

# PID 控制解析

Authro: ColeYao Date: 2018/05

## 一、控制系统的几个重要指标（用于评估控制系统控制效果）

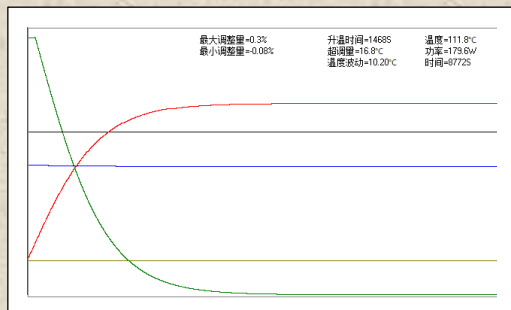
- 1) 上升时间  $t_{up}$ : 控制系统的输出从当前值到接近目标值所用的时间;
- 2) 超调量  $Y_{over}$ : 控制系统的输出在首次上升过程中超过目标值的幅度;
- 3) 稳态误差  $Y_{ave}$ : 控制系统的输出在稳定后距离目标值的平均偏差;
- 4) 稳态精度  $Y_{wave}$ : 控制系统的输出在稳定后波动的程度;
- 5) 环境影响  $S_{inf}$ : 控制系统的输出在受到外界环境影响时引起的波动程度与外界影响之间的比值;

## 二、位置式 PID

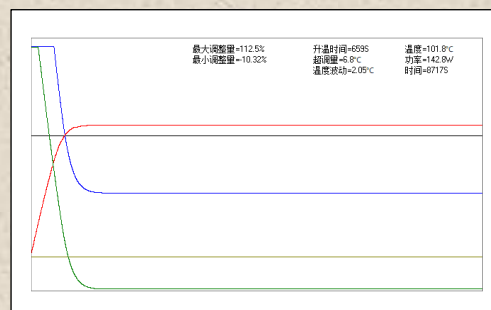
位置式 PID 也即经典的 PID 控制，下面以图解方式就 PID 中各个分量所起的作用作简要说明：

位置式 PID 的公式为  $Input = KP * ET[nT] + KI * Sum(ET[nT]) + KD * vT$  (1)       $KP$ --比例系数       $KI$ --积分系数       $KD$ ---微分系数

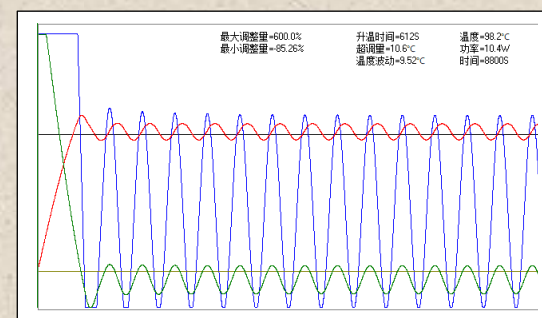
其中  $Input$ ---输入值     $ET[nT]$  --- $nT$  时刻的误差值（目标值减去当前值）     $Sum(ET[nT])$  -- $ET[nT]$  的积分值     $vT$ -- $nT$  时刻  $ET[nT]$  的微分值（速度或变化趋势）



A1 (KP=1)

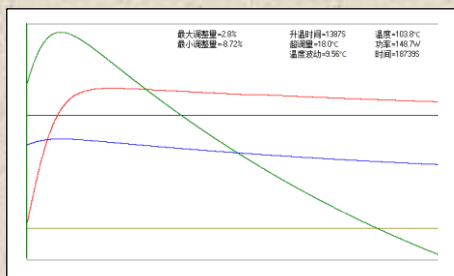


A2 (KP=300)

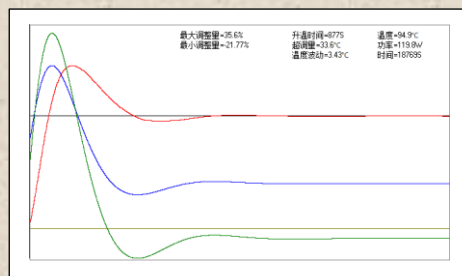


A3 (KP=1600)

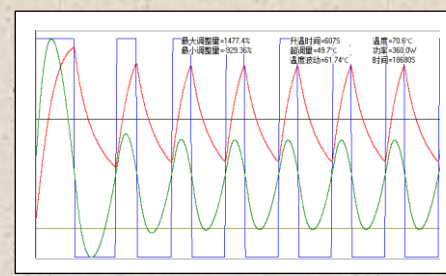
1) 由以上图示可以看出, 位置式 PID 单独使用比例项时控制系统稳定后存在较大的稳态误差, 该误差随着比例系数的增加而减小, 但减小到一定程度后就变成中频振荡, 因此单独使用比例项存在较大的稳态误差;



B1 ( $K_I=0.1$ )

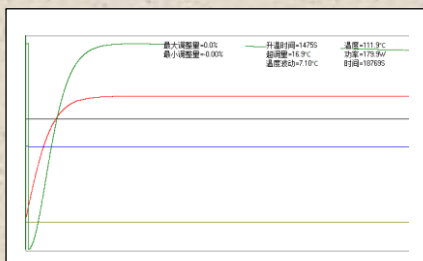


B2 ( $K_I=0.4$ )

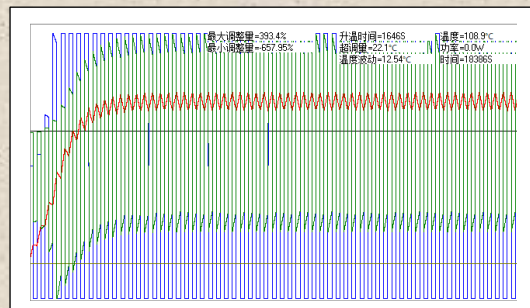


B3 ( $K_I=3$ )

2) 由以上图示可以看出, 位置式 PID 单独使用积分项时过冲很大, 但在较大的取值范围内, 稳态误差都为零, 取值较大时会产生较低频的振荡;



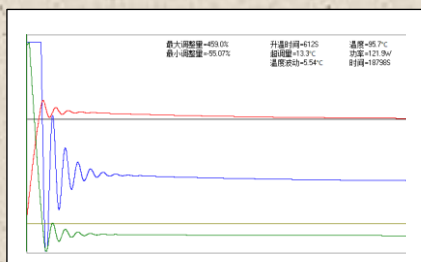
C1 ( $K_D=1$ )



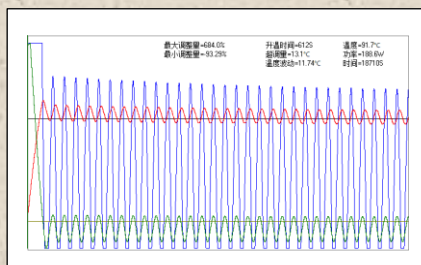
C2 ( $K_D=1000000$ )

3) 由以上图示可以看出位置式 PID 单独使用微分项时对控制几乎没有影响, 只是在取值很大时会导致控制波形产生相对高频的振荡;

既然位置式 PID 单独使用比例项和积分项效果都不理想, 那么就看一下两者组合之后的效果:

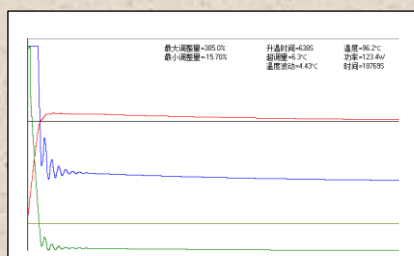


D1 (KP1200 KI0.4)

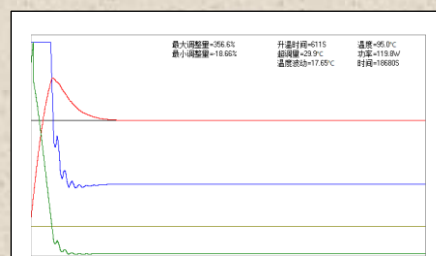


D2 (KP1800 KI0.4)

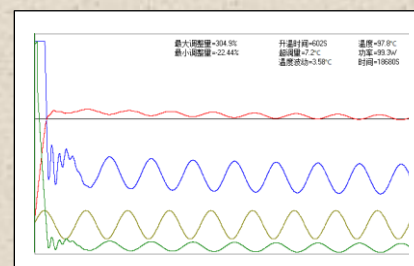
4) 由以上图示可以看出，使用积分项使得输出稳定后误差为零，加上比例项后可以适当抑制超调部分，但无法彻底解决，在比例项增加到一定程度后系统发生了振荡；



E1 (KP800 KI0.3 KD100000)



E2 (KP800 KI1 KD100000)



E3 (KP800 KI0.3 KD100000 环境温度 Ts=10 度)

5) 由以上图可以看出，位置式 PID 微分项的加入，抑制了曲线的上升速度的波动，从而有效抑制了超调，但也只是相对没有微分项的情况而言，另外此时积分项只能取较小的值，取值较大时尽管收敛加快，但超调增加明显，对于一些对超调敏感的系统效果较差，再者就是对于环境温度的影响抑制作用不明显。对于超调的解决办法是系统先在只有比例项的时候运行，快到设定值的时候再切入积分项和微分项，但对于环境温度影响作者没找到好的办法。

### 三、位置式 PID 增量形式

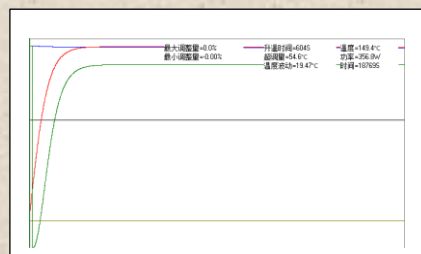
位置式 PID 增量形式的公式为  $\Delta Input = KP \cdot vT[nT] + KI \cdot ET[nT] + KD \cdot aT[nT]$  (2) KP---比例系数 KI---积分系数 KD---微分系数

其中  $\Delta Input$ ---输入值在某一时刻  $nT$  的增量  $ET[nT]$  --- $nT$  时刻的误差值（目标值减去当前值）

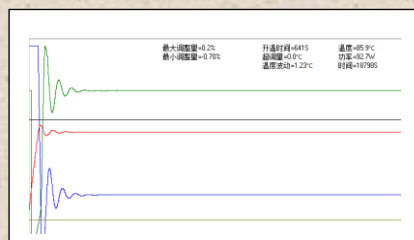
$vT[nT]$  --- $ET[nT]$  的速度（变化趋势）  $aT[nT]$  --- $nT$  时刻  $ET[nT]$  的加速度（速度变化趋势）

(2)式是由(1)式两边取微分得到的，但是很明显(2)与(1)物理意义不同，比如  $x \cdot x = 2x$  两边微分后得到  $x=1$ ，这两者就完全不同，一个是抛物线，一个是直线。

我们通常不作特定说明，一般指的 PID 控制是指位置式，而位置式 PID 的增量形式尽管控制效果优于位置式 PID，但很少有资料给出其物理意义。



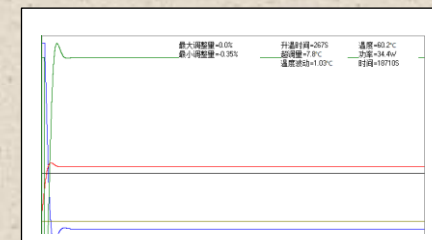
F1 (KP=1)



F2 (KP=1000)

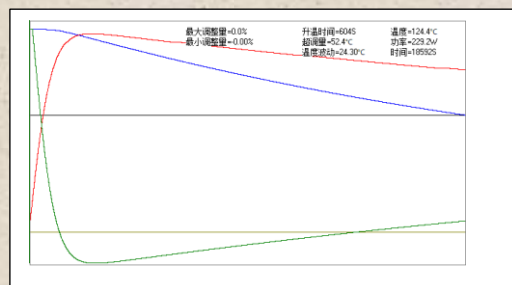


F3 (KP=500)

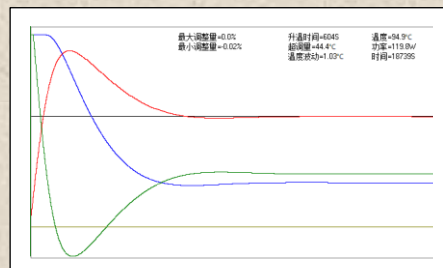


F4 (KP500 设置值变动)

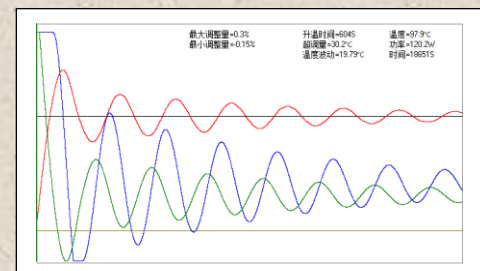
- 1) 位置式 PID 增量形式单独使用比例项  $\Delta \text{Input} = K_P \cdot vT[nT]$  时系统输出会上升后稳定在某一位置，但即使取一个合理的  $K_P$  值使得输出值与设定值稳定后一致（稳态误差为零），在设定值改变后稳态误差会偏移到其他位置，因此位置式 PID 增量形式单独使用比例项不能实现控制系统无稳态偏差的基本目标，效果不理想；



G1 (KI=0.01)



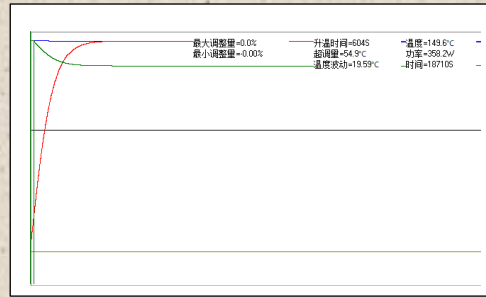
G2 (KI=0.1)



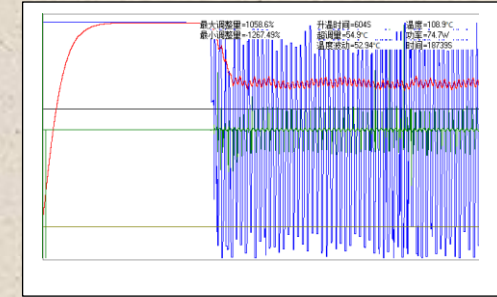
G3 (KI=1)

- 2) 位置式 PID 增量形式单独使用积分项  $\Delta \text{Input} = K_I \cdot ET[nT]$  时输出在  $K_I$  一定取值范围内会稳定到设定值上，但继续增加  $K_I$  时系统发生振荡，因此单独使用积分项位置式 PID 增量形式不是超调过大就是系统振荡，效果不理想；



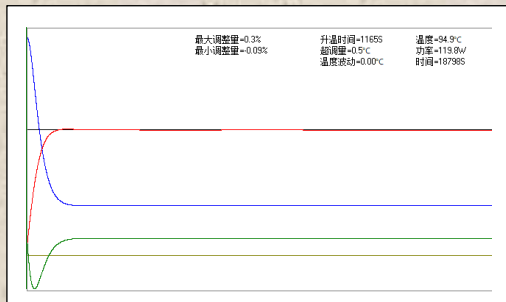


H1 (KD=1)

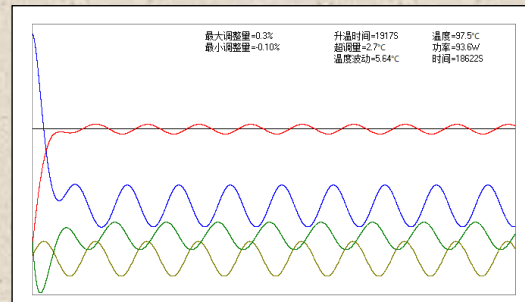


H2 (KD=2000000)

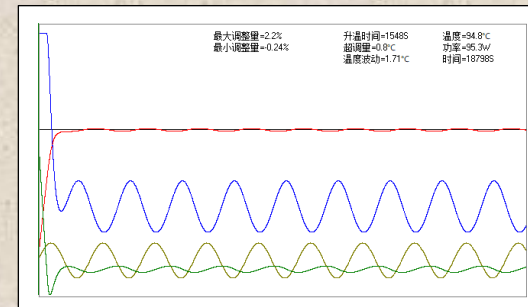
3) 位置式 PID 增量形式单独使用微分项时效果如图, 在 KD 取值很大时系统可能发生较高频振荡, 一般情况下单独使用微分项时对系统没有影响;



I1 (KP=520 KI=1)



I2 (KP=520 KI=1 环境温度波动=10 度)



I3 (KP=1512 KI=6 环境温度波动=10 度)

4) 位置式 PID 增量形式组合使用比例项和积分项后, 既能使得稳态误差为零, 也能有很好的超调抑制, 另外通过适当调节比例项和积分项的取值, 也能在一定程度上增加对环境温度的抑制效果。

5) 通常位置式 PID 增量形式适当使用比例项和积分项后, 已经达到了理想的控制效果, 大多数系统不需要微分项也能运行得很好, 但对于一些特定的系统, 在综合使用了位置式 PID 增量形式的比例项和积分项仍然不能达到理想的效果时, 可以考虑加入微分项, 在适当整定时, 系统的控制效果仍可以进一步优化。

#### 四、位置式 PID 增量形式的物理意义

之前曾经提到过位置式 PID 增量形式物理意义与位置式 PID 的物理意义是不同的, 但究竟如何, 我们把公式 (2) 稍微变动一下:

$$\Delta \text{Input} = K_P \cdot vT[nT] + K_I \cdot ET[nT] + K_D \cdot aT[nT] \quad (2)$$

$$=-(KI*(-ET[nT]+KP/KI*(-vT[nT]+KD/KP*(-aT[nT])))$$

$$=-FdK*(ET[nT]'+PreK*(vT[nT]'+PreKv*aT[nT]')) \quad (3)$$

则有  $FdK = KI$        $PreK = KP/KI$        $PreKv = KD/KP$

其中  $ET[nT]' = -ET[nT]$ （注意与 PID 控制相反，为当前值减去目标值）       $vT[nT]' = -vT[nT]$        $aT[nT]' = -aT[nT]$ （同样都与 PID 控制反向）

（3）式的物理意义是将控制输出量的误差值及误差变动速度、误差变动加速度经过线性组合后以负反馈的形式加到输入端进行调节，以改善输出端的控制效果（根据其物理意义另取名为预测式负反馈控制）。

其中  $ET[nT]' + PreK*vT[nT]'$  即为  $PreK$  单位时间后的误差  $ET'$ （位移的当前位置加上时间与速度的乘积即为可预测到的一段时间后的位移值），于是输入量的变化量就等于预测到的一段时间后的误差乘以一个系数，另外含有  $aT[nT]'$  是因为速度通常都不是常量，因此需要对速度进行非线性修正，大多数场合不需要对速度进行非线性修正，但有时非线性修正后控制系统的误差会有明显改善。

综合以上图示和负反馈的概念可知，位置式 PID 增量形式的公式中各个分量在实际控制中所起的作用：

- 1)  $ET[nT]'$  即输出误差所起的作用是在输出量距离目标值有偏差时调节输出量使得系统往误差减小的方向进行变化，也即传统意义上的负反馈调节；
- 2)  $vT[nT]'$  即输出误差变化速度所起的作用是降低误差变化速率，然而该分量在输出误差较大时占比较小，因而其作用被  $ET[nT]'$  所掩盖，只有在输出量接近目标值时此时输出误差较小，此时  $vT[nT]'$  的作用就比较明显，直观的印象就是使得输出量的变化曲线越接近目标值曲线越平缓，即输出量的变化速率也越小；
- 3) 大部分场合只需要使用 1) 和 2) 的组合即可完美对系统进行控制，得到理想的控制曲线（对于温度控制也即升温曲线），但是某些场合  $aT[nT]'$  即输出误差变化加速度（输出误差变化速度的变化速度）加入到反馈环路中，使得误差变化加速度往小的方向调节，也即在输出量接近目标值时使得输出误差变化速度变化较小，这就抑制了在输出量接近目标值时的高频振荡，使得控制曲线更平滑，从而在某些系统延时较大时仅使用  $ET[nT]'$  和  $vT[nT]'$  分量在目标值附近有明显高频振荡时加入  $aT[nT]'$  分量可能会有较好地控制效果，但  $aT[nT]'$  分量主要用于  $vT[nT]'$  进行非线性修正，因而其值对不宜太大，否则效果会适得其反。

将以上位置式 PID 增量形式物理意义与负反馈的概念比较可以得知，其实  $FdK$  就是负反馈的反馈强度，该值越大，反馈越强，但超过一定值后易引起振荡， $PreK$  是为了克服系统时延而引入的预测性补偿，因为如果只是按照误差的倍数进行补偿，那么系统很容易因延时导致振荡，那么当时计算  $\Delta Input$  的时候就需要考虑  $vT[nT]'$



的影响，此时  $ET[nT]$  变为  $ET[nT]' + PreK * vT[nT]'$ ，也即计算误差时，不取误差当前值，而是取一定时间之后的误差预测值，这样既兼顾了误差对系统的影响，也兼顾了误差速度对系统的影响， $PreK$  可以称为预测强度，其值越大，表示预测的提前量越多，但系统的上升曲线越慢，其值越小，表示预测的提前量越小，此时系统的上升曲线受影响较小，但是容易因延时引起振荡。确定一套合理的  $FdK$ （反馈强度）、 $PreK$ （预测强度）、 $PreKv$ （非线性补偿系数）参数的过程也就是通常所说的 PID 整定过程，通常来说  $FdK$ （反馈强度）、 $PreK$ （预测强度）、 $PreKv$ （非线性补偿系数）这三个参数的物理意义比较明确，因而确定参数相对于原先的  $KP$ 、 $KI$ 、 $KD$  参数确定要容易一些，读者可以自己尝试一下使用软件仿真来测试这两套不同参数的差别。

**$\Delta Input = -FdK * (ET[nT] + PreK * (vT[nT] + PreKv * aT[nT]))$  称之为预测式负反馈的由来：**

按照负反馈的概念，如果输出有偏差，那么就把依偏差值的大小对输入进行调整，如输出温度超过设定值，那么就把输入功率降低一些，如输出温度小于设定值，那么就把输入功率调高一些，如果调整的量与偏差值成正比，那么就是**比例负反馈控制**，这是大多数学过负反馈的都能想到的做法。

但是由于输入和输出之间存在热量吸收元件，存储了部分热量，导致输入和输出之间存在延时，因而单纯的比例负反馈控制常常存在滞后，最直观的影响就是要不就是调整过程特别慢，要不就是输出总是振荡，总也稳定不下来。要克服滞后效应，就不光要考虑偏差值的比例部分，也要考虑偏差值的变动趋势，如温控系统输出量（温度）当前值在设定值附近小于设定值但输出量（温度）的上升趋势很明显时，按比例负反馈来控制，那么输入量（加热功率）需要在略微增加一点，但是输出量（温度）本身已经在明显上升了，再增加输入量（功率），输出量上升更快，最终就导致输出量处于严重的振荡。

这时直观的想法是既然振荡是由延时引起的，那么加到输入量上的调整量的负反馈值也延时一段时间再和输入量叠加，是不是就解决了振荡的问题呢？偏差值的负反馈延时一段时间在实际控制过程中是可以近似实现的，这就是  $ET[nT] + PreK * vT[nT]$ ，其中  $ET[nT]$  为  $nT$  时刻的偏差值， $vT[nT]$  为  $ET[nT]$  的变化趋势， $PreK$  是能控制的延时的时间长短，因为  $ET[nT] + PreK * vT[nT]$  看起来就是  $ET[nT]$  经过  $PreK$ （单位秒）时间后的预测值，因此我就把  $\Delta Input = -FdK * (ET[nT] + PreK * vT[nT])$  称为预测式负反馈，又因为该公式只有线性部分，因此也称为线性预测负反馈。通常输出量的变化不可能是完全线性的，因此其较完整的公式应该包含非线性补偿部分，也即

**$\Delta Input = -FdK * (ET[nT] + PreK * (vT[nT] + PreKv * aT[nT]))$** ，这个公式经过变形和位置式 PID 增量形式完全一致，这也就较好地解释了位置式 PID 增量形式的物理意义。

了解了预测式负反馈控制和位置式 PID 增量形式的物理意义只是一个开始，还有  $FdK$ -反馈强度和  $PreK$ -预测强度以及  $PreKv$ -非线性补偿这三个参数需要确定才可以得到正确的控制公式，也就是通常所说的 PID 整定，了解了控制的物理意义对于 PID 整定有一定的指导作用，但对于实际的 PID 整定来说，还是需要一定的技巧和经验。

## 五、实际的单片机控制过程

下面以单片机控制物体加热为例，对 PID 控制系统进行解析：首先对于单片机来讲，其输入量为实际测量的加热物体的当前温度值  $T$ ，其输出量则为控制加热元件用的脉宽输出 PWM 值，那么就有如下关系：

位置式 PID:  $Output = KP*ET + KI*Sum(ET) + KD*vT$ ;

位置式 PID 的增量式:  $\Delta Output = KP*vT + KI*ET + KD*aT$ ;

线性预测负反馈:  $\Delta Output = -FdK*(ET + vT*PreK)$ ;

非线性预测负反馈一般形式:  $\Delta Output = -FdK*[ET + PreK*(vT + PreKv*aT)]$ ;

非线性预测负反馈通用形式:  $\Delta Output = -FdK*(ET + PreK*(vT + PreKv*(aT + PreKa*(a1T + PreKa1*(a2T + PreKa2*a2T_{adj}))))$ ;

ET: 温度误差 (在 PID 模式下等于设置温度减去当前温度, 在预测式负反馈模式下则相反)

$vT = ET[CountT] - ET[CountT-1]$  : 升温速率 (当前的温度误差减去上一秒时的温度误差)

$aT = ET[CountT] - 2ET[CountT-1] + ET[CountT-2]$  : 升温加速度 (升温速率的波动剧烈程度)

$Sum(ET[CountT])$  温度误差积分量

单片机温度控制部分代码示例:



$PID := KP * vT + KI * ET[CountT] + KD * aT;$  //位置式 PID 的增量形式计算增量

if (PID>0) then if ((pwmpointer+PID)<=pwmmax) then pwmpointer:=pwmpointer+PID;

if (PID<0) then if (pwmpointer+PID>=0) then pwmpointer:=pwmpointer+PID;

if pwmpointer<0 then pwmpointer:=0;

if pwmpointer>pwmmax then pwmpointer:=pwmmax;

//限制 PID 的增量形式计算结果在 0-pwmmax 之间，与实际系统的功率物理范围相一致

$CurPow[CountT] := pwmpointer * MaxP / pwmmax;$  //当前加热功率理论值

MaxP: 最大加热功率    pwmmax: PWM 最大值

## 六、常见的 PID 控制疑问

### 1) PID 控制可以用来控制温度（或电机）吗？

PID 控制本质上是一种负反馈控制方法，对于被控物体没有特定的要求，它可以用在几乎所有负反馈控制可以使用的场合，并且经过适当整定的 PID 控制可以使得负反馈控制具有良好的过渡过程，控制结果更加稳定；

### 2) PID 控制对于固定目标系统和跟随系统都适用吗？

是的，PID 控制对于固定目标系统和跟随系统都适用，但是可能其对控制系统的指标要求不同，对于固定目标系统如加热系统，在设置了加热温度为 70 度以后，只要求开启加热后快速到达设定温度，并且稳态偏差和波动幅度越小越好，但是较多的加热设备都是在空调房间内，一般室温都在 20 度-28 度之间，环境温度变化很小，因此对于环境影响  $S_{inf}$  这项参数可以不考虑，但是对于跟随系统这项指标就非常重要了，如果受环境影响大，跟随性也差，系统的效果也就不好了！

### 3) PID 参数整定或者自整定应该怎么做？

想要免费学习 PID 参数自整定的，推荐两个资料：阿莫电子论坛的帖子：

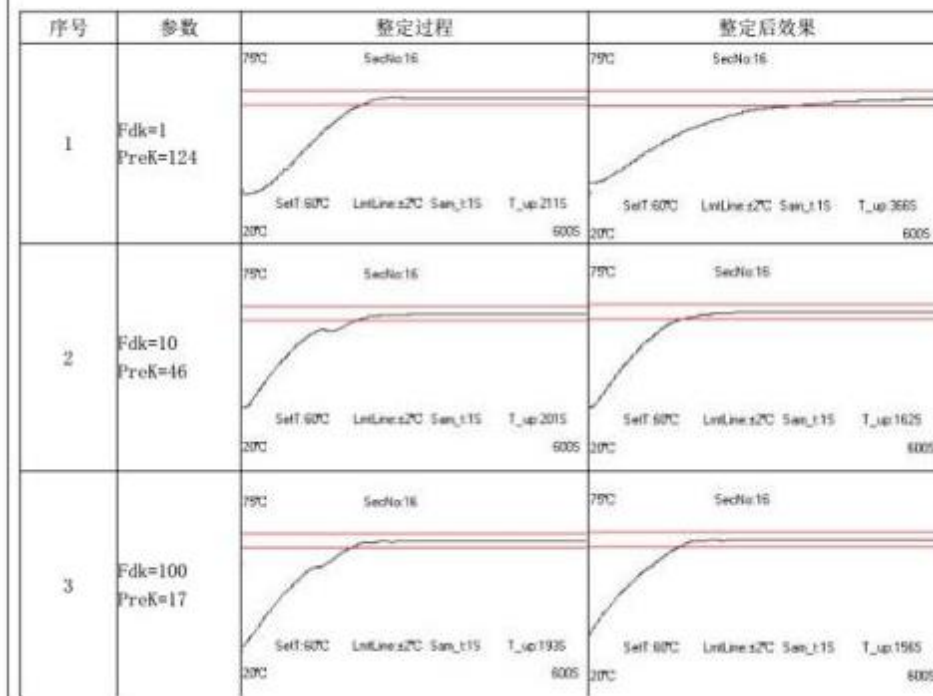
<https://www.amobbs.com/forum.php?mod=viewthread&tid=5536665&highlight=%E8%87%AA%E6%95%B4%E5%AE%9A> 基于西门子 PID 程序的 C 程序代码（带自整定功能哦）

[http://www.xmyudian.com.cn/news\\_102.htm](http://www.xmyudian.com.cn/news_102.htm) 【字电培训 8】温度控制 PID 自整定原理介绍

以上两种方法的缺点是计算比较繁琐或者过程比较长。

另外要提的是我在长期的工作和学习过程中积累了一点 PID 参数整定和自整定的想法和资料，自己觉得还是对大家有用的，但目前不会免费拿出来共享，如果有网友需要的话，可以加微信 yaofenglin003 一起进行探讨，因为要占用我的时间，所以讨论是有偿的，PID 整定部分起步 30 元，限时 30 分钟，PID 自整定部分起步 100 元，同样限时 30 分钟，非诚勿扰，另外大家需要注意的是只是交流整定和自整定的思路与想法，不会直接提供代码，只懂贴代码的大神敬请绕道！

加热参数自整定过程和效果图示



附：我在实际工作中使用的加热控制自整定前后效果对比图

以上这篇文章版权归作者所有，大家使用是免费的，可以在下载后用于自学或分享给他人学习，但请不要录入到收费的文档库里面，否则作者

ColeYao 将保留追溯的权利，谢谢！