Prova scritta di Analisi Matematica 2

Prof. Simonetta Abenda - C.d.S. Fisica

09/09/2024 - AM467892

Cognome: .... Nome: ....

1	2	3	4

$1-4$	5	A

Per gli esercizi 1-4 segnare la lettera della risposta scelta nella corrispondente casella numerata. Per l'esercizio 5: scrivere le formule utilizzate, i passaggi principali - compreso l'eventuale cambiamento di variabile utilizzato nel calcolo dell'integrale - e il risultato.

ESERCIZIO 1 Il volume del compatto $A = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \ : 5x^2 + 4y^2 + 2z^2 \leq 20 \ ; \ z \geq 10 - 5x^2 - 4y^2\}$, vale

A) $\frac{40\pi}{3}\sqrt{2} - \frac{243\pi}{80}\sqrt{5}$. B) $\frac{32\pi}{15}\sqrt{10} - \frac{7\pi}{30}\sqrt{70}$. C) $\frac{243\pi}{80}\sqrt{5}$.* D) $\frac{32\pi}{15}\sqrt{10} - \frac{32\pi}{15}\sqrt{5}$.

E) $\frac{217\pi}{240}\sqrt{5}$. F) $\frac{32\pi}{15}\sqrt{5}$. G) $\frac{40\pi}{3}\sqrt{2} - \frac{217\pi}{240}\sqrt{5}$. H) altro.

ESERCIZIO 2 Per la funzione $f(x, y, z) = xy - z^2$, ristretta all'insieme $A = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \ : 2x^2 + 3y^2 + 6z^2 = 18)\}$ si ha

A) $\max_A f = 2\sqrt{6}$. B) $\max_A f = 3$. C) $\max_A f = \frac{3}{2}\sqrt{6}$.* D) $\min_A f = -\frac{9}{2}\sqrt{6}$.

E) $\max_A f = \frac{3}{4}\sqrt{2}$. F) $\min_A f = -\frac{\sqrt{15}}{3}$. G) $\min_A f = -3$. H) altro.

ESERCIZIO 3 La funzione $f(x, y, z) = 5x^2y^2 + 3x^2y^2 + 2x^2y$ possiede

A) esclusivamente punti critici di tipo sella.
B) infiniti punti critici di minimo locale, infiniti punti critici di massimo locale ed infiniti punti critici sella.*
C) esclusivamente punti critici di massimo o minimo locale.
D) un numero finito di punti critici sella; tutti gli altri sono o di minimo o di massimo locale.
E) un unico punto critico di minimo locale ed infiniti punti critici sella.
F) soddisfa ad altro.

ESERCIZIO 4 Siano $f(x, y, z) = 4x^{2y} - 6z^{x-y}$, e ν il versore normale a $\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \ : xy^2 + 2xyz - 3xz^2 = 0\}$ in $Q = (2, 2, 2)$ e tale che $\prec \nu(Q), e_3 \succ < 0$. Allora $\frac{\partial f}{\partial \nu}(Q)$ vale

A) $64\sqrt{2}\log(2)$. B) $-64\sqrt{2}\log(2)$. C) $64\log(2)$. D) $-64\log(2)$. E) $-67\sqrt{2}\log(2)$.

F) $67\sqrt{2}\log(2)$.* G) $-67\log(2)$. H) $67\log(2)$. I) $3\sqrt{2}\log(2)$. L) $-3\sqrt{2}\log(2)$.

ESERCIZIO 5 Siano $\vec{f}(x,y,z) = (xy - z^2)\hat{\imath} - 2xz\hat{\jmath} - (6y^2 - z^2)\hat{\kappa}$, $\quad \Sigma = \{(x,y,z) \in \mathbf{R}^3 : 2x^2 + 3y^2 = 6,\ -1 \le z \le 2\}$ superficie orientata con orientamento $\hat{\nu}$ tale che in $P = (\sqrt{3}, 0, 0)$ $\prec \hat{\nu}(P), \hat{\imath} \succ < 0$; sia $(\partial\Sigma, \hat{\tau})$ il bordo di Σ con l'orientamento indotto $\hat{\tau}$.

A) (0.5 pt) $\partial\Sigma =$

B) (1.3 pt) Determinare $\hat{\tau}(0, \sqrt{2}, -1)$ e disegnare Σ e $\partial\Sigma$ con i rispettivi orientamenti.

C) (0.5 pt) $\mathrm{rot}\vec{f} =$

D) (0.5 pt) Parametrizzazione con dominio:

E) (1.2 pt) Orientamento associato alla parametrizzazione e compatibilità con l'orientamento assegnato:

F) (2 pt) $\iint_\Sigma \prec \mathrm{rot}\vec{f}, \hat{\nu} \succ d\sigma =$