}$.
b. $c = \frac{1}{27}$.
c. $c = \frac{1}{54}$.
d. nessuna delle precedenti.

(8.6) La serie $\sum_{n=1}^{\infty}[\tan(\frac{2}{3n}) - \sin(\frac{2}{3n}) - \frac{c}{n^3}]n^2$, con $c \in \mathbf{R}$, converge se e solo se $c =$
a. $\frac{2}{27}$.
b. $\frac{1}{27}$.
c. $\frac{1}{54}$.
d. nessuna delle precedenti.

(8.7) La serie $\sum_{n=1}^{\infty}[\tan(\frac{2}{n}) - \sin(\frac{2}{n}) - \frac{c}{n^3}]n^3$, con $c \in \mathbf{R}$, converge se e solo se
a. $c = 4$.
b. $c = 2$.
c. $c = 1$.
d. nessuna delle precedenti.

(8.8) La serie $\sum_{n=1}^{\infty}[\tan(\frac{3}{n}) - \sin(\frac{3}{n}) - \frac{c}{n^3}]n^3$, con $c \in \mathbf{R}$, converge se e solo se
a. $c = \frac{9}{2}$.
b. $c = \frac{27}{2}$.
c. $c = 27$.
d. nessuna delle precedenti.

(8.9) La serie $\sum_{n=1}^{\infty}[\tan(\frac{4}{n}) - \sin(\frac{4}{n}) - \frac{c}{n^3}]n^3$, con $c \in \mathbf{R}$, converge se e solo se
a. $c = 8$.
b. $c = 16$.

c. $c = 32$.
d. nessuna delle precedenti.

PROVA ON LINE 8 SETTEMBRE 2020
ANALISI MATEMATICA 2
INGEGNERIA EDILE-ARCHITETTURA

Primo esercizio

(1.0) Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_3(x_1^2 + x_2^2) = -2$. Allora
a. A è connesso per archi, ma non limitato. $*$
b. A non è connesso per archi, né limitato.
c. A è limitato, ma non connesso per archi.
d. nessuna delle precedenti.

(1.1) Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : |x_3|(x_1^2 + x_2^2) = 2$. Allora
a. A non è connesso per archi, né limitato. $*$
b. A è connesso per archi, ma non limitato.
c. A è limitato, ma non connesso per archi.
d. nessuna delle precedenti.

(1.2) Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_3(x_1^2 + x_2^2) = 2$. Allora
a. A è connesso per archi, ma non limitato. $*$
b. A non è connesso per archi, né limitato.
c. A è limitato, ma non connesso per archi.
d. nessuna delle precedenti.

Secondo esercizio

(2.0) Sia $f : \mathbf{R}^+ \times \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = x_1^{x_2}$. Allora

a. $f(x_1, x_2) = 1 + 2(x_1 - 1) + (x_1 - 1)^2 + \frac{1}{2}(x_1 - 1)(x_2 - 2) + o((x_1 - 1)^2 + (x_2 - 2)^2) \quad ((x_1, x_2) \to (1, 2))$.

b. $f(x_1, x_2) = 1 + 2(x_1 - 1) + (x_1 - 1)^2 + (x_1 - 1)(x_2 - 2) + o((x_1 - 1)^2 + (x_2 - 2)^2) \quad ((x_1, x_2) \to (1, 2))$. $*$

c. $f(x_1, x_2) = 1 + (x_1 - 1) + (x_1 - 1)^2 + (x_1 - 1)(x_2 - 2) + o((x_1 - 1)^2 + (x_2 - 2)^2) \quad ((x_1, x_2) \to (1, 2))$.

d. nessuna delle precedenti.

(2.1) Sia $f : \mathbf{R}^+ \times \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = x_1^{x_2}$. Allora
a. $f(x_1, x_2) = 1 + 3(x_1 - 1) + (x_1 - 1)^2 + \frac{3}{2}(x_1 - 1)(x_2 - 3) + o((x_1 - 1)^2 + (x_2 - 3)^2) \quad ((x_1, x_2) \to (1, 3))$.
b. $f(x_1, x_2) = 1 + 3(x_1 - 1) + 3(x_1 - 1)^2 + (x_1 - 1)(x_2 - 3) + o((x_1 - 1)^2 + (x_2 - 3)^2) \quad ((x_1, x_2) \to (1, 3))$. $*$

c. $f(x_1,x_2) = 1+3(x_1-1)+(x_2-3)+3(x_1-1)^2+(x_1-1)(x_2-3)+o((x_1-1)^2+(x_2-3)^2) \quad ((x_1,x_2)\to(1,3))$.
d. nessuna delle precedenti.

(2.2) Sia $f:\mathbf{R}^+\times\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x_1,x_2) = x_1^{x_2}$. Allora
a. $f(x_1,x_2) = 1+4(x_1-1)+3(x_1-1)^2+\frac{1}{2}(x_1-1)(x_2-4)+o((x_1-1)^2+(x_2-4)^2) \quad ((x_1,x_2)\to(1,4))$.
b. $f(x_1,x_2) = 1+4(x_1-1)+6(x_1-1)^2+\frac{1}{2}(x_1-1)(x_2-4)+o((x_1-1)^2+(x_2-4)^2) \quad ((x_1,x_2)\to(1,4))$.
c. $f(x_1,x_2) = 1+4(x_1-1)+6(x_1-1)^2+(x_1-1)(x_2-4)+o((x_1-1)^2+(x_2-4)^2) \quad ((x_1,x_2)\to(1,4))$. $*$
d. nessuna delle precedenti.

Terzo esercizio

(3.0) Siano $g\in C^1(\mathbf{R}^2)$ e $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(t) = g(2cosh(t),\sinh(t))$. Allora $f'(0)$ vale
a. $D_2g(2,0)$. $*$
b. $2D_2g(2,0)$.
c. $2D_2g(0,0)$.
d. nessuna delle precedenti.

(3.1) Siano $g\in C^1(\mathbf{R}^2)$ e $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(t) = g(3cosh(t),\sinh(t))$. Allora $f'(0)$ vale
a. $D_2g(3,0)$. $*$
b. $3D_2g(2,0)$.
c. $3D_2g(0,0)$.
d. nessuna delle precedenti.

(3.2) Siano $g\in C^1(\mathbf{R}^2)$ e $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(t) = g(-cosh(t),\sinh(t))$. Allora $f'(0)$ vale
a. $-D_2g(0,0)$.
b. $-D_2g(-1,0)$.
c. $D_2g(-1,0)$. $*$
d. nessuna delle precedenti.

Quarto esercizio

(4.0) Sia $\gamma:[0,2\pi]\to\mathbf{R}^2$, $\gamma(t) = (2\cos(t),2\sin(t))$. Allora l'integrale curvilineo di prima specie $\int_\gamma x_1^3 ds =$
a. 0. $*$
b. π.
c. $-\pi$.

d. nessuno dei precedenti.

(4.1) Sia $\gamma : [0, 2\pi] \to \mathbf{R}^2$, $\gamma(t) = (3\cos(t), 3\sin(t))$. Allora l'integrale curvilineo di prima specie $\int_\gamma x_1^3 ds =$
a. 3π.
b. 0. $*$
c. -3π.
d. nessuno dei precedenti.

(4.2) Sia $\gamma : [0, 2\pi] \to \mathbf{R}^2$, $\gamma(t) = (-\cos(t), -\sin(t))$. Allora l'integrale curvilineo di prima specie $\int_\gamma x_1^3 ds =$
a. 0. $*$
b. $-\pi$.
c. π.
d. nessuno dei precedenti.

Quinto esercizio

(5.0) Il sistema

$$\begin{cases} x''(t) + 4x(t) = 0, \\ x(0) = x(\alpha) = 0, \end{cases}$$

con $\alpha \neq 0$, ha soluzioni non nulle se e solo se
a. $\alpha = k\pi$, con $k \in \mathbf{Z} \setminus \{0\}$.
b. qualunque sia α, c'è solo la soluzione nulla.
c. $\alpha = \frac{k\pi}{2}$, con $k \in \mathbf{Z} \setminus \{0\}$. $*$
d. nessuna delle precedenti.

(5.1) Il sistema

$$\begin{cases} x''(t) + 9x(t) = 0, \\ x(0) = x(\alpha) = 0, \end{cases}$$

con $\alpha \neq 0$, ha soluzioni non nulle se e solo se
a. qualunque sia α, c'è solo la soluzione nulla.
b. $\alpha = \frac{k\pi}{6}$, con $k \in \mathbf{Z} \setminus \{0\}$.
c. $\alpha = \frac{k\pi}{3}$, con $k \in \mathbf{Z} \setminus \{0\}$. $*$
d. nessuna delle precedenti.

(5.2) Il sistema

$$\begin{cases} x''(t) + 16x(t) = 0, \\ x(0) = x(\alpha) = 0, \end{cases}$$

con $\alpha \neq 0$, ha soluzioni non nulle se e solo se

a. $\alpha = \frac{k\pi}{4}$, con $k \in \mathbf{Z} \setminus \{0\}$. $*$
b. $\alpha = \frac{k\pi}{2}$, con $k \in \mathbf{Z} \setminus \{0\}$.
c. qualunque sia α, c'è solo la soluzione nulla.
d. nessuna delle precedenti.

Sesto esercizio

(6.0) Sia x la soluzione massimale di

$$\begin{cases} x''(t) = 2x'(t)^2, \\ x(0) = 0, x'(0) = 2 \end{cases}$$

Allora $x(-1) =$
a. $-\frac{\ln(5)}{2}$. $*$
b. $\frac{\ln(5)}{2}$.
c. $\frac{\ln(3)}{2}$.
d. nessuna delle precedenti.

(6.1) Sia x la soluzione massimale di

$$\begin{cases} x''(t) = 2x'(t)^2, \\ x(0) = 0, x'(0) = 3 \end{cases}$$

Allora $x(-1) =$
a. $\frac{\ln(7)}{2}$.
b. $-\frac{\ln(7)}{2}$. $*$
c. $-\frac{\ln(7)}{3}$.
d. nessuna delle precedenti.

(6.2) Sia x la soluzione massimale di

$$\begin{cases} x''(t) = 3x'(t)^2, \\ x(0) = 0, x'(0) = 2 \end{cases}$$

Allora $x(-1) =$
a. $\frac{\ln(7)}{2}$.
b. $-\frac{\ln(7)}{2}$.
c. $-\frac{\ln(7)}{3}$. $*$
d. nessuna delle precedenti.

Settimo esercizio

(7.0) Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 \geq 4, 0 \leq x_3 \leq 2\}$. Allora $\int_A \frac{e^{-(x_1^2+x_2^2)}}{x_3+2} dx_1 dx_2 dx_3 =$.
a. $\pi e^{-2} \ln(2)$.
b. $\pi e^{-4} \ln(2)$. $*$
c. $\pi e^{-4} \ln(4)$.
d. nessuna delle precedenti.

(7.1) Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 \geq 4, 0 \leq x_3 \leq 2\}$. Allora $\int_A \frac{e^{-(x_1^2+x_2^2)}}{x_3+3} dx_1 dx_2 dx_3$.
a. $\pi e^{-2} \ln(\frac{5}{4})$.
b. $\pi e^{-4} \ln(\frac{5}{4})$.
c. $\pi e^{-4} \ln(\frac{5}{3})$. $*$
d. nessuna delle precedenti.

(7.2) Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 \geq 4, 0 \leq x_3 \leq 3\}$. Allora $\int_A \frac{e^{-(x_1^2+x_2^2)}}{x_3+2} dx_1 dx_2 dx_3 =$.
a. $\pi e^{-4} \ln(\frac{5}{2})$. $*$
b. $\pi e^{-4} \ln(\frac{5}{4})$.
c. $\pi e^{-4} \ln(\frac{5}{3})$.
d. nessuna delle precedenti.

Ottavo esercizio

(8.0) $\lim\limits_{x \to 2^-} (2 - x) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{2^n}$
a. $= 1$.
b. $= 2$. $*$
c. $= 0$.
d. nessuna delle precedenti.

(8.1) $\lim\limits_{x \to 3^-} (3 - x) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{3^n}$
a. $= 0$.
b. $= 1$.
c. $= 3$. $*$
d. nessuna delle precedenti.

(8.2) $\lim\limits_{x \to 4^-} (4 - x) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{4^n}$
a. $= 4$. $*$
b. $= 2$.
c. $= 0$.
d. nessuna delle precedenti.

PROVA ON LINE 8 SETTEMBRE 2020
ANALISI MATEMATICA T2
INGEGNERIA INFORMATICA

Primo esercizio

(1.0) Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : \sin(3\sin(x_1^2 + x_2^2)) = 0\}$. Allora
a. A è limitato.
b. A è connesso per archi.
c. se $f(x_1, x_2) = \sin(x_1^2 + x_2^{''})$, $f_{|A}$ è costante.
d. nessuna delle precedenti.

(1.1) Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : \sin(2\sin(x_1^2 + x_2^2)) = 0\}$. Allora
a. $(0.0) \in A \setminus D(A)$.
b. $(0.0) \in D(A) \setminus A$.
c. $(0.0) \in D(A) \cap A$.
d. nessuna delle precedenti.

(1.2) Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : \sin(3\cos(x_1^2 + x_2^2)) = 0\}$. Allora
a. A è connesso per archi, ma non limitato.
b. A è limitato, ma non connesso per archi.
c. A non è né limitato, né connesso per archi. $*$
d. nessuna delle precedenti.

(1.3) Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : |x_3|(x_1^2 + x_2^2) = 2$. Allora
a. A non è connesso per archi, né limitato. $*$
b. A è connesso per archi, ma non limitato.
c. A è limitato, ma non connesso per archi.
d. nessuna delle precedenti.

(1.4) Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_3(x_1^2 + x_2^2) = -2$. Allora
a. A è connesso per archi, ma non limitato. $*$
b. A non è connesso per archi, né limitato.
c. A è limitato, ma non connesso per archi.
d. nessuna delle precedenti.

(1.5) Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : \sin(2\sin(x_1^2 + x_2^2)) = 0\}$. Allora
a. A è limitato.
b. A è connesso per archi.
c. $(0, 0) \in D(A) \cap A$.
d. nessuna delle precedenti.

Secondo esercizio

(2.0) Sia $f : \mathbf{R}^+ \times \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = x_1^{x_2}$. Allora

a. $f(x_1, x_2) = 1 + 2(x_1 - 1) + (x_1 - 1)^2 + \frac{1}{2}(x_1 - 1)(x_2 - 2) + o((x_1 - 1)^2 + (x_2 - 2)^2) \quad ((x_1, x_2) \to (1, 2))$.

b. $f(x_1, x_2) = 1 + 2(x_1 - 1) + (x_1 - 1)^2 + (x_1 - 1)(x_2 - 2) + o((x_1 - 1)^2 + (x_2 - 2)^2) \quad ((x_1, x_2) \to (1, 2))$.

c. $f(x_1, x_2) = 1 + (x_1 - 1) + (x_1 - 1)^2 + (x_1 - 1)(x_2 - 2) + o((x_1 - 1)^2 + (x_2 - 2)^2) \quad ((x_1, x_2) \to (1, 2))$.

d. nessuna delle precedenti.

(2.1) Sia $f : \mathbf{R}^+ \times \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = x_1^{x_2}$. Allora
a. $f(x_1, x_2) = 1 + 3(x_1 - 1) + (x_1 - 1)^2 + \frac{3}{2}(x_1 - 1)(x_2 - 3) + o((x_1 - 1)^2 + (x_2 - 3)^2) \quad ((x_1, x_2) \to (1, 3))$.
b. $f(x_1, x_2) = 1 + 3(x_1 - 1) + 3(x_1 - 1)^2 + (x_1 - 1)(x_2 - 3) + o((x_1 - 1)^2 + (x_2 - 3)^2) \quad ((x_1, x_2) \to (1, 3))$.
c. $f(x_1, x_2) = 1 + 3(x_1 - 1) + (x_2 - 3) + 3(x_1 - 1)^2 + (x_1 - 1)(x_2 - 3) + o((x_1 - 1)^2 + (x_2 - 3)^2) \quad ((x_1, x_2) \to (1, 3))$.
d. nessuna delle precedenti.

(2.2) Sia $f : \mathbf{R}^+ \times \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = x_1^{x_2}$. Allora
a. $f(x_1, x_2) = 1 + 4(x_1 - 1) + 3(x_1 - 1)^2 + \frac{1}{2}(x_1 - 1)(x_2 - 4) + o((x_1 - 1)^2 + (x_2 - 4)^2) \quad ((x_1, x_2) \to (1, 4))$.
b. $f(x_1, x_2) = 1 + 4(x_1 - 1) + 6(x_1 - 1)^2 + \frac{1}{2}(x_1 - 1)(x_2 - 4) + o((x_1 - 1)^2 + (x_2 - 4)^2) \quad ((x_1, x_2) \to (1, 4))$.
c. $f(x_1, x_2) = 1 + 4(x_1 - 1) + 6(x_1 - 1)^2 + (x_1 - 1)(x_2 - 4) + o((x_1 - 1)^2 + (x_2 - 4)^2) \quad ((x_1, x_2) \to (1, 4))$.
d. nessuna delle precedenti.

(2.3) Sia $f : \mathbf{R}^+ \times \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = x_1^{x_2}$. Allora
a. $f(x_1, x_2) = 1 - (x_1 - 1) + (x_1 - 1)^2 + (x_1 - 1)(x_2 + 1) + o((x_1 - 1)^2 + (x_2 + 1)^2) \quad ((x_1, x_2) \to (1, -1))$.
b. $f(x_1, x_2) = 1 - (x_1 - 1) + (x_1 - 1)^2 + \frac{1}{2}(x_1 - 1)(x_2 + 1) + o((x_1 - 1)^2 + (x_2 + 1)^2) \quad ((x_1, x_2) \to (1, -1))$.
c. $f(x_1, x_2) = 1 - (x_1 - 1) + \frac{1}{2}(x_1 - 1)^2 + \frac{1}{2}(x_1 - 1)(x_2 + 1) + o((x_1 - 1)^2 + (x_2 + 1)^2) \quad ((x_1, x_2) \to (1, -1))$.
d. nessuna delle precedenti.

(2.4) Sia $f : \mathbf{R}^+ \times \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = x_1^{x_2}$. Allora

a. $f(x_1,x_2) = 1 - 2(x_1 - 1) + 3(x_1 - 1)^2 + \frac{1}{2}(x_1 - 1)(x_2 + 2) + o((x_1 - 1)^2 + (x_2 + 2)^2) \quad ((x_1, x_2) \to (1, -2))$.
b. $f(x_1,x_2) = 1 - 2(x_1 - 1) + 3(x_1 - 1)^2 + (x_1 - 1)(x_2 + 2) + o((x_1 - 1)^2 + (x_2 + 2)^2) \quad ((x_1, x_2) \to (1, -2))$.
c. $f(x_1,x_2) = 1 - 2(x_1 - 1) + 2(x_1 - 1)^2 + (x_1 - 1)(x_2 + 2) + o((x_1 - 1)^2 + (x_2 + 2)^2) \quad ((x_1, x_2) \to (1, -2))$.
d. nessuna delle precedenti.

(2.5) Sia $f : \mathbf{R}^+ \times \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = x_1^{x_2}$. Allora
a. $f(x_1,x_2) = 1 - 3(x_1 - 1) + 6(x_1 - 1)^2 + (x_1 - 1)(x_2 + 3) + o((x_1 - 1)^2 + (x_2 + 3)^2) \quad ((x_1, x_2) \to (1, -3))$.
b. $f(x_1,x_2) = 1 - 3(x_1 - 1) + 6(x_1 - 1)^2 + \frac{1}{2}(x_1 - 1)(x_2 + 3) + o((x_1 - 1)^2 + (x_2 + 3)^2) \quad ((x_1, x_2) \to (1, -3))$.
c. $f(x_1,x_2) = 1 - 3(x_1 - 1) + 3(x_1 - 1)^2 + \frac{1}{2}(x_1 - 1)(x_2 + 3) + o((x_1 - 1)^2 + (x_2 + 3)^2) \quad ((x_1, x_2) \to (1, -3))$.
d. nessuna delle precedenti.

Terzo esercizio

(3.0) Sia $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = \sin(2x_1) - 2x_2^2$. Allora
a. f ha infiniti punti di massimo relativo e infiniti punti di sella.
b. f ha infiniti punti di massimo relativo e infiniti punti di minimo relativo.
c. f ha un punto di minimo relativo e infiniti punti di sella.
d. nessuna delle precedenti.

(3.1) Sia $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = \sin(2x_1) + 2x_2^2$. Allora
a. f ha infiniti punti di minimo relativo e infiniti punti di sella.
b. f ha infiniti punti di massimo relativo e infiniti punti di minimo relativo.
c. f ha un punto di massimo relativo e infiniti punti di sella.
d. nessuna delle precedenti.

(3.2) Sia $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = -\sin(2x_1) + 2x_2^2$. Allora
a. f ha infiniti punti di massimo relativo e infiniti punti di sella.
b. f ha infiniti punti di massimo relativo e infiniti punti di minimo relativo.
c. f ha un punto di minimo relativo e infiniti punti di sella.
d. nessuna delle precedenti.

(3.3) Sia $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = -\sin(2x_1) - 2x_2^2$. Allora
a. f ha infiniti punti di minimo relativo e infiniti punti di sella.
b. f ha infiniti punti di massimo relativo e infiniti punti di minimo relativo.
c. f ha un punto di massimo relativo e infiniti punti di sella.
d. nessuna delle precedenti.

(3.4) Sia $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = -\sin(2x_1) + 3x_2^2$. Allora
a. f ha infiniti punti di massimo relativo e infiniti punti di minimo relativo.
b. f ha infiniti punti di minimo relativo e infiniti punti di sella.
c. f ha un punto di massimo relativo e infiniti punti di sella.
d. nessuna delle precedenti.

(3.5) Sia $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = \sin(2x_1) - 3x_2^2$. Allora
a. f ha infiniti punti di massimo relativo e infiniti punti di sella.
b. f ha infiniti punti di minimo relativo e infiniti punti di sella.
c. f ha infiniti punti di minimo relativo e infiniti punti di massimo relativo.
d. nessuna delle precedenti.

Quarto esercizio

(4.0) Siano $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 = 4\}$, $f : A \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = x_1^3 + 3x_2^3$. Allora
a. $\max_A(f) = 8$.
b. $min_A(f) = -8$.
c. $min_A(f) = -24$.
d. nessuna delle precedenti.

(4.1) Siano $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 = 4\}$, $f : A \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = x_1^3 + \frac{x_2^3}{2}$. Allora
a. $\max_A(f) = 24$.
b. $min_A(f) = -8$.
c. $min_A(f) = -24$.
d. nessuna delle precedenti.

(4.2) Siano $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 = 9\}$, $f : A \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = x_1^3 + \frac{x_2^3}{2}$. Allora
a. $\max_A(f) = 27$.
b. $min_A(f) = -\frac{27}{2}$.
c. $min_A(f) = -24$.
d. nessuna delle precedenti.

(4.3) Siano $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 = 9\}$, $f : A \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = x_1^3 + 2x_2^3$. Allora
a. $\max_A(f) = 27$.
b. $\min_A(f) = -27$.
c. $\min_A(f) = -54$.
d. nessuna delle precedenti.

(4.4) Siano $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 = 9\}$, $f : A \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = x_1^3 + \frac{x_2^3}{3}$. Allora
a. $\max_A(f) = 54$.
b. $\min_A(f) = -27$.
c. $\min_A(f) = -54$.
d. nessuna delle precedenti.

(4.5) Siano $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 = 4\}$, $f : A \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = x_1^3 + \frac{x_2^3}{3}$. Allora
a. $\max_A(f) = 8$.
b. $\min_A(f) = -27$.
c. $\min_A(f) = -54$.
d. nessuna delle precedenti.

Quinto esercizio

(5.0) Il sistema

$$\begin{cases} x''(t) + 4x(t) = 0, \\ x(0) = x(\alpha) = 0, \end{cases}$$

con $\alpha \neq 0$, ha soluzioni non nulle se e solo se
a. $\alpha = k\pi$, con $k \in \mathbf{Z} \setminus \{0\}$.
b. qualunque sia α, c'è solo la soluzione nulla.
c. $\alpha = \frac{k\pi}{2}$, con $k \in \mathbf{Z} \setminus \{0\}$.
d. nessuna delle precedenti.

(5.1) Il sistema

$$\begin{cases} x''(t) + 9x(t) = 0, \\ x(0) = x(\alpha) = 0, \end{cases}$$

con $\alpha \neq 0$, ha soluzioni non nulle se e solo se
a. qualunque sia α, c'è solo la soluzione nulla.
b. $\alpha = \frac{k\pi}{6}$, con $k \in \mathbf{Z} \setminus \{0\}$.
c. $\alpha = \frac{k\pi}{3}$, con $k \in \mathbf{Z} \setminus \{0\}$.
d. nessuna delle precedenti.

(5.2) Il sistema

$$\begin{cases} x''(t) + 16x(t) = 0, \\ x(0) = x(\alpha) = 0, \end{cases}$$

con $\alpha \neq 0$, ha soluzioni non nulle se e solo se
a. $\alpha = \frac{k\pi}{4}$, con $k \in \mathbf{Z} \setminus \{0\}$.

b. $\alpha = \frac{k\pi}{2}$, con $k \in \mathbf{Z} \setminus \{0\}$.
c. qualunque sia α, c'è solo la soluzione nulla.
d. nessuna delle precedenti.

(5.3) Il sistema

$$\begin{cases} x''(t) + 25x(t) = 0, \\ x(0) = x(\alpha) = 0, \end{cases}$$

con $\alpha \neq 0$, ha soluzioni non nulle se e solo se
a. $\alpha = \frac{k\pi}{10}$, con $k \in \mathbf{Z} \setminus \{0\}$.
b. $\alpha = \frac{k\pi}{5}$, con $k \in \mathbf{Z} \setminus \{0\}$.
c. qualunque sia α, c'è solo la soluzione nulla.
d. nessuna delle precedenti.

(5.4) Il sistema

$$\begin{cases} x''(t) - 4x(t) = 0, \\ x(0) = x(\alpha) = 0, \end{cases}$$

con $\alpha \neq 0$, ha soluzioni non nulle se e solo se
a. $\alpha = \frac{k\pi}{2}$, con $k \in \mathbf{Z} \setminus \{0\}$.
b. $\alpha = \frac{k\pi}{4}$, con $k \in \mathbf{Z} \setminus \{0\}$.
c. qualunque sia α, c'è solo la soluzione nulla.
d. nessuna delle precedenti.

(5.5) Il sistema

$$\begin{cases} x''(t) - 9x(t) = 0, \\ x(0) = x(\alpha) = 0, \end{cases}$$

con $\alpha \neq 0$, ha soluzioni non nulle se e solo se
a. $\alpha = \frac{k\pi}{3}$, con $k \in \mathbf{Z} \setminus \{0\}$.
b. $\alpha = \frac{k\pi}{6}$, con $k \in \mathbf{Z} \setminus \{0\}$.
c. qualunque sia α, c'è solo la soluzione nulla.
d. nessuna delle precedenti.

Sesto esercizio

(6.0) Sia x la soluzione massimale di

$$\begin{cases} x''(t) = 2x'(t)^2, \\ x(0) = 0, x'(0) = 2 \end{cases}$$

Allora $x(-1) =$
a. $-\frac{\ln(5)}{2}$.

b. $\frac{\ln(5)}{2}$.
c. $\frac{\ln(3)}{2}$.
d. nessuna delle precedenti.

(6.1) Sia x la soluzione massimale di

$$\begin{cases} x''(t) = 2x'(t)^2, \\ x(0) = 0, x'(0) = 3 \end{cases}$$

Allora $x(-1) =$
a. $\frac{\ln(7)}{2}$.
b. $-\frac{\ln(7)}{2}$.
c. $-\frac{\ln(7)}{3}$.
d. nessuna delle precedenti.

(6.2) Sia x la soluzione massimale di

$$\begin{cases} x''(t) = 3x'(t)^2, \\ x(0) = 0, x'(0) = 2 \end{cases}$$

Allora $x(-1) =$
a. $\frac{\ln(7)}{2}$.
b. $-\frac{\ln(7)}{2}$.
c. $-\frac{\ln(7)}{3}$.
d. nessuna delle precedenti.

(6.3) Sia x la soluzione massimale di

$$\begin{cases} x''(t) = -2x'(t)^2, \\ x(0) = 0, x'(0) = 2 \end{cases}$$

Allora $x(1) =$
a. $-\frac{\ln(5)}{2}$.
b. $\frac{\ln(5)}{2}$.
c. $\frac{\ln(3)}{2}$.
d. nessuna delle precedenti.

(6.4) Sia x la soluzione massimale di

$$\begin{cases} x''(t) = -2x'(t)^2, \\ x(0) = 0, x'(0) = 3 \end{cases}$$

Allora $x(1) =$
a. $\frac{\ln(7)}{2}$.
b. $-\frac{\ln(7)}{2}$.
c. $-\frac{\ln(7)}{3}$.
d. nessuna delle precedenti.

(6.5) Sia x la soluzione massimale di

$$\begin{cases} x''(t) = -3x'(t)^2, \\ x(0) = 0, x'(0) = 2 \end{cases}$$

Allora $x(1) =$
a. $-\frac{\ln(7)}{2}$.
b. $-\frac{\ln(7)}{3}$.
c. $\frac{\ln(7)}{3}$.
d. nessuna delle precedenti.

Settimo esercizio

(7.0) Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 \geq 4, 0 \leq x_3 \leq 2\}$. Allora $\int_A \frac{e^{-(x_1^2+x_2^2)}}{x_3+2} dx_1 dx_2 dx_3 =$.
a. $\pi e^{-2} \ln(2)$.
b. $\pi e^{-4} \ln(2)$.
c. $\pi e^{-4} \ln(4)$.
d. nessuna delle precedenti.

(7.1) Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 \geq 4, 0 \leq x_3 \leq 2\}$. Allora $\int_A \frac{e^{-(x_1^2+x_2^2)}}{x_3+3} dx_1 dx_2 dx_3$.
a. $\pi e^{-2} \ln(\frac{5}{4})$.
b. $\pi e^{-4} \ln(\frac{5}{4})$.
c. $\pi e^{-4} \ln(\frac{5}{3})$.
d. nessuna delle precedenti.

(7.2) Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 \geq 4, 0 \leq x_3 \leq 3\}$. Allora $\int_A \frac{e^{-(x_1^2+x_2^2)}}{x_3+2} dx_1 dx_2 dx_3 =$.
a. $\pi e^{-4} \ln(\frac{5}{2})$.
b. $\pi e^{-4} \ln(\frac{5}{4})$.
c. $\pi e^{-4} \ln(\frac{5}{3})$.
d. nessuna delle precedenti.

(7.3) Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 \geq 9, 0 \leq x_3 \leq 2\}$. Allora $\int_A \frac{e^{-(x_1^2+x_2^2)}}{x_3+2} dx_1 dx_2 dx_3 =$.
a. $\pi e^{-9} \ln(4)$.
b. $\pi e^{-9} \ln(2)$.
c. $\pi e^{-3} \ln(2)$.
d. nessuna delle precedenti.

(7.4) Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 \geq 9, 0 \leq x_3 \leq 3\}$. Allora $\int_A \frac{e^{-(x_1^2+x_2^2)}}{x_3+2} dx_1 dx_2 dx_3 =$.
a. $\pi e^{-3} \ln(\frac{5}{3})$.
b. $\pi e^{-9} \ln(\frac{5}{3})$.
c. $\pi e^{-9} \ln(\frac{5}{2})$.
d. nessuna delle precedenti.

(7.5) Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 \geq 9, 0 \leq x_3 \leq 3\}$. Allora $\int_A \frac{e^{-(x_1^2+x_2^2)}}{x_3+3} dx_1 dx_2 dx_3 =$.
a. $\pi e^{-9} \ln(2)$.
b. $\pi e^{-9} \ln(\frac{5}{2})$.
c. $\pi e^{-3} \ln(\frac{5}{2})$.
d. nessuna delle precedenti.

Ottavo esercizio

(8.0) Sia, per $n \in \mathbf{N}$, $f_n : [0, +\infty[\to \mathbf{R}$, $f_n(x) = \frac{2x^n}{2x^n+2^n}$. Allora
a. $(f_n)_{n\in\mathbf{N}}$ converge uniformemente in $[0, 3]$.
b. $(f_n)_{n\in\mathbf{N}}$ converge puntualmente a una funzione continua.
c. $(f_n(x))_{n\in\mathbf{N}}$ non converge puntualmente in qualche $x \in [0, +\infty[$.
d. nessuna delle precedenti.

(8.1) Sia, per $n \in \mathbf{N}$, $f_n : [0, +\infty[\to \mathbf{R}$, $f_n(x) = \frac{2x^n}{2x^n+4^n}$. Allora
a. $(f_n)_{n\in\mathbf{N}}$ converge uniformemente in $[0, 3]$.
b. $(f_n)_{n\in\mathbf{N}}$ converge puntualmente a una funzione continua.
c. $(f_n(x))_{n\in\mathbf{N}}$ non converge puntualmente in qualche $x \in [0, +\infty[$.
d. nessuna delle precedenti

(8.2) Sia, per $n \in \mathbf{N}$, $f_n : [0, +\infty[\to \mathbf{R}$, $f_n(x) = \frac{2x^n}{2x^n+5^n}$. Allora
a. $(f_n)_{n\in\mathbf{N}}$ converge uniformemente in $[0, 5]$.
b. $(f_n)_{n\in\mathbf{N}}$ converge puntualmente a una funzione continua.
c. $(f_n(x))_{n\in\mathbf{N}}$ non converge puntualmente in qualche $x \in [0, +\infty[$.
d. nessuna delle precedenti.

(8.3) Sia, per $n \in \mathbf{N}$, $f_n : [0, +\infty[\to \mathbf{R}$, $f_n(x) = \frac{2x^n}{2x^n + 2^n}$. Allora
a. $(f_n)_{n \in \mathbf{N}}$ converge uniformemente in $[3, +\infty[$.
b. $(f_n)_{n \in \mathbf{N}}$ converge puntualmente a una funzione continua.
c. $(f_n(x))_{n \in \mathbf{N}}$ non converge puntualmente in qualche $x \in [0, +\infty[$.
d. nessuna delle precedenti.

(8.4) Sia, per $n \in \mathbf{N}$, $f_n : [0, +\infty[\to \mathbf{R}$, $f_n(x) = \frac{2x^n}{2x^n + 4^n}$. Allora
a. $(f_n)_{n \in \mathbf{N}}$ converge uniformemente in $[3, +\infty)$.
b. $(f_n)_{n \in \mathbf{N}}$ converge puntualmente a una funzione continua.
c. $(f_n(x))_{n \in \mathbf{N}}$ non converge puntualmente in qualche $x \in [0, +\infty[$.
d. nessuna delle precedenti.

(8.5) Sia, per $n \in \mathbf{N}$, $f_n : [0, +\infty[\to \mathbf{R}$, $f_n(x) = \frac{2x^n}{2x^n + 5^n}$. Allora
a. $(f_n)_{n \in \mathbf{N}}$ converge uniformemente in $[0, 5]$.
b. $(f_n)_{n \in \mathbf{N}}$ converge uniformemente a una funzione continua in $[6, +\infty[$.
c. $(f_n(x))_{n \in \mathbf{N}}$ non converge puntualmente in qualche $x \in [0, +\infty[$.
d. nessuna delle precedenti.

PROVA ON LINE 8 SETTEMBRE 2020
ANALISI MATEMATICA T2
INGEGNERIA INFORMATICA

Primo esercizio

(1.0) Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : \sin(3\sin(x_1^2 + x_2^2)) = 0\}$. Allora
a. A è limitato.
b. A è connesso per archi.
c. se $f(x_1, x_2) = \sin(x_1^2 + x_2^{"})$, $f_{|A}$ è costante.
d. nessuna delle precedenti.

(1.1) Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : \sin(2\sin(x_1^2 + x_2^2)) = 0\}$. Allora
a. $(0.0) \in A \setminus D(A)$.
b. $(0.0) \in D(A) \setminus A$.
c. $(0.0) \in D(A) \cap A$.
d. nessuna delle precedenti.

(1.2) Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : \sin(3\cos(x_1^2 + x_2^2)) = 0\}$. Allora
a. A è connesso per archi, ma non limitato.
b. A è limitato, ma non connesso per archi.
c. A non è né limitato, né connesso per archi. $*$
d. nessuna delle precedenti.

(1.3) Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : |x_3|(x_1^2 + x_2^2) = 2$. Allora
a. A non è connesso per archi, né limitato. $*$
b. A è connesso per archi, ma non limitato.
c. A è limitato, ma non connesso per archi.
d. nessuna delle precedenti.

(1.4) Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_3(x_1^2 + x_2^2) = -2$. Allora
a. A è connesso per archi, ma non limitato. $*$
b. A non è connesso per archi, né limitato.
c. A è limitato, ma non connesso per archi.
d. nessuna delle precedenti.

(1.5) Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : \sin(2\sin(x_1^2 + x_2^2)) = 0\}$. Allora
a. A è limitato.
b. A è connesso per archi.
c. $(0, 0) \in D(A) \cap A$.
d. nessuna delle precedenti.

Secondo esercizio

(2.0) Sia $f : \mathbf{R}^+ \times \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = x_1^{x_2}$. Allora

a. $f(x_1, x_2) = 1 + 2(x_1 - 1) + (x_1 - 1)^2 + \frac{1}{2}(x_1 - 1)(x_2 - 2) + o((x_1 - 1)^2 + (x_2 - 2)^2) \quad ((x_1, x_2) \to (1, 2))$.

b. $f(x_1, x_2) = 1 + 2(x_1 - 1) + (x_1 - 1)^2 + (x_1 - 1)(x_2 - 2) + o((x_1 - 1)^2 + (x_2 - 2)^2) \quad ((x_1, x_2) \to (1, 2))$.

c. $f(x_1, x_2) = 1 + (x_1 - 1) + (x_1 - 1)^2 + (x_1 - 1)(x_2 - 2) + o((x_1 - 1)^2 + (x_2 - 2)^2) \quad ((x_1, x_2) \to (1, 2))$.

d. nessuna delle precedenti.

(2.1) Sia $f : \mathbf{R}^+ \times \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = x_1^{x_2}$. Allora
a. $f(x_1, x_2) = 1 + 3(x_1 - 1) + (x_1 - 1)^2 + \frac{3}{2}(x_1 - 1)(x_2 - 3) + o((x_1 - 1)^2 + (x_2 - 3)^2) \quad ((x_1, x_2) \to (1, 3))$.
b. $f(x_1, x_2) = 1 + 3(x_1 - 1) + 3(x_1 - 1)^2 + (x_1 - 1)(x_2 - 3) + o((x_1 - 1)^2 + (x_2 - 3)^2) \quad ((x_1, x_2) \to (1, 3))$.
c. $f(x_1, x_2) = 1 + 3(x_1 - 1) + (x_2 - 3) + 3(x_1 - 1)^2 + (x_1 - 1)(x_2 - 3) + o((x_1 - 1)^2 + (x_2 - 3)^2) \quad ((x_1, x_2) \to (1, 3))$.
d. nessuna delle precedenti.

(2.2) Sia $f : \mathbf{R}^+ \times \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = x_1^{x_2}$. Allora
a. $f(x_1, x_2) = 1 + 4(x_1 - 1) + 3(x_1 - 1)^2 + \frac{1}{2}(x_1 - 1)(x_2 - 4) + o((x_1 - 1)^2 + (x_2 - 4)^2) \quad ((x_1, x_2) \to (1, 4))$.
b. $f(x_1, x_2) = 1 + 4(x_1 - 1) + 6(x_1 - 1)^2 + \frac{1}{2}(x_1 - 1)(x_2 - 4) + o((x_1 - 1)^2 + (x_2 - 4)^2) \quad ((x_1, x_2) \to (1, 4))$.
c. $f(x_1, x_2) = 1 + 4(x_1 - 1) + 6(x_1 - 1)^2 + (x_1 - 1)(x_2 - 4) + o((x_1 - 1)^2 + (x_2 - 4)^2) \quad ((x_1, x_2) \to (1, 4))$.
d. nessuna delle precedenti.

(2.3) Sia $f : \mathbf{R}^+ \times \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = x_1^{x_2}$. Allora
a. $f(x_1, x_2) = 1 - (x_1 - 1) + (x_1 - 1)^2 + (x_1 - 1)(x_2 + 1) + o((x_1 - 1)^2 + (x_2 + 1)^2) \quad ((x_1, x_2) \to (1, -1))$.
b. $f(x_1, x_2) = 1 - (x_1 - 1) + (x_1 - 1)^2 + \frac{1}{2}(x_1 - 1)(x_2 + 1) + o((x_1 - 1)^2 + (x_2 + 1)^2) \quad ((x_1, x_2) \to (1, -1))$.
c. $f(x_1, x_2) = 1 - (x_1 - 1) + \frac{1}{2}(x_1 - 1)^2 + \frac{1}{2}(x_1 - 1)(x_2 + 1) + o((x_1 - 1)^2 + (x_2 + 1)^2) \quad ((x_1, x_2) \to (1, -1))$.
d. nessuna delle precedenti.

(2.4) Sia $f : \mathbf{R}^+ \times \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = x_1^{x_2}$. Allora

a. $f(x_1,x_2) = 1 - 2(x_1-1) + 3(x_1-1)^2 + \frac{1}{2}(x_1-1)(x_2+2) + o((x_1-1)^2 + (x_2+2)^2) \quad ((x_1,x_2) \to (1,-2))$.
b. $f(x_1,x_2) = 1 - 2(x_1-1) + 3(x_1-1)^2 + (x_1-1)(x_2+2) + o((x_1-1)^2 + (x_2+2)^2) \quad ((x_1,x_2) \to (1,-2))$.
c. $f(x_1,x_2) = 1 - 2(x_1-1) + 2(x_1-1)^2 + (x_1-1)(x_2+2) + o((x_1-1)^2 + (x_2+2)^2) \quad ((x_1,x_2) \to (1,-2))$.
d. nessuna delle precedenti.

(2.5) Sia $f : \mathbf{R}^+ \times \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x_1,x_2) = x_1^{x_2}$. Allora
a. $f(x_1,x_2) = 1 - 3(x_1-1) + 6(x_1-1)^2 + (x_1-1)(x_2+3) + o((x_1-1)^2 + (x_2+3)^2) \quad ((x_1,x_2) \to (1,-3))$.
b. $f(x_1,x_2) = 1 - 3(x_1-1) + 6(x_1-1)^2 + \frac{1}{2}(x_1-1)(x_2+3) + o((x_1-1)^2 + (x_2+3)^2) \quad ((x_1,x_2) \to (1,-3))$.
c. $f(x_1,x_2) = 1 - 3(x_1-1) + 3(x_1-1)^2 + \frac{1}{2}(x_1-1)(x_2+3) + o((x_1-1)^2 + (x_2+3)^2) \quad ((x_1,x_2) \to (1,-3))$.
d. nessuna delle precedenti.

Terzo esercizio

(3.0) Sia $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, $f(x_1,x_2) = \sin(2x_1) - 2x_2^2$. Allora
a. f ha infiniti punti di massimo relativo e infiniti punti di sella.
b. f ha infiniti punti di massimo relativo e infiniti punti di minimo relativo.
c. f ha un punto di minimo relativo e infiniti punti di sella.
d. nessuna delle precedenti.

(3.1) Sia $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, $f(x_1,x_2) = \sin(2x_1) + 2x_2^2$. Allora
a. f ha infiniti punti di minimo relativo e infiniti punti di sella.
b. f ha infiniti punti di massimo relativo e infiniti punti di minimo relativo.
c. f ha un punto di massimo relativo e infiniti punti di sella.
d. nessuna delle precedenti.

(3.2) Sia $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, $f(x_1,x_2) = -\sin(2x_1) + 2x_2^2$. Allora
a. f ha infiniti punti di massimo relativo e infiniti punti di sella.
b. f ha infiniti punti di massimo relativo e infiniti punti di minimo relativo.
c. f ha un punto di minimo relativo e infiniti punti di sella.
d. nessuna delle precedenti.

(3.3) Sia $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, $f(x_1,x_2) = -\sin(2x_1) - 2x_2^2$. Allora
a. f ha infiniti punti di minimo relativo e infiniti punti di sella.
b. f ha infiniti punti di massimo relativo e infiniti punti di minimo relativo.
c. f ha un punto di massimo relativo e infiniti punti di sella.
d. nessuna delle precedenti.

(3.4) Sia $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = -\sin(2x_1) + 3x_2^2$. Allora
a. f ha infiniti punti di massimo relativo e infiniti punti di minimo relativo.
b. f ha infiniti punti di minimo relativo e infiniti punti di sella.
c. f ha un punto di massimo relativo e infiniti punti di sella.
d. nessuna delle precedenti.

(3.5) Sia $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = \sin(2x_1) - 3x_2^2$. Allora
a. f ha infiniti punti di massimo relativo e infiniti punti di sella.
b. f ha infiniti punti di minimo relativo e infiniti punti di sella.
c. f ha infiniti punti di minimo relativo e infiniti punti di massimo relativo.
d. nessuna delle precedenti.

Quarto esercizio

(4.0) Siano $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 = 4\}$, $f : A \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = x_1^3 + 3x_2^3$. Allora
a. $\max_A(f) = 8$.
b. $min_A(f) = -8$.
c. $min_A(f) = -24$.
d. nessuna delle precedenti.

(4.1) Siano $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 = 4\}$, $f : A \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = x_1^3 + \frac{x_2^3}{2}$. Allora
a. $\max_A(f) = 24$.
b. $min_A(f) = -8$.
c. $min_A(f) = -24$.
d. nessuna delle precedenti.

(4.2) Siano $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 = 9\}$, $f : A \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = x_1^3 + \frac{x_2^3}{2}$. Allora
a. $\max_A(f) = 27$.
b. $min_A(f) = -\frac{27}{2}$.
c. $min_A(f) = -24$.
d. nessuna delle precedenti.

(4.3) Siano $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 = 9\}$, $f : A \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = x_1^3 + 2x_2^3$. Allora
a. $\max_A(f) = 27$.
b. $\min_A(f) = -27$.
c. $\min_A(f) = -54$.
d. nessuna delle precedenti.

(4.4) Siano $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 = 9\}$, $f : A \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = x_1^3 + \frac{x_2^3}{3}$. Allora
a. $\max_A(f) = 54$.
b. $\min_A(f) = -27$.
c. $\min_A(f) = -54$.
d. nessuna delle precedenti.

(4.5) Siano $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 = 4\}$, $f : A \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = x_1^3 + \frac{x_2^3}{3}$. Allora
a. $\max_A(f) = 8$.
b. $\min_A(f) = -27$.
c. $\min_A(f) = -54$.
d. nessuna delle precedenti.

Quinto esercizio

(5.0) Il sistema

$$\begin{cases} x''(t) + 4x(t) = 0, \\ x(0) = x(\alpha) = 0, \end{cases}$$

con $\alpha \neq 0$, ha soluzioni non nulle se e solo se
a. $\alpha = k\pi$, con $k \in \mathbf{Z} \setminus \{0\}$.
b. qualunque sia α, c'è solo la soluzione nulla.
c. $\alpha = \frac{k\pi}{2}$, con $k \in \mathbf{Z} \setminus \{0\}$.
d. nessuna delle precedenti.

(5.1) Il sistema

$$\begin{cases} x''(t) + 9x(t) = 0, \\ x(0) = x(\alpha) = 0, \end{cases}$$

con $\alpha \neq 0$, ha soluzioni non nulle se e solo se
a. qualunque sia α, c'è solo la soluzione nulla.
b. $\alpha = \frac{k\pi}{6}$, con $k \in \mathbf{Z} \setminus \{0\}$.
c. $\alpha = \frac{k\pi}{3}$, con $k \in \mathbf{Z} \setminus \{0\}$.
d. nessuna delle precedenti.

(5.2) Il sistema

$$\begin{cases} x''(t) + 16x(t) = 0, \\ x(0) = x(\alpha) = 0, \end{cases}$$

con $\alpha \neq 0$, ha soluzioni non nulle se e solo se
a. $\alpha = \frac{k\pi}{4}$, con $k \in \mathbf{Z} \setminus \{0\}$.

b. $\alpha = \frac{k\pi}{2}$, con $k \in \mathbf{Z} \setminus \{0\}$.
c. qualunque sia α, c'è solo la soluzione nulla.
d. nessuna delle precedenti.

(5.3) Il sistema

$$\begin{cases} x''(t) + 25x(t) = 0, \\ x(0) = x(\alpha) = 0, \end{cases}$$

con $\alpha \neq 0$, ha soluzioni non nulle se e solo se
a. $\alpha = \frac{k\pi}{10}$, con $k \in \mathbf{Z} \setminus \{0\}$.
b. $\alpha = \frac{k\pi}{5}$, con $k \in \mathbf{Z} \setminus \{0\}$.
c. qualunque sia α, c'è solo la soluzione nulla.
d. nessuna delle precedenti.

(5.4) Il sistema

$$\begin{cases} x''(t) - 4x(t) = 0, \\ x(0) = x(\alpha) = 0, \end{cases}$$

con $\alpha \neq 0$, ha soluzioni non nulle se e solo se
a. $\alpha = \frac{k\pi}{2}$, con $k \in \mathbf{Z} \setminus \{0\}$.
b. $\alpha = \frac{k\pi}{4}$, con $k \in \mathbf{Z} \setminus \{0\}$.
c. qualunque sia α, c'è solo la soluzione nulla.
d. nessuna delle precedenti.

(5.5) Il sistema

$$\begin{cases} x''(t) - 9x(t) = 0, \\ x(0) = x(\alpha) = 0, \end{cases}$$

con $\alpha \neq 0$, ha soluzioni non nulle se e solo se
a. $\alpha = \frac{k\pi}{3}$, con $k \in \mathbf{Z} \setminus \{0\}$.
b. $\alpha = \frac{k\pi}{6}$, con $k \in \mathbf{Z} \setminus \{0\}$.
c. qualunque sia α, c'è solo la soluzione nulla.
d. nessuna delle precedenti.

Sesto esercizio

(6.0) Sia x la soluzione massimale di

$$\begin{cases} x''(t) = 2x'(t)^2, \\ x(0) = 0, x'(0) = 2 \end{cases}$$

Allora $x(-1) =$
a. $-\frac{\ln(5)}{2}$.

b. $\frac{\ln(5)}{2}$.
c. $\frac{\ln(3)}{2}$.
d. nessuna delle precedenti.

(6.1) Sia x la soluzione massimale di

$$\begin{cases} x''(t) = 2x'(t)^2, \\ x(0) = 0, x'(0) = 3 \end{cases}$$

Allora $x(-1) =$
a. $\frac{\ln(7)}{2}$.
b. $-\frac{\ln(7)}{2}$.
c. $-\frac{\ln(7)}{3}$.
d. nessuna delle precedenti.

(6.2) Sia x la soluzione massimale di

$$\begin{cases} x''(t) = 3x'(t)^2, \\ x(0) = 0, x'(0) = 2 \end{cases}$$

Allora $x(-1) =$
a. $\frac{\ln(7)}{2}$.
b. $-\frac{\ln(7)}{2}$.
c. $-\frac{\ln(7)}{3}$.
d. nessuna delle precedenti.

(6.3) Sia x la soluzione massimale di

$$\begin{cases} x''(t) = -2x'(t)^2, \\ x(0) = 0, x'(0) = 2 \end{cases}$$

Allora $x(1) =$
a. $-\frac{\ln(5)}{2}$.
b. $\frac{\ln(5)}{2}$.
c. $\frac{\ln(3)}{2}$.
d. nessuna delle precedenti.

(6.4) Sia x la soluzione massimale di

$$\begin{cases} x''(t) = -2x'(t)^2, \\ x(0) = 0, x'(0) = 3 \end{cases}$$

Allora $x(1) =$
a. $\frac{\ln(7)}{2}$.
b. $-\frac{\ln(7)}{2}$.
c. $-\frac{\ln(7)}{3}$.
d. nessuna delle precedenti.

(6.5) Sia x la soluzione massimale di

$$\begin{cases} x''(t) = -3x'(t)^2, \\ x(0) = 0, x'(0) = 2 \end{cases}$$

Allora $x(1) =$
a. $-\frac{\ln(7)}{2}$.
b. $-\frac{\ln(7)}{3}$.
c. $\frac{\ln(7)}{3}$.
d. nessuna delle precedenti.

Settimo esercizio

(7.0) Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 \geq 4, 0 \leq x_3 \leq 2\}$. Allora $\int_A \frac{e^{-(x_1^2+x_2^2)}}{x_3+2} dx_1 dx_2 dx_3 =$.
a. $\pi e^{-2} \ln(2)$.
b. $\pi e^{-4} \ln(2)$.
c. $\pi e^{-4} \ln(4)$.
d. nessuna delle precedenti.

(7.1) Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 \geq 4, 0 \leq x_3 \leq 2\}$. Allora $\int_A \frac{e^{-(x_1^2+x_2^2)}}{x_3+3} dx_1 dx_2 dx_3$.
a. $\pi e^{-2} \ln(\frac{5}{4})$.
b. $\pi e^{-4} \ln(\frac{5}{4})$.
c. $\pi e^{-4} \ln(\frac{5}{3})$.
d. nessuna delle precedenti.

(7.2) Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 \geq 4, 0 \leq x_3 \leq 3\}$. Allora $\int_A \frac{e^{-(x_1^2+x_2^2)}}{x_3+2} dx_1 dx_2 dx_3 =$.
a. $\pi e^{-4} \ln(\frac{5}{2})$.
b. $\pi e^{-4} \ln(\frac{5}{4})$.
c. $\pi e^{-4} \ln(\frac{5}{3})$.
d. nessuna delle precedenti.

(7.3) Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 \geq 9, 0 \leq x_3 \leq 2\}$. Allora $\int_A \frac{e^{-(x_1^2+x_2^2)}}{x_3+2} dx_1 dx_2 dx_3 =$.
a. $\pi e^{-9} \ln(4)$.
b. $\pi e^{-9} \ln(2)$.
c. $\pi e^{-3} \ln(2)$.
d. nessuna delle precedenti.

(7.4) Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 \geq 9, 0 \leq x_3 \leq 3\}$. Allora $\int_A \frac{e^{-(x_1^2+x_2^2)}}{x_3+2} dx_1 dx_2 dx_3 =$.
a. $\pi e^{-3} \ln(\frac{5}{3})$.
b. $\pi e^{-9} \ln(\frac{5}{3})$.
c. $\pi e^{-9} \ln(\frac{5}{2})$.
d. nessuna delle precedenti.

(7.5) Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 \geq 9, 0 \leq x_3 \leq 3\}$. Allora $\int_A \frac{e^{-(x_1^2+x_2^2)}}{x_3+3} dx_1 dx_2 dx_3 =$.
a. $\pi e^{-9} \ln(2)$.
b. $\pi e^{-9} \ln(\frac{5}{2})$.
c. $\pi e^{-3} \ln(\frac{5}{2})$.
d. nessuna delle precedenti.

Ottavo esercizio

(8.0) Sia, per $n \in \mathbf{N}$, $f_n : [0, +\infty[\to \mathbf{R}$, $f_n(x) = \frac{2x^n}{2x^n+2^n}$. Allora
a. $(f_n)_{n\in\mathbf{N}}$ converge uniformemente in $[0, 3]$.
b. $(f_n)_{n\in\mathbf{N}}$ converge puntualmente a una funzione continua.
c. $(f_n(x))_{n\in\mathbf{N}}$ non converge puntualmente in qualche $x \in [0, +\infty[$.
d. nessuna delle precedenti.

(8.1) Sia, per $n \in \mathbf{N}$, $f_n : [0, +\infty[\to \mathbf{R}$, $f_n(x) = \frac{2x^n}{2x^n+4^n}$. Allora
a. $(f_n)_{n\in\mathbf{N}}$ converge uniformemente in $[0, 3]$.
b. $(f_n)_{n\in\mathbf{N}}$ converge puntualmente a una funzione continua.
c. $(f_n(x))_{n\in\mathbf{N}}$ non converge puntualmente in qualche $x \in [0, +\infty[$.
d. nessuna delle precedenti

(8.2) Sia, per $n \in \mathbf{N}$, $f_n : [0, +\infty[\to \mathbf{R}$, $f_n(x) = \frac{2x^n}{2x^n+5^n}$. Allora
a. $(f_n)_{n\in\mathbf{N}}$ converge uniformemente in $[0, 5]$.
b. $(f_n)_{n\in\mathbf{N}}$ converge puntualmente a una funzione continua.
c. $(f_n(x))_{n\in\mathbf{N}}$ non converge puntualmente in qualche $x \in [0, +\infty[$.
d. nessuna delle precedenti.

(8.3) Sia, per $n \in \mathbf{N}$, $f_n : [0, +\infty[\to \mathbf{R}$, $f_n(x) = \frac{2x^n}{2x^n+2^n}$. Allora
a. $(f_n)_{n\in\mathbf{N}}$ converge uniformemente in $[3, +\infty[$.
b. $(f_n)_{n\in\mathbf{N}}$ converge puntualmente a una funzione continua.
c. $(f_n(x))_{n\in\mathbf{N}}$ non converge puntualmente in qualche $x \in [0, +\infty[$.
d. nessuna delle precedenti.

(8.4) Sia, per $n \in \mathbf{N}$, $f_n : [0, +\infty[\to \mathbf{R}$, $f_n(x) = \frac{2x^n}{2x^n+4^n}$. Allora
a. $(f_n)_{n\in\mathbf{N}}$ converge uniformemente in $[3, +\infty)$.
b. $(f_n)_{n\in\mathbf{N}}$ converge puntualmente a una funzione continua.
c. $(f_n(x))_{n\in\mathbf{N}}$ non converge puntualmente in qualche $x \in [0, +\infty[$.
d. nessuna delle precedenti.

(8.5) Sia, per $n \in \mathbf{N}$, $f_n : [0, +\infty[\to \mathbf{R}$, $f_n(x) = \frac{2x^n}{2x^n+5^n}$. Allora
a. $(f_n)_{n\in\mathbf{N}}$ converge uniformemente in $[0, 5]$.
b. $(f_n)_{n\in\mathbf{N}}$ converge uniformemente a una funzione continua in $[6, +\infty[$.
c. $(f_n(x))_{n\in\mathbf{N}}$ non converge puntualmente in qualche $x \in [0, +\infty[$.
d. nessuna delle precedenti.

PROVA ON LINE 12 GENNAIO 2021
ANALISI MATEMATICA T2
INGEGNERIA INFORMATICA

Primo esercizio

(1.0) Il dominio naturale di $f(x_1, x_2) = (9 - x_1^2 - x_2^2)^{-1/4}$ è
a. chiuso e limitato;
b. limitato e convesso; $*$
c. non limitato e aperto;
d. nessuna delle precedenti.
(1.1) Il dominio naturale A di $f(x_1, x_2) = (x_1^2 + x_2^2 - 9)^{-1/4}$ è
a. non limitato e aperto; $*$
b. non limitato e convesso;
c. $Fr(A) = D(A)$;
d. nessuna delle precedenti.
(1.2) Il dominio naturale A di $f(x_1, x_2) = (x_1^2 - x_2^2)^{-1/4}$ è
a. connesso per archi e non limitato;
b. aperto e non limitato; $*$
c. coincide col proprio derivato;
d. nessuna delle precedenti.
(1.3) Il dominio naturale A di $f(x_1, x_2) = (x_1^2 - x_2^2)^{1/4}$ è
a. aperto e non limitato;
b. aperto, ma non connesso per archi.
c. aperto, ma non connesso per archi.
d. nessuna delle precedenti. $*$

Secondo esercizio

(2.0) Siano $f \in C^2(\mathbf{R}^2)$, $g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $g(t) = f(\sin(t), \sin(2t))$. Allora $g''(0) =$
a. $D_{11}f(0,0) + 2D_{12}f(0,0) + 2D_{22}f(0,0)$.
b. $D_{11}f(0,0) + 4D_{12}f(0,0) + 2D_{22}f(0,0)$.
c. $D_{11}f(0,0) + 4D_{12}f(0,0) + 4D_{22}f(0,0)$. $*$
d. nessuna delle precedenti.
(2.1) Siano $f \in C^2(\mathbf{R}^2)$, $g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $g(t) = f(\sin(t), \sin(3t))$. Allora $g''(0) =$
a. $D_{11}f(0,0) + 3D_{12}f(0,0) + 9D_{22}f(0,0)$.
b. $D_{11}f(0,0) + 6D_{12}f(0,0) + 9D_{22}f(0,0)$. $*$
c. $D_{11}f(0,0) + 6D_{12}f(0,0) + 12D_{22}f(0,0)$.

d. nessuna delle precedenti.

(2.2) Siano $f \in C^2(\mathbf{R}^2)$, $g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $g(t) = f(\sin(2t), \sin(t))$. Allora $g''(0) =$

a. $2D_{11}f(0,0) + 4D_{12}f(0,0) + D_{22}f(0,0)$.

b. $4D_{11}f(0,0) + 4D_{12}f(0,0) + D_{22}f(0,0)$. $*$

c. $4D_{11}f(0,0) + 8D_{12}f(0,0) + 12D_{22}f(0,0)$.

d. nessuna delle precedenti.

(2.3) Siano $f \in C^2(\mathbf{R}^2)$, $g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $g(t) = f(\sin(3t), \sin(t))$. Allora $g''(0) =$

a. $3D_{11}f(0,0) + 3D_{12}f(0,0) + D_{22}f(0,0)$.

b. $9D_{11}f(0,0) + 3D_{12}f(0,0) + D_{22}f(0,0)$.

c. $9D_{11}f(0,0) + 6D_{12}f(0,0) + D_{22}f(0,0)$. $*$

d. nessuna delle precedenti.

Terzo esercizio

(3.0) Sia $f : \mathbf{R}^+ \times \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = (2x_1)^{2x_2}$. Allora $D_{12}f(1,1) =$

a. $4(1 + 4\ln(2))$.

b. $8(1 + 4\ln(2))$.

c. $8(1 + 2\ln(2))$. $*$

d. nessuna delle precedenti.

(3.1) Sia $f : \mathbf{R}^+ \times \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = (2x_1)^{3x_2}$. Allora $D_{12}f(1,1) =$

a. $12(1 + 3\ln(2))$.

b. $24(1 + 3\ln(2))$. $*$

c. $24(1 + 6\ln(2))$.

d. nessuna delle precedenti.

(3.2) Sia $f : \mathbf{R}^+ \times \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = (3x_1)^{2x_2}$. Allora $D_{12}f(1,1) =$

a. $9(1 + 4\ln(3))$.

b. $18(1 + 4\ln(3))$.

c. $18(1 + 2\ln(3))$. $*$

d. nessuna delle precedenti.

(3.3) Sia $f : \mathbf{R}^+ \times \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = (3x_1)^{3x_2}$. Allora $D_{12}f(1,1) =$

a. $81(1 + 3\ln(3))$. $*$

b. $9(1 + 3\ln(3))$.

c. $9(1 + 6\ln(3))$.

d. nessuna delle precedenti.

Quarto esercizio

(4.0) Siano $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 \leq 9, x_2 \geq 0\}$, $f : A \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = 2x_1 + x_2$. Allora $f(A) =$

a. $[-6, 3\sqrt{5}]$. $*$

b. $[-3, 3\sqrt{5}]$.
c. $[-3, 2\sqrt{5}]$.
d. nessuna delle precedenti.

(4.1) Siano $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 \leq 9, x_2 \geq 0\}$, $f : A \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = 4x_1 + x_2$. Allora $f(A) =$
a. $[-6, 2\sqrt{17}]$.
b. $[-12, 2\sqrt{17}]$.
c. $[-12, 3\sqrt{17}]$. $*$
d. nessuna delle precedenti.

(4.2) Siano $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 \leq 4, x_2 \geq 0\}$, $f : A \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = 3x_1 + x_2$. Allora $f(A) =$
a. $[-6, 2\sqrt{10}]$. $*$
b. $[-3, 2\sqrt{10}]$.
c. $[-3, \sqrt{10}]$.
d. nessuna delle precedenti.

(4.3) Siano $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 \leq 4, x_2 \geq 0\}$, $f : A \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = 4x_1 + x_2$. Allora $f(A) =$
a. $[-4, 2\sqrt{17}]$.
b. $[-8, 2\sqrt{17}]$. $*$
c. $[-8, \sqrt{17}]$.
d. nessuna delle precedenti.

Quinto esercizio

(5.0) Il problema

$$\begin{cases} x''(t) - 4x(t) = t, \\ \lim_{t \to +\infty} x(t) = 0 \end{cases}$$

a. non ha soluzioni. $*$
b. ha un'unica soluzione x e $x(0) > 0$.
c. ha un'unica soluzione x e $x(0) < 0$.
d. nessuna delle precedenti.

(5.1) Il problema

$$\begin{cases} x''(t) - 4x(t) = 1, \\ \lim_{t \to +\infty} x(t) = 1 \end{cases}$$

a. ha infinite soluzioni.
b. non ha soluzioni. $*$
c. ha un'unica soluzione.
d. nessuna delle precedenti.

(5.2) Il problema

$$\begin{cases} x''(t) - 4x'(t) = 1, \\ \lim_{t\to+\infty} x(t) = 1 \end{cases}$$

a. ha infinite soluzioni.
b. ha un'unica soluzione.
c. non ha soluzioni. $*$
d. nessuna delle precedenti.

(5.3) Il problema

$$\begin{cases} x''(t) + 4x'(t) = 1, \\ \lim_{t\to+\infty} x(t) = 1 \end{cases}$$

a. ha infinite soluzioni.
b. non ha soluzioni. $*$
c. ha un'unica soluzione.
d. nessuna delle precedenti.

Sesto esercizio

(6.0) Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 \leq 1, x_1 \geq 0, x_2 > 0\}$. Allora $\int_A x_1 x_2^{-1/2} dx_1 dx_2 =$
a. $\frac{2}{5}$.
b. $\frac{4}{5}$. $*$
c. 1.
d. nessuna delle precedenti.

(6.1) Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 \leq 1, x_1 \geq 0, x_2 > 0\}$. Allora $\int_A x_1 x_2^{1/2} dx_1 dx_2 =$
a. $\frac{2}{21}$.
b. $\frac{4}{21}$. $*$
c. $\frac{8}{21}$.
d. nessuna delle precedenti.

(6.2) Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 \leq 1, x_1 \geq 0, x_2 > 0\}$. Allora $\int_A x_1 x_2^{3/2} dx_1 dx_2 =$
a. $\frac{2}{45}$.
b. $\frac{4}{45}$. $*$
c. $\frac{8}{45}$.
d. nessuna delle precedenti.

(6.3) Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 \leq 1, x_1 \geq 0, x_2 > 0\}$. Allora $\int_A x_1 x_2^{-1/3} dx_1 dx_2 =$
a. $\frac{3}{16}$.

b. $\frac{9}{16}$. *
c. $\frac{27}{16}$.
d. nessuna delle precedenti.

Settimo esercizio

(7.0) $\int_{\mathbf{R}^3} e^{-4(x_1^2+x_2^2)-2|x_3|} dx_1 dx_2 dx_3 =$
a. $\frac{\pi}{8}$.
b. $\frac{\pi}{4}$. *
c. $\frac{\pi}{2}$.
d. nessuna delle precedenti.

(7.1) $\int_{\mathbf{R}^3} e^{-4(x_1^2+x_2^2)-3|x_3|} dx_1 dx_2 dx_3 =$
a. $\frac{\pi}{6}$. *
b. $\frac{\pi}{3}$.
c. $\frac{2\pi}{3}$.
d. nessuna delle precedenti.

(7.2) $\int_{\mathbf{R}^3} e^{-9(x_1^2+x_2^2)-2|x_3|} dx_1 dx_2 dx_3 =$
a. $\frac{\pi}{18}$.
b. $\frac{\pi}{9}$. *
c. $\frac{2\pi}{9}$.
d. nessuna delle precedenti.

(7.3) $\int_{\mathbf{R}^3} e^{-9(x_1^2+x_2^2)-3|x_3|} dx_1 dx_2 dx_3 =$
a. $\frac{\pi}{27}$.
b. $\frac{2\pi}{27}$. *
c. $\frac{4\pi}{27}$.
d. nessuna delle precedenti.

Ottavo esercizio

(8.0) $\lim_{x\to+\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{\frac{n+1}{2}}}{(1+x)^n}$
a. $= +\infty$.
b. $= 2$.
c. $= 1$. *.
d. nessuna delle precedenti.

(8.1) $\lim_{x\to+\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{\frac{n}{2}+1}}{(1+x)^n}$
a. $= +\infty$. *
b. $= 2$.
c. $= 1$.
d. nessuna delle precedenti.

(8.2) $\lim_{x\to+\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{\frac{n-1}{2}}}{(1+x)^n}$
a. $= +\infty$.

b. $= 2$.
c. $= 1$.
d. nessuna delle precedenti. $*$

(8.3) $\lim_{x\to+\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{\frac{n}{2}-1}}{(1+x)^n}$

a. $= +\infty$.
b. $= 2$.
c. $= 1$.
d. nessuna delle precedenti. $*$

PROVA ON LINE 26 GENNAIO 2021
ANALISI MATEMATICA T2
INGEGNERIA INFORMATICA

Primo esercizio

(1.0) Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + 4x_1 \le \frac{(x_1+2)^2}{2} - 4\}$. Allora
a. A è connesso per archi e non limitato. $*$
b. A è connesso per archi e limitato.
c. A non è connesso per archi, ma è limitato.
d. nessuna delle precedenti.

(1.1) Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + 6x_1 \le \frac{(x_1+3)^2}{2} - 9\}$. Allora
a. $(-3, 0)$ appartiene all'interno di A.
b. $D(A) = \emptyset$.
c. $D(A) = A$, l'interno di A è vuoto. $*$
d. nessuna delle precedenti.

(1.2) Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^4 - 4x_1^2 \le \frac{(x_1^2-2)^2}{2} - 4\}$. Allora
a. A è connesso per archi, ma non limitato.
b. A non è né connesso per archi, né limitato. $*$
c. A non è né connesso per archi, ma è limitato.
d. nessuna delle precedenti.

(1.3) Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^4 + 4x_1^2 \le \frac{(x_1^2+2)^2}{2} - 4\}$. Allora
a. $D(A)$ non è vuoto, mentre l'interno di A è vuoto.
b. $A = \emptyset$. $*$
c. $A \setminus D(A) \neq \emptyset$.
d. nessuna delle precedenti.

Secondo esercizio

(2.0) Siano $g \in C^2(\mathbf{R}^2)$, $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = g(\sin(x), \cos(2x))$. Allora
a. $f(x) = g(0,1) + D_1g(0,1)x + (D_{11}g(0,1) - 2D_2g(0,1))x^2 + o(x^2)$ $(x \to 0)$.
b. $f(x) = g(0,1) + D_1g(0,1)x + \frac{D_{11}g(0,1) - 2D_2g(0,1)}{2}x^2 + o(x^2)$ $(x \to 0)$.
c. $f(x) = g(0,1) + D_1g(0,1)x + \frac{D_{11}g(0,1) - 4D_2g(0,1)}{2}x^2 + o(x^2)$ $(x \to 0)$. $*$
d. nessuna delle precedenti.

(2.1) Siano $g \in C^2(\mathbf{R}^2)$, $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = g(\sin(x), \cos(3x))$. Allora
a. $f(x) = g(0,1) + D_1g(0,1)x + (D_{11}g(0,1) - 9D_2g(0,1))x^2 + o(x^2)$ $(x \to 0)$.
b. $f(x) = g(0,1) + D_1g(0,1)x + \frac{D_{11}g(0,1) - 9D_2g(0,1)}{2}x^2 + o(x^2)$ $(x \to 0)$. $*$

c. $f(x) = g(0,1) + D_1g(0,1)x + (D_{11}g(0,1) - \frac{9}{2}D_2g(0,1))x^2 + o(x^2)$ $(x \to 0)$.
d. nessuna delle precedenti.

(2.2) Siano $g \in C^2(\mathbf{R}^2)$, $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = g(\cos(2x), \sin(x))$. Allora
a. $f(x) = g(1,0) + D_2g(1,0)x + (D_{22}g(1,0) - 4D_1g(1,0))x^2 + o(x^2)$ $(x \to 0)$.
b. $f(x) = g(1,0) + D_2g(1,0)x + \frac{D_{22}g(1,0) - 4D_1g(1,0)}{2}x^2 + o(x^2)$ $(x \to 0)$. $*$
c. $f(x) = g(1,0) + D_2g(1,0)x + \frac{D_{22}g(1,0) - 2D_1g(1,0)}{2}x^2 + o(x^2)$ $(x \to 0)$.
d. nessuna delle precedenti.

(2.3) Siano $g \in C^2(\mathbf{R}^2)$, $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = g(\cos(3x), \sin(x))$. Allora
a. $f(x) = g(1,0) + D_2g(1,0)x + (D_{22}g(1,0) - 9D_1g(1,0))x^2 + o(x^2)$ $(x \to 0)$.
b. $f(x) = g(1,0) + D_2g(1,0)x + \frac{D_{22}g(1,0) - 9D_1g(1,0)}{2}x^2 + o(x^2)$ $(x \to 0)$. $*$
c. $f(x) = g(1,0) + D_2g(1,0)x + (D_{22}g(1,0) - \frac{9}{2}D_1g(1,0))x^2 + o(x^2)$ $(x \to 0)$.
d. nessuna delle precedenti.

Terzo esercizio

(3.0) Sia $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = 2 - (e^{x_1} - e^{2x_2})^2$. Allora
a. f ha infiniti punti di sella.
b. f ha infiniti punti di minimo relativo, che sono anche di minimo.
c. f ha infiniti punti di massimo relativo, che sono anche di massimo. $*$.
d. nessuna delle precedenti.

(3.1) Sia $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = 2 - (e^{x_1} - e^{3x_2})^2$. Allora
a. f ha infiniti punti di sella.
b. f ha infiniti punti di minimo relativo, ma nessun punto di minimo.
c. f ha infiniti punti di massimo relativo, ma nessun punto di massimo.
d. nessuna delle precedenti.$*$

(3.2) Sia $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = 2 + (e^{x_1} - e^{2x_2})^2$. Allora
a. f ha infiniti punti di minimo relativo, che sono anche di minimo. $*$.
b. f ha infiniti punti di minimo relativo, ma nessuno di minimo.
c. f possiede qualche punto di sella.
d. nessuna delle precedenti.

(3.3) Sia $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = 3 + (e^{x_1} - e^{2x_2})^2$. Allora
a. f ha infiniti punti di sella.
b. f ha infiniti punti di massimo relativo, ma nessun punto di massimo.
c. f ha infiniti punti di minimo relativo, ma nessun punto di minimo.
d. nessuna delle precedenti.$*$

Quarto esercizio

(4.0) Siano $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \leq 4\}$, $f : A \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2, x_3) = x_1 + x_2 + 2x_3$. Allora $f(A) =$
a. $[-2\sqrt{6}, 2\sqrt{6}]$. $*$
b. $[-\sqrt{6}, 2\sqrt{6}]$.
c. $[-\sqrt{6}, \sqrt{6}]$.
d. nessuna delle precedenti.

(4.1) Siano $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \leq 4\}$, $f : A \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2, x_3) = x_1 + x_2 + 3x_3$. Allora $f(A) =$
a. $[-2\sqrt{11}, 2\sqrt{11}]$. $*$
b. $[-\sqrt{11}, 2\sqrt{11}]$.
c. $[-\sqrt{11}, \sqrt{11}]$.
d. nessuna delle precedenti.

(4.2) Siano $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \leq 9\}$, $f : A \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2, x_3) = x_1 + x_2 + 2x_3$. Allora $f(A) =$
a. $[-6\sqrt{6}, 6\sqrt{6}]$.
b. $[-3\sqrt{6}, 6\sqrt{6}]$.
c. $[-3\sqrt{6}, 3\sqrt{6}]$. $*$
d. nessuna delle precedenti.

(4.3) Siano $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \leq 9\}$, $f : A \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2, x_3) = x_1 + x_2 + 3x_3$. Allora $f(A) =$
a. $[-2\sqrt{11}, 2\sqrt{11}]$.
b. $[-2\sqrt{11}, 3\sqrt{11}]$.
c. $[-3\sqrt{11}, 3\sqrt{11}]$. $*$
d. nessuna delle precedenti.

Quinto esercizio

(5.0) L'equazione $x'(t) = \frac{2}{t^2}x(t) + \frac{2}{t^2}$ $(t \in \mathbf{R}^+)$
a. ha tutte le soluzione superiormente limitate ma non tutte inferiormente limitate.
b. ha tutte le soluzioni limitate. $*$
c. ha tutte le soluzione inferiormente limitate ma non tutte superiormente limitate.
d. nessuna delle precedenti.

(5.1) L'equazione $x'(t) = \frac{2}{t^2}x(t) + \frac{3}{t^2}$ $(t \in \mathbf{R}^+)$
a. non ha soluzioni convergenti a 0 per $t \to +\infty$.
b. ha infinite soluzioni convergenti a 0 per $t \to +\infty$.
c. ha un'unica soluzione convergente a 0 per $t \to +\infty$. $*$

d. nessuna delle precedenti.

(5.2) L'equazione $x'(t) = -\frac{2}{t^2}x(t) + \frac{2}{t^2}$ $(t \in \mathbf{R}^+)$
a. ha un'unica soluzione limitata in $\mathbf{R}^+$. $*$
b. ha infinite soluzioni limitate in $\mathbf{R}^+$.
c. non ha soluzioni limitate in $\mathbf{R}^+$.
d. nessuna delle precedenti.

(5.3) L'equazione $x'(t) = -\frac{2}{t^2}x(t) + \frac{3}{t^2}$ $(t \in \mathbf{R}^+)$
a. ha infinite soluzioni tendenti a $+\infty$ per $t \to +\infty$.
b. ha un'unica soluzione convergente a 0 per $t \to 0$.
c. ha un'unica soluzione convergente per $t \to 0$. $*$
d. nessuna delle precedenti.

Sesto esercizio

(6.0) Sia x la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t)^{-3}, \\ x(0) = -2. \end{cases}$$

Allora
a. $x(1) = -\sqrt[4]{24}$. $*$
b. $x(1) = \sqrt[4]{24}$.
c. $\lim_{t\to+\infty} x(t) = +\infty$.
d. nessuna delle precedenti.

(6.1) Sia x la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t)^{-3}, \\ x(0) = -3. \end{cases}$$

Allora
a. $x(1) = -\sqrt[4]{89}$. $*$
b. $x(1) = \sqrt[4]{89}$.
c. $\lim_{t\to+\infty} x(t) = +\infty$.
d. nessuna delle precedenti.

(6.2) Sia x la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = 3x(t)^{-3}, \\ x(0) = -2. \end{cases}$$

Allora

a. $x(1) = \sqrt[4]{28}$.
b. $x(1) = -\sqrt[4]{28}$. $*$
c. $x(1) = -\sqrt[4]{14}$.
d. nessuna delle precedenti.

(6.3) Sia x la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x'(t) = 3x(t)^{-3}, \\ x(0) = -3. \end{cases}$$

Allora
a. $x(1) = -\sqrt[4]{93}$. $*$
b. $x(1) = \sqrt[4]{93}$.
c. $\lim_{t\to+\infty} x(t) = +\infty$.
d. nessuna delle precedenti.

Settimo esercizio

(7.0) Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1 > 0, x_2 > 0, x_1 + x_2 \leq 2\}$. Allora $\int_A \frac{x_1}{x_1+x_2} dx_1 dx_2 =$
a. $\frac{1}{2}$.
b. 1. $*$
c. 2.
d. nessuna delle precedenti.

(7.1) Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1 > 0, x_2 > 0, x_1 + x_2 \leq 3\}$. Allora $\int_A \frac{x_1}{x_1+x_2} dx_1 dx_2 =$
a. $\frac{9}{16}$.
b. $\frac{9}{8}$.
c. $\frac{9}{4}$. $*$
d. nessuna delle precedenti.

(7.2) Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1 > 0, x_2 > 0, x_1 + x_2 \leq 4\}$. Allora $\int_A \frac{x_1}{x_1+x_2} dx_1 dx_2 =$
a. 4. $*$
b. 8.
c. 12.
d. nessuna delle precedenti.

(7.3) Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1 > 0, x_2 > 0, x_1 + x_2 \leq 5\}$. Allora $\int_A \frac{x_1}{x_1+x_2} dx_1 dx_2 =$
a. $\frac{25}{8}$.

b. $\frac{25}{4}$. $*$.
c. $\frac{25}{2}$.
d. nessuna delle precedenti.

(8.0) Sia, per $n \in \mathbf{N}$, $f_n : [0, +\infty[\to \mathbf{R}$, $f_n(x) = \frac{nx}{1+2nx}$. Allora
a. converge puntualmente in $[0, +\infty[$ alla funzione costante $f(x) = \frac{1}{2}$.
b. $(f_n)_{n\in\mathbf{N}}$ converge uniformemente in $[0, +\infty[$.
c. $(f_n)_{n\in\mathbf{N}}$ converge uniformemente in $[\delta, +\infty[$ per ogni $\delta \in \mathbf{R}^+$, ma non in $[0, +\infty[$. $*$
d. nessuna delle precedenti.

(8.1) Sia, per $n \in \mathbf{N}$, $f_n : [0, +\infty[\to \mathbf{R}$, $f_n(x) = \frac{nx}{1+3nx}$. Allora
a. converge puntualmente in $[0, +\infty[$ alla funzione costante $f(x) = \frac{1}{3}$.
b. $(f_n)_{n\in\mathbf{N}}$ converge uniformemente in $[0, +\infty[$.
c. $(f_n)_{n\in\mathbf{N}}$ converge uniformemente in $[0, \delta]$ per ogni $\delta \in \mathbf{R}^+$, ma non in $[0, +\infty[$.
d. nessuna delle precedenti. $*$

(8.2) Sia, per $n \in \mathbf{N}$, $f_n : [0, +\infty[\to \mathbf{R}$, $f_n(x) = \frac{nx}{1+4nx}$. Allora
a. $(f_n)_{n\in\mathbf{N}}$ converge puntualmente ma non uniformemente in $[0, +\infty[$ a una funzione continua.
b. $(f_n)_{n\in\mathbf{N}}$ converge uniformemente in $[0, +\infty[$.
c. $(f_n)_{n\in\mathbf{N}}$ converge uniformemente in $[\delta, +\infty[$ per ogni $\delta \in \mathbf{R}^+$, ma non in $[0, +\infty[$. $*$
d. nessuna delle precedenti.

(8.3) Sia, per $n \in \mathbf{N}$, $f_n : [0, +\infty[\to \mathbf{R}$, $f_n(x) = \frac{nx}{1+4nx}$. Allora
a. $(f_n)_{n\in\mathbf{N}}$ converge uniformemente in $[0, \delta]$ a una costante diversa da 0.
b. $(f_n)_{n\in\mathbf{N}}$ converge uniformemente in $[\delta, +\infty[$ per ogni $\delta \in \mathbf{R}^+$ a una costante diversa da 0. $*$
c. $(f_n)_{n\in\mathbf{N}}$ converge uniformemente in $[0, +\infty[$ a una funzione non continua.
d. nessuna delle precedenti.

PROVA ON LINE 9 FEBBRAIO 2021
ANALISI MATEMATICA T2
INGEGNERIA INFORMATICA

Primo esercizio

(1.0) Sia $A = B \times \mathbf{R}$, con $B = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 \leq 4\} \cup \{(4, 0)\}$. Allora
a. $(4, 0, 10) \in D(A) \setminus Fr(A)$.
b. $(4, 0, 10) \in D(A) \cap Fr(A)$. $*$
c. A è connesso per archi.
d. nessuna delle precedenti.

(1.1) Sia $A = B \times \mathbf{R}$, con $B = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 \leq 9\} \cup \{(4, 0)\}$. Allora
a. $(4, 0, -1) \in D(A) \setminus Fr(A)$.
b. $(4, 0, -1) \in Fr(A) \setminus D(A)$.
c. A è limitato, ma non connesso per archi.
d. nessuna delle precedenti. $*$

(1.2) Sia $A = B \times \mathbf{R}$, con $B = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 < 16\} \cup \{(5, 0)\}$. Allora
a. $(5, 0, -2) \in D(A) \setminus Fr(A)$.
b. $(4, 0, -2) \in Fr(A) \setminus D(A)$.
c. A è limitato, ma non chiuso.
d. nessuna delle precedenti. $*$

(1.3) Sia $A = B \times \mathbf{R}$, con $B = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 < 4\} \cup \{(4, 0)\}$. Allora
a. A è contenuto propriamente in $D(A)$. $*$
b. $D(A)$ è contenuto propriamente in A.
c. $A = D(A)$.
d. nessuna delle precedenti.

Secondo esercizio

(2.0) Siano, per $\beta \in \mathbf{R}$, $f_\beta : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$, $f_\beta(x_1, x_2) = (\sin(x_1+2x_2), \cos(x_1+\beta x_2))$ e, per $(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2$, $J_{f_\beta}(x_1, x_2)$ la matrice jacobiana di f_β in (x_1, x_2). Allora
a. $J_{f_2}(-1, 2)$ è invertibile.
b. $J_{f_0}(\frac{\pi}{2}, 0)$ è invertibile.
c. $J_{f_0}(\frac{\pi}{4}, 0)$ è invertibile. $*$

d. nessuna delle precedenti.

(2.1) Siano, per $\beta \in \mathbf{R}$, $f_\beta : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$, $f_\beta(x_1, x_2) = (\sin(x_1{+}3x_2), \cos(x_1{+}\beta x_2))$ e, per $(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2$, $J_{f_\beta}(x_1, x_2)$ l la matrice jacobiana di f in (x_1, x_2). Allora
a. $J_{f_{1/2}}(0, \frac{\pi}{4})$ è invertibile. $*$
b. $J_{f_3}(\frac{\pi}{2}, 0)$ è invertibile.
c. $J_{f_{1/2}}(0, \frac{\pi}{2})$ è invertibile.
d. nessuna delle precedenti.

(2.2) Siano, per $\beta \in \mathbf{R}$, $f_\beta : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$, $f_\beta(x_1, x_2) = (\sin(x_1{+}2x_2), \cos(x_1{+}\beta x_2))$ e, per $(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2$, $J_{f_\beta}(x_1, x_2)$ la matrice jacobiana di f in (x_1, x_2). Allora
a. $J_{f_2}(1, 2)$ è invertibile.
b. $J_{f_3}(\pi, 0)$ è invertibile.
c. $J_{f_4}(0, 0)$ è invertibile.
d. nessuna delle precedenti. $*$

(2.3) Siano, per $\beta \in \mathbf{R}$, $f_\beta : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$, $f_\beta(x_1, x_2) = (\sin(x_1{+}3x_2), \cos(x_1{+}\beta x_2))$ e, per $(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2$, $J_{f_\beta}(x_1, x_2)$ la matrice jacobiana di f in (x_1, x_2). Allora
a. se $\beta \neq 3$, $J_{f_\beta}(\frac{\pi}{2}, 0)$ è invertibile.
b. se $\beta \neq 3$, $J_{f_\beta}(\frac{\pi}{4}, 0)$ è invertibile. $*$
c. se $\beta = 0$ $J_{f_\beta}(x_1, x_2)$ non è invertibile per ogni $(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2$.
d. nessuna delle precedenti.

Terzo esercizio

(3.0) $\sin(\frac{2x_1}{x_2}) =$
a. $\frac{2}{\pi}x_1 - \frac{2}{\pi^2}x_1(x_2 - \pi) + o(x_1^2 + (x_2 - \pi)^2)$ $((x_1, x_2) \to (0, \pi))$. $*$
b. $\frac{2}{\pi}x_1 - \frac{1}{\pi^2}x_1(x_2 - \pi) + o(x_1^2 + (x_2 - \pi)^2)$ $((x_1, x_2) \to (0, \pi))$.
c. $\frac{2}{\pi}x_1 - \frac{1}{\pi}x_1(x_2 - \pi) + o(x_1^2 + (x_2 - \pi)^2)$ $((x_1, x_2) \to (0, \pi))$.
d. nessuna delle precedenti.

(3.1) $\sin(\frac{3x_1}{x_2}) =$
a. $\frac{3}{\pi}x_1 - \frac{3}{2\pi^2}x_1(x_2 - \pi) + o(x_1^2 + (x_2 - \pi)^2)$ $((x_1, x_2) \to (0, \pi))$.
b. $\frac{3}{\pi}x_1 - \frac{3}{\pi^2}x_1(x_2 - \pi) + o(x_1^2 + (x_2 - \pi)^2)$ $((x_1, x_2) \to (0, \pi))$. $*$
c. $\frac{3}{\pi}x_1 + \frac{3}{\pi^2}x_1(x_2 - \pi) + o(x_1^2 + (x_2 - \pi)^2)$ $((x_1, x_2) \to (0, \pi))$.
d. nessuna delle precedenti.

(3.2) $\sin(\frac{4x_1}{x_2}) =$
a. $\frac{4}{\pi}x_1 - \frac{2}{\pi^2}x_1(x_2 - \pi) + o(x_1^2 + (x_2 - \pi)^2)$ $((x_1, x_2) \to (0, \pi))$.

b. $\frac{4}{\pi}x_1 - \frac{4}{\pi^2}x_1(x_2-\pi) + o(x_1^2+(x_2-\pi)^2)$ $((x_1,x_2)\to(0,\pi))$. $*$
c. $\frac{4}{\pi}x_1 + \frac{4}{\pi^2}x_1(x_2-\pi) + o(x_1^2+(x_2-\pi)^2)$ $((x_1,x_2)\to(0,\pi))$.
d. nessuna delle precedenti.

(3.3) $\sin(\frac{5x_1}{x_2}) =$
a. $\frac{5}{\pi}x_1 + \frac{5}{2\pi^2}x_1(x_2-\pi) + o(x_1^2+(x_2-\pi)^2)$ $((x_1,x_2)\to(0,\pi))$.
b. $\frac{5}{\pi}x_1 - \frac{5}{2\pi^2}x_1(x_2-\pi) + o(x_1^2+(x_2-\pi)^2)$ $((x_1,x_2)\to(0,\pi))$.
c. $\frac{5}{\pi}x_1 - \frac{5}{\pi^2}x_1(x_2-\pi) + o(x_1^2+(x_2-\pi)^2)$ $((x_1,x_2)\to(0,\pi))$. $*$
d. nessuna delle precedenti.

Quarto esercizio

(4.0) Siano $A = \{(x_1,x_2)\in\mathbf{R}^2 : x_1^2+x_2^2 \le 4, x_1\ge 0, x_2\ge 1\}$, $f: A\to\mathbf{R}$, $f(x_1,x_2)=x_1x_2$. Allora $f(A)=$
a. $[-2,\sqrt{2}]$.
b. $[-2,2]$.
c. $[0,2]$. $*$
d. nessuna delle precedenti.

(4.1) Siano $A = \{(x_1,x_2)\in\mathbf{R}^2 : x_1^2+x_2^2 \le 9, x_1\ge 0, x_2\ge \frac{3}{2}\}$, $f: A\to\mathbf{R}$, $f(x_1,x_2)=x_1x_2$. Allora $f(A)=$
a. $[-\frac{9}{2},3]$.
b. $[-\frac{9}{2},\frac{9}{2}]$.
c. $[0,\frac{9}{2}]$ $*$
d. nessuna delle precedenti.

(4.2) Siano $A = \{(x_1,x_2)\in\mathbf{R}^2 : x_1^2+x_2^2 \le 16, x_1\ge 0, x_2\ge 2\}$, $f: A\to\mathbf{R}$, $f(x_1,x_2)=x_1x_2$. Allora $f(A)=$
a. $[-8,4]$.
b. $[-8,8]$.
c. $[0,8]$. $*$
d. nessuna delle precedenti.

(4.3) Siano $A = \{(x_1,x_2)\in\mathbf{R}^2 : x_1^2+x_2^2 \le 25, x_1\ge 0, x_2\ge \frac{5}{2}\}$, $f: A\to\mathbf{R}$, $f(x_1,x_2)=x_1x_2$. Allora $f(A)=$
a. $[-\frac{25\sqrt{2}}{8},5]$.
b. $[-\frac{25}{2}],\frac{25}{2}]$.
c. $[0\frac{25}{2}]$. $*$
d. nessuna delle precedenti.

Quinto esercizio

(5.0) Sia x la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x''(t) = x'(t)^2, \\ x(0) = 2, x'(0) = -2. \end{cases}$$

Allora
a. $x(1) = 2 - \ln(3)$. $*$
b. $x(1) = 2 + \ln(3)$.
c. $\lim_{t\to+\infty} x(t) = +\infty$.
d. nessuna delle precedenti.

(5.1) Sia x la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x''(t) = x'(t)^2, \\ x(0) = 2, x'(0) = -3. \end{cases}$$

Allora
a. $x(1) = 2 - \ln(2)$.
b. $x(1) = 2 - \ln(4)$. $*$
c. $\lim_{t\to+\infty} x(t) = +\infty$.
d. nessuna delle precedenti.

(5.2) Sia x la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x''(t) = x'(t)^2, \\ x(0) = -2, x'(0) = 2. \end{cases}$$

Allora
a. $x(-1) = -2 - \ln(3)$ $*$
b. $x(-1) = -2 + \ln(3)$.
c. $\lim_{t\to+\infty} x(t) = +\infty$.
d. nessuna delle precedenti.

(5.3) Sia x la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x''(t) = x'(t)^2, \\ x(0) = -2, x'(0) = 2. \end{cases}$$

Allora
a. $\lim_{t\to-\infty} x(t) = +\infty$.
b. $\lim_{t\to-\infty} x(t) = -\infty$. $*$
c. $x(-1) = -2 + \ln(3)$.

d. nessuna delle precedenti.

Sesto esercizio

(6.0) Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 \leq 4, x_1 > 0, x_2 > 0\}$. Allora $\int_A \max\{x_1, x_2\} dx_1 dx_2 =$
a. $\frac{8\sqrt{2}}{3}$. $*$
b. $\frac{4\sqrt{2}}{3}$.
c. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.
d. nessuna delle precedenti.

(6.1) Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 \leq 9, x_1 > 0, x_2 > 0\}$. Allora $\int_A \max\{x_1, x_2\} dx_1 dx_2 =$
a. $9\sqrt{2}$. $*$
b. $\frac{9\sqrt{2}}{2}$.
c. $\frac{9\sqrt{2}}{4}$.
d. nessuna delle precedenti.

(6.2) Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 \leq 4, x_1 > 0, x_2 > 0\}$. Allora $\int_A \min\{x_1, x_2\} dx_1 dx_2 =$
a. $\frac{2(2-\sqrt{2})}{3}$.
b. $\frac{4(2-\sqrt{2})}{3}$.
c. $\frac{8(2-\sqrt{2})}{3}$. $*$
d. nessuna delle precedenti.

(6.3) Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 \leq 9, x_1 > 0, x_2 > 0\}$. Allora $\int_A \min\{x_1, x_2\} dx_1 dx_2 =$
a. $9(2 - \sqrt{2})$. $*$
b. $\frac{9(2-\sqrt{2})}{2}$.
c. $\frac{9(2-\sqrt{2})}{4}$.
d. nessuna delle precedenti.

Settimo esercizio

(7.0) Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : 0 \leq x_3 \leq 4, x_1^2 + x_2^2 \leq \min\{4, (4 - x_3)^2\}$. Allora $L_3(A) =$
a. $\frac{32\pi}{3}$. $*$
b. $\frac{16\pi}{3}$.
c. $\frac{8\pi}{3}$.
d. nessuna delle precedenti.

(7.1) Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : 0 \leq x_3 \leq 6, x_1^2+x_2^2 \leq \min\{9, (6-x_3)^2\}$. Allora $L_3(A) =$

a. 9π.

b. 18π.

c. 36π. $*$

d. nessuna delle precedenti.

(7.2) Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : 0 \leq x_3 \leq 1, x_1^2+x_2^2 \leq \min\{\frac{1}{4}, (1-x_3)^2\}$. Allora $L_3(A) =$

a. $\frac{\pi}{24}$.

b. $\frac{\pi}{12}$.

c. $\frac{\pi}{6}$. $*$

d. nessuna delle precedenti.

(7.3) Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : 0 \leq x_3 \leq \frac{2}{3}, x_1^2 + x_2^2 \leq \min\{\frac{1}{9}, (\frac{2}{3} - x_3)^2\}$. Allora $L_3(A) =$

a. $\frac{4\pi}{81}$. $*$

b. $\frac{8\pi}{81}$.

c. $\frac{16\pi}{81}$.

d. nessuna delle precedenti.

Ottavo esercizio

(8.0) L'insieme degli elementi x in $[0, +\infty[$ tale che la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}(\int_0^x t^2 dt)^n$ è convergente coincide con

$[0, 1]$.

b. $[0, \frac{1}{2}]$.

c. $[0, \frac{1}{2}[$.

d. nessuna delle precedenti. $*$

(8.1) L'insieme degli elementi x in $[0, +\infty[$ tale che la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}(\int_0^x t^3 dt)^n$ è convergente coincide con

a. $[0, 4[$.

b. $[0, 2[$.

c. $[0, \sqrt{2}[$. $*$

d. nessuna delle precedenti.

(8.1) L'insieme degli elementi x in $[0, +\infty[$ tale che la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}(\int_0^x t^4 dt)^n$ è convergente coincide con

a. $[0, \sqrt{5}[$.

b. $[0, \sqrt[5]{5}[$. $*$

c. $[0, \sqrt[5]{10}[$.

d. nessuna delle precedenti.

(8.2) L'insieme degli elementi x in $[0,+\infty[$ tale che la serie $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}(\int_0^x t^5 dt)^n$ è convergente coincide con
a. $0, \sqrt[6]{6}[$. $*$
b. $0, \sqrt[3]{6}[$.
c. $0, \sqrt{6}[$.
d. nessuna delle precedenti.

(8.3) L'insieme degli elementi x in $[0,+\infty[$ tale che la serie $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}(\int_0^x t^6 dt)^n$ è convergente coincide con
a. $0, \sqrt[7]{7}[$. $*$
b. $0, \sqrt[6]{7}[$.
c. $0, \sqrt[6]{6}[$.
d. nessuna delle precedenti.

PROVA ON LINE 9 FEBBRAIO 2021
ANALISI MATEMATICA T2
INGEGNERIA INFORMATICA

Primo esercizio

(1.0) Sia $A = B \times \mathbf{R}$, con $B = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 \leq 4\} \cup \{(4, 0)\}$. Allora
a. $(4, 0, 10) \in D(A) \setminus Fr(A)$.
b. $(4, 0, 10) \in D(A) \cap Fr(A)$.
c. A è connesso per archi.
d. nessuna delle precedenti.

(1.1) Sia $A = B \times \mathbf{R}$, con $B = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 \leq 9\} \cup \{(4, 0)\}$. Allora
a. $(4, 0, -1) \in D(A) \setminus Fr(A)$.
b. $(4, 0, -1) \in Fr(A) \setminus D(A)$.
c. A è limitato, ma non connesso per archi.
d. nessuna delle precedenti.

(1.2) Sia $A = B \times \mathbf{R}$, con $B = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 < 16\} \cup \{(5, 0)\}$. Allora
a. $(5, 0, -2) \in D(A) \setminus Fr(A)$.
b. $(4, 0, -2) \in Fr(A) \setminus D(A)$.
c. A è limitato, ma non chiuso.
d. nessuna delle precedenti.

(1.3) Sia $A = B \times \mathbf{R}$, con $B = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 < 4\} \cup \{(4, 0)\}$. Allora
a. A è contenuto propriamente in $D(A)$.
b. $D(A)$ è contenuto propriamente in A.
c. $A = D(A)$.
d. nessuna delle precedenti.

Secondo esercizio

(2.0) Siano, per $\beta \in \mathbf{R}$, $f_\beta : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$, $f_\beta(x_1, x_2) = (\sin(x_1 + 2x_2), \cos(x_1 + \beta x_2))$ e, per $(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2$, $J_{f_\beta}(x_1, x_2)$ la matrice jacobiana di f_β in (x_1, x_2). Allora
a. $J_{f_2}(-1, 2)$ è invertibile.
b. $J_{f_0}(\frac{\pi}{2}, 0)$ è invertibile.
c. $J_{f_0}(\frac{\pi}{4}, 0)$ è invertibile.

d. nessuna delle precedenti.

(2.1) Siano, per $\beta \in \mathbf{R}$, $f_\beta : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$, $f_\beta(x_1, x_2) = (\sin(x_1{+}3x_2), \cos(x_1{+}\beta x_2))$ e, per $(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2$, $J_{f_\beta}(x_1, x_2)$ l la matrice jacobiana di f in (x_1, x_2). Allora
a. $J_{f_{1/2}}(0, \frac{\pi}{4})$ è invertibile.
b. $J_{f_3}(\frac{\pi}{2}, 0)$ è invertibile.
c. $J_{f_{1/2}}(0, \frac{\pi}{2})$ è invertibile.
d. nessuna delle precedenti.

(2.2) Siano, per $\beta \in \mathbf{R}$, $f_\beta : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$, $f_\beta(x_1, x_2) = (\sin(x_1{+}2x_2), \cos(x_1{+}\beta x_2))$ e, per $(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2$, $J_{f_\beta}(x_1, x_2)$ la matrice jacobiana di f in (x_1, x_2). Allora
a. $J_{f_2}(1, 2)$ è invertibile.
b. $J_{f_3}(\pi, 0)$ è invertibile.
c. $J_{f_4}(0, 0)$ è invertibile.
d. nessuna delle precedenti.

(2.3) Siano, per $\beta \in \mathbf{R}$, $f_\beta : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$, $f_\beta(x_1, x_2) = (\sin(x_1{+}3x_2), \cos(x_1{+}\beta x_2))$ e, per $(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2$, $J_{f_\beta}(x_1, x_2)$ la matrice jacobiana di f in (x_1, x_2). Allora
a. se $\beta \neq 3$, $J_{f_\beta}(\frac{\pi}{2}, 0)$ è invertibile.
b. se $\beta \neq 3$, $J_{f_\beta}(\frac{\pi}{4}, 0)$ è invertibile.
c. se $\beta = 0$ $J_{f_\beta}(x_1, x_2)$ non è invertibile per ogni $(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2$.
d. nessuna delle precedenti.

Terzo esercizio

(3.0) $\sin(\frac{2x_1}{x_2}) =$
a. $\frac{2}{\pi}x_1 - \frac{2}{\pi^2}x_1(x_2 - \pi) + o(x_1^2 + (x_2 - \pi)^2)$ $((x_1, x_2) \to (0, \pi))$.
b. $\frac{2}{\pi}x_1 - \frac{1}{\pi^2}x_1(x_2 - \pi) + o(x_1^2 + (x_2 - \pi)^2)$ $((x_1, x_2) \to (0, \pi))$.
c. $\frac{2}{\pi}x_1 - \frac{1}{\pi}x_1(x_2 - \pi) + o(x_1^2 + (x_2 - \pi)^2)$ $((x_1, x_2) \to (0, \pi))$.
d. nessuna delle precedenti.

(3.1) $\sin(\frac{3x_1}{x_2}) =$
a. $\frac{3}{\pi}x_1 - \frac{3}{2\pi^2}x_1(x_2 - \pi) + o(x_1^2 + (x_2 - \pi)^2)$ $((x_1, x_2) \to (0, \pi))$.
b. $\frac{3}{\pi}x_1 - \frac{3}{\pi^2}x_1(x_2 - \pi) + o(x_1^2 + (x_2 - \pi)^2)$ $((x_1, x_2) \to (0, \pi))$.
c. $\frac{3}{\pi}x_1 + \frac{3}{\pi^2}x_1(x_2 - \pi) + o(x_1^2 + (x_2 - \pi)^2)$ $((x_1, x_2) \to (0, \pi))$.
d. nessuna delle precedenti.

(3.2) $\sin(\frac{4x_1}{x_2}) =$
a. $\frac{4}{\pi}x_1 - \frac{2}{\pi^2}x_1(x_2 - \pi) + o(x_1^2 + (x_2 - \pi)^2)$ $((x_1, x_2) \to (0, \pi))$.

b. $\frac{4}{\pi}x_1 - \frac{4}{\pi^2}x_1(x_2-\pi) + o(x_1^2+(x_2-\pi)^2)$ $((x_1,x_2)\to(0,\pi))$.
c. $\frac{4}{\pi}x_1 + \frac{4}{\pi^2}x_1(x_2-\pi) + o(x_1^2+(x_2-\pi)^2)$ $((x_1,x_2)\to(0,\pi))$.
d. nessuna delle precedenti.

(3.3) $\sin(\frac{5x_1}{x_2}) =$
a. $\frac{5}{\pi}x_1 + \frac{5}{2\pi^2}x_1(x_2-\pi) + o(x_1^2+(x_2-\pi)^2)$ $((x_1,x_2)\to(0,\pi))$.
b. $\frac{5}{\pi}x_1 - \frac{5}{2\pi^2}x_1(x_2-\pi) + o(x_1^2+(x_2-\pi)^2)$ $((x_1,x_2)\to(0,\pi))$.
c. $\frac{5}{\pi}x_1 - \frac{5}{\pi^2}x_1(x_2-\pi) + o(x_1^2+(x_2-\pi)^2)$ $((x_1,x_2)\to(0,\pi))$.
d. nessuna delle precedenti.

Quarto esercizio

(4.0) Siano $A=\{(x_1,x_2)\in\mathbf{R}^2 : x_1^2+x_2^2\le 4, x_1\ge 0, x_2\ge 1\}$, $f:A\to\mathbf{R}$, $f(x_1,x_2)=x_1x_2$. Allora $f(A)=$
a. $[-2,\sqrt{2}]$.
b. $[-2,2]$.
c. $[0,2]$.
d. nessuna delle precedenti.

(4.1) Siano $A=\{(x_1,x_2)\in\mathbf{R}^2 : x_1^2+x_2^2\le 9, x_1\ge 0, x_2\ge \frac{3}{2}\}$, $f:A\to\mathbf{R}$, $f(x_1,x_2)=x_1x_2$. Allora $f(A)=$
a. $[-\frac{9}{2},3]$.
b. $[-\frac{9}{2},\frac{9}{2}]$.
c. $[0,\frac{9}{2}]$
d. nessuna delle precedenti.

(4.2) Siano $A=\{(x_1,x_2)\in\mathbf{R}^2 : x_1^2+x_2^2\le 16, x_1\ge 0, x_2\ge 2\}$, $f:A\to\mathbf{R}$, $f(x_1,x_2)=x_1x_2$. Allora $f(A)=$
a. $[-8,4]$.
b. $[-8,8]$.
c. $[0,8]$.
d. nessuna delle precedenti.

(4.3) Siano $A=\{(x_1,x_2)\in\mathbf{R}^2 : x_1^2+x_2^2\le 25, x_1\ge 0, x_2\ge \frac{5}{2}\}$, $f:A\to\mathbf{R}$, $f(x_1,x_2)=x_1x_2$. Allora $f(A)=$
a. $[-\frac{25\sqrt{2}}{8},5]$.
b. $[-\frac{25}{2}],\frac{25}{2}]$.
c. $[0\frac{25}{2}]$.
d. nessuna delle precedenti.

Quinto esercizio

(5.0) Sia x la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x''(t) = x'(t)^2, \\ x(0) = 2, x'(0) = -2. \end{cases}$$

Allora
a. $x(1) = 2 - \ln(3)$.
b. $x(1) = 2 + \ln(3)$.
c. $\lim_{t\to+\infty} x(t) = +\infty$.
d. nessuna delle precedenti.

(5.1) Sia x la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x''(t) = x'(t)^2, \\ x(0) = 2, x'(0) = -3. \end{cases}$$

Allora
a. $x(1) = 2 - \ln(2)$.
b. $x(1) = 2 - \ln(4)$.
c. $\lim_{t\to+\infty} x(t) = +\infty$.
d. nessuna delle precedenti.

(5.2) Sia x la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x''(t) = x'(t)^2, \\ x(0) = -2, x'(0) = 2. \end{cases}$$

Allora
a. $x(-1) = -2 - \ln(3)$
b. $x(-1) = -2 + \ln(3)$.
c. $\lim_{t\to+\infty} x(t) = +\infty$.
d. nessuna delle precedenti.

(5.3) Sia x la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x''(t) = x'(t)^2, \\ x(0) = -2, x'(0) = 2. \end{cases}$$

Allora
a. $\lim_{t\to-\infty} x(t) = +\infty$.
b. $\lim_{t\to-\infty} x(t) = -\infty$.
c. $x(-1) = -2 + \ln(3)$.

d. nessuna delle precedenti.

Sesto esercizio

(6.0) Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 \leq 4, x_1 > 0, x_2 > 0\}$. Allora $\int_A \max\{x_1, x_2\} dx_1 dx_2 =$
a. $\frac{8\sqrt{2}}{3}$.
b. $\frac{4\sqrt{2}}{3}$.
c. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.
d. nessuna delle precedenti.

(6.1) Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 \leq 9, x_1 > 0, x_2 > 0\}$. Allora $\int_A \max\{x_1, x_2\} dx_1 dx_2 =$
a. $9\sqrt{2}$.
b. $\frac{9\sqrt{2}}{2}$.
c. $\frac{9\sqrt{2}}{4}$.
d. nessuna delle precedenti.

(6.2) Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 \leq 4, x_1 > 0, x_2 > 0\}$. Allora $\int_A \min\{x_1, x_2\} dx_1 dx_2 =$
a. $\frac{2(2-\sqrt{2})}{3}$.
b. $\frac{4(2-\sqrt{2})}{3}$.
c. $\frac{8(2-\sqrt{2})}{3}$.
d. nessuna delle precedenti.

(6.3) Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 \leq 9, x_1 > 0, x_2 > 0\}$. Allora $\int_A \min\{x_1, x_2\} dx_1 dx_2 =$
a. $9(2 - \sqrt{2})$.
b. $\frac{9(2-\sqrt{2})}{2}$.
c. $\frac{9(2-\sqrt{2})}{4}$.
d. nessuna delle precedenti.

Settimo esercizio

(7.0) Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : 0 \leq x_3 \leq 4, x_1^2 + x_2^2 \leq \min\{4, (4-x_3)^2\}$. Allora $L_3(A) =$
a. $\frac{32\pi}{3}$.
b. $\frac{16\pi}{3}$.
c. $\frac{8\pi}{3}$.
d. nessuna delle precedenti.

(7.1) Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : 0 \leq x_3 \leq 6, x_1^2+x_2^2 \leq \min\{9, (6-x_3)^2\}$. Allora $L_3(A) =$

a. 9π.

b. 18π.

c. 36π.

d. nessuna delle precedenti.

(7.2) Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : 0 \leq x_3 \leq 1, x_1^2+x_2^2 \leq \min\{\frac{1}{4}, (1-x_3)^2\}$. Allora $L_3(A) =$

a. $\frac{\pi}{24}$.

b. $\frac{\pi}{12}$.

c. $\frac{\pi}{6}$.

d. nessuna delle precedenti.

(7.3) Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : 0 \leq x_3 \leq \frac{2}{3}, x_1^2 + x_2^2 \leq \min\{\frac{1}{9}, (\frac{2}{3} - x_3)^2\}$. Allora $L_3(A) =$

a. $\frac{4\pi}{81}$.

b. $\frac{8\pi}{81}$.

c. $\frac{16\pi}{81}$.

d. nessuna delle precedenti.

Ottavo esercizio

(8.0) L'insieme degli elementi x in $[0, +\infty[$ tale che la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}(\int_0^x t^2 dt)^n$ è convergente coincide con

$[0, 1]$.

b. $[0, \frac{1}{2}]$.

c. $[0, \frac{1}{2}[$.

d. nessuna delle precedenti.

(8.1) L'insieme degli elementi x in $[0, +\infty[$ tale che la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}(\int_0^x t^3 dt)^n$ è convergente coincide con

a. $[0, 4[$.

b. $[0, 2[$.

c. $[0, \sqrt{2}[$.

d. nessuna delle precedenti.

(8.1) L'insieme degli elementi x in $[0, +\infty[$ tale che la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}(\int_0^x t^4 dt)^n$ è convergente coincide con

a. $[0, \sqrt{5}[$.

b. $[0, \sqrt[5]{5}[$.

c. $[0, \sqrt[5]{10}[$.

d. nessuna delle precedenti.

(8.2) L'insieme degli elementi x in $[0, +\infty[$ tale che la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}(\int_0^x t^5 dt)^n$ è convergente coincide con
a. $0, \sqrt[6]{6}[$.
b. $0, \sqrt[3]{6}[$.
c. $0, \sqrt{6}[$.
d. nessuna delle precedenti.

(8.3) L'insieme degli elementi x in $[0, +\infty[$ tale che la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}(\int_0^x t^6 dt)^n$ è convergente coincide con
a. $0, \sqrt[7]{7}[$.
b. $0, \sqrt[6]{7}[$.
c. $0, \sqrt[6]{6}[$.
d. nessuna delle precedenti.

PROVA ON LINE 21 GIUGNO 2021
ANALISI MATEMATICA T-2
INGEGNERIA INFORMATICA

Primo esercizio

Determinare la soluzione massimale del problema di Cauchy, specificandone il dominio.

(1.0)

$$\begin{cases} x''(t) = [2 + x'(t)]^{-1}, \\ x(0) = 2, x'(0) = 0. \end{cases}$$

(1.1)

$$\begin{cases} x''(t) = [3 + x'(t)]^{-1}, \\ x(0) = 2, x'(0) = 0. \end{cases}$$

(1.2)

$$\begin{cases} x''(t) = [4 + x'(t)]^{-1}, \\ x(0) = 2, x'(0) = 0. \end{cases}$$

(1.3)

$$\begin{cases} x''(t) = [5 + x'(t)]^{-1}, \\ x(0) = 2, x'(0) = 0. \end{cases}$$

(1.4)

$$\begin{cases} x''(t) = [6 + x'(t)]^{-1}, \\ x(0) = 2, x'(0) = 0. \end{cases}$$

Il procedimento deve essere sinteticamente spiegato.

Secondo esercizio

Calcolare $L_3(A)$, con

(2.0) $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : \frac{x_2^2}{4} + \frac{x_3^2}{9} \leq 1, x_1 \geq 0, x_1 + x_2 + x_3 \leq 6\}$.

(2.1) $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : \frac{x_2^2}{4} + \frac{x_3^2}{16} \leq 1, x_1 \geq 0, x_1 + x_2 + x_3 \leq 8\}$.

(2.2) $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : \frac{x_1^2}{9} + \frac{x_3^2}{16} \leq 1, x_2 \geq 0, x_1 + x_2 + x_3 \leq 9\}$.

(2.3) $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : \frac{x_1^2}{4} + \frac{x_3^2}{16} \leq 1, x_2 \geq 0, x_1 + x_2 + x_3 \leq 8\}$.

(2.4) $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : \frac{x_2^2}{9} + \frac{x_3^2}{16} \leq 1, x_1 \geq 0, x_1 + x_2 + x_3 \leq 9\}$.

Il procedimento deve essere sinteticamente spiegato.

Terzo esercizio

Determinare l'immagine $f(A)$, con $f : A \to \mathbf{R}$,

(3.0) $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 \leq x_2 \leq 2\}$, $f(x_1, x_2) = x_1 - x_2$.
(3.1) $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 \leq x_2 \leq 3\}$, $f(x_1, x_2) = x_2 - x_1$.
(3.2) $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_2^2 \leq x_1 \leq 2\}$, $f(x_1, x_2) = x_1 - x_2$.
(3.3) $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_2^2 \leq x_1 \leq 3\}$, $f(x_1, x_2) = x_2 - x_1$.
(3.4) $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 \leq x_2 \leq 2\}$, $f(x_1, x_2) = x_2 - x_1$.
Il procedimento deve essere sinteticamente spiegato.

Quarto esercizio

Stabilire se il seguente campo vettoriale $U : \mathbf{R}^3 \setminus \{0\} \to \mathbf{R}^3$ è esatto e in caso affermativo determinarne un potenziale.
(4.0) $U(x) = \|x\|^2 \ln(2\|x\|)x$.
(4.1) $U(x) = \|x\|^2 \ln(3\|x\|)x$.
(4.2) $U(x) = \|x\|^2 \ln(4\|x\|)x$.
(4.3) $U(x) = \|x\|^2 \ln(5\|x\|)x$.
(4.4) $U(x) = \|x\|^2 \ln(6\|x\|)x$.
Il procedimento deve essere sinteticamente spiegato.

PROVA ON LINE 20 LUGLIO 2021
ANALISI MATEMATICA T-2
INGEGNERIA INFORMATICA

Primo esercizio

Determinare la soluzione massimale del problema di Cauchy, specificandone il dominio.

(1.0)

$$\begin{cases} x'(t) = \frac{2t^3}{x(t)^3} + \frac{x(t)}{t}, \\ x(-1) = -2 \end{cases}$$

(1.1)

$$\begin{cases} x'(t) = \frac{3t^3}{x(t)^3} + \frac{x(t)}{t}, \\ x(-1) = -2 \end{cases}$$

(1.2)

$$\begin{cases} x'(t) = \frac{2t^3}{x(t)^3} + \frac{x(t)}{t}, \\ x(-1) = -3 \end{cases}$$

(1.3)

$$\begin{cases} x'(t) = \frac{3t^3}{x(t)^3} + \frac{x(t)}{t}, \\ x(-1) = -3 \end{cases}$$

(1.4)

$$\begin{cases} x'(t) = \frac{4t^3}{x(t)^3} + \frac{x(t)}{t}, \\ x(-1) = -2 \end{cases}$$

Il procedimento deve essere sinteticamente spiegato.

Secondo esercizio

Calcolare $\int_A f(x_1, x_2, x_3)dx_1dx_2dx_3$, con

(2.0) $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_3 \geq 0, x_1^2 + x_2^2 \leq x_3^2\}$, $f(x_1, x_2, x_2) = \min\{x_3^2, x_3^{-5}\}|x_1|$;

(2.1) $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_3 \geq 0, x_1^2 + x_2^2 \leq x_3^2\}$, $f(x_1, x_2, x_2) = \min\{x_3^3, x_3^{-6}\}|x_1|$;

(2.2) $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_3 \geq 0, x_1^2 + x_2^2 \leq x_3^2\}$, $f(x_1, x_2, x_2) = \min\{x_3^3, x_3^{-7}\}|x_1|$;

(2.3) $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_3 \geq 0, x_1^2 + x_2^2 \leq x_3^2\}$, $f(x_1, x_2, x_2) = \min\{x_3^2, x_3^{-5}\}|x_2|$;

(2.4) $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_3 \geq 0, x_1^2 + x_2^2 \leq x_3^2\}$, $f(x_1, x_2, x_2) = \min\{x_3^3, x_3^{-6}\}|x_2|$;

Il procedimento deve essere sinteticamente spiegato.

Terzo esercizio

Sia $f \in C^2(\mathbf{R}^2)$. Determinare lo sviluppo di McLaurin (quindi in 0) al secondo ordine della seguente funzione $g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$:

(3.0) $g(x) = f(e^{2x}, \sin(2x))$.

(3.1) $g(x) = f(e^{3x}, \sin(2x))$.

(3.2) $g(x) = f(e^{3x}, \sin(3x))$.

(3.3) $g(x) = f(e^{2x}, \sin(3x))$.

(3.4) $g(x) = f(e^{-x}, \sin(2x))$.

Il procedimento deve essere sinteticamente spiegato.

Quarto esercizio

Studiare i punti critici della seguente $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$: determinarli e stabilire se sono di massimo o minimo relativo o punti di sella.

(4.0) $f(x_1, x_2) = \sin^2(2x_1) + (x_2 + 2)^2$.

(4.1) $f(x_1, x_2) = \sin^2(3x_1) - (x_2 + 2)^2$.

(4.2) $f(x_1, x_2) = \sin^2(2x_1) - (x_2 - 2)^2$.

(4.3) $f(x_1, x_2) = \sin^2(3x_1) - (x_2 - 2)^2$.

(4.4) $f(x_1, x_2) = \sin^2(4x_1) + (x_2 + 2)^2$.

Il procedimento deve essere sinteticamente spiegato.

PROVA ON LINE 3 SETTEMBRE 2021
ANALISI MATEMATICA T-2
INGEGNERIA INFORMATICA

Primo esercizio

Determinare la soluzione massimale del problema di Cauchy, specificandone il dominio.

(1.0)
$$\begin{cases} x''(t) = 4x'(t)^2 + 9, \\ x(0) = x'(0) = 0. \end{cases}$$

(1.1)
$$\begin{cases} x''(t) = 4x'(t)^2 + 16, \\ x(0) = x'(0) = 0. \end{cases}$$

(1.2)
$$\begin{cases} x''(t) = 9x'(t)^2 + 4, \\ x(0) = x'(0) = 0. \end{cases}$$

(1.3)
$$\begin{cases} x''(t) = 9x'(t)^2 + 16, \\ x(0) = x'(0) = 0. \end{cases}$$

(1.4)
$$\begin{cases} x''(t) = 16x'(t)^2 + 4, \\ x(0) = x'(0) = 0. \end{cases}$$

Il procedimento deve essere sinteticamente spiegato.

Secondo esercizio

Calcolare $\int_A f(x_1, x_2) dx_1 dx_2$, con

(2.0) $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + \frac{x_2^2}{4} \leq 4\}$, $f(x_1, x_2, x_2) = \max\{x_1 + \frac{x_2}{2}, x_1 - \frac{x_2}{2}\}$;

(2.1) $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + \frac{x_2^2}{4} \leq 4\}$, $f(x_1, x_2, x_2) = \min\{x_1 + \frac{x_2}{2}, x_1 - \frac{x_2}{2}\}$;

(2.2) $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + \frac{x_2^2}{9} \leq 4\}$, $f(x_1, x_2, x_2) = \max\{x_1 + \frac{x_2}{3}, x_1 - \frac{x_2}{3}\}$;

(2.3) $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + \frac{x_2^2}{9} \leq 4\}$, $f(x_1, x_2, x_2) = \min\{x_1 + \frac{x_2}{3}, x_1 - \frac{x_2}{3}\}$;

(2.4) $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + \frac{x_2^2}{16} \leq 4\}$, $f(x_1, x_2, x_2) = \max\{x_1 + \frac{x_2}{4}, x_1 - \frac{x_2}{4}\}$;

Il procedimento deve essere sinteticamente spiegato.

Terzo esercizio Siano $A \subseteq \mathbf{R}^3$, $f : A \to \mathbf{R}$; determinare $f(A)$, con

(3.0) $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \leq 4, x_3^2 \geq 3\}$, $f(x_1, x_2, x_3) = x_1 - x_3$.

(3.1) $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \leq 9, x_3^2 \geq 5\}$, $f(x_1, x_2, x_3) = x_1 - x_3$.

(3.2) $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \leq 9, x_3^2 \geq 6\}$, $f(x_1, x_2, x_3) = x_1 - x_3$.

(3.3) $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \leq 16, x_3^2 \geq 10\}$, $f(x_1, x_2, x_3) = x_1 - x_3$.

(3.4) $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \leq 16, x_3^2 \geq 12\}$, $f(x_1, x_2, x_3) = x_1 - x_3$.

Il procedimento deve essere sinteticamente spiegato.

Quarto esercizio

Calcolare la lunghezza del seguente cammino $\alpha : [0, 1] \to \mathbf{R}^2$:

(4.0) $\alpha(t) = (\int_0^t \sin(2s^2)s^3 ds, \int_0^t \cos(2s^2)s^3 ds)$.

(4.1) $\alpha(t) = (\int_0^t \sin(2s^2)s^4 ds, \int_0^t \cos(2s^2)s^4 ds)$.

(4.2) $\alpha(t) = (\int_0^t \sin(3s^3)s^3 ds, \int_0^t \cos(3s^3)s^3 ds)$.

(4.3) $\alpha(t) = (\int_0^t \sin(3s^3)s^4 ds, \int_0^t \cos(3s^3)s^4 ds)$.

(4.4) $\alpha(t) = (\int_0^t \sin(4s^4)s^5 ds, \int_0^t \cos(4s^4)s^5 ds)$.

Il procedimento deve essere sinteticamente spiegato.

PROVA ON LINE 10 GENNAIO 2022
ANALISI MATEMATICA T-2
INGEGNERIA INFORMATICA

Primo esercizio

Determinare la soluzione massimale del seguente problema di Cauchy, indicandone poi il dominio:

(1,0):

$$\begin{cases} x'(t) = \frac{t}{2-x(t)}, \\ x(0) = 3. \end{cases}$$

(1,1)

$$\begin{cases} x'(t) = \frac{t}{3-x(t)}, \\ x(0) = 4. \end{cases}$$

(1,2)

$$\begin{cases} x'(t) = \frac{t}{3-x(t)}, \\ x(0) = 2. \end{cases}$$

(1,3)

$$\begin{cases} x'(t) = \frac{t}{4-x(t)}, \\ x(0) = 2. \end{cases}$$

Il procedimento deve essere sinteticamente spiegato.

Secondo esercizio

Calcolare il seguente integrale:

(2,0) $\int_A \min\{\frac{x_1^2+x_2^2+4x_3^2}{2}, (x_1+x_2^2+4x_3^2)^{-2}\}dx_1dx_2dx_3$, con $A = \{(x_1,x_2,x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 + 4x_3^2 \geq 1\}$.

(2,1) $\int_A \min\{\frac{x_1^2+x_2^2+9x_3^2}{2}, (x_1+x_2^2+9x_3^2)^{-2}\}dx_1dx_2dx_3$, con $A = \{(x_1,x_2,x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 + 9x_3^2 \geq 1\}$.

(2,2) $\int_A \min\{\frac{x_1^2+x_2^2+9x_3^2}{3}, (x_1+x_2^2+9x_3^2)^{-2}\}dx_1dx_2dx_3$, con $A = \{(x_1,x_2,x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 + 9x_3^2 \geq 1\}$.

(2,3) $\int_A \min\{\frac{x_1^2+x_2^2+4x_3^2}{3}, (x_1+x_2^2+4x_3^2)^{-2}\}dx_1dx_2dx_3$, con $A = \{(x_1,x_2,x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 + 4x_3^2 \geq 1\}$.

Il procedimento deve essere sinteticamente spiegato.

Terzo esercizio

Determinare l'insieme degli α reali tali che la serie seguente sia convergente:

(3,0) $\sum_{n=1}^{\infty} n^{\alpha}[(1+n)^{1/3} - n^{1/3}]$.
(3,1) $\sum_{n=1}^{\infty} n^{\alpha}[(1+n)^{1/4} - n^{1/4}]$.
(3,2) $\sum_{n=1}^{\infty} n^{\alpha}[(1+n)^{1/5} - n^{1/5}]$.
(3,3) $\sum_{n=1}^{\infty} n^{\alpha}[(1+n)^{1/6} - n^{1/6}]$.
Il procedimento deve essere sinteticamente spiegato.

Quarto esercizio

Determinare lo sviluppo di Taylor fino al secondo ordine della funzione $f(x_1, x_2) = \sin(\frac{x_1}{x_2})$ intorno al punto:

(4,0) $(0, 2\pi)$.
(4,1) $(0, 3\pi)$.
(4,2) $(0, 4\pi)$.
(4,3) $0, 5\pi)$.
Il procedimento deve essere sinteticamente spiegato.

PROVA ON LINE 24 GENNAIO 2022
ANALISI MATEMATICA T-2
INGEGNERIA INFORMATICA

Primo esercizio.

Determinare la soluzione massimale del seguente problema di Cauchy, specificandone il dominio.

(1,0)

$$\begin{cases} x''(t) = \frac{1}{2x'(t)}, \\ \\ x(0) = 2, x'(0) = 2. \end{cases}$$

(1,1)

$$\begin{cases} x''(t) = \frac{1}{3x'(t)}, \\ \\ x(0) = 2, x'(0) = 2. \end{cases}$$

(1,2)

$$\begin{cases} x''(t) = \frac{1}{3x'(t)}, \\ \\ x(0) = 2, x'(0) = 3. \end{cases}$$

(1,3)

$$\begin{cases} x''(t) = \frac{1}{2x'(t)}, \\ \\ x(0) = 2, x'(0) = -2. \end{cases}$$

(1,4)

$$\begin{cases} x''(t) = \frac{1}{3x'(t)}, \\ \\ x(0) = 2, x'(0) = -3. \end{cases}$$

Il procedimento deve essere succintamente spiegato.

Secondo esercizio.

Calcolare $\int_A f(x_1, x_2, x_3)dx_1dx_2dx_3$ con

(2.0) $A = \{x_1, x_2, x_3) : 4x_1^2 + x_2^2 \leq (4 - x_3)^2, |x_3| \leq 2\}$, $f(x_1, x_2, x_3) = |x_3|$.

(2.1) $A = \{x_1, x_2, x_3) : 9x_1^2 + x_2^2 \leq (4 - x_3)^2, |x_3| \leq 2\}$, $f(x_1, x_2, x_3) = |x_3|$.

(2.2) $A = \{x_1, x_2, x_3) : 9x_1^2 + x_2^2 \leq (6 - x_3)^2, |x_3| \leq 3\}$, $f(x_1, x_2, x_3) = |x_3|$.

(2.3) $A = \{x_1, x_2, x_3) : x_1^2 + 4x_2^2 \leq (6 - x_3)^2, |x_3| \leq 3\}$, $f(x_1, x_2, x_3) = |x_3|$.

(2.4) $A = \{x_1, x_2, x_3) : x_1^2 + 9x_2^2 \leq (6 - x_3)^2, |x_3| \leq 3\}$, $f(x_1, x_2, x_3) = |x_3|$.

Il procedimento deve essere succintamente spiegato.

Terzo esercizio

Sia $F : \mathbf{R}^3 \setminus \{(0, 0, 0)\} \to \mathbf{R}^3$. Verificare che F è esatto e determinarne, eventualmente, un potenziale.

(3.0) $F(x_1, x_2, x_3) = (\frac{(x_1^2+x_2^2+x_3^2)x_1}{2+x_1^2+x_2^2+x_3^2}, \frac{(x_1^2+x_2^2+x_3^2)x_2}{2+x_1^2+x_2^2+x_3^2}, \frac{(x_1^2+x_2^2+x_3^2)x_3}{2+x_1^2+x_2^2+x_3^2})$.
(3.1) $F(x_1, x_2, x_3) = (\frac{(x_1^2+x_2^2+x_3^2)x_1}{3+x_1^2+x_2^2+x_3^2}, \frac{(x_1^2+x_2^2+x_3^2)x_2}{3+x_1^2+x_2^2+x_3^2}, \frac{(x_1^2+x_2^2+x_3^2)x_3}{3+x_1^2+x_2^2+x_3^2})$.
(3.2) $F(x_1, x_2, x_3) = (\frac{(x_1^2+x_2^2+x_3^2)x_1}{4+x_1^2+x_2^2+x_3^2}, \frac{(x_1^2+x_2^2+x_3^2)x_2}{4+x_1^2+x_2^2+x_3^2}, \frac{(x_1^2+x_2^2+x_3^2)x_3}{4+x_1^2+x_2^2+x_3^2})$.
(3.3) $F(x_1, x_2, x_3) = (\frac{(x_1^2+x_2^2+x_3^2)x_1}{5+x_1^2+x_2^2+x_3^2}, \frac{(x_1^2+x_2^2+x_3^2)x_2}{5+x_1^2+x_2^2+x_3^2}, \frac{(x_1^2+x_2^2+x_3^2)x_3}{5+x_1^2+x_2^2+x_3^2})$.
(3.4) $F(x_1, x_2, x_3) = (\frac{(x_1^2+x_2^2+x_3^2)x_1}{6+x_1^2+x_2^2+x_3^2}, \frac{(x_1^2+x_2^2+x_3^2)x_2}{6+x_1^2+x_2^2+x_3^2}, \frac{(x_1^2+x_2^2+x_3^2)x_3}{6+x_1^2+x_2^2+x_3^2})$.

Il procedimento deve essere succintamente spiegato.

Quarto esercizio

Siano $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 \leq 1, x_2 \leq x_1\}$, $f : A \to \mathbf{R}$. Determinare l'immagine $f(A)$, con
(4.0) $f(x_1, x_2) = 2x_1^2 - 3x_2^2$.
(4.1) $f(x_1, x_2) = 2x_1^2 - 4x_2^2$.
(4.2) $f(x_1, x_2) = 3x_1^2 - 4x_2^2$.
(4.3) $f(x_1, x_2) = 3x_1^2 - 2x_2^2$.
(4.4) $f(x_1, x_2) = 4x_1^2 - 2x_2^2$.

Il procedimento deve essere succintamente spiegato.

PROVA ON LINE 7 FEBBRAIO 2022
ANALISI MATEMATICA T-2
INGEGNERIA INFORMATICA

Primo esercizio.

Determinare la soluzione massimale del seguente problema di Cauchy, specificandone il dominio.

(1,0)

$$\begin{cases} x^{(3)}(t) = t(1 - x^{(2)}(t))^2 \\ \\ x(0) = 2, x'(0) = 2, x^{(2)}(0) = 1. \end{cases}$$

(1,1)

$$\begin{cases} x^{(3)}(t) = t\sin(x^{(2)}(t)) \\ \\ x(0) = 2, x'(0) = 2, x^{(2)}(0) = \pi. \end{cases}$$

(1,2)

$$\begin{cases} x^{(3)}(t) = t^2\cos(x^{(2)}(t)), \\ \\ x(0) = 2, x'(0) = 2, x^{(2)}(0) = \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

(1,3)

$$\begin{cases} x^{(3)}(t) = t(1 + x^{(2)}(t)^3) \\ \\ x(0) = 2, x'(0) = 2, x^{(2)}(0) = -1. \end{cases}$$

(1,4)

$$\begin{cases} x^{(3)}(t) = t(1 - x^{(2)}(t)^4) \\ \\ x(0) = 2, x'(0) = 2, x^{(2)}(0) = 1. \end{cases}$$

Il procedimento deve essere succintamente spiegato. Il risultato deve essere riportato chiaramente.

Secondo esercizio.

Calcolare $\int_A f(x_1, x_2)dx_1dx_2$ con

(2.0) $A = \{x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : 2x_1 + x_2 \leq 1, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0\}$, $f(x_1, x_2) = x_1 \sin(x_2)$.

(2.1) $A = \{x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : 3x_1 + x_2 \leq 1, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0\}$, $f(x_1, x_2) = x_1 \sin(x_2)$.

(2.2) $A = \{x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : 3x_1 + x_2 \leq 1, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0\}$, $f(x_1, x_2) = x_2 \sin(x_1)$.

(2.3) $A = \{x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1 + 2x_2 \leq 1, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0\}$, $f(x_1, x_2) = x_2 \sin(x_1)$.

(2.4) $A = \{x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1 + 3x_2 \leq 1, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0\}$, $f(x_1, x_2) = x_1 \sin(x_2)$.

Il procedimento deve essere succintamente spiegato. Il risultato deve essere riportato chiaramente.

Terzo esercizio

Determinare

(3.0) $\lim_{x \to 0^+} \sum_{n=1}^{\infty} x(1 - \sin(2x))^n$.

(3.1) $\lim_{x \to 0^+} \sum_{n=1}^{\infty} x(1 - \sin(3x))^n$.

(3.2) $\lim_{x \to 0^+} \sum_{n=1}^{\infty} x(1 - \sin(4x))^n$.

(3.3) $\lim_{x \to 0^-} \sum_{n=1}^{\infty} x(1 + \sin(2x))^n$.

(3.4) $\lim_{x \to 0^-} \sum_{n=1}^{\infty} x(1 + \sin(3x))^n$.

Il procedimento deve essere succintamente spiegato. Il risultato deve essere riportato chiaramente.

Quarto esercizio

(4.0) Determinare un cammino α di classe C^1 che abbia per sostegno $\{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : 0 \leq x_1 \leq 1, x_2 = e^{2x_1}\}$. Calcolare poi $\int F \cdot d\alpha$, con $F(x_1, x_2) = (x_1 + x_2, \sin(x_2))$.

(4.1) Determinare un cammino α di classe C^1 che abbia per sostegno $\{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : 0 \leq x_1 \leq 1, x_2 = e^{3x_1}\}$. Calcolare poi $\int F \cdot d\alpha$, con $F(x_1, x_2) = (x_1 + x_2, \cos(x_2))$.

(4.2) Determinare un cammino α di classe C^1 che abbia per sostegno $\{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : 0 \leq x_1 \leq \pi, x_2 = sin(3x_1)\}$. Calcolare poi $\int F \cdot d\alpha$, con $F(x_1, x_2) = (x_1 + x_2, \sin(x_2))$.

(4.3) Determinare un cammino α di classe C^1 che abbia per sostegno $\{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : 0 \leq x_1 \leq \pi, x_2 = cos(3x_1)\}$. Calcolare poi $\int F \cdot d\alpha$, con $F(x_1, x_2) = (x_1 + x_2, \sin(x_2))$.

(4.4) Determinare un cammino α di classe C^1 che abbia per sostegno $\{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : 0 \leq x_1 \leq 1, x_2 = e^{-x_1}\}$. Calcolare poi $\int F \cdot d\alpha$, con $F(x_1, x_2) = (x_1 + x_2, e^{x_2})$.

Il procedimento deve essere succintamente spiegato. Il risultato deve essere riportato chiaramente.

Cognome e nome

Analisi T2 . Ingegneria edile architettura. 20 giugno 2022

Esercizio 1. Sia X lo spazio vettoriale dei polinomi in $\mathbf{R}$ di grado non superiore a due. Sia $T : X \to X$, $(Tf)(x) = f''(x) - f(0) + f'(x+1)$ $(x \in \mathbf{R})$. Fissare una base su X (a piacere) e determinare la matrice di rappresentazione di T rispetto a tale base.

Esercizio 2. Determinare, specificandone il dominio, la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$x'(t) = \frac{1}{x(t)+2}, \quad x(-1) = 0.$$

Cognome e nome

Analisi T2 . Ingegneria edile architettura. 20 giugno 2022

Esercizio 3 Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + 4x_2^2 \leq (x_3 - 2)^2, -4 \leq x_3 \leq 1\}$. Calcolare $L_3(A)$.

Esercizio 4. Siano $f \in C^1(\mathbf{R}^2)$, $g : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, $g(x_1, x_2) = f(\sin(x_1), sin(x_1) + \cos(x_2))$. $v = (1, -1)$. Determinare $\frac{\partial g}{\partial v}(0, 0)$.

Cognome e nome

Analisi T2 . Ingegneria informatica. 20 giugno 2022

Esercizio 1 Determinare, specificandone il dominio, la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$u'(t) = -u(t) + u(t)^3, \quad u(0) = \frac{1}{2}.$$

Esercizio 2 Siano $f \in C^1(\mathbf{R}^2)$, $f(x_1, x_2) > 0$ $\forall (x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2$ e $g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $g(t) = f(2t, 3t)^{t^2}$. Calcolare $g'(0)$.

Cognome e nome

Analisi T2 . Ingegneria informatica. 20 giugno 2022

Esercizio 3 Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 \leq 4, x_3 \geq 0\}$. Calcolare $\int_A \frac{(x_1^2+x_2^2)^2}{9+x_3+x_3^2} dx_1 dx_2 dx_3$.

Esercizio 4 Siano $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1 + 3x_2 \leq 1, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0\}$, $f : A \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = x_1 + x_2$. Determinare $f(A)$.

Cognome e nome

Analisi T2 . Ingegneria edile architettura. 22 luglio 2022

Esercizio 1. Determinare una base dell'integrale generale dell'equazione differenziale ordinaria

$$x''(t) + \frac{2}{t}x'(t) = 0, \quad t \in \mathbf{R}^+.$$

Esercizio 2. Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_3^2 \leq x_1^2 + x_2^2 \leq 9x_3^2, 0 \leq x_3 \leq 1\}$. Calcolare $L_3(A)$.

Cognome e nome

Analisi T2 . Ingegneria edile architettura. 22 luglio 2022

Esercizio 3. Sia $f \in C^2(\mathbf{R})$. Determinare lo sviluppo di Taylor fino al secondo ordine con centro $(0,0)$ di $g(x_1, x_2) = f(\frac{x_1}{2+x_2})$.

Esercizio 4. Determinare le soluzione complesse dell'equazione $z^6 - 27z^3 = 0$.

Cognome e nome

Analisi T2 . Ingegneria informatica. 22 luglio 2022

Esercizio 1. Determinare, specificandone il dominio, la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$x'(t) = \tan(\frac{x(t)}{t}) + \frac{x(t)}{t}, x(1) = -\arctan(2)$$

.

Esercizio 2. Calcolare $\int_\Sigma x_3 d\sigma$, con Σ superficie con parametrizzazione $\Phi : [0, \pi] \times [0, 3] \to \mathbf{R}^3$, $\Phi(\theta, \phi) = ((6 - \phi)\cos(\theta), (6 - \phi)\sin(\theta), \phi)$

Cognome e nome

Analisi T2 . Ingegneria informatica. 22 luglio 2022

Esercizio 3. Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 \leq 1, x_3 > 0\}$. Calcolare $\int_A \min\{x_1^2 + x_2^2, x_3^{-4}\} dx_1 dx_2 dx_3$.

Esercizio 4. Sia $F : (\mathbf{R}^2 \backslash \{(0,0)\}) \to \mathbf{R}^2$, $F(x_1, x_2) = (\frac{x_1}{(x_1^2+x_2^2)^2+2(x_1^2+x_2^2)}, \frac{x_2}{(x_1^2+x_2^2)^2+2(x_1^2+x_2^2)})$. Stabilire se F è esatto e in tal caso determinare il potenziale U tale che $U(1,0) = 0$.

Cognome e nome

Analisi T2 . Ingegneria edile-Architettura. 1 settembre 2022

Esercizio 1. Se $x \in C(\mathbf{R}, \mathbf{R}^2)$ indichiamo con x_1 e x_2 le sue componenti, con derivate x_1' e x_2' Sia $T : C^1(\mathbf{R}, \mathbf{R}^2) \to C(\mathbf{R}, \mathbf{R}^2)$, $Tx = (x_1' - x_1 - 2x_2, x_2')$. Determinare $Ker(T)$.

Esercizio 2. Siano $g \in C^2(\mathbf{R}^2)$ e $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = f(x_1, \sin(2x_1x_2))$. Calcolare $D_{12}f(0,0)$.

Cognome e nome

Analisi T2 . Ingegneria edile-Architettura. 1 settembre 2022

Esercizio 1. Se $x \in C(\mathbf{R}, \mathbf{R}^2)$ indichiamo con x_1 e x_2 le sue componenti, con derivate x_1' e x_2'. Sia $T : C^1(\mathbf{R}, \mathbf{R}^2) \to C(\mathbf{R}, \mathbf{R}^2)$, $Tx = (x_1' - x_1 - 3x_2, x_2')$. Determinare $Ker(T)$.

Esercizio 2. Siano $g \in C^2(\mathbf{R}^2)$ e $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = f(x_1, \sin(3x_1x_2))$. Calcolare $D_{12}f(0,0)$.

Cognome e nome
Analisi T2 . Ingegneria edile-Architettura. 1 settembre 2022
Esercizio 3. Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_2 \geq 0, x_1 \geq 0, x_1^2 + x_2^2 \leq 4\}$. Calcolare $\int_A x_2 dx_1 dx_2$.

Esercizio 4. Determinare e rappresentare in forma algebrica le soluzioni in $\mathbf{C}$ di $z^4 - (2 + 2i)z^2 + 4i = 0$.

Cognome e nome
Analisi T2 . Ingegneria edile-Architettura. 1 settembre 2022
Esercizio 3. Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_1^2 + x_2^2 \leq 9\}$. Calcolare $\int_A x_2 dx_1 dx_2$.

Esercizio 4. Determinare e rappresentare in forma algebrica le soluzioni in $\mathbf{C}$ di $z^4 - (2 + 2i)z^2 + 4i = 0$.

Cognome e nome

Analisi T2 . Ingegneria informatica. 1 settembre 2022

Esercizio 1. Determinare, specificandone il dominio, la soluzione massimale del problema di Cauchy $x''(t) = 2e^{x(t)}, x(0) = 1, x'(0) = -2\sqrt{e}$.

Esercizio 2. Siano $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : 4x_1^2 + 16x_2^2 \leq 1, |x_1| \geq \frac{1}{4}\}$, $f : A \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = x_1 + x_2$. Determinare $f(A)$.

Cognome e nome

Analisi T2 . Ingegneria informatica. 1 settembre 2022

Esercizio 1. Determinare, specificandone il dominio, la soluzione massimale del problema di Cauchy $x''(t) = 3e^{x(t)}, x(0) = 1, x'(0) = -\sqrt{6e}$.

Esercizio 2. Siano $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : 9x_1^2 + 36x_2^2 \leq 1, |x_1| \geq \frac{1}{6}\}$, $f : A \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = x_1 + x_2$. Determinare $f(A)$.

Cognome e nome

Analisi T2 . Ingegneria informatica. 1 settembre 2022

Esercizio 1. Determinare, specificandone il dominio, la soluzione massimale del problema di Cauchy $x''(t) = 4e^{x(t)}, x(0) = 1, x'(0) = -\sqrt{8e}$.

Esercizio 2. Siano $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : 16x_1^2 + 4x_2^2 \leq 1, |x_2| \geq \frac{1}{4}\}$, $f : A \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = x_1 + x_2$. Determinare $f(A)$.

Cognome e nome

Analisi T2 . Ingegneria informatica. 1 settembre 2022

Esercizio 1. Determinare, specificandone il dominio, la soluzione massimale del problema di Cauchy $x''(t) = 5e^{x(t)}, x(0) = 1, x'(0) = -\sqrt{10e}$.

Esercizio 2. Siano $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : 36x_1^2 + 9x_2^2 \leq 1, |x_2| \geq \frac{1}{6}\}$, $f : A \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = x_1 + x_2$. Determinare $f(A)$.

Cognome e nome
Analisi T2 . Ingegneria informatica. 1 settembre 2022
Esercizio 3. Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 \leq x_3^2, x_3 \geq 0\}$. Calcolare $\int_A e^{-2(x_1^2+x_2^2+x_3^2)} dx_1 dx_2 dx_3$.

Esercizio 4. Siano $f \in C^2(\mathbf{R}^2)$ e $g(t) = f(t, \int_0^t e^{5s^2} ds)$. Calcolare $g''(0)$.

Cognome e nome
Analisi T2 . Ingegneria informatica. 1 settembre 2022
Esercizio 3. Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 \leq x_3^2, x_3 \geq 0\}$. Calcolare $\int_A e^{-3(x_1^2+x_2^2+x_3^2)} dx_1 dx_2 dx_3$.

Esercizio 4. Siano $f \in C^2(\mathbf{R}^2)$ e $g(t) = f(t, \int_0^t e^{4s^2}\, ds)$. Calcolare $g''(0)$.

Cognome e nome
Analisi T2 . Ingegneria informatica. 1 settembre 2022
Esercizio 3. Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2+x_2^2 \leq x_3^2, x_3 \geq 0\}$. Calcolare $\int_A e^{-4(x_1^2+x_2^2+x_3^2)} dx_1 dx_2 dx_3$.

Esercizio 4. Siano $f \in C^2(\mathbf{R}^2)$ e $g(t) = f(t, \int_0^t e^{3s^2}\, ds)$. Calcolare $g''(0)$.

Cognome e nome
Analisi T2 . Ingegneria informatica. 1 settembre 2022
Esercizio 3. Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2+x_2^2 \leq x_3^2, x_3 \geq 0\}$. Calcolare $\int_A e^{-5(x_1^2+x_2^2+x_3^2)} dx_1 dx_2 dx_3$.

Esercizio 4. Siano $f \in C^2(\mathbf{R}^2)$ e $g(t) = f(t, \int_0^t e^{2s^2}\, ds)$. Calcolare $g''(0)$.

Cognome e nome

Analisi T2 . Ingegneria informatica. 9 gennaio 2023

Esercizio 1. Determinare, specificandone il dominio, la soluzione massimale del problema di Cauchy $x'(t) = \frac{x(t)}{t} + (\frac{x(t)}{t})^2, x(-1) = 2.$

Esercizio 2. Siano $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + \frac{x_2^2}{4} \leq 1, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0\}$, $f : A \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = x_1 x_2$. Determinare $f(A)$.

Cognome e nome

Analisi T2 . Ingegneria informatica. 9 gennaio 2023

Esercizio 3. Sia $A = \{x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : \frac{x_1^2}{4} + \frac{x_1^2}{9} \leq (4 - x_3)^2, 4 > x_3 \geq 0\}$. Calcolare $\int_A (4 - x_3)^{-3/2} dx_1 dx_2 dx_3$.

Esercizio 4. Sia $F : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3$, $F(x_1, x_2) = (2x_2^2, cx_1x_2, 1)$. Determinare i c reali tali che F è esatto e in corrispondenza di essi determinare $U(2,1,0)$, con U potenziale di F verificante $U(1,0,0) = 0$.

Cognome e nome

Analisi T2 . Ingegneria informatica. 30 gennaio 2023

Esercizio 1. Determinare una soluzione locale del problema di Cauchy $x'(t) = x(t) + tx(t)^{-1}, x(0) = -2$ (omettere lo studio del dominio).

Esercizio 2. Siano $g \in C^2(\mathbf{R})$, $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(t) = g(\cos(t), \sin(3t))$. Calcolare $f''(0)$.

Cognome e nome
Analisi T2 . Ingegneria informatica. 30 gennaio 2023
Esercizio 3. Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1 \geq 1, x_2 \geq 2, x_1 + x_2 \leq 4\}$. Calcolare $\int_A \frac{1}{x_2} dx_1 dx_2$.

Esercizio 4. Sia S il parallelepipedo $\{x \in \mathbf{R}^3 : x = t(0,1,3)+\tau(3,1,0) : (t,\tau) \in [0,1]\times[0,1]\}$. Calcolare $\int_S x_2 d\sigma$.

Cognome e nome

Analisi T2 . Ingegneria informatica. 13 febbraio 2023

Esercizio 1. Determinare, specificandone il dominio, la soluzione massimale del problema di Cauchy $x''(t) = e^{3x(t)}, x(0) = 0, x'(0) = -\sqrt{\frac{3}{2}}$.

Esercizio 2. Siano $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : (x_1^2 + x_2^2)^2 - 9(x_1^2 + x_2^2) + 18 \leq 0\}$ e $f : A \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = x_1 x_2$. Determinare $f(A)$.

Cognome e nome

Analisi T2 . Ingegneria informatica. 13 febbraio 2023

Esercizio 1. Determinare, specificandone il dominio, la soluzione massimale del problema di Cauchy $x''(t) = e^{4x(t)}, x(0) = 0, x'(0) = -\sqrt{\frac{1}{2}}$.

Esercizio 2. Siano $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : (x_1^2 + x_2^2)^2 - 12(x_1^2 + x_2^2) + 32 \leq 0\}$ e $f : A \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = x_1 x_2$. Determinare $f(A)$.

Cognome e nome
Analisi T2 . Ingegneria informatica. 13 febbraio 2023

Esercizio 3. Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + \frac{x_2^2}{16} \leq x_3^2, 0 \leq x_3 \leq 1\}$. Calcolare $\int_A (1 + x_3)^{-1} dx_1 dx_2 dx_3$.

Esercizio 4. Sia $F : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$, $F(x_1, x_2) = (x_1 \arctan(2(x_1^2 + x_2^2)), x_2 \arctan(2(x_1^2 + x_2^2)))$. Verificare che F è esatto. In tal caso, determinarne il potenziale U tale che $U(0, 0) = 0$.

Cognome e nome

Analisi T2 . Ingegneria informatica. 19 giugno 2023

Esercizio 1. Determinare le (eventuali) soluzioni del problema $x''(t) + 2tx'(t) = t, x(0) = 0, x'(0) = x'(2)$.

Esercizio 2. Siano $g \in C^2(\mathbf{R}^2)$ e $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(t) = g(\int_0^t e^{3s^2} ds, t^2)$. Calcolare $g''(0)$.

Cognome e nome

Analisi T2 . Ingegneria informatica. 19 giugno 2023

Esercizio 3. Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, x_1 + x_2 \leq 5\}$ Calcolare $\int_A \frac{e^{-x_3}}{x_1+x_2+1} dx_1 dx_2 dx_3$.

Esercizio 4. Determinare le eventuali f in $C^1(\mathbf{R}^3)$ tali che il campo vettoriale $F(x_1, x_2, x_3) = (x_1, 2x_2x_3, f(x_1, x_2, x_3))$ è esatto in $\mathbf{R}^3$. Per tali f determinare un potenziale.

Cognome e nome

Analisi T2 . Ingegneria informatica. 18 luglio 2023

Esercizio 1. Determinare, specificandone il dominio, la soluzione massimale del problema di Cauchy $x'(t) = -9tx(t)^2 - 3\frac{x(t)}{t}, x(1) = -1.$

Esercizio 2. Sia $f \in C^1(\mathbf{R})$. Determinare il polinomio di Taylor di ordine non superiore a due nel punto $(0,0)$ della funzione $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = x_1 e^{4\int_0^{x_2} f(t)dt}$.

Cognome e nome
Analisi T2 . Ingegneria informatica. 18 luglio 2023
Esercizio 3. Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1 > 0, x_2 > 0\}$. Calcolare $\int_A \frac{\max\{x_1,x_2\}^2}{x_1^2+x_2^2} e^{-2(x_1^2+x_2^2)} dx_1 dx_2$.

Esercizio 4. Determinare le eventuali f in $C^1(\mathbf{R})$ tali che il campo vettoriale $F : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$, $F(x_1, x_2) = (f(x_1)x_2^3, f(x_1)x_2^2)$ sia esatto. Per tali f determinare un potenziale di F.

Cognome e nome

Analisi T2 . Ingegneria informatica. 5 settembre 2023

Esercizio 1. Determinare le eventuali soluzioni del problema $x'(t)+\sin(3t)x(t) = 2\sin(3t), x(0) = x(\frac{2\pi}{3})$.

Esercizio 2. Sia $\phi \in C^1(A)$, con A aperto in $\mathbf{R}^2$ contenente $(0,0)$, tale che $\ln(1+4x_1-x_2^2+\phi(x_1,x_2)+\phi(x_1,x_2)^3)=0$ $\forall (x_1,x_2)\in A$, $\phi(0,0)=0$. Calcolare $\nabla\phi(0,0)$.

Cognome e nome
Analisi T2 . Ingegneria informatica. 5 settembre 2023
Esercizio 3. Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : 0 \leq x_3 \leq 4, x_1^2 + x_2^2 \leq \min\{4, x_3^2\}\}$. Calcolare $\int_A \max\{4, x_3^2\} dx_1 dx_2 dx_3$.

Esercizio 4. Sia $F : \mathbf{R}^2 \setminus \{(0,0)\} \to \mathbf{R}^2$, $F(x_1, x_2) = (\frac{x_1}{(x_1^2+x_2^2)^{3/2}}, \frac{x_2}{(x_1^2+x_2^2)^{3/2}})$ e sia α un cammino di classe C^1 con sostegno in $\mathbf{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$ di estremi (1.1) e $(2,3)$. Calcolare $\int F \cdot d\alpha$.

Cognome e nome

Analisi matematica 2 (prova)

Esercizio 1. Sia $f \in C^1(\mathbf{R})$. Determinare il polinomio di Taylor di ordine non superiore a due nel punto $(0,0)$ della funzione $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = x_1 e^{4\int_0^{x_2} f(t)dt}$.

Esercizio 2. Siano $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + 3x_2^2 \leq 1, 1 \leq x_3 \leq 2\}$, $f : A \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2, x_3) = \arctan(\frac{1}{x_1^2+x_2^2+x_3^2})$. Determinare $f(A)$.

1. Sia $A := \{x = (x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 - x_2^2 > 1\}$. Allora:
a. $(1, 0, 26) \in D(A)$;
b. A è connesso per archi;
c. A è limitato;
d. nessuna delle precedenti.

2. Sia $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = x_1^2 x_2 + x_2^3 - x_2$. Allora
a. f ammette un solo punto di massimo relativo;
b. f ammette esattamente due punti di massimo relativo;
c. f ammette esattamente tre punti di massimo relativo;
d. nessuna delle precedenti.

3. Sia $f : \mathbf{R}^2 \setminus \{(0,0)\} \to \mathbf{R}$, $f(x) = f(x_1, x_2) = \frac{x_1 + x_2}{x_1^2 + x_2^2}$. Allora
a. f ha limite finito per $x \to (0, 0)$;
b. f è superiormente limitata;
c. f è limitata in $\{x \in \mathbf{R}^2 : \|x\| \geq 1\}$;
d. nessuna delle precedenti.

4. Sia $f : [0, 1] \times [0, 1] \to \mathbf{R}$, continua, dotata di derivata $D_1 f$ soddisfacente $D_1 f(x_1, x_2) = x_1 f(x_1, x_2)$ $\forall (x_1, x_2) \in [0, 1] \times [0, 1]$ $f(0, x_2) = x_2$ $\forall x_2 \in [0, 1]$. Allora $D_2 f(1, 1) =$
a. $D_2 f(1, 1)$ non è definita.
b. e
c. $e^{-1/2}$.
d. nessuna delle precedenti.

Cognome e nome

Analisi T2 . Ingegneria informatica. 8 gennaio 2024

Esercizio 1. Determinare una soluzione locale del problema di Cauchy $x'(t) = x(t) - tx(t)^2, x(0) = 2$.

Esercizio 2. Determinare lo sviluppo di Taylor al secondo ordine intorno a $(0, 1)$ di $f(x_1, x_2) = x_2^{3x_1}$.

Cognome e nome

Analisi T2 . Ingegneria informatica. 8 gennaio 2024

Esercizio 3. Calcolare $\int_{\|x\| \leq \frac{\pi}{2}} \min\{0, \cos(2\|x\|)\} dx$ $(x \in \mathbf{R}^3)$.

Esercizio 4. Sia $F : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$, $F(x_1, x_2) = (\alpha x_1 x_2 e^{3x_1^2 x_2} + x_1, x_1^2 e^{3x_1^2 x_2} + x_2)$ ($\alpha \in \mathbf{R}$). Determinare per quali α F e' esatto e per questi α individuare un potenziale.

Cognome e nome

Analisi 2 . Fisica. 15 gennaio 2024

Esercizio 1. Siano $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : |x_1| \leq 2, 0 \leq x_2 \leq e^{x_1}\}$, $f : A \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = x_1 x_2$. Determinare $f(A)$.

Esercizio 2. Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 \leq \frac{\pi^2}{4}\}$. Calcolare $\int_A \max\{0, \sin(2\|x\|)\}dx$.

Cognome e nome
Analisi 2 . Fisica. 15 gennaio 2024

1. Siano $f : [-1,1] \to \mathbf{R}$, $f(x) = x^2$, $g : [-1,1] \to \mathbf{R}$, $g(x) = x^3$. Allora $\|f - g\|_\infty = \max\{|f(x) - g(x)| : x \in [-1,1]\}$

a. $\frac{4}{27}$.
b. 1.
c. 2.
d. nessuna delle precedenti

2. Sia $f : \mathbf{R}^+ \times \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = x_1^{x_2}$. Allora $f(x_1, x_2) =$

a. $1 + (x_1 - 1) + 2(x_1 - 1)(x_2 - 1) + o((x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2)((x_1, x_2) \to (1,1))$.
b. $1 + (x_1 - 1) + (x_1 - 1)(x_2 - 1) + o((x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2)((x_1, x_2) \to (1,1))$.
c. $1 + (x_1 - 1) + (x_1 - 1)(x_2 - 1) + (x_2 - 1)^2 + +o((x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2)((x_1, x_2) \to (1,1))$.
d. nessuna delle precedenti.

3. Siano $F : \mathbf{R}^2 \setminus \{(0,0)\} \to \mathbf{R}^2$, $F(x_1, x_2) = (\frac{x_1}{x_1^2 + x_2^2}, \frac{x_2}{x_1^2 + x_2^2})$ e U il potenziale di F tale che $U(1,0) = 2$. Allora $U(1,1) =$

a. F non è esatto.
b. $\frac{\ln(2)}{2}$.
c. $2 + \frac{\ln(2)}{2}$.
d. nessuna delle precedenti.

4. Siano $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + 4x_2^2 \geq 1\}$, $f \in C^1(\mathbf{R}^2)$ tale che $f(x_1, x_2) = 0$ se $x_1^2 + 4x_2^2 \geq 2$. Allora $\int_A D_1 f(x_1, x_2) dx_1 dx_2 =$

a. $\int_0^{2\pi} f(\cos(t), \frac{sin(t)}{2}) \cos(t) dt$.
b. $\frac{1}{2} \int_0^{2\pi} f(\cos(t), \frac{sin(t)}{2}) \cos(t) dt$.
c. $-\frac{1}{2} \int_0^{2\pi} f(\cos(t), \frac{sin(t)}{2}) \cos(t) dt$.
d. nessuna delle precedenti.

Cognome e nome
Analisi T2 . Ingegneria informatica. 22 gennaio 2024
Esercizio 1. Determinare l'integrale generale dell'equazione $x^{(3)}(t) - 3x^{(2)}(t) + 2x'(t) = e^t$.

Esercizio 2. Sia $g \in C^2(\mathbf{R}^2)$. Calcolare $D_{12}f(1,0)$, con $f(x_1,x_2) = g(x_1\cos(x_2), 3x_1\sin(x_2))$.

Cognome e nome
Analisi T2 . Ingegneria informatica. 22 gennaio 2024
Esercizio 3. Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2+4x_2^2+x_3^2 \geq 1\}$. Calcolare $\int_A \frac{x_1^2+4x_2^2}{(x_1^2+4x_2^2+x_3^2)^3} dx_1 dx_2 dx_3$.

Esercizio 4. Determinare le eventuali f in $C^1(\mathbf{R})$ tali che il campo vettoriale $F(x_1, x_2) = ((f(x_1) + 3)x_2, f(x_1))$ è esatto e $f(0) = 0$. Per tali f che determinare un potenziale di F.

Cognome e nome
Analisi 2 . Fisica. 29 gennaio 2024

1. Sia $S = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1 + 2x_2 + x_3 = 1, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0\}$. Calcolare $\int_S x_3 d\sigma$.

Risultato:

Spiegazione del procedimento:

2. Determinare le eventuali $f \in C^1(\mathbf{R})$ tali che il campo vettoriale $F(x_1, x_2) = (x_1 f(x_2), 3x_1^2 f(x_2) + x_2)$ sia esatto in $\mathbf{R}^2$. Per tali f, determinare un potenziale di F.

Risultato:

Spiegazione del procedimento:

Cognome e nome
Analisi 2 . Fisica. 29 gennaio 2024

1. Sia, per $k \in \mathbf{N}$, $f_k : [0, \infty[\to \mathbf{R}$, $f_k(x) = \frac{x+k}{x+2k}$. Allora
a. $(f_k)_{k \in \mathbf{N}}$ converge uniformemente in $[0, \infty[$.
b. $(f_k)_{k \in \mathbf{N}}$ converge uniformemente in $[0, T]$ $\forall T \in \mathbf{R}^+$, ma non in $[0, \infty[$.
c. $(f_k)_{k \in \mathbf{N}}$ converge uniformemente in $[T, \infty[$ $\forall T \in \mathbf{R}^+$, ma non in $[0, \infty[$.
d. nessuna delle precedenti.

2. Siano $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1 + x_2 \leq 2\}$, $f(x_1, x_2) = (x_1 - 3)^2 + (x_2 - 1)^2$. Allora
a. $min_A(f) = 2$.
b. $min_A(f) = \frac{9}{2}$.
c. $max_A(f) = 4$.
d. nessuna delle precedenti.

3. Sia $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = \sin(x_1)^2 - 3x_2^2$. Allora
a. ha infiniti punti di massimo relativo e infiniti punti di minimo relativo.
b. ha infiniti punti di minimo relativo e non ha alcun punto di massimo relativo.
c. non ha punti di minimo relativo e ha un numero finito di punti di massimo relativo.
d. nessuna delle precedenti.

4. Siano $S = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + 16x_2^2 + x_3^2 = 1, x_3 \leq 0\}$, ν l'orientamento di S tale che $\nu(0, 0, -1) = (0, 0, -1)$, $F \in C^1(\mathbf{R}^3; \mathbf{R}^3)$. Allora $\int_S rot(F)(x) \cdot \nu(x) d\sigma =$
a. $\int_0^{2\pi} F(\sin(t), \frac{\cos(t)}{4}, 0) \cdot (-\sin(t), \frac{\cos(t)}{4}, 0) dt$.
b. $\int_0^{2\pi} F(\cos(t), \frac{\sin(t)}{4}, 0) \cdot (-\sin(t), \frac{\cos(t)}{4}, 0) dt$.
c. $\int_0^{2\pi} F(\cos(t), \frac{\sin(t)}{4}, 0) \cdot (\sin(t), -\frac{\cos(t)}{4}, 0) dt$.
d. nessuna delle precedenti.

Cognome e nome

Analisi T2 . Ingegneria informatica. 5 febbraio 2024

Esercizio 1. Determinare, specificandone il dominio, la soluzione massimale del problema di Cauchy $x'(t) = \sin(t)x(t)\ln(x(t)), x(0) = 2$.

Risultato:

Spiegazioni:

Esercizio 2. Siano $f \in C^2(\mathbf{R}^2)$, $g(t) = f(\int_0^t e^{s^2}\,ds, \sin(3t))$ $(t \in \mathbf{R})$. Calcolare $g''(0)$.

Risultato:

Spiegazioni:

Cognome e nome

Analisi T2 . Ingegneria informatica. 5 febbraio 2024

Esercizio 3. Siano $A = \{(x_1, x_2) \in R^2 : 0 < x_1 \leq 1, |x_2| \leq x_1^4\}$. Siano $\beta, \gamma \in \mathbf{R}^+$. Determinare per quali valori di β e γ $f(x_1, x_2) = x_1^{-\beta}|x_2|^{\gamma}$ è sommabile in A.

Risultato:

Spiegazioni:

Esercizio 4. Sia $F : \mathbf{R}^3 \setminus \{(0,0,0)\} \to \mathbf{R}^3$, $F(x_1, x_2, x_3) = (x_1 \ln(9(x_1^2+x_2^2+x_3^2)), x_2 \ln(9(x_1^2+x_2^2+x_3^2)), x_2 \ln(9(x_1^2+x_2^2+x_3^2)))$. Verificare se F è esatto e determinarne, in tal caso, il potenziale U tale che $U(1,1,1) = 0$.

Risultato:

Spiegazioni:

Cognome e nome
Analisi 2 . Fisica. 12 febbraio 2024
Esercizio 1. Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : 0 < x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \leq 4, x_1^2 + x_2^2 \leq x_3^2\}$. Calcolare $\int_A \frac{x_1^2+x_2^2}{(x_1^2+x_2^2+x_3^3)^{3/2}} dx_1 dx_2 dx_3$.

Risultato:

Spiegazioni:

Esercizio 2. Siano $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 \leq 9, x_2 \geq 0\}$, $f : A \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2$. Determinare $f(A)$.

Risultato:

Spiegazioni:

Cognome e nome
Analisi 2 . Fisica. 12 febbraio 2024

1. Siano $f \in C^2(\mathbf{R}^2)$ e $g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $g(t) = f(\sin(3t), e^t)$. Allora $f''(0) =$
a. $9D_{11}f(0,1) + 6D_{12}f(0,1) + D_{22}f(0,1) + D_1 f(0,1)$.
b. $9D_{11}f(0,1) + 6D_{12}f(0,1) + D_{22}f(0,1) + D_2 f(0,1)$.
c. $6D_{11}f(0,1) + 6D_{12}f(0,1) + D_{22}f(0,1) + D_2 f(0,1)$.
d. nessuna delle precedenti.

2. Sia γ un cammino di classe C^1 in $\mathbf{R}^2$ che percorre una volta il grafico della funzione $g : [0,1] \to \mathbf{R}$, $g(x_1) = 4x_1^2$. Sia $f(x_1, x_2) = (1 + 16x_2)^{1/2}$. Allora $\int_\gamma f(x)ds =$
a. $\frac{64}{3}$.
b. $\frac{32}{3}$.
c. $\frac{67}{3}$.
d. nessuna delle precedenti.

3. Siano $\beta \in \mathbf{R}^+$, $\gamma \in \mathbf{R}$, $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : 0 < x_1 \leq 1, |x_2| \leq x_1^2\}$. Allora $\int_A x_1^\gamma |x_2|^\beta dx_1 dx_2 < +\infty$ se e solo se
a. $2\beta + \gamma > -1$.
b. $2\beta + \gamma > -2$.
c. $2\beta + \gamma > -3$.
d. nessuna delle precedenti.

4. Siano $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 \leq x_3 \leq 3\}$, $f \in C^1(\overline{A})$. Allora $\int_A D_2 f(x)dx =$
a. $\int_0^{\sqrt{3}}(\int_0^{2\pi} f(\rho\cos(\theta), \rho\sin(\theta), \rho^2)\rho\sin(\theta)d\rho d\theta$.
b. $2\int_0^{\sqrt{3}}(\int_0^{2\pi} f(\rho\cos(\theta), \rho\sin(\theta), \rho^2)\rho\sin(\theta)d\rho d\theta$.
c. $2\int_0^{\sqrt{3}}(\int_0^{2\pi} f(\rho\cos(\theta), \rho\sin(\theta), \rho^2)\rho^2\sin(\theta)d\rho d\theta$.
d. nessuna delle precedenti.

Cognome e nome
Analisi 2 . Fisica. 10 giugno 2024
Esercizio 1. Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : 4x_1^2 + x_2^2 \le |x_3|\}$. Calcolare $\int_A e^{-2|x_3|} dx_1 dx_2 dx_3$.

Risultato:

Spiegazioni:

f **Esercizio 2.** Siano $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 \leq 1\} \cup (x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : (x_1 - 4)^2 + x_2^2 \leq 1\}$, $f : A \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = x_1 - x_2$. Determinare $f(A)$.

Risultato:

Spiegazioni:

Cognome e nome
Analisi 2 . Fisica. 10 giugno 2024

1. Sia $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = x_1^2 - \sin(2x_1x_2)$. Allora
a. f possiede un unico punto critico, che è di sella.
b. f possiede un unico punto critico, che è di massimo relativo.
c. f possiede un unico punto critico, che è di massimo relativo.
d. nessuna delle precedenti.

2. Siano g la funzione inversa di $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(y) = 2y + \sin(y)$ e $h : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, $h(x_1, x_2) = g(x_1 - x_2)$. Allora $\nabla h(0, 0) =$

a. $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$.
b. $(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$.
c. $(-\frac{1}{3}, \frac{1}{3})$.
d. nessuna delle precedenti.

3. Siano $S = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 + 9x_3^2 = 1, x_3 \geq 0\}$, ν il versore normale a S tale che $\nu(0, 0, \frac{1}{3}) = (0, 0, -1)$, $F : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3$, $F(x_1, x_2, x_3) = (x_1, x_1 + x_2, 4x_3)$. Allora $\int_S rot(F)(x) \cdot \nu(x) d\sigma =$

a. 0.
b. π
c. $-\pi$.
d. nessuna delle precedenti.

4. Sia U il potenziale di $F(x_1, x_2) = (\cos(x_1 - 2x_2) + x_1, -2\cos(x_1 - 2x_2) + 1)$ tale che $U(0, 0) = 0$. Allora $U(1, 1) =$

a. $\sin(1) + \frac{3}{2}$.
b. $-sin(1) + \frac{3}{2}$.
c. $-sin(1) + \frac{1}{2}$.
d. nessuna delle precedenti.

Cognome e nome
Analisi T2 . Ingegneria informatica. 19 giugno 2024

1. Determinare le eventuali soluzioni del problema $x''(t)+2tx'(t) = t, x(0) = 2, x'(0) = x'(1)$.

Risultato:

Spiegazioni:

1. Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_1^2 + 4x_2^2 \leq 1\}$. Calcolare $\int_A \frac{\min\{x_1, 2x_2\}}{1+x_1^2+4x_2^2} dx_1 dx_2$.

Risultato:

Spiegazioni:

2. Calcolare **Cognome e nome**
Analisi T2 . Ingegneria informatica. 19 giugno 2024

1. Determinare la soluzione massimale del problema $x''(t) = 2x'(t)^2, x(0) = 0, x'0) = 1$. Specificarne il dominio.

Risultato:

Spiegazioni:

2. Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1^2 + 4x_2^2 + x_3 \leq 2, x_3 \geq 0\}$. Calcolare $\int_A (x_1^2 + 4x_2^2) dx_1 dx_2 dx_3$.

Risultato:

Spiegazioni:

Cognome e nome
Analisi T2 . Ingegneria informatica. 19 giugno 2024

1. La serie $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{(x-2)^n}{n}$ è convergente se e solo se
a. $x \in]1,3]$.
b. $x \in]2,3]$.
c. $x \in]2,4]$.
d. nessuna delle precedenti.

2. Sia $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = x_2 \cos(x_1 + 2x_2)$. Allora
a. f ha infiniti punti di sella, non ha estremanti relativi.
b. f ha infiniti estrementi relativi.
c. f ha infiniti punti di sella e un punto di minimo relativo.
d. nessuna delle precedenti.

3. Sia $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, $f(x) = \|x\|$. Allora
a. $f(x_1, x_2) = 2 + (x_2 - 2) + \frac{x_1^2}{4} + o(x_1^2 + (x_2 - 2)^2)$ $((x_1, x_2) \to (0, 2))$.
b. $f(x_1, x_2) = 2 + (x_2 - 2) + \frac{x_1^2}{4} + x_1(x_2 - 2) + o(x_1^2 + (x_2 - 2)^2)$ $((x_1, x_2) \to (0, 2))$.
c. $f(x_1, x_2) = 2 + (x_2 - 2) + \frac{x_1^2}{4} + 2x_1(x_2 - 2) + o(x_1^2 + (x_2 - 2)^2)$ $((x_1, x_2) \to (0, 5))$.
d. nessuna delle precedenti.

4. Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : (x_1 - 4)(\alpha x_1 + \beta x_2 + \gamma) = 0\}$, con $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbf{R}$. Allora A è connesso per archi se e solo se
a. $\beta \neq 0$.
b. $\alpha \neq 0$ e $\gamma = -4\alpha$.
c. $\beta \neq 0$ o $\gamma = -4\alpha$.
d. nessuna delle precedenti.

Cognome e nome
Analisi T2 . Ingegneria informatica. 20 giugno 2024

1. Determinare (specificandone il dominio) la soluzione massimale del problema di Cauchy $x'(t) = x(t) + x(t)^3, x(0) = 1$.

Risultato:

Spiegazioni:

2. Calcolare $\int_A \frac{\ln(9x_1^2+x_2^2)x_2^2}{9x_1^2+x_2^2} dx_1 dx_2$, con $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : 0 < 9x_1^2 + x_2^2 \le 1, x_2 \ge 0\}$.

Risultato:

Spiegazioni:

Cognome e nome
Analisi T2 . Ingegneria informatica. 20 giugno 2024

1. Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : 0 < x_1^2 + x_2^2 \leq 4\}$. Allora
a. La chiusura dell'interno di A coincide con la chiusura di A.
b. L'interno della chiusura di A coincide con l'interno di A.
c. A non è limitato, né connesso per archi.
d. nessuna delle precedenti.

2. Siano $g \in C^2(\mathbf{R}^2)$, $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(t) = g(3t, t^2)$. Allora
a. $f(t) = g(0,0) + 3D_1g(0,0)t + [\frac{9}{2}D_{11}g(0) + D_2g(0,0)]t^2 + o(t^2)(t \to 0)$.
b. $f(t) = g(0,0) + 3D_1g(0,0)t + [9D_{11}g(0) + \frac{1}{2}D_2g(0,0)]t^2 + o(t^2)(t \to 0)$.
c. $f(t) = g(0,0) + 3D_1g(0,0)t + [9D_{11}g(0) + D_2g(0,0)]t^2 + o(t^2)(t \to 0)$.
d. nessuna delle precedenti.

3. $\lim_{x \to +\infty} \sum_{n=1}^{\infty} (\frac{x}{4+x})^n \sin(\frac{2}{x})$
a. $= 1$.
b. $= \frac{1}{2}$.
c. $= 2$.
d. nessuna delle precedenti.

4. Un sistema fondamentale di soluzioni per $x''(t) = 10x'(t) - 26x(t)$ è
a. $\{e^{5t}(\cos(2t), e^{5t}\sin(t))\}$.
b. $\{25e^{5t}(\cos(t) + \sin(t)), -17e^{5t}(\cos(t) + \sin(t))\}$.
c. $\{2e^{5t}(\cos(t) + \sin(t)), e^{5t}(\cos(t) - \sin(t))\}$.
d. nessuna delle precedenti.

Cognome e nome
Analisi matematica 2 . Fisica. 8 luglio 2024.

1. Sia $S = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, x_1 + x_2 + 2x_3 = 1\}$. Calcolare $\int_S x_3^{1/2} d\sigma$.

2. Sia $F : \mathbf{R}^n \setminus \{O\} \to \mathbf{R}^n,\ F(x) = \ln(\|x\|^{3/2})$. Verificare se F è esatto e, in tal caso, determinarne un potenziale.

Cognome e nome
Analisi matematica 2 . Fisica. 8 luglio 2024.

1. Siano $f, g : [0,1] \to \mathbf{R}$, $f(x) = x^2$, $g(x) = x^3$. Allora la distanza tra f e g nello spazio metrico $B([0,1])$ è uguale a
a. $\frac{2}{27}$.
b. $\frac{4}{27}$.
c. $\frac{4}{9}$.
d. nessuna delle precedenti.

2. Siano $f \in C^1(\mathbf{R})$, $g : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, $g(x_1, x_2) = \int_{x_1}^{x_2} f(3t)dt$. Allora
a. $g(x_1, x_2) = -f(0)x_1 + f(0)x_2 - \frac{3}{2}f'(0)x_1^2 + \frac{3}{2}f'(0)x_2^2 + o(x_1^2 + x_2^2)$ $((x_1, x_2) \to (0,0))$.
b. $g(x_1, x_2) = -3f(0)x_1 + 3f(0)x_2 - 9f'(0)x_1^2 + 9f'(0)x_2^2 + o(x_1^2 + x_2^2)$ $((x_1, x_2) \to (0,0))$.
c. $g(x_1, x_2) = -3f(0)x_1 + 3f(0)x_2 - 9f'(0)x_1^2 + 6x_1x_2 + 9f'(0)x_2^2 + o(x_1^2 + x_2^2)$ $((x_1, x_2) \to (0,0))$.
d. nessuna delle precedenti.

3. Il dominio naturale di $f(x_1, x_2) = (x_1^2 - x_2^2)^{-1/2}$
a. è aperto e limitato.
b. è limitato e non connesso per archi.
c. è aperto e non connesso per archi.
d. nessuna delle precedenti.

4. Sia, per $k \in \mathbf{Z}$, $f_k : \mathbf{R}^+ \to \mathbf{R}$, $f_k(x) = x^2(1 + x^3)^k$. Allora f è sommabile se e solo se
a. $k > 0$.
b. $k > 1$.
c. $k > 2$.
d. nessuna delle precedenti.

Cognome e nome
Analisi matematica T2 . Ingegneria informatica. 16 luglio 2024.

1. Determinare le eventuali soluzioni del problema $x''(t) + 4x(t) = t^2, x(0) = x(\frac{\pi}{2})$.

Risultato:

Spiegazioni:

2. Sia $A = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : 0 \le x_2 \le 3x_1 \le 1, x_3 \ge 0\}$. Calcolare $\int_A \frac{3x_1 - x_2}{9 + x_3^2} dx_1 dx_2 dx_3$.

Risultato:

Spiegazioni:

Analisi matematica T2 . Ingegneria informatica. 16 luglio 2024.
Cognome e nome

1. Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1 > 0, x_2 = \sin(2x_1)\}$. Allora
a. $A \subseteq Fr(A)$ e $A \neq Fr(A)$.
b. $A = Fr(A)$.
c. $Fr(A)$ non è connessa per archi.
d. nessuna delle precedenti.

2. Si ha
a. $(3x_1)^{x_2} = 1 + \ln(3)x_2 + \ln(3)(x_1 - 1)x_2 + \ln^2(3)x_2^2 + o((x_1 - 1)^2 + x_2^2)$ $((x_1, x_2) \to (1, 0))$.
b. $(3x_1)^{x_2} = 1 + \ln(3)x_2 + \ln(3)(x_1 - 1)x_2 + \frac{\ln^2(3)}{2}x_2^2 + o((x_1 - 1)^2 + x_2^2)$ $((x_1, x_2) \to (1, 0))$.
c. $(3x_1)^{x_2} = 1 + \ln(3)x_2 + (x_1 - 1)x_2 + \frac{\ln^2(3)}{2}x_2^2 + o((x_1 - 1)^2 + x_2^2)$ $((x_1, x_2) \to (1, 0))$.
d. nessuna delle precedenti.

3. La serie $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{n^\alpha}{1+n^4}$, con $\alpha \in \mathbf{R}$, converge se e solo e
a. $\alpha < 3$.
b. $\alpha \leq 3$.
c. $\alpha < 4$.
d. nessuna delle precedenti.

4. Sia $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = x_1x_2^2 + x_1^2 - 5x_1$. Allora
a. f ha esattamente un punto di sella e un punto di minimo relativo.
b. f ha esattamente due punti di sella e un punto di minimo relativo.
c. f ha un punto di minimo relativo con la prima coordinata uguale a 5.
d. nessuna delle precedenti.

Analisi matematica T2 . Ingegneria informatica. 17 luglio 2024.
Cognome e nome

1. La serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}(\int_0^x t^3 dt)^n$, con $x \in \mathbf{R}$, converge se e solo
a. $-1 \leq x < 1$.
b. $-4^{1/4} < x < 4^{1/4}$.
c. $-4^{1/4} \leq x < 4^{1/4}$.
d. nessuna delle precedenti.

2. $e^{\sin(4x_1+x_2)} =$
a. $1 + 4x_1 + x_2 + 4x_1^2 + 2x_1x_2 + \frac{x_2^2}{2} + o(x_1^2 + x_2^2)((x_1, x_2) \to (0,0))$.
b. $1 + 4x_1 + x_2 + 4x_1^2 + 4x_1x_2 + \frac{x_2^2}{2} + o(x_1^2 + x_2^2)((x_1, x_2) \to (0,0))$.
c. $1 + 4x_1 + x_2 + 8x_1^2 + 4x_1x_2 + \frac{x_2^2}{2} + o(x_1^2 + x_2^2)((x_1, x_2) \to (0,0))$.
d. nessuna delle precedenti.

3. Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : \sin(5x_1)\cos(x_2) = 0\}$. Allora
a. A non è limitato, ne' connesso per archi.
b. $A = Fr(A)$.
c. A è limitato e connesso per archi.
d. nessuna delle precedenti.

4. Un sistema fondamentale di soluzioni per $x''(t) - 4x(t) = 0$ è
a. $(\cosh(2t), \cosh(-2t))$.
b. $(\cosh(2t), e^{2t})$.
c. $(\sinh(2t), \sinh(-2t))$.
d. nessuna delle precedenti.

Analisi matematica T2 . Ingegneria informatica. 3 settembre 2024.
Cognome e nome

1. Determinare, specificandone il dominio, la soluzione massimale di $x'(t) = \frac{2x(t)^2}{t^2} + \frac{x(t)}{t}$, $x(-1) = -1$.

Risultato:

Spiegazioni:

2. Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : 0 < \frac{x_1^2}{4} + \frac{x_2^2}{9} \leq 1, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0\}$. Calcolare $\int_A \min\{\frac{x_1^2}{4}, \frac{x_2^2}{9}\} dx_1 dx_2$.

Risultato:

Spiegazioni:

Analisi matematica T2 . Ingegneria informatica. 3 settembre 2024.
Cognome e nome

1. Determinare, specificandone il dominio, la soluzione massimale di $x'(t) = \frac{3x(t)^2}{t^2} + \frac{x(t)}{t}$, $x(-1) = -1$.

Risultato:

Spiegazioni:

2. Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : 0 < \frac{x_1^2}{9} + \frac{x_2^2}{16} \leq 1, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0\}$. Calcolare $\int_A \min\{\frac{x_1^2}{4}, \frac{x_2^2}{9}\} dx_1 dx_2$.

Risultato:

Spiegazioni:

Analisi matematica T2 . Ingegneria informatica. 3 settembre 2024.
Cognome e nome

1. La serie $\sum_{n=1}^{\infty} |\sin(n^{-2}) - \ln(1+n^{-2})|^{\beta}$, con β reale, converge se e solo se
a. $\beta > \frac{1}{4}$.
b. $\beta > \frac{1}{6}$.
c. $\beta > \frac{1}{8}$.
d. nessuna delle precedenti.

2. Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 \geq 9\} \cup \{(0,0)\}$. Allora
a. $Fr(A) \subseteq D(A)$.
b. $D(A) = A$.
c. $A \subseteq D(A) \cup Fr(A)$.
d. nessuna delle precedenti.

3. Sia $V = \{x \in C^2([0,1]) : x''(t) - 8x'(t) + 16x(t) = 0 \quad \forall t \in [0,1], x(1) = 0\}$. Allora
a. una base di V è $\{(7-7t)e^{4t}\}$.
b. una base di V è $\{e^{4t}, te^{4t}\}$.
c. V non è un sottospazio di $C^2([0,1])$.
d. nessuna delle precedenti.

4. Siano $f \in C^1(\mathbf{R}^2)$, $g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $g(t) = \int_0^{2t} f(s, s^2) ds$. Allora
a. $g(t) = 2f(0,0)t + 4D_1 f(0,0)t^2 + o(t^2)$ $(t \to 0)$.
b. $g(t) = 2f(0,0)t + 2D_1 f(0,0)t^2 + o(t^2)$ $(t \to 0)$.
c. $g(t) = f(0,0)t + 2D_1 f(0,0)t^2 + o(t^2)$ $(t \to 0)$.
d. nessuna delle precedenti.

Analisi matematica T2 . Ingegneria informatica. 4 settembre 2024.
Cognome e nome

1. Determinare, specificandone il dominio, la soluzione massimale di $x'(t) = -\frac{2x(t)^2}{t^2} + \frac{x(t)}{t}, x(-1) = -2$.

Risultato:

Spiegazioni:

2. Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : 9x_1^2 + 16x_2^2 \leq 1, x_1 > \frac{4}{3}x_2 \geq 0\}$. Calcolare $\int_A \frac{x_2}{x_1} dx_1 dx_2$.

Risultato:

Spiegazioni:

Analisi matematica T2 . Ingegneria informatica. 4 settembre 2024.
Cognome e nome

1. La serie $\sum_{n=1}^{\infty}[\tan(n^{-2}) - \sin(n^{-2})]^{\beta}$, con $\beta \in \mathbf{R}$, converge se e solo se
a. $\beta > \frac{1}{12}$.
b. $\beta > \frac{1}{6}$.
c. $\beta > \frac{1}{3}$.
d. nessuna delle precedenti.

2. Sia $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : 0 < x_1^2 + x_2^2 \leq 9\}$. Allora
a. $A = D(A)$.
b. $D(A) \subseteq Fr(A)$.
c. $Fr(A) \subseteq A$.
d. nessuna delle precedenti.

3. Siano $V_1 = \{x \in C^2(\mathbf{R}) : x''(t) + x'(t) - 6x(t) = 0, \exists \lim_{t\to+\infty} x(t) \in \mathbf{R}\}$, $V_2 = \{x \in C^2(\mathbf{R}) : x''(t) + x'(t) - 6x(t) = 0, \exists \lim_{t\to+\infty} |x(t)| = +\infty\}$. Allora
a. V_1 è uno sottospazio vettoriale di $C^2(\mathbf{R})$ di dimensione uno, V_2 non è uno sottospazio vettoriale di $C^2(\mathbf{R})$.
b. V_2 è uno sottospazio vettoriale di $C^2(\mathbf{R})$ di dimensione uno, V_1 non è uno sottospazio vettoriale di $C^2(\mathbf{R})$.
c. V_1 e V_2 sono sottospazi vettoriali di $C^2(\mathbf{R})$ di dimensione uno.
d. nessuna delle precedenti.

4. Siano $f \in C^1(\mathbf{R}^2)$, $g : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, $g(x_1, x_2) = f(x_1 + x_2, 2x_1 - x_2)$, $v = (v_1, v_2) \in \mathbf{R}^2$. Allora $\frac{\partial g}{\partial v}(0,0) =$
a. $D_1 f(0,0)(v_1 + v_2) + D_2 f(0,0)(2v_1 + v_2)$.
b. $D_1 f(0,0)(v_1 + v_2) + D_2 f(0,0)(2v_1 - v_2)$.
c. $D_1 f(0,0)(v_1 + v_2) + D_2 f(0,0)(2v_2 - v_1)$.
d. nessuna delle precedenti.

Cognome e nome

Analisi 2 . Fisica. 10 settembre 2024

Esercizio 1. Siano $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + \frac{x_2^2}{4} \leq 1\}$, $f : A \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = x_1^2 + (x_2 - 1)^2$. Determinare $f(A)$.

Risultato:

Spiegazioni:

Esercizio 2. Siano $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_1^2 + 4x_2^2 \leq 1, x_1 \geq 2x_2 \geq 0\}$. Calcolare $\int_A \frac{x_2(x_1^2+4x_2^2)^{-1/4}}{x_1^2} dx_1 dx_2$.

Risultato:

Spiegazioni:

Cognome e nome
Analisi 2 . Fisica. 10 settembre 2024

1. Sia $a_k = d(f_k, f_{k+1})$ in $B([0,1])$, con $f_k(x) = x^k$. Allora $\lim_{k\to\infty} a_k =$
a. 1.
b. $\frac{1}{e}$.
c. non esiste.
d. nessuna delle precedenti.

2. Sia $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, $f(x_1, x_2) = \sin(x_1) + x_2^2$. Allora
a. f ha infiniti punti di minimo relativo, che sono di minimo assoluto.
b. f ha punti di minimo relativo, che non sono di minimo assoluto.
c. f ha infiniti punti di massimo relativo e infiniti punti di sella.
d. nessuna delle precedenti.

3. Siano $f \in C^1(\mathbf{R}^2)$, $g : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, $g(x_1, x_2) = f(x_1 + x_2, 4x_1 - x_2)$, $v = (v_1, v_2) \in \mathbf{R}^2$. Allora $\frac{\partial g}{\partial v}(0,0) =$
a. $D_1 f(0,0)(v_1 + v_2) + D_2 f(0,0)(4v_1 - v_2)$.
b. $D_1 f(0,0)(v_1 + v_2) + D_2 f(0,0)(4v_1 + v_2)$.
c. $D_1 f(0,0)(v_1 + v_2) + D_2 f(0,0)(v_2 + 4v_1)$.
d. nessuna delle precedenti.

4. • Siano $S : \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 : 4x_1 + x_2 + x_3 = 1, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0\}$, $F \in C^1(\mathbf{R}^3, \mathbf{R}^3)$, ν l'orientamento di S tale che $\nu(1/12, 1/3, 1/3) = (\frac{4}{\sqrt{18}}, \frac{1}{\sqrt{18}}, \frac{1}{\sqrt{18}})$. Allora $\int_S rot(F)(x) \cdot \nu(x) d\sigma =$
a. $\int_0^1 F(\frac{1-t}{4}, t, 0) \cdot (-1/4, 1, 0) dt + \int_0^1 F(0, 1-t, t) \cdot (0, -1, 1) dt + \int_0^1 F(\frac{t}{4}, 0, 1-t) \cdot (1/4, 0, -1) dt$.
b. $\int_0^1 F(\frac{1-t}{4}, t, 0) \cdot (1/4, -1, 0) dt + \int_0^1 F(0, 1-t, t) \cdot (0, -1, 1) dt + \int_0^1 F(\frac{t}{4}, 0, 1-t) \cdot (1/4, 0, -1) dt$.
c. $\int_0^1 F(\frac{1-t}{4}, t, 0) \cdot (1/4, -1, 0) dt + \int_0^1 F(0, 1-t, t) \cdot (0, 1, -1) dt + \int_0^1 F(\frac{t}{4}, 0, 1-t) \cdot (1/4, 0, -1) dt$.
d. $\int_0^1 F(\frac{1-t}{4}, t, 0) \cdot (1/4, -1, 0) dt + \int_0^1 F(0, 1-t, t) \cdot (0, 1, -1) dt + \int_0^1 F(\frac{t}{4}, 0, 1-t) \cdot (-1/4, 0, 1) dt$.

Analisi matematica T2 . Ingegneria informatica. 11 settembre 2024.
Cognome e nome

1. Dare la definizione di punto di accumulazione di un sottoinsieme di $\mathbf{R}^n$ e di limite. Dare un esempio di punto di un insieme che non e' di accumulazione per l'insieme stesso.

2. Presentare la nozione di equazione differenziale ordinaria (di ordine arbitrario). Dare la definizione di soluzione locale e di soluzione massimale.

Analisi matematica T2 . Ingegneria informatica. 12 settembre 2024.
Cognome e nome

1. Illustrare la connessione tra limite di una funzione a valori in $\mathbf{R}^m$ e limite delle componenti.

2. Illustrare il teorema di cambiamento di variabile. Fare qualche esempio.

Analisi matematica 2 . Fisica. 13 settembre 2024.
Cognome e nome

1. Dare la definizione di successione di Cauchy in uno spazio metrico e di spazio metrico completo. Presentare un esempio di spazio metrico completo e un esempio di spazio metrico che non lo e'.

2. Dare la definizione di superficie regolare, con bordo, semplice, aperta. di bordo e di superficie regolare a tratti. Mostrare un esempio.