Lehrstuhl für Fahrzeugtechnik
School of Engineering and Design
Technische Universität München

Fahrerassistenzsysteme im Kraftfahrzeug

Prof. Dr.-Ing. Markus Lienkamp

Vorlesungsübersicht

01 Einführung 28.04.2022 – Prof. Lienkamp	**01 Einführung** 28.04.2022 – Prof. Lienkamp	**01 Übung Einführung** 28.04.2022 – Hoffmann
02 Sensorik / Wahrnehmung I 05.05.2022 – Prof. Lienkamp	**02 Sensorik / Wahrnehmung I** 05.05.2022 – Prof. Lienkamp	**02 Sensorik / Wahrnehmung I** 05.05.2022 – Prof. Lienkamp
03 Sensorik / Wahrnehmung II 12.05.2022 – Dr.-Ing. Diermeyer	**03 Sensorik / Wahrnehmung II** 12.05.2022 – Dr.-Ing. Diermeyer	**03 Übung Sensorik / Wahrnehmung II** 12.05.2022 – Schimpe
04 Sensorik / Wahrnehmung III 19.05.2022 – Schimpe	**04 Sensorik / Wahrnehmung III** 19.05.2022 – Schimpe	**04 Übung Sensorik / Wahrnehmung III** 19.05.2022 – Schimpe
05 Funktionslogik / Regelung 02.06.2022 – Dr.-Ing. Winkler	**05 Funktionslogik / Regelung** 02.06.2022 – Dr.-Ing. Winkler	**05 Funktionslogik / Regelung** 02.06.2022 – Dr.-Ing. Winkler
06 Übung Funktionslogik / Regelung 09.06.2022 – Dr.-Ing. Winkler	**06 Funktionale Systemarchitektur** 09.06.2022 – Prof. Lienkamp	**06 Aktorik** 09.06.2022 – Prof. Lienkamp
07 Deep Learning 23.06.2022 – Majstorovic	**07 Deep Learning** 23.06.2022 – Majstorovic	**07 Übung Deep Learning** 23.06.2022 – Majstorovic
08 MMI 30.06.2022 – Prof. Bengler	**08 MMI** 30.06.2022 – Prof. Bengler	**08 MMI Übung** 30.06.2022 – Prof. Bengler
09 Controllability 07.07.2022 – Prof. Bengler	**09 Controllability** 07.07.2022 – Prof. Bengler	**09 Übung Controllability** 07.07.2022 – Winkle
10 Entwicklungsprozess 14.07.2022 – Dr.-Ing. Diermeyer	**10 Entwicklungsprozess** 14.07.2022 – Dr.-Ing. Diermeyer	**10 Übung Entwicklungsprozess** 14.07.2022 – Hoffmann
11 Analyse und Bewertung FAS 21.07.2022 – Dr.-Ing. Feig	**11 Analyse und Bewertung FAS** 21.07.2022 – Dr.-Ing. Feig	**11 Übung Analyse und Bewertung FAS** 21.07.2022 – Dr.-Ing. Feig
12 Aktuelle und künftige Systeme 28.07.2022 – Prof. Lienkamp	**12 Aktuelle und künftige Systeme** 28.07.2022 – Prof. Lienkamp	**12 Aktuelle und künftige Systeme** 28.07.2022 – Prof. Lienkamp

Übung Kalman Filter
Andreas Schimpe, M.Sc.

Agenda

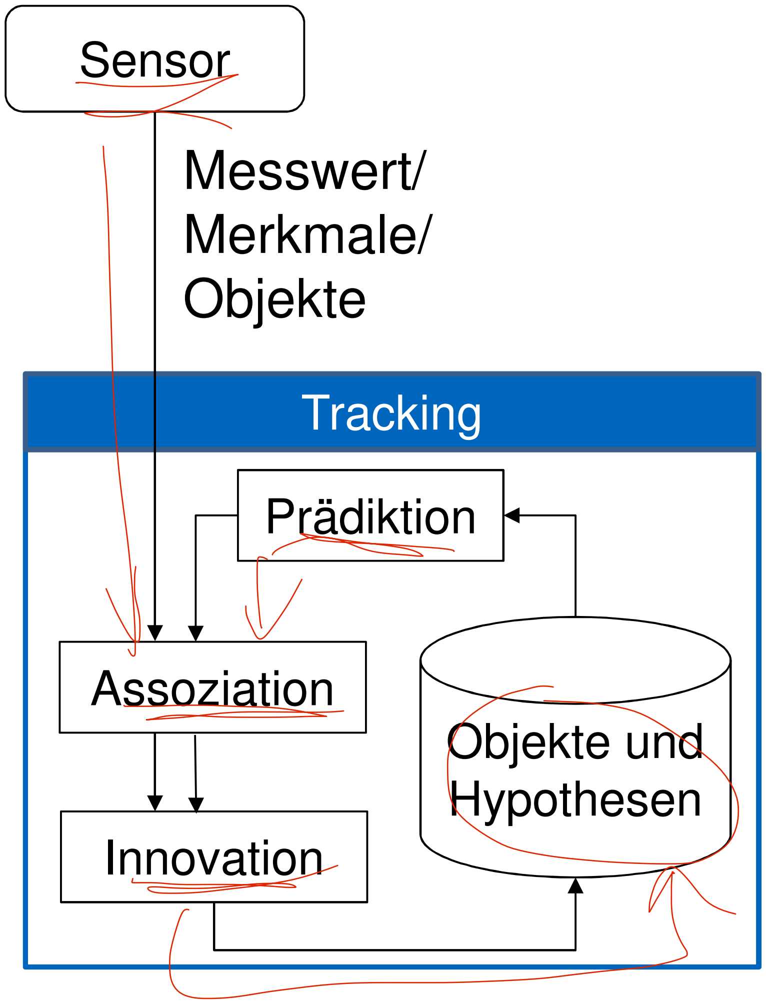
- Rekursiver Bayesschätzer
- Zustandsraummodell des Beispiels
- Normalverteilung
- Kalmanfilter
- Rechenbeispiel

Grundprinzip

Filterung einer zeitlichen Abfolge von Messwerten

Aktualisierung von gespeicherten Tracks mit neuen Messwerten

- Prädiktion des Objektzustands
- Assoziation von gemessenem und prädiziertem Zustand
- Innovation: Aktualisierung des Objektzustands



Kalmanfilter

- **Rekursiver Bayesfilter**
- Minimiert mittleren quadratischen Fehler
- Optimale Lösung für **normalverteilte** Zustandsgrößen unter den Annahmen:
  - **Lineare Modelle**
  - Prozess- und Mess-Störungen sind **normalverteilt**, **mittelwertfrei** und **zeitlich unkorreliert**

过程和测量干扰呈正态分布，无均值，时间上不相关

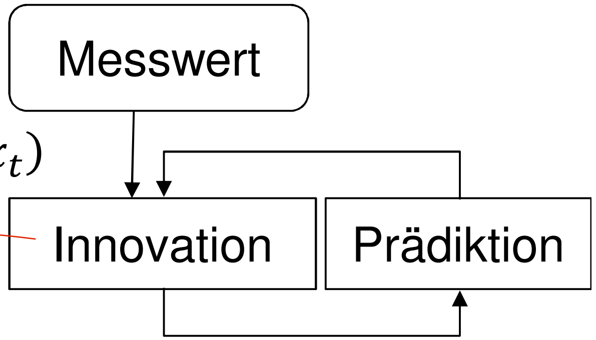
Schätztheorie als Grundlage des Trackings

Rekursiver Bayesfilter

- Bayes-Schätzung: stochastische Schätzung auf Basis des Satzes von Bayes: $P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)}$
- Gesucht ist die beste Schätzung der Wahrscheinlichkeitsverteilung eines Zustands x auf Basis von Beobachtungen z

$$P(x_t|z_{1:t}) = \frac{P(z_{1:t}|x_t)\,P(x_t)}{P(z_{1:t})}$$

- Rekursiver Bayesschätzer:
  - Prädiktion: $P(x_t)$ als geschätzter Wert
  - Innovation: Update mit gemessenem Wert $P(z_t|x_t)$



- Nomenklatur
  - Zustand zum Zeitpunkt *t* x_t
  - Messwert vom Zeitpunkt *t* z_t
  - Schätzwert $\hat{x}_t$

Grundlagen für objektbasiertes Tracking

Zustandsbeschreibung

- Für Tracking ist Modellierung der Objektbewegung notwendig (Prädiktion)
- Modellierung durch Zustandsraummodelle effizient möglich
- Markov-Eigenschaft 1. Ordnung: nächster Zustand hängt nur vom aktuellen Zustand ab

Anwendungsbeispiel

Aufgabe 1: Ein Fahrzeug mit einem im Frontbereich integrierten Laserscanner folgt einem Vorderfahrzeug. Welche Merkmale können gemessen werden?

Abstand

Abmessungen (Breite)

Orientierung

Vereinfachend wird im Folgenden nur noch die eindimensionale Bewegung entlang der x-Achse betrachtet.

Abstand

Anwendungsbeispiel

Aufgabe 2: Mit welchem diskreten Zustandsraummodell kann die relative Bewegung des Vorderfahrzeugs unter der Annahme konstanter Relativgeschwindigkeit modelliert werden?

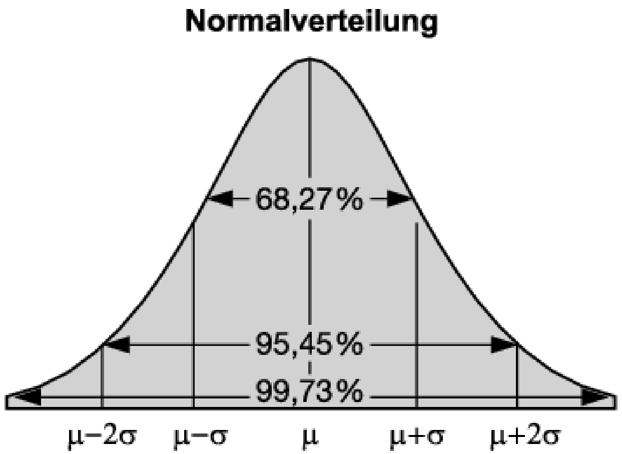
$$d_1 = d_0 + v_{rel,0} \cdot \Delta T$$

$$\begin{bmatrix} d \\ v_{rel} \end{bmatrix}_k = \begin{bmatrix} 1 & \Delta T \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d \\ v_{rel} \end{bmatrix}_{k-1}$$

Normalverteilte Prozess und Messgrößen

- Eindimensionale Normalverteilung

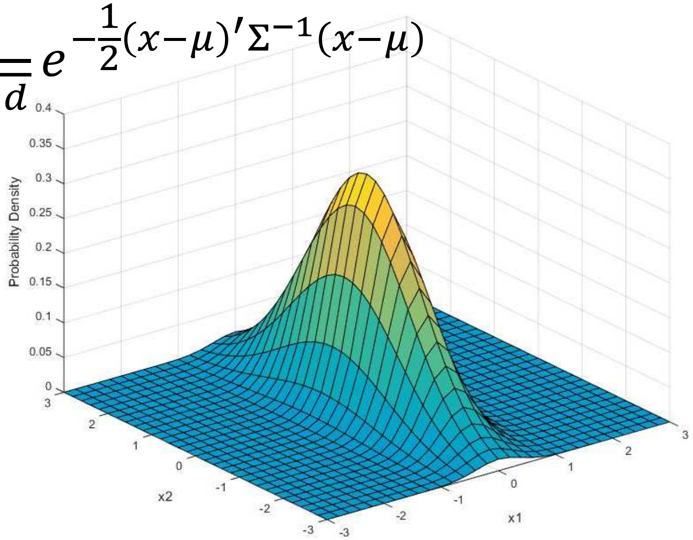
$$y = f(x|\mu,\sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

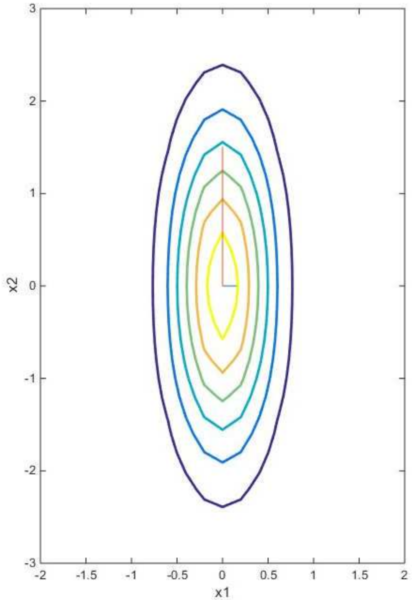


- Mehrdimensionale Normalverteilung

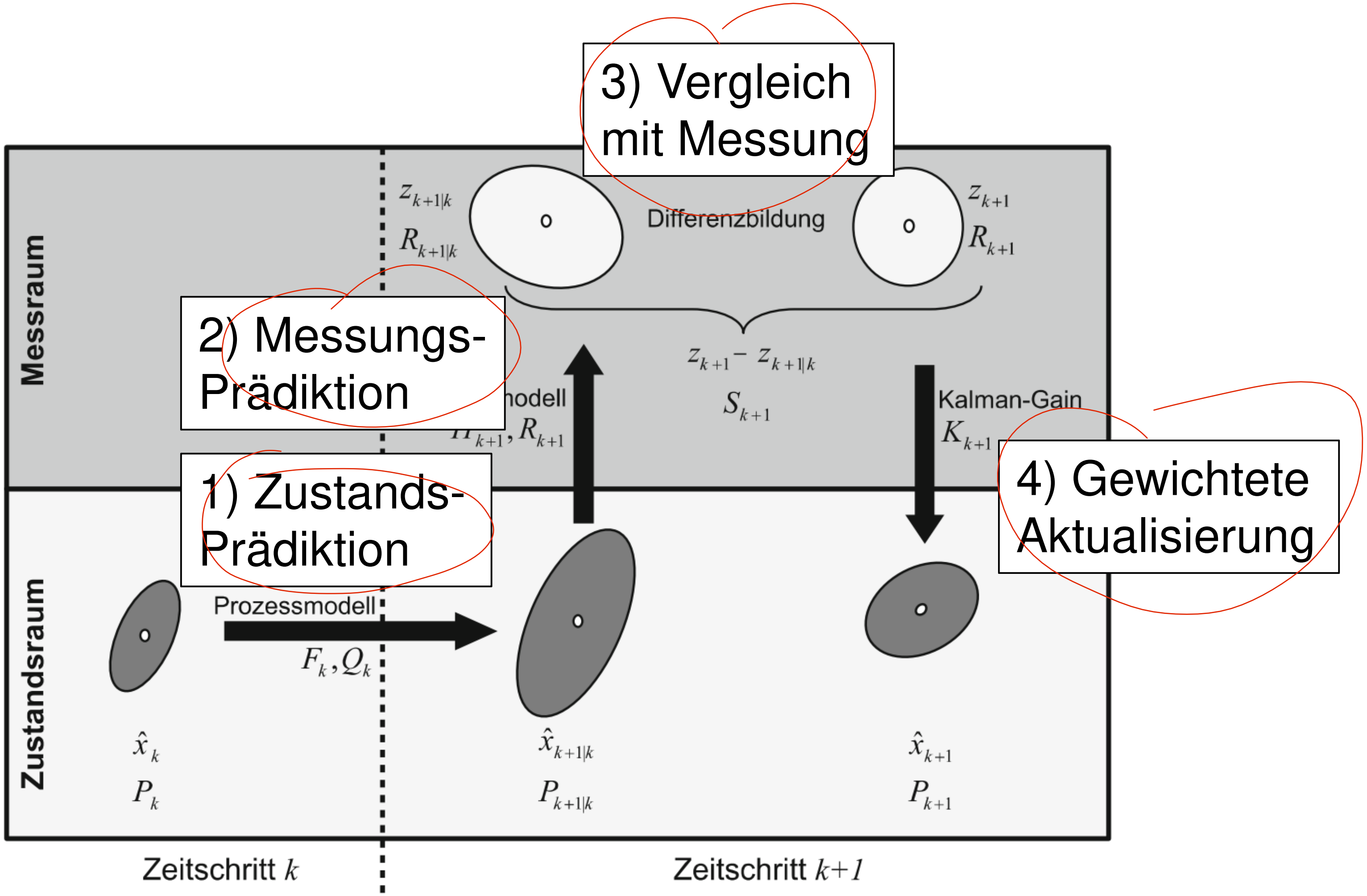
$$y = f(x,\mu,\Sigma) = \frac{1}{\sqrt{|\Sigma|(2\pi)^d}} e^{-\frac{1}{2}(x-\mu)'\Sigma^{-1}(x-\mu)}$$

$\mathbb{R}^n$ $\mathbb{R}^{n\times n}$





Schritte des Kalmanfilters



Ablauf des Kalman-Filters in einem Zeitschritt k→k+1

Winner 2015, S.454

Schritte im Beispiel: qualitativ

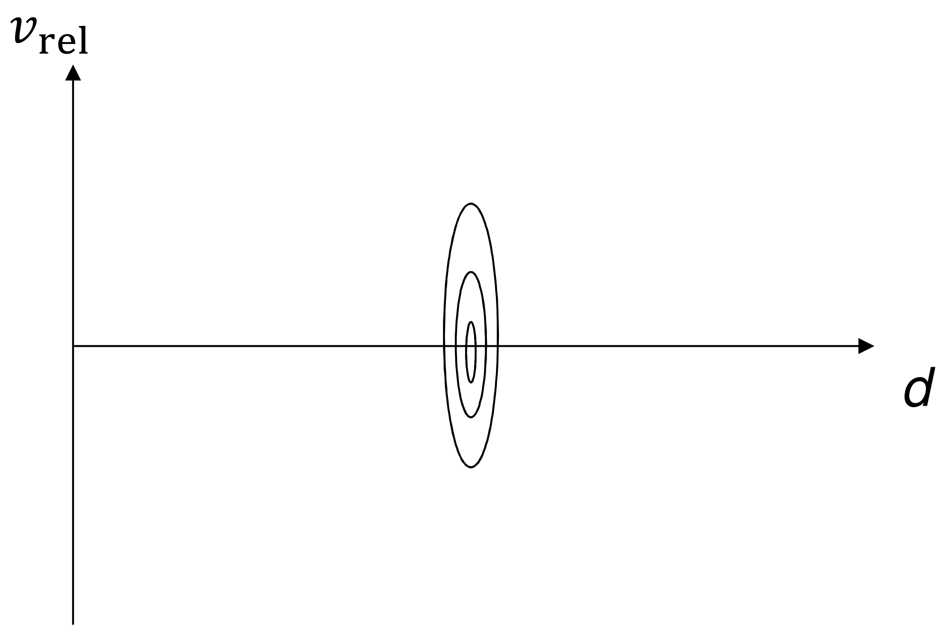
Initialisierung

- Initialisierung des Zustands $x_0=\begin{bmatrix} d \\ v_{\text{rel}} \end{bmatrix}$ mit erstem Messwert $z_0 = d_0$
- v_0: sinnvoller Initialwert
- Messunsicherheit $\mathbf{v}_0$

Schritte im Beispiel: qualitativ

Initialisierung

- Initialisierung des Zustands $x_0=\begin{bmatrix} d \\ v_{\text{rel}} \end{bmatrix}$ mit erstem Messwert $z_0 = d_0$
- v_0: sinnvoller Initialwert.
- Messunsicherheit $\mathbf{v}_0$

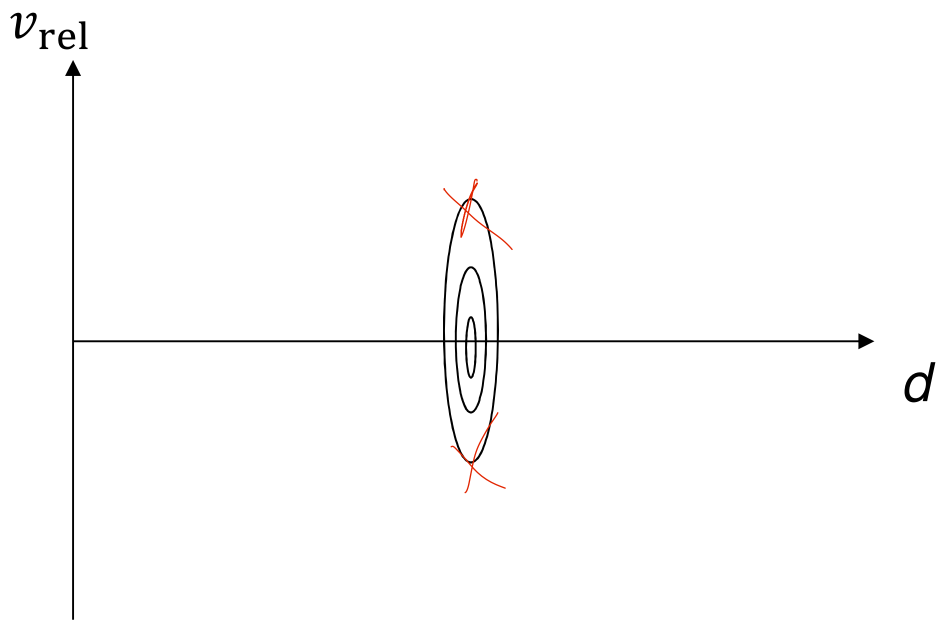


Schritte im Beispiel: qualitativ

Prädiktion

- Prädiktion des Zustands $\hat{x}_1$ auf Basis des Bewegungsmodells

$$\hat{x}_1 = \begin{bmatrix} d \\ v_{\mathrm{rel}} \end{bmatrix}_k = \begin{bmatrix} 1 & \Delta T \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d \\ v_{\mathrm{rel}} \end{bmatrix}_{k-1}$$

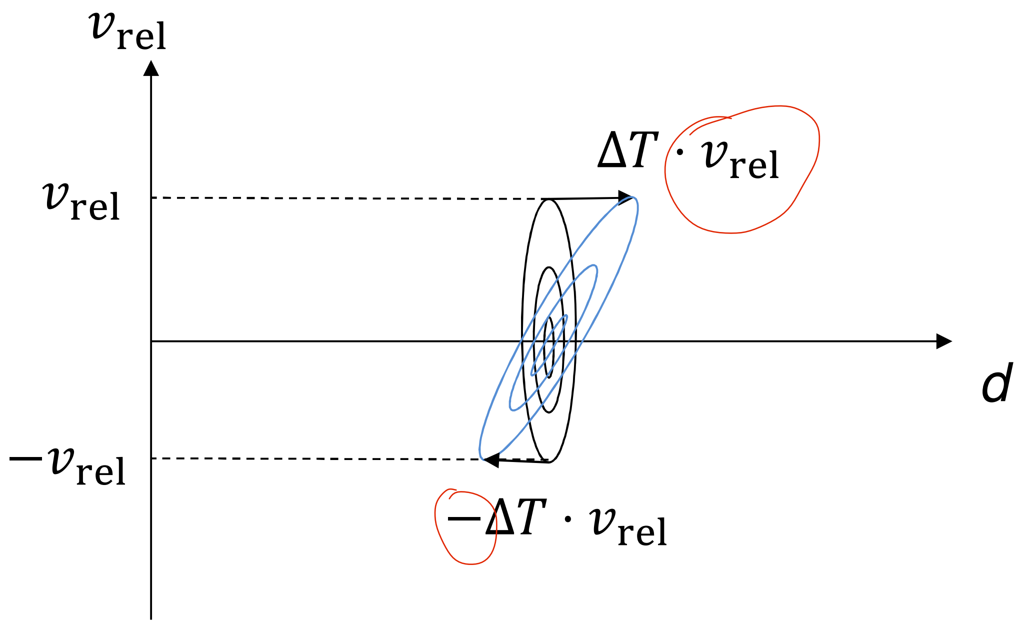


Schritte im Beispiel: qualitativ

Prädiktion

- Prädiktion des Zustands $\hat{x}_1$ auf Basis des Bewegungsmodells

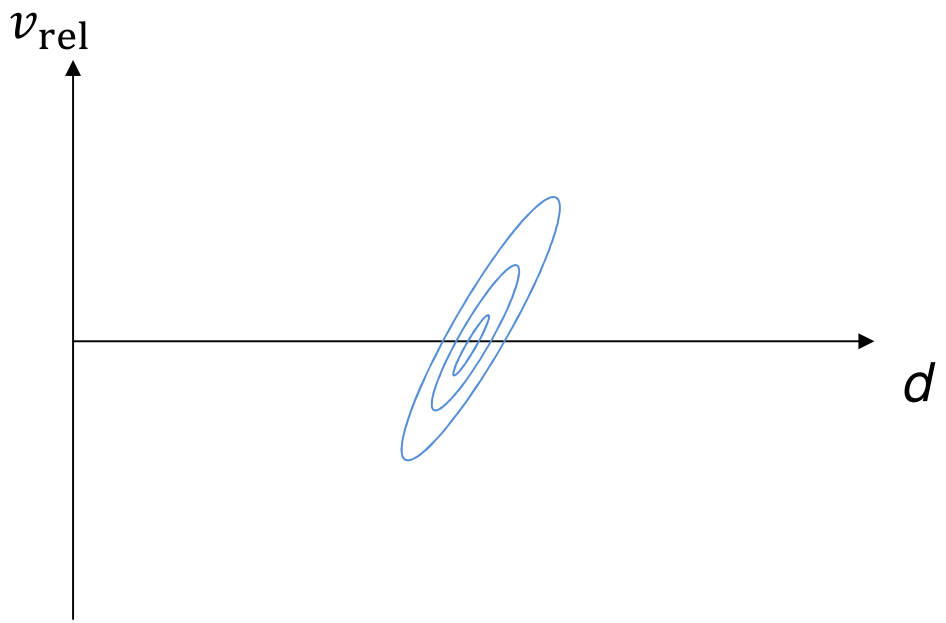
$$\hat{x}_1 = \begin{bmatrix} d \\ v_{\mathrm{rel}} \end{bmatrix}_k = \begin{bmatrix} 1 & \Delta T \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d \\ v_{\mathrm{rel}} \end{bmatrix}_{k-1}$$



Schritte im Beispiel: qualitativ

Innovation

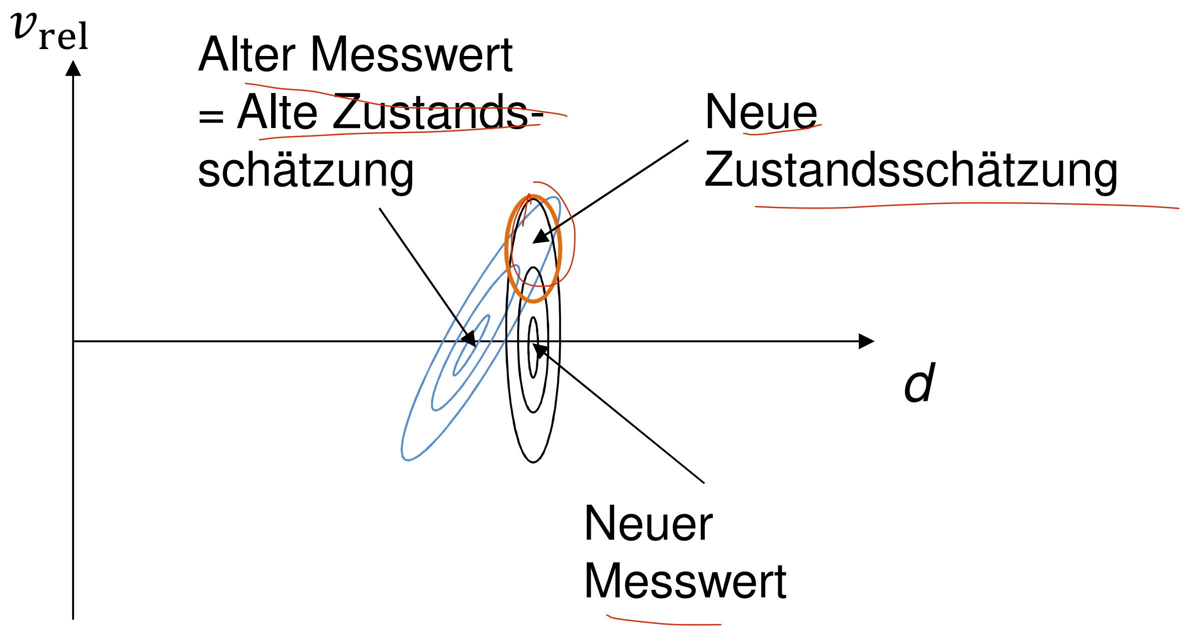
- Korrektur mit aktuellem Messwert



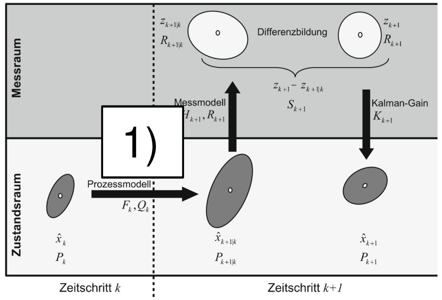
Schritte im Beispiel: qualitativ

Innovation

- Korrektur mit aktuellem Messwert



Kalmanfilter – Rechenschritte (1)



- Diskretes dynamisches System

$$\boldsymbol{x}_k = \boldsymbol{\phi}_{k-1}\boldsymbol{x}_{k-1} + \overbrace{\boldsymbol{w}_{k-1}}^{\text{Prozessrauschen}}$$
$$\boldsymbol{z}_k = \boldsymbol{H}_k\boldsymbol{x}_k + \underbrace{\boldsymbol{v}_k}_{\text{Messrauschen}}$$

- **Prädiktion** von Schätzwert und Kovarianzmatrix

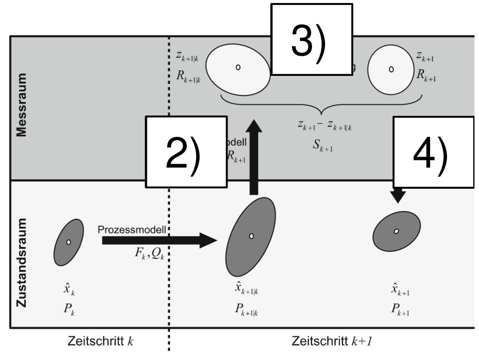
$$\hat{\boldsymbol{x}}_k(-) = \overbrace{\boldsymbol{\phi}_{k-1}\hat{\boldsymbol{x}}_{k-1}(+)}^{\boxed{\text{1) Zustandsprädiktion}}}$$
$$\boldsymbol{P}_k(-) = \boldsymbol{\phi}_{k-1}\boldsymbol{P}_{k-1}(+)\boldsymbol{\phi}_{k-1}^T + \underbrace{\boldsymbol{Q}_{k-1}}_{\text{Kovarianz Prozessrauschen}}$$

- Anpassung Kalmanfaktor

$$\overline{\boldsymbol{K}}_k = \boldsymbol{P}_k(-)\boldsymbol{H}_k^T\underbrace{\left[\boldsymbol{H}_k\boldsymbol{P}_k(-)\boldsymbol{H}_k^T + \overbrace{\boldsymbol{R}_k}^{\text{Kovarianz Messrauschen}}\right]}_{\text{Innovationskovarianzmatrix: Vergleich Modellunsicherheit im Messraum und Messunsicherheit}}^{-1}$$

$(-)$	Prädizierte Werte
$(+)$	Aktualisierte Werte

Kalmanfilter – Rechenschritte (2)



Innovation

- mit Kalmanfaktor (K) gewichtete Anpassung der Prädiktion:

$$\boldsymbol{\hat{x}}_k(+) = \underbrace{\boldsymbol{\hat{x}}_k(-) + \boldsymbol{\bar{K}}_k \underbrace{[\boldsymbol{z}_k - \overbrace{\boldsymbol{H}_k \boldsymbol{\hat{x}}_k(-)}^{\text{2) Messungsprädiktion}}]}_{\text{3) Vergleich mit Messung}}}_{\text{4) Gewichtete Aktualisierung}}$$

- Anpassung Kovarianzmatrix:

$$\boldsymbol{P}_k(+) = [\boldsymbol{I} - \boldsymbol{\bar{K}}_k \boldsymbol{H}_k] \boldsymbol{P}_k(-)$$

Anwendungsbeispiel

Kalmanfilter Rechenbeispiel

Aufgabe 3: Der Laserscanner (mit einer angegebenen Messunsicherheit σ = 0,1 m) hat ein neues Objekt im Abstand 39,97 m detektiert. Initialisieren Sie den Kalmanfilter mit einem sinnvollen Anfangszustand und Kovarianzmatrix. Prädizieren Sie anschließend den erwarteten Zustand, Messwert sowie die Kovarianzmatrix beim nächsten Zeitschritt (1 s).

$$x_0(+) = \begin{bmatrix} d \\ v_{rel} \end{bmatrix}_0 = \begin{bmatrix} 39.97 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\hat{x}_1(-) = \begin{bmatrix} 1 & \Delta T \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 39.97 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 39.97 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\hat{z}_1 = 39.97$$

why?

$$P_0 = \begin{bmatrix} 0.01 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$P_1(-) = \phi_{k-1} P_{k-1}(+) \phi_{k-1}^T + Q_{k-1}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & \Delta T \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.01 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \Delta T & 1 \end{bmatrix}$$

why

$$= \begin{bmatrix} 1.01 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \cancel{+ \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}}$$

Anwendungsbeispiel

Kalmanfilter Rechenbeispiel

Aufgabe 4: Die nächste Messung des Laserscanners ergibt einen Abstand von $\boxed{34{,}98\ \text{m}}$. Berechnen Sie den Kalmanfaktor. Berücksichtigen Sie dabei die Messunsicherheit R mit σ = 0,1 m.

Wie lautet die dafür notwendige Messmatrix $\boldsymbol{H}_k$ in $\boldsymbol{z}_k = \boldsymbol{H}_k \boldsymbol{x}_k + \boldsymbol{v}_k$?

$$z_k = d_k = H_k \cdot x_k = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}}_{H} \begin{bmatrix} d \\ v_{rel} \end{bmatrix}_k$$

Die prädizierte Kovarianzmatrix ist $\boldsymbol{P}_1(-) = \begin{bmatrix} 1.01 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$

$$K_1 = P_1(-) H_1^T [H_1 P_1(-) H_1^T + R_1]^{-1}$$

$$= \begin{bmatrix} 1.01 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \left[\begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.01 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + 0.01 \right]^{-1}$$

$$= \begin{bmatrix} 0.99 \\ 0.98 \end{bmatrix}$$

Anwendungsbeispiel

Kalmanfilter Rechenbeispiel

Aufgabe 5: Berechnen Sie die Innovation des Kalmanfilters. (Korrektur des prädizierten Zustands mit der gewichteten Messwertabweichung)

$$\hat{x}_1(+) = \hat{x}_1(-) + \bar{K}_1 \left[z_1 - \bar{H}_1 \hat{x}_1(-) \right]$$

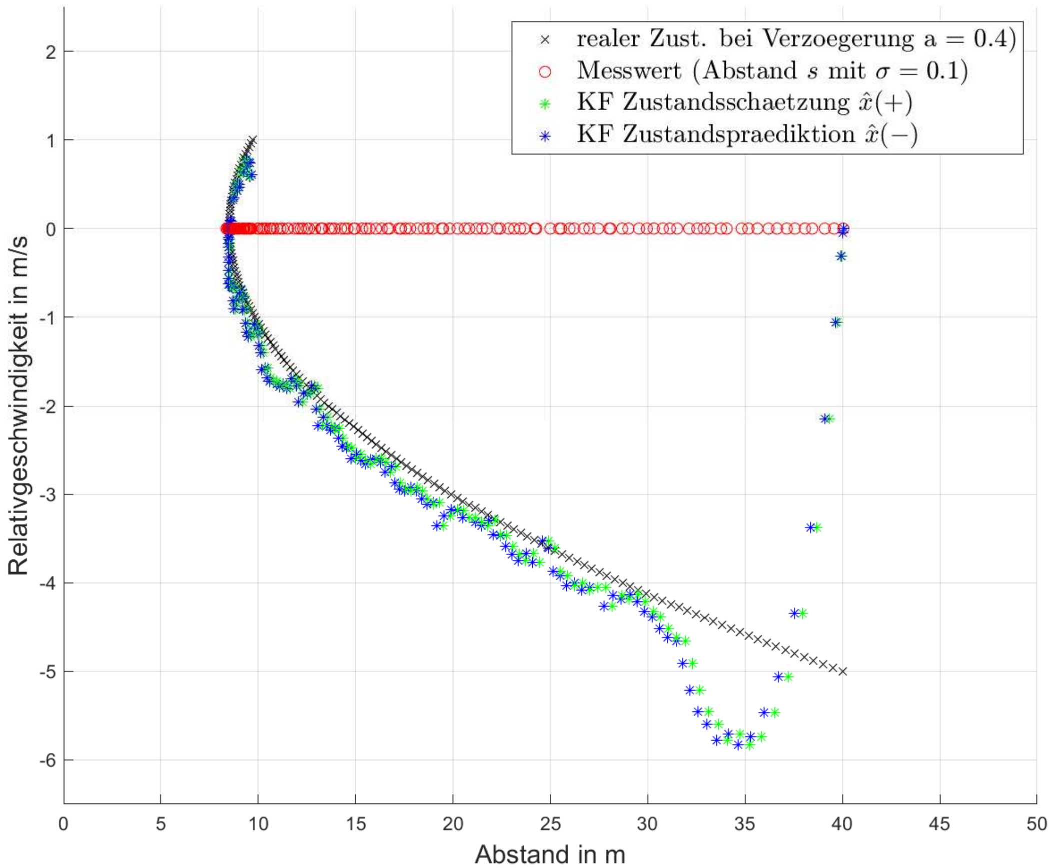
$$= \begin{bmatrix} 39.47 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.44 \\ 0.48 \end{bmatrix} \left[34.48 - \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 39.47 \\ 0 \end{bmatrix} \right]$$

Why ?

$$= \begin{bmatrix} 35.03 \\ -4.84 \end{bmatrix}$$

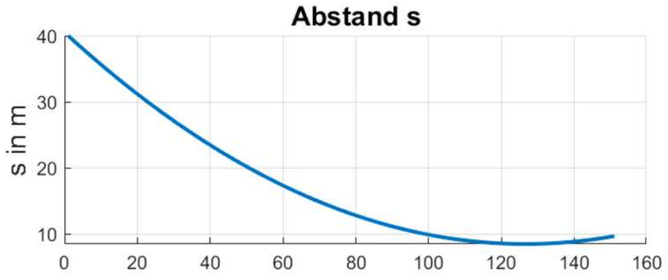
Anwendungsbeispiel

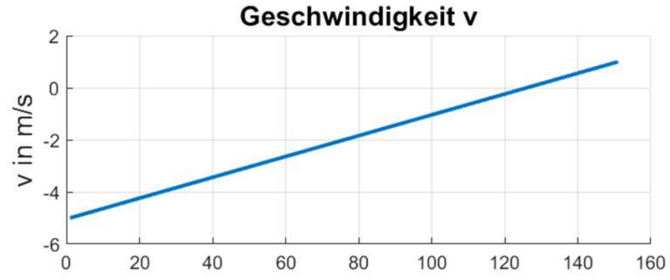
$x_0 = [40m, -5\frac{m}{s}]$; $\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = 0.4\frac{m}{s^2}$; Sensorrauschen ; $\sigma = 0.1$; $\mathrm{t_s} = 0.1s$



Anwendungsbeispiel

$x_0 = [40m, -5\frac{m}{s}]$; $\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = 0.4\frac{m}{s^2}$; Sensorrauschen ; $\sigma = 0.1$; $\mathrm{t_s} = 0.1s$



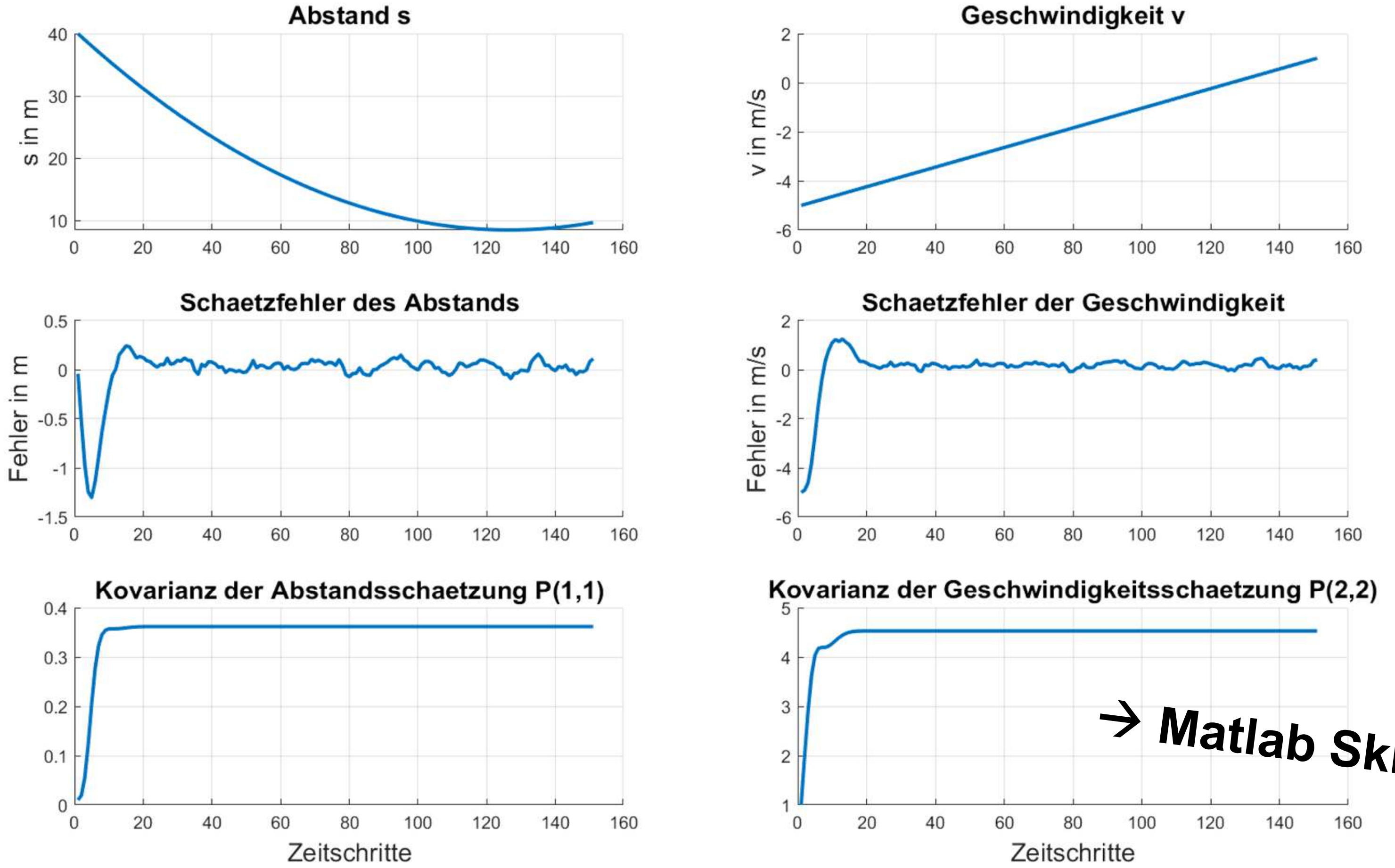


Zeitschritte

Zeitschritte

Anwendungsbeispiel

$x_0 = [40m, -5\frac{m}{s}]$; $\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = 0.4\frac{m}{s^2}$; Sensorrauschen ; $\sigma = 0.1$; $\mathrm{t_s} = 0.1s$



→ **Matlab Skript**