Technische Universität
Dortmund

Anfängerpraktikum Physik

Sommersemester
2014

V503
Der Millikan-Öltröpfchenversuch

17.06.2014

1.Abgabe: 24.06.2014

Leonard Wollenberg leonard.wollenberg@udo.edu

Joshua Luckey joshua.luckey@udo.edu

1 Einleitung

Mit dem Millikan Versuch wird die Elementarladung e_0 bestimmt.

2 Theorie

Um die Elementarladung zu bestimmen, wird die Öltröpfenmethode verwendet. Es handelt sich dabei um eine Methode bei der ein Plattenkondensator, mit einem homogenen elektrischem Feld, in den mit einem Zerstäuber Öltröpfchen hineingegeben werden kann. Die Öltröpfchen sind dabei mit der Ladung q geladen, q entspricht einem vielfachen der Elementarladung. Ohne eingeschaltetem elektrischem Feld, lässt sich die Kräftegleichung schreiben als

$$\frac{4\pi}{3} r^3 \left(\rho_{\text{Öl}} - \rho_{\text{L}}\right) g = 6\pi \eta_{\text{L}} r v_0. \tag{1}$$

Daraus lässt sich der Radius des Tröpfchens berechnen mit

$$r = \sqrt{\frac{9\eta_{\text{L}} v_0}{2g \left(\rho_{\text{Öl}} - \rho_{\text{L}}\right)}} \tag{2}$$

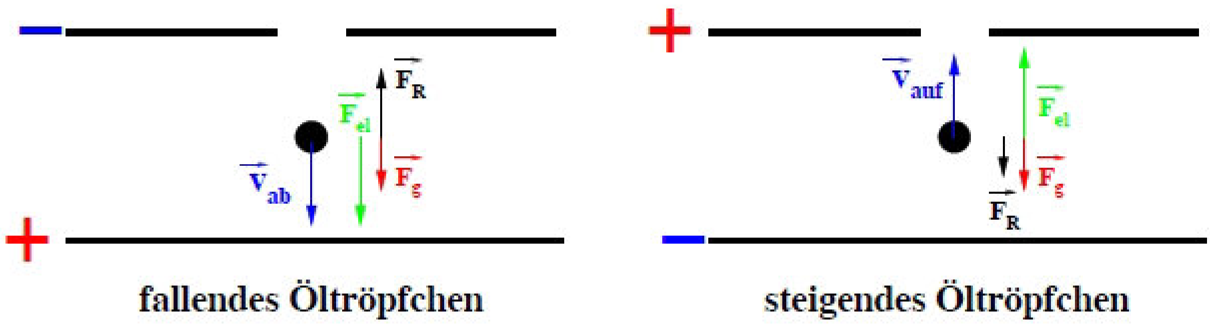

Abbildung 1: Die Kräfte auf das Tröpfchen mit eingeschaltetem elektrischem Feld [1].

Nach Abbildung 1 lassen sich zwei Kräftegleichungen aufstellen.

$$\frac{4\pi}{3} r^3 \left(\rho_{\text{Öl}} - \rho_{\text{L}}\right) g - 6\pi \eta_{\text{L}} r v_{\text{ab}} = -qE \tag{3}$$

und

$$\frac{4\pi}{3} r^3 \left(\rho_{\text{Öl}} + \rho_{\text{L}}\right) g + 6\pi \eta_{\text{L}} r v_{\text{auf}} = +qE, \tag{4}$$

dabei sind v_{ab} und v_{auf} die Geschwindigkeiten, mit denen das Tröpfchen steigt beziehungsweise fällt. Aus den beiden Gleichungen folgt für die Ladung

$$q = 3\pi\eta_{\mathrm{L}}\sqrt{\frac{9}{4}\frac{\eta_{\mathrm{L}}}{g}\frac{(v_{\mathrm{ab}} - v_{\mathrm{auf}})}{(\rho_{\mathrm{Öl}} - \rho_{\mathrm{L}})}} \cdot \frac{(v_{\mathrm{ab}} + v_{\mathrm{auf}})}{E} \tag{5}$$

und für den Radius mit eingeschaltetem elektrischem Feld

$$r = \sqrt{\frac{9\eta_{\mathrm{L}}(v_{\mathbf{ab}} - v_{\mathrm{auf}})}{2g(\rho_{\mathrm{Öl}} - \rho_{\mathrm{L}})}}. \tag{6}$$

Bei diesen Gleichungen muss eine Korrektur durchgeführt werden, weil die Gleichungen nur für Tröpfchen gelten deren Abmessungen größer als die mittlere freie Weglänge in Luft ist. Die Korrektur ist dabei gegeben als

$$\eta_{\mathrm{eff}} = \eta_{\mathrm{L}}\left(\frac{1}{1 + B\frac{1}{pr}}\right), \tag{7}$$

sie wird als **Cunningham-Korrekturterm** bezeichnet und $B = 6,17 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{Torr} \cdot \mathrm{cm}$ Aus dieser folgt für die tatsächliche Ladung

$$q^{2/3} = q_0^{2/3}\left(1 + \frac{B}{pr}\right). \tag{8}$$

3 Durchführung

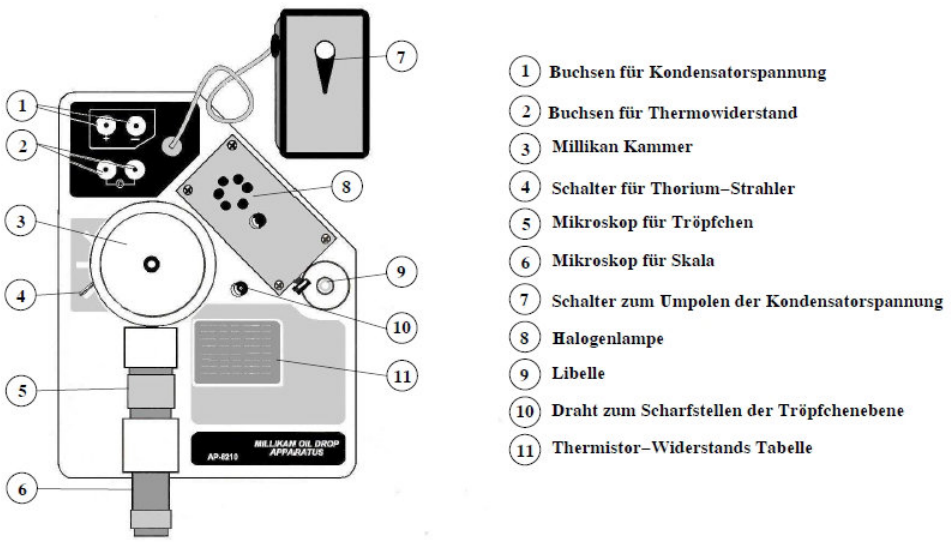

Abbildung 2: Der zu verwendende Aufbau für die Bestimmung der Elementarladung [1].

Der hier Verwendete Plattenkondensator hat den Abstand $d = (7,6280 \pm 0,0051)\mathrm{cm}$ und die obere der beiden Platten besitzt ein Loch, durch dass das Öl in den zwischen

Raum gelangt. Die Öltröpfchen werden durch eine Lampe Bestrahlt damit sie aufleuchten und sich gegen über des Hintergrundes abheben und sich durch das Mikroskop beobachten lassen. Zwar sind die meisten Tröpfchen elektrisch geladen, aber dennoch kann durch Hebel (4), die Abschirmung eines α-Präparat entfernt werden, wodurch die Tröpfchen geladen werden, es ist darauf zu achten, dass während des Bestrahlens der Tröpfchen der Kondensator ausgeschaltet ist. Da sich der zwischen Raum durch die Lampe erhitzt, ist es notwendig den Widerstand des Thermoelementes zu messen. Der Kondensator kann durch Hebel (7) angeschaltet und die Polung eingestellt werden. Mithilfe der Justiernadel (10) wird das Mikroskop scharfgestellt.
Die Messung wird damit begonnen das die Öltröpfchen in den Kondensator gesprüht werden, wobei der Kondensator ausgeschaltet ist. Nun wird geladenes Tröpfchen beobachtet, ob es geladen ist kann überprüft werden in dem der Kondensator eingeschaltet wird. Für das Tröpfchen wird die Zeit für eine Strecke, ein mal mit der Geschwindigkeit v_{ab} und für v_{auf} gemessen, sowie einmal nach mehrerer Messungen v_0. Diese Messung wird für eine größere Anzahl an Tröpfchen wiederholt und für mehrere Spannungen, wobei die Spannung nicht über 500V gehen sollte.

4 Auswertung

In folgendem Abschnitt sind er erhaltenen Messwerte und daraus berechneten Ergebnisse tabellarisch und grafisch dargestellt. An entsprechender Stelle sind Anmerkungen und Erklärungen zu den Berechnungen und Ergebnissen gegeben.

Die Messwerte[①] zu diesem Versuch, die Spannung U, die Steig- und Fallzeiten t_{auf} und t_{ab}, sowie der Thermistor R sind in Tabelle 1 dargestellt. Wenn zwei Steig- oder Fallzeiten gemessen werden konnten wurde der Mittelwert aus diesen berechnet, sonst entspricht der Mittelwert dem einzelnen Messwert.

Über die Verwendete Messstrecke $s = 0{,}5\,\text{mm}$ wurde aus den Zeiten t_{auf} und t_{ab} die korrespondierenden Geschwindigkeiten v_{auf} und v_{ab} berechnet. Die Temperaturen der Luft T konnten unter Verwendung der Thermistormesswerte aus der Tabelle 1 in [1] abgelesen und wiederum zur Bestimmung der Luftviskosität η_L aus Abbildung 3 in [1] verwendet werden. Diese Werte befinden sich zusammen mit der im weiteren Verlauf gebrauchten Differenz der Geschwindigkeiten $v_{\text{ab}} - v_{\text{auf}}$ in Tabelle 2.

Für die Bestimmung des Radius r der Öltröpfchen nach (6) und der korrigierten Wer-

[①] Bei der Durchführung des Versuch konnten keine brauchbaren Messwerte aufgenommen werden, daher wurden uns die Messwerte einer anderen Gruppe zur Verfügung gestellt.

Spannung U [V]	Steigzeit 1 $t_{1,\text{auf}}$ [s]	Steigzeit 2 $t_{2,\text{auf}}$ [s]	Fallzeit 1 $t_{1,\text{ab}}$ [s]	Fallzeit 2 $t_{2,\text{ab}}$ [s]	Steigzeit Mittel $\overline{t_{\text{auf}}}$ [s]	Fallzeit Mittel $\overline{t_{\text{ab}}}$ [s]	Thermistor R [MΩ]
298	4,635	0,000	4,412	0,000	4,635	4,412	1,870
298	3,384	0,000	3,569	3,656	3,384	3,612	1,870
298	6,753	6,712	7,759	8,199	6,732	7,979	1,840
298	3,981	0,000	3,447	0,000	3,981	3,447	1,830
297	3,611	3,366	3,296	3,472	3,489	3,384	1,710
297	4,999	4,767	3,671	4,025	4,883	3,848	1,720
297	3,609	0,000	3,480	3,266	3,609	3,373	1,710
297	4,436	4,798	4,403	4,552	4,617	4,477	1,710
297	5,113	4,618	0,000	5,580	4,866	5,580	1,730
297	7,816	6,635	7,000	7,773	7,226	7,386	1,720
297	5,768	5,935	7,482	7,830	5,851	7,656	1,720
297	3,138	0,000	3,270	3,340	3,138	3,305	1,810
297	3,384	3,287	2,870	3,576	3,335	3,223	1,820
297	3,812	3,380	3,206	3,814	3,596	3,510	1,810
201	4,521	0,000	4,153	0,000	4,521	4,153	1,740
201	2,824	0,000	2,683	2,584	2,824	2,633	1,740
201	4,183	4,462	4,636	5,260	4,322	4,948	1,770
201	12,915	0,000	14,231	0,000	12,915	14,231	1,770
201	5,042	0,000	5,580	5,249	5,042	5,415	1,740
201	4,439	4,420	5,886	4,915	4,429	5,401	1,800
201	6,134	6,155	5,801	5,596	6,145	5,699	1,790
201	10,338	0,000	8,710	0,000	10,338	8,710	1,790
201	7,092	0,000	5,312	5,637	7,092	5,474	1,780
201	17,314	0,000	14,080	0,000	17,314	14,080	1,790
201	12,156	0,000	16,894	0,000	12,156	16,894	1,780

Tabelle 1: Die aufgenommenen Messwerte für die Steig- und Fallzeiten der Öltröpfchen, deren Mittelwerte und der Wert des Thermowiderstands während der jeweiligen Messung

te für die Viskosität der Luft $\eta_{L,\text{eff}}$ und der Ladung q der Öltröpfchen nach Cunningham (7) und (8) können nur die Werte verwendet werden, deren Differenzgeschwindigkeit $v_{\text{ab}} - v_{\text{auf}} > 0$ ist. Ohne diese Einschränkung ergeben sich für den Radius r und die Ladung q komplexe Werte die unphysikalisch und nicht zu gebrauchen sind. Die Werte für den Radius r, die korrigierte Viskosität $\eta_{L,\text{eff}}$ und Ladung q befinden sich in Tabelle 3.

Die Ergebnisse für die Ladung q sind in Abbildung 3 aufgetragen. Mittels einer linearen Regression, durchgeführt mit der *Python*-Bibliothek *SciPy* [2], wurden Horizontalen bestimmt die den Mittelwert nah beieinander liegender Ladungen darstellt. Außerdem wurden weitere Horizontalen (gestrichelt) in Höhen der ersten vier Vielfachen der Elementarladung $e_0 = 1{,}602 \cdot 10^{-19}\,\text{C}$ [3] eingezeichnet.

Die so gemittelten Werte für die Vielfachen der Elementarladung und deren Abweichung zu den entsprechenden, tatsächlichen Vielfachen der Elementarladung sind in Tabelle 4 dargestellt.

Aus diesen Werten berechnet sich schlussendlich der Mittelwert für die so bestimmte Elementarladung zu

$$e_0 = (1{,}63 \pm 0{,}05) \cdot 10^{-19}\,\text{C}, \tag{9}$$

Steiggeschwindigkeit v_{auf} [mm s^{-1}]	Fallgeschwindigkeit v_{ab} [mm s^{-1}]	Differenzgeschwindigkeit $v_{\text{ab}} - v_{\text{auf}}$ [mm s^{-1}]	Lufttemperatur T [°C]	Luftviskosität η_L [$\mu\text{N s m}^{-2}$]
0,108	0,113	0,005	28	18,620
0,148	0,138	−0,009	28	18,620
0,074	0,063	−0,012	28	18,620
0,126	0,145	0,019	29	18,670
0,143	0,148	0,004	32	18,820
0,102	0,130	0,028	31	18,770
0,139	0,148	0,010	32	18,820
0,108	0,112	0,003	32	18,820
0,103	0,090	−0,013	31	18,770
0,069	0,068	−0,002	31	18,770
0,085	0,065	−0,020	31	18,770
0,159	0,151	−0,008	29	18,670
0,150	0,155	0,005	29	18,670
0,139	0,142	0,003	29	18,670
0,111	0,120	0,010	31	18,770
0,177	0,190	0,013	31	18,770
0,116	0,101	−0,015	30	18,720
0,039	0,035	−0,004	30	18,720
0,099	0,092	−0,007	31	18,770
0,113	0,093	−0,020	29	18,670
0,081	0,088	0,006	29	18,670
0,048	0,057	0,009	29	18,670
0,071	0,091	0,021	30	18,720
0,029	0,036	0,007	29	18,670
0,041	0,030	−0,012	30	18,720

Tabelle 2: Aus den Messwerten berechnete Steig- und Fallgeschwindigkeiten, deren Differenz, sowie die Temperatur und unkorrigierte Viskosität der Luft

Radius r [µm]	korrigierte Viskosität $\eta_{L,\text{eff}}$ [$\mu\text{N s m}^{-2}$]	Ladung q [10^{-19} C]
0,229	0,511	1,611
0,434	0,947	3,737
0,208	0,469	1,947
0,517	1,125	3,861
0,307	0,687	2,838
0,181	0,411	1,284
0,225	0,503	2,192
0,181	0,408	1,632
0,309	0,687	3,383
0,353	0,782	6,144
0,248	0,554	1,981
0,296	0,656	1,476
0,449	0,982	3,442
0,253	0,565	0,770

Tabelle 3: Aus den brauchbaren Messwerten berechnete Radien und Ladungen der Tröpfchen, sowie die korrigierte Viskosität der Luft

wobei der angegebene Fehler die Abweichung vom Mittelwert darstellt.

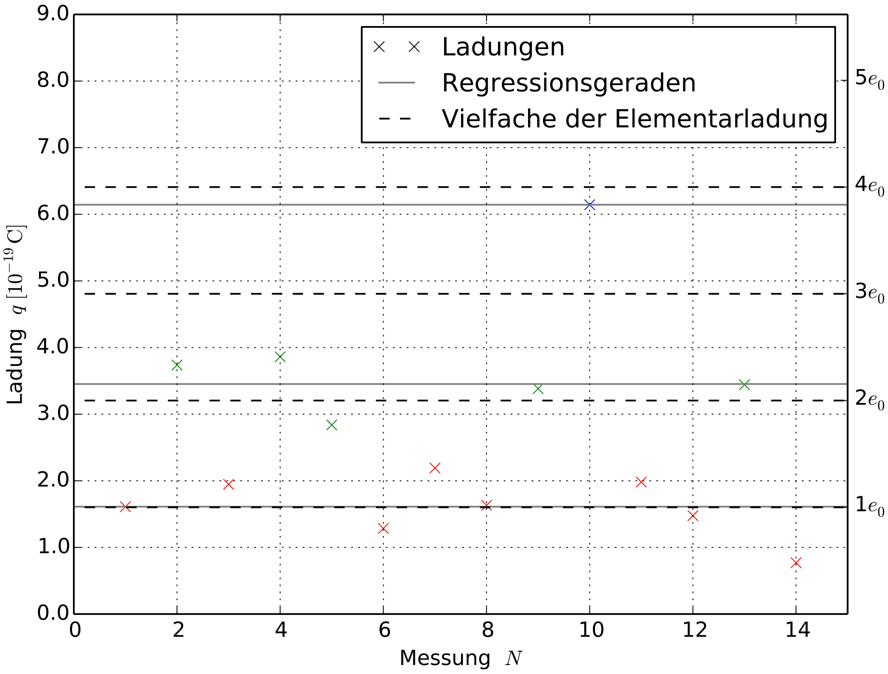

Abbildung 3: Grafische Darstellung der erhaltenen Ladungen, und gemittelter Ladung von nahe beieinander liegender Ergebnisse

Ladung $n \cdot e_0$ [C]	Faktor n	Abweichung $1 - \frac{e_0}{e_{0,\mathrm{lit}}}$ [%]
1,612	1	0,583
3,452	2	7,740
6,144	4	4,136

Tabelle 4: Abweichung der berechneten Vielfachen der Elementarladung vom Literaturwert

Mit diesem Wert und der Farady-Konstante $F = 96\,485{,}3365\,\mathrm{C\,mol^{-1}}$ [3] lässt sich die Avogadrokonstante N_A zu

$$N_A = \frac{F}{e_0} = (5{,}9 \pm 0{,}2) \cdot 10^{23}\,\mathrm{mol^{-1}} \tag{10}$$

bestimmen.

5 Diskussion

Im folgenden Abschnitte werden die in Abschnitt 4 erhaltenen Ergebnisse noch einmal abschließend diskutiert und auf ihre Plausibilität hin überprüft.

Die gemittelten Werte für die vielfachen der Elementarladung weisen, wie in Tabelle 4 zu sehen, relative geringe Abweichungen zum jeweiligen Vielfachen des Literaturwerts auf. Entsprechend ist auch die Abweichung des Mittelwerts dieser Elementarladungen (9) mit 1,4 % sehr gering wodurch man das Ergebnis als gut und plausibel bezeichnen kann.

Dem entsprechend zeig auch die, aus dieser Elementarladung, berechnete Avogadrokonstante nur eine geringe Abweichung von 1,4 % gegenüber dem Literaturwert $6{,}022 \cdot 10^{23}\,\mathrm{mol}^{-1}$ [3].

Literatur

[1] *Versuchsanleitung. V503 Der Millikan-Versuch.* URL: `http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/Millikan.pdf` (besucht am 19. 06. 2014).

[2] *SciPy.* URL: `http://docs.scipy.org/doc/` (besucht am 02. 06. 2014).

[3] Dietmar Mende, Günther Simon. *Physik. Gleichungen und Tabellen.* 16. Aufl. Fachbuchverlag Leibzig im Carl Hanser Verlag München, 2009.