Prova scritta di Analisi Matematica 2

Prof. Simonetta Abenda - C.d.S. Fisica

22/12/2022 - PG169345

Cognome: .... Nome: ....

1	2	3	4

1 − 4	5	A

Per gli esercizi 1-4 segnare la lettera della risposta scelta nella corrispondente casella numerata. Per l'esercizio 5: scrivere le formule utilizzate, i passaggi principali - compreso l'eventuale cambiamento di variabile utilizzato nel calcolo dell'integrale - e il risultato.

ESERCIZIO 1 La derivata direzionale di $f(x,y,z) = \frac{1}{16}y^{xz} + \frac{79}{7}x^y + \frac{83}{7}z^x$ nella direzione $\hat{\nu}(P)$, versore normale a $\Gamma = \{(x,y,z) \in \mathbf{R}^3 \ : \ x^2y + xyz - 2y^2z = 0\}$ nel punto $P = (2,2,2)$ tale che $\prec \hat{\nu}(P), \hat{i} \succ > 0$, vale

A) $-6\sqrt{14} + 4\sqrt{14}\log(2)$. B) $6\sqrt{14} - 4\sqrt{14}\log(2)$. C) $4\sqrt{14} + 6\sqrt{14}\log(2)$.
D) altro. E) $4\sqrt{14} - 6\sqrt{14}\log(2)$. F) $6\sqrt{14} + 4\sqrt{14}\log(2)$.
G) $-4\sqrt{14} + 6\sqrt{14}\log(2)$. H) $-6\sqrt{14} - 4\sqrt{14}\log(2)$. I) $-4\sqrt{14} - 6\sqrt{14}\log(2)$.

ESERCIZIO 2 Per la funzione $f(x,y,z) = xy^2 - 3z^2$, ristretta all'insieme $A = \{(x,y,z) \in \mathbf{R}^3 \ : \ x^2 + 3y^2 + 4z^2 = 12\}$ si ha

A) $\max_A f = 16/3$. B) $\max_A f = 0$. C) $\min_A f = -1/6$. D) altro. E) $\max_A f = 51/16$.
F) $\min_A f = -107/54$. G) $\max_A f = 8/3$. H) $\min_A f = -9/4$. I) $\min_A f = -8$.

ESERCIZIO 3 Il volume del compatto $A = \{(x,y,z) \in \mathbf{R}^3 \ : \ 6x^2 + 5y^2 \leq 4z^2 + 4, \ \ z \leq 1/2, \ 6x^2 + 5y^2 \geq 8z^2 \ \}$, vale

A) altro. B) $\frac{11}{90}\pi\sqrt{30}$. C) $\frac{15}{32}\pi\sqrt{6}$. D) $\frac{8}{45}\pi\sqrt{30}$. E) $\frac{55}{144}\sqrt{6}\pi$. F) $\frac{3}{20}\pi\sqrt{30}$. G) $\frac{15\sqrt{6}}{16}\pi$.

ESERCIZIO 4 La funzione $f(x,y,z) = 4x^2y^2 + 5xy^2 + 3xz^2$

A) possiede infiniti punti critici di tipo sella ed esattamente due punti critici rispettivamente di massimo e minimo locale.
B) soddisfa ad altro.
C) possiede un numero infinito di punti critici sia di minimo locale, sia di massimo locale che di tipo sella.
D) possiede esclusivamente punti critici di tipo sella.
E) possiede punti critici di massimo locale, ma non di minimo locale.
F) possiede punti critici di minimo locale, ma non di massimo locale.

ESERCIZIO 5 Siano $\vec{f}(x,y,z) = (3xy - z^2)\hat{\imath} + 2xz\hat{\jmath} + (x^2 + 3xy)\hat{\kappa}$, $\Sigma = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : 3x^2 + 2z^2 = 6,\ -1 \leq y \leq 4\}$ superficie orientata con orientamento $\hat{\nu}$ tale che $\prec \hat{\nu}, \hat{\imath} \succ > 0$ in $(\sqrt{2}, 0, 0)$; sia $(\partial\Sigma, \hat{\tau})$ il bordo di Σ con l'orientamento indotto $\hat{\tau}$.

A) (0.5 pt) $\partial\Sigma =$

B) (1.3 pt) Determinare $\hat{\tau}(0,-1,-\sqrt{2})$ e disegnare Σ e $\partial\Sigma$ con i rispettivi orientamenti.

C) (0.5 pt) $\mathrm{rot}\vec{f} =$

D) (0.5 pt) Parametrizzazione con dominio:

E) (1.2 pt) Orientamento associato alla parametrizzazione e compatibilità con l'orientamento assegnato:

F) (2 pt) $\iint_\Sigma \prec \mathrm{rot}\vec{f}, \hat{\nu} \succ \, d\sigma =$