Prova scritta di Analisi Matematica 2 (M-Z)

Prof. Simonetta Abenda - C.d.S. Fisica

25/06/2025 - AF78345

Cognome: .... Nome: ....

1	2	3	4

$1-4$	5	A

Per gli esercizi 1-4 segnare la lettera della risposta scelta nella corrispondente casella numerata. Per l'esercizio 5: scrivere le formule utilizzate, i passaggi principali - compreso l'eventuale cambiamento di variabile utilizzato nel calcolo dell'integrale - e il risultato.

ESERCIZIO 1 Si calcoli il volume V del compatto $A = \{(x,y,z) \in \mathbf{R}^3 \ : \ 3x^2+5z^2 \le 4y^2+8,\ 3x^2+5z^2 \ge 8y^2,\ y \le 1\}$.

A) $\frac{32}{45}\pi\sqrt{30}$. B) $\frac{28}{45}\pi\sqrt{15}+\frac{32}{45}\pi\sqrt{30}$. C) $\frac{8}{45}\pi\sqrt{15}+\frac{16}{45}\pi\sqrt{30}$. D) altro.
E) $\frac{16}{15}\pi\sqrt{30}-\frac{4}{9}\pi\sqrt{15}$. F) $\frac{16}{45}\pi\sqrt{30}+\frac{4}{9}\pi\sqrt{15}$. G) $\frac{16}{45}\pi\sqrt{30}-\frac{4}{9}\pi\sqrt{15}$. H) $\frac{64}{45}\pi\sqrt{30}$.

ESERCIZIO 2 Per la funzione $f(x,y,z) = 3x^2-2yz$, ristretta all'insieme $A = \{(x,y,z) \in \mathbf{R}^3 \ : \ 6x^2+2y^2+7z^2 = 14\}$ si ha

A) $f(A) = [-7, \sqrt{14}]$. B) $f(A) = [-7,7]$. C) $f(A) = [-\sqrt{14}, 7]$. D) $f(A) = [-\frac{14}{2}, \sqrt{21}]$.
E) altro. F) $f(A) = [-\sqrt{21}, \sqrt{21}]$. G) $f(A) = [-\sqrt{14}, \sqrt{14}]$. H) $f(A) = [-\sqrt{21}, \frac{14}{2}]$.

ESERCIZIO 3 I punti critici in cui la funzione $f(x,y,z) = 5x^2z^2-4zy^2+6y^2-5x^2$ ha matrice hessiana semidefinita

A) sono tutti di minimo locale. B) sono tutti sella, tranne tre che sono di massimo locale.
C) sono tutti di massimo locale. D) sono tutti sella, tranne tre che sono di minimo locale.
E) sono tutti di minimo locale, tranne tre che sono di tipo sella.
F) sono tutti di massimo locale, tranne tre che sono di tipo sella.
G) sono tutti di tipo sella. H) nessuna della precedenti è corretta.

ESERCIZIO 4 Siano $f(x,y,z) = 2x^{4z}-3y^{-2(x+z)}$, e ν il versore normale a $\{(x,y,z) \in \mathbf{R}^3 \ : \ 2y^2z^2+4x^2y-3xyz = 3\}$ in $Q = (1,1,1)$ e tale che $\prec \nu(Q), e_3 \succ < 0$. Allora $\frac{\partial f}{\partial \nu}(Q)$ vale

A) -100. B) $-\frac{100}{\sqrt{51}}$. C) $100\sqrt{51}$. D) $-\frac{25}{\sqrt{2}}$. E) altro. F) $\frac{100}{\sqrt{51}}$.
G) $\frac{25}{\sqrt{2}}$. H) $-100\sqrt{51}$. I) 100.

ESERCIZIO 5 Siano $\vec{f}(x,y,z) = 2yz\hat{\imath} - 3x^2\hat{\jmath} + 4y\hat{\kappa}$ e $\Sigma = \{(x,y,z) \in \mathbf{R}^3 \ : \ 6x^2 + 2y^2 = 4z^2 - 3, \ 1 \leq z \leq 3\}$, con orientamento $\hat{\nu}$ tale che $\prec \hat{\nu}, \hat{k} \succ < 0$.

A) (0.5 pt) $\partial\Sigma =$

B) (1.3 pt) Determinare $\hat{\tau}(0, -1/\sqrt{2}, 1)$ e disegnare Σ e $\partial\Sigma$ con i rispettivi orientamenti.

C) (0.5 pt) $\text{rot}\vec{f} =$

D) (0.5 pt) Parametrizzazione con dominio:

E) (1.2 pt) Orientamento associato alla parametrizzazione e compatibilità con l'orientamento assegnato:

F) (2 pt) $\iint_{\Sigma} \prec \text{rot}\vec{f}, \hat{\nu} \succ d\sigma =$