Prova scritta di Analisi Matematica 2

Prof. Simonetta Abenda - C.d.S. Fisica

22/12/2023 - AZ34657

Cognome: .... Nome: ....

1	2	3	4

$1-4$	5	A

Per gli esercizi 1-4 segnare la lettera della risposta scelta nella corrispondente casella numerata. Per l'esercizio 5: scrivere le formule utilizzate, i passaggi principali - compreso l'eventuale cambiamento di variabile utilizzato nel calcolo dell'integrale - e il risultato.

ESERCIZIO 1 Il volume del compatto $A = \{(x,y,z) \in \mathbf{R}^3 : 4 + 2z^2 \le x \le 9 - y^2\}$, vale

A) $\frac{25\pi}{8}\sqrt{2} - \frac{10\pi}{3}\sqrt{10}$. B) $\frac{25\pi}{4}\sqrt{2} - 4\pi$. C) $\frac{25\pi}{4}\sqrt{10} - \frac{\pi}{3}\sqrt{2}$. D) $\frac{10\pi}{3}\sqrt{10} - \frac{\pi}{4}\sqrt{2}$.

E) non esiste. F) $\frac{25\pi}{4}\sqrt{2}$. G) $\frac{10\pi}{3}\sqrt{10}$. H) $\frac{25\pi}{3}\sqrt{2}$. I) $\frac{5\pi}{2}\sqrt{2}$. L) altro.

ESERCIZIO 2 Per la funzione $f(x,y,z) = xyz$, ristretta all'insieme $A = \{(x,y,z) \in \mathbf{R}^3 : x^2 + y^2 + 4z^2 = 12)\}$ si ha

A) $\min_A f = -4$. B) $\max_A f = 9$. C) $\max_A f = 5$. D) $\min_A f = -6$.

E) $\max_A f = 2$. F) $\min_A f = -8$. G) $\min_A f = 0$. H) altro. I) $\min_A f = -3$.

ESERCIZIO 3 La funzione $f(x,y,z) = 5x^2y^2 + 2xz^2 + 7z^2 + 3x^2$ possiede:

A) un'unico punto critico di minimo locale; tutti gli altri punti critici sono selle.
B) soddisfa ad altro.
C) esclusivamente punti critici di minimo locale.
D) infiniti punti critici sella e infiniti punti critici di minimo locale.
E) un'unico punto critico di tipo sella; tutti gli altri punti critici sono minimi locali.
F) esclusivamente punti critici sella.

ESERCIZIO 4 Siano $f(x,y,z) = \frac{x^{2y}}{2} - \frac{z^{x+2y}}{8}$, e ν il versore normale a $\{(x,y,z) \in \mathbf{R}^3 : xy^2 - 2xyz + 3xz^2 = 16\}$ in $Q = (2,2,2)$ e tale che $\prec \nu(Q), \hat{k} \succ < 0$. Allora $\frac{\partial f}{\partial \nu}(Q)$ vale

A) $\frac{32}{5}\sqrt{5} - \frac{8}{5}\log(2)\sqrt{5}$. B) $-\frac{32}{5}\sqrt{5} + \frac{8}{5}\log(2)\sqrt{5}$. C) $-\frac{32}{5}\sqrt{5} - \frac{8}{5}\log(2)\sqrt{5}$.

D) $-\frac{16}{5}\sqrt{5} + \frac{4}{5}\log(2)\sqrt{5}$. E) $\frac{16}{5}\sqrt{5} + \frac{4}{5}\log(2)\sqrt{5}$. F) $\frac{16}{5}\sqrt{5} - \frac{4}{5}\log(2)\sqrt{5}$.

G) $\frac{32}{5}\sqrt{5} + \frac{8}{5}\log(2)\sqrt{5}$. H) $-\frac{16}{5}\sqrt{5} - \frac{4}{5}\log(2)\sqrt{5}$. I) altro.

ESERCIZIO 5 Siano $\vec{f}(x,y,z) = 4xy\hat{\imath} + 2x^2z\hat{\jmath} - 3y^2\hat{\kappa}$, $\quad \Sigma = \{(x,y,z) \in \mathbf{R}^3 \ : \ 3y^2 + 2z^2 = 4x^2 - 1, \ 1 \leq x \leq 2\}$ superficie orientata con orientamento $\hat{\nu}$ tale che $\prec \hat{\nu}, \hat{\imath} \succ > 0$; sia $(\partial\Sigma, \hat{\tau})$ il bordo di Σ con l'orientamento indotto $\hat{\tau}$.

A) (0.5 pt) $\partial\Sigma =$

B) (1.3 pt) Determinare $\hat{\tau}(2, -\sqrt{5}, 0)$ e disegnare Σ e $\partial\Sigma$ con i rispettivi orientamenti.

C) (0.5 pt) $\operatorname{rot}\vec{f} =$

D) (0.5 pt) Parametrizzazione con dominio:

E) (1.2 pt) Orientamento associato alla parametrizzazione e compatibilità con l'orientamento assegnato:

F) (2 pt) $\iint_\Sigma \prec \operatorname{rot}\vec{f}, \hat{\nu} \succ d\sigma =$