

# Formulario di geometria analitica

Lucrezia Bioni

## Piani

### Piano passante per un punto e ortogonale a un vettore

Un punto  $x$  appartiene al piano  $\mathcal{P}$  passante per il punto  $x_0$  e ortogonale al vettore  $\mathbf{n}$  se e solo se  $x - x_0$  è ortogonale a  $\mathbf{n}$ . Dunque l'equazione vettoriale di  $\mathcal{P}$  è

$$\langle \mathbf{n}, x - x_0 \rangle = 0$$

### Equazione cartesiana di un piano nello spazio

Ogni piano nello spazio  $\mathbb{R}^3$  si rappresenta con un'equazione cartesiana

$$ax + by + cz + d = 0$$

dove almeno uno dei coefficienti  $a, b, c$  è non nullo. Viceversa, ogni equazione di questo tipo rappresenta un piano. Il vettore  $\mathbf{v} = (a, b, c)$  è ortogonale al piano di equazione  $ax + by + cz + d = 0$ , e si chiama **vettore di giacitura del piano**.

### Piani paralleli

Due piani sono paralleli se hanno la stessa giacitura, cioè se i loro vettori di giacitura  $(a, b, c)$  e  $(a', b', c')$  sono proporzionali, cioè se

$$\exists h \in \mathbb{R} : \quad a' = ha \quad b' = hb \quad c' = hc$$

## Rette

### Retta passante per un punto e parallela a un vettore

Retta passante per il punto  $P_0$  e parallela al vettore  $\mathbf{v}$

$$X = P_0 + t\mathbf{v} \quad t \in \mathbb{R}$$

### Rette parallele

Due rette di equazioni parametriche sono parallele se hanno la stessa direzione, cioè se i loro vettori direzione  $\mathbf{v} = (l, m, n)$  e  $\mathbf{v}' = (l', m', n')$  sono proporzionali:

$$\exists h \in \mathbb{R} : \quad l' = hl \quad m' = hm \quad n' = hn$$

## Angoli

### Definizione geometrica

Definiamo angolo tra i vettori  $\mathbf{v}$  e  $\mathbf{w}$  il numero reale  $\theta \in [0, \pi]$  tale

$$\cos \theta = \frac{\langle \mathbf{v}, \mathbf{w} \rangle}{\|\mathbf{v}\| \cdot \|\mathbf{w}\|}$$

## Parallelogrammo

### Area

L'area di un parallelogrammo di lati  $\mathbf{A}$  e  $\mathbf{B}$

$$Area = |\mathbf{A} \times \mathbf{B}|$$