ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE

FAKULTA STAVEBNÍ, OBOR GEODÉZIE A KARTOGRAFIE

KATEDRA GEOMATIKY


název předmětu:

**ALGORITMY DIGITÁLNÍ KARTOGRAFIE A GIS**

| číslo úlohy: | název úlohy: | | | |
|---|---|---|---|---|
| **1.** | **Geometrické vyhledávání bodu** | | | |
| školní rok: | semestr: | zpracovali: | datum: | klasifikace: |
| 2020/21 | 3. | **Eva Frommeltová, Lucie Hnilicová** | 1.12. 2020 | |

# Obsah


ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V PRAZE
Fakulta stavební
Katedra geomatiky
Thákurova 7, 166 29 Praha 6

# 1 Zadání

**Vstup:** Souvislá polygonová mapa n polygonů $\{P_1,\ldots,P_n\}$, analyzovaný bod q.
**Výstup:** $P_i$, $q \subset P_i$.
Nad polygonovou mapou implementujete následující algoritmy pro geometrické vyhledávání:

- Ray Crossing Algorithm (varianta s posunem těžiště polygonu).
- Winding Number Algorithm.

Nalezený polygon obsahující zadaný bod q graficky zvýrazněte vhodným způsobem (např. vyplněním, šrafováním, blikáním). Grafické rozhraní vytvořte s využitím frameworku QT.
Pro generování nekonvexních polygonů můžete navrhnout vlastní algoritmus či použít existující geografická data (např. mapa evropských států).
Polygony budou načítány z textového souboru ve Vámi zvoleném formátu. Pro datovou reprezentaci jednotlivých polygonů použijte špagetový model.

# 2 Doplňující úlohy

- Ošetření singulárního případu u Winding Number Algorithm: bod leží na hraně polygonu
  - řešeno
- Ošetření singulárního případu u obou algoritmů: bod je totožný s vrcholem jednoho či více polygonů.
  - řešeno
- Zvýraznění všech polygonů pro oba výše uvedené singulární případy
  - řešeno
- Algoritmus pro automatické generování nekonvexních polygonů

# 3 Popis a rozbor problémů

Cílem úlohy je načíst polygonovou mapu na kreslící plátno aplikace. Pomocí kliknutí do kreslícího plátna je vyobrazen bod *q*. Pro tento bod je pomocí algoritmů *Winding Number* a *Ray Crossing* určeno, zda se nachází v nekonvexním polygonu/polygonech nebo mimo něj. Pokud je bod v polygonu, tento polygon je zvýrazněn. Může nastat i několik dalších případů:

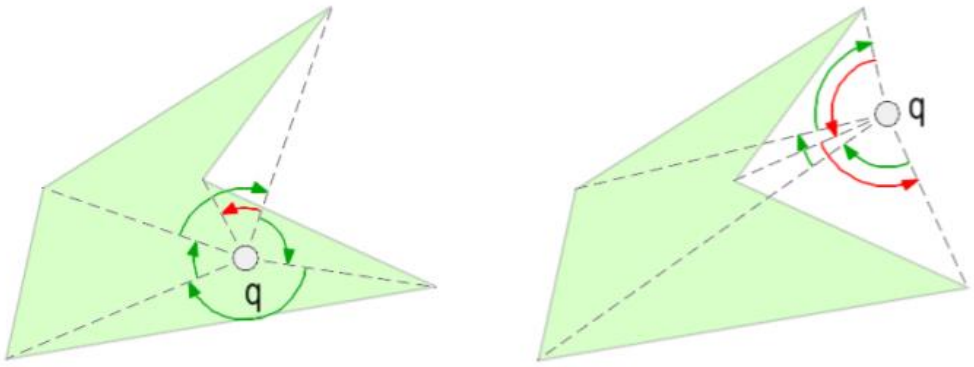
- bod *q* leží na hraně polygonu,
- bod *q* je totožný s vrcholem jednoho či více polygonů.

# 4 Popis algoritmů

Algoritmy popsané v této kapitole jsou využívány pro řešení nekonvexních mnohoúhelníků.

## 4.1 Winding Number Algorithm

Algoritmus *Winding Number* je také znám pod názvem *Metoda ovíjení*. Při této metodě je pozorovatel na bodě *q*. Pokud je pozorovatel uvnitř polygonu *P* je možné vidět všechny vrcholy polygonu – součet všech rotací je tedy roven úhlu *2π* – je tedy potřeba, aby se pozorovatel otočil o celý kruh. Pokud je pozorovatel vně polygonu *P* je také možné vidět všechny vrcholy polygonu, ale součet všech rotací je menší než *2π* – pozorovatel se neotočí o celý kruh.




*Obr. 1 – Znázornění otáčení pozorovatele na bodě q uvnitř a vně polygonu P*

U tohoto algoritmu je potřeba vypočítat počet otočení Winding Number Ω. Počet otočení je roven sumě všech rotací $\omega_i$ měřených v CCW (protisměru hodinových ručiček), které musí průvodič mezi *q* a $p_i$ opsat nad všemi body $p_i$ v polygonu *P.*

$$\Omega = \sum_{i=1}^{n} \frac{\omega_i}{2\pi}.$$

Pokud je úhel *ω* načítán po směru hodinových ručiček je $\omega_i > 0$ a má kladné znaménko. Pokud je úhel $\omega$ načítán proti směru hodinových ručiček je $\omega_i < 0$ a má záporné znaménko. Pak tedy hodnota Ω určuje polohu bodu *q* vůči polygonu *P*.

$$\Omega(q, P) = \begin{cases} 1, & q \in P, \\ 0, & q \notin P. \end{cases}$$

### *4.1.1 Výpočet úhlu ω*

Pro výpočet úhlu $\omega$ je potřeba vypočítat vektory $\vec{u}\ a\ \vec{v}$ mezi bodem *q* a jednotlivými vrcholy $P_i$:.

$$\vec{u} = |P_1 q|,$$
$$\vec{v} = |q P_2|.$$

Z těchto vektorů je možné určit úhel *ω:*

$$\omega = \left|\operatorname{acos}\left(\frac{u*v}{|u|\cdot|v|}\right)\right|.$$

V dalším kroku je potřeba určit pozici vzhledem k hraně polygonu – test vzájemné polohy:

$$\vec{u} = (x_{P2} - x_{P1}, y_{P2} - y_{P1}),$$

$$\vec{v} = (x_q - x_{P1}, y_q - y_{P1}),$$

$$t = \begin{vmatrix} u_x & u_y \\ v_x & v_y \end{vmatrix} = \begin{cases} > 0, & q \in \sigma_L \\ < 0, & q \in \sigma_P \\ = 0, & q \text{ leží na hraně.} \end{cases}$$

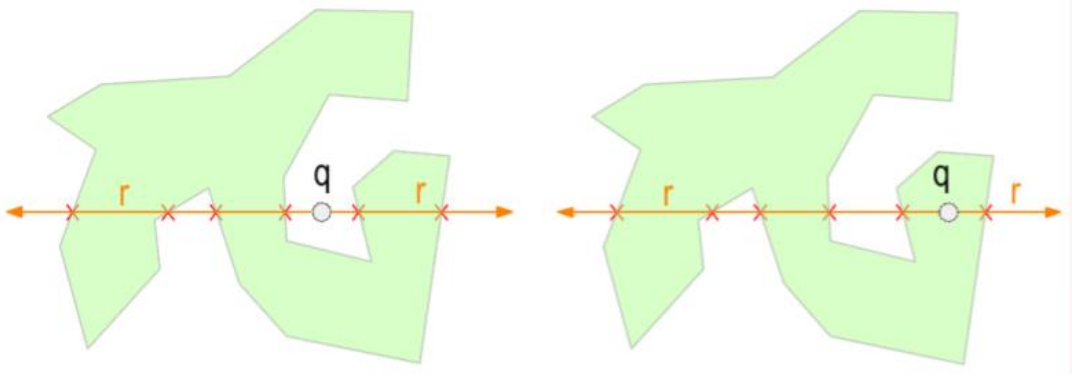
### *4.1.2 Slovní popis algoritmu WN*

1: Inicializuj Ω = 0, tolerance ε
2: Opakuj pro všechny body v trojici $p_i$, $q$, $p_{i+1}$:
3: Urči polohu $q$ vzhledem k $p$ = ($p_i$, $p_{i+1}$).
4: Urči úhel ω mezi body $q$, počátečním bodem $p_i$ a koncovým bodem $p_{i+1}$
5: Pokud se bod $q$ nalézá v levé polorovině – Ω = Ω + $\omega_i$
6: Jinak, když se bod $q$ nalézá v pravé polorovině – Ω = Ω – $\omega_i$
7: Pokud $(|\Omega \pm 2\pi| < \varepsilon)$ – bod $q$ leží uvnitř polygonu $P$
8: Jinak bod $q$ leží vně polygonu $P$

Tento algoritmus však neřeší problémy singularity.

## 4.2 Ray Crossing Algorithm

Algoritmus *Ray Crossing* je také znám pod názvem *Paprskový algoritmus.* Bodem $q$ je vedena polopřímka $r$ (paprsek) nezávisle na směru. Polopřímka r je často volena $y = y_q$. Je počítán počet průsečíků s polygonem $P$. Když se bod $q$ nachází v polygonu $P$ je počet průsečíků s $r$ roven lichému číslu. Pokud leží bod $q$ vně polygonu $P$ je počet průsečíků s $r$ roven sudému číslu.

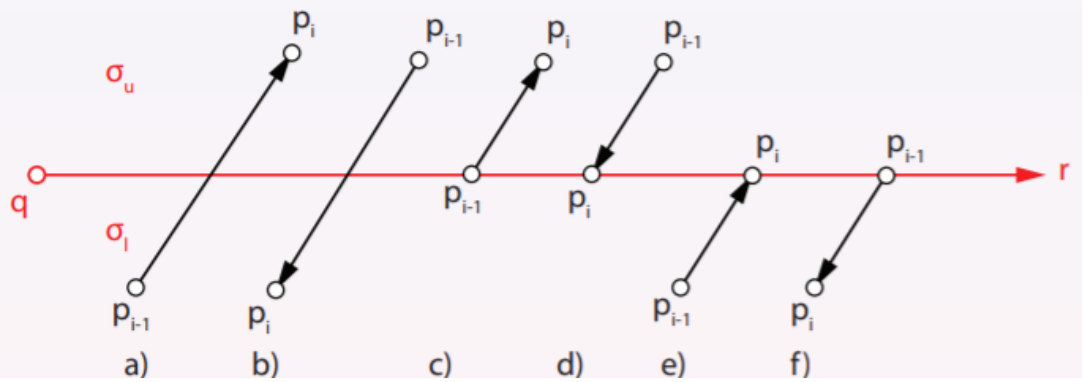



*Obr. 2 – Průchod paprsku r z bodu q*

Pro přehlednost lze určit, zda zbytek po celočíselném dělení počtu průsečíků *k* je roven:

$$k(r,P)\%2 = \begin{cases} 1, & q \in P, \\ 0, & q \notin P. \end{cases}$$

Paprsek je volen buď vodorovně nebo svisle z bodu *q*. Tím je polygon rozdělen a je testována jen jedna polovina nebo segmenty které jsou kolineární – těchto případů je třeba se zbavit. Podle souřadnice *y* je určeno, kde leží bod $p_i$ vůči paprsku *r*. Když je větší, než $y_q$ je na *r* a naopak.




*Obr. 3 – Zobrazení případů polohy bodu $p_i$ a $p_{i-1}$*

Průsečík je započítáván pokud:

Hrana v obou polorovinách nebo jen v horní:

i) je bod $p_i$ nad paprskem a $p_{i-1}$ pod nebo na paprsku → a), c)

ii) je bod $p_{i-1}$ nad paprskem a $p_i$ pod nebo na paprsku → b), d)

$$(y_i > y_q) \wedge (y_{i-1} \leq y_q) \vee (y_{i-1} > y_q) \wedge (y_i \leq y_q).$$

Hrana v obou polorovinách nebo jen v dolní

iii) je $p_i$ pod paprskem a $p_{i-1}$ je nad nebo na paprsku → a), e)

iv) je bod $p_{i-1}$ pod paprskem a $p_i$ nad nebo na paprsku → b), f)

$$(y_i < y_q) \wedge (y_{i-1} \geq y_q) \vee (y_{i-1} < y_q) \wedge (y_i \geq y_q).$$

### *4.2.2 Slovní popis algoritmu WN*

Pro redukci souřadnic polygonu *P* k bodu *q* jsou použity tyto vzorce:

$$x'_p = x_p - x_q,$$

$$y'_p = y_p - y_q.$$

Dále je vypočten průsečík s osou x‘ = 0:

$$x'_m = \frac{(x'_i y'_{i-1} - x'_{i-1} y'_i)}{(y'_i - y'_{i-1})}.$$

Poté je proveden test, zda existuje průsečík:

$$(y'_i > 0) \wedge (y'_{i-1} \leq 0) \vee (y_{i-1} > 0) \wedge (y_i \leq 0).$$

Průsečík se nachází v kladném směru osy x‘ pokud je $x'_m > 0$.

$$k(r,P) = \begin{cases} k(r,P) + 1, & x'_m > 0, \\ k(r,P), & x'_m \leq 0. \end{cases}$$

### *4.2.2 Slovní popis algoritmu WN*

1: Inicializuj k = 0,
2: Opakuj pro všechny body $p_i$ polygonu *P*
3: Redukuj souřadnice $x'_i = x_i - x_q, y'_i = y_i - y_q$
4: Když $(y'_i > 0) \wedge (y'_{i-1} \leq 0) \vee (y_{i-1} > 0) \wedge (y_i \leq 0)$ – je segment vhodný
5: $x'_m = \frac{(x'_i y'_{i-1} - x'_{i-1} y'_i)}{(y'_i - y'_{i-1})}$ – vhodný průsečík
6: Když $(x'_m > 0)$ pak k = k+1
7: Když (k%2) $\neq 0$ pak je bod *q* v polygonu *P*
8: Jinak bod *q* leží vně polygony *P*

# 5 Problematické situace a jejich rozbor

Za problematické situace jsou považovány případy, kdy bod *q* leží na hraně polygonu *P* nebo je bod *q* totožný s vrcholem jednoho či více polygonů. Pro tyto situace je potřeba ošetřit singulární případy.

## 5.1 Bod ležící na hraně polygonu – Winding Number Algorithm

Pro ošetření tohoto případu je využita funkce *getPointLinePosition*. Návratové hodnoty funkce jsou -1, 0, 1. V případě, že je vrácena hodnota -1, je bod *q* na přímce, která je dána body $p_i$, $p_{i+1}$.

Dále jsou určeny délky hran $qp_i$, $qp_{i+1}$,$p_ip_{i+1}$. Pokud rozdíl v absolutní hodnotě vzdálenosti $p_ip_{i+1}$ a součtu délek $qp_i$, $qp_{i+1}$ je menší než zvolená tolerance. Bod leží na hraně a polygon nebo polygony jsou vybarveny.

$$\left|d_{p_ip_{i+1}} - (d_{qp_i} + d_{qp_{i+1}})\right| <= tolerance$$

## 5.2 Bod je totožný s vrcholem jednoho či více polygonů

Pro ošetření tohoto případu je využito porovnávání souřadnic $x_q$ a $y_q$ se souřadnicemi vrcholů polygonu. Když jsou souřadnice bodu *q* totožné s vrcholem, který je společný pro jeden nebo více polygonů, jsou tyto polygony zvýrazněny.

## 5.3 Zvýraznění všech polygonů pro oba výše uvedené případy

Při umístění bodu *q* do polygonu, na jeho hranu nebo na vrchol polygonů jsou tyto případy zvýrazněny šrafováním.

# 6 Vstupní data, formát vstupních dat, popis

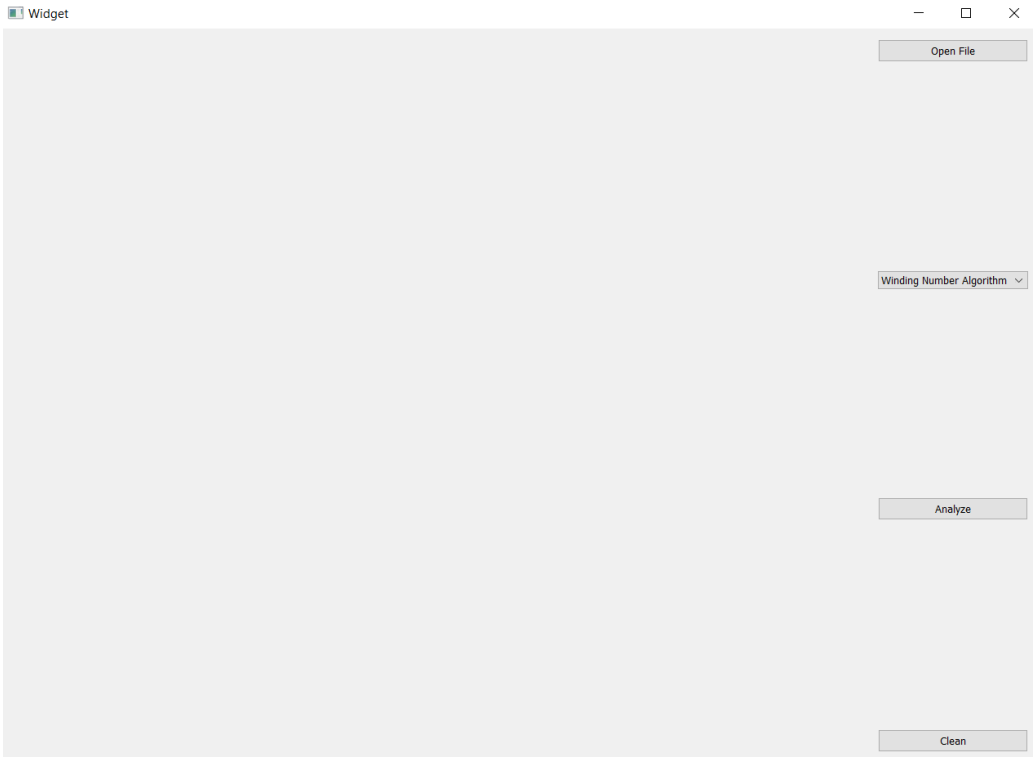
Jako vstup je použit textový soubor *polygons.txt.* Textový soubor je strukturován tak, že v prvním sloupci je číslo vrcholu, v druhém je souřadnice *x* a ve třetím je souřadnice *y*. Soubor obsahuje *i* řádků. Každý dílčí polygon je číslován od 1 a může obsahovat *n* vrcholů.

# 7 Výstupní data, formát výstupních dat, popis

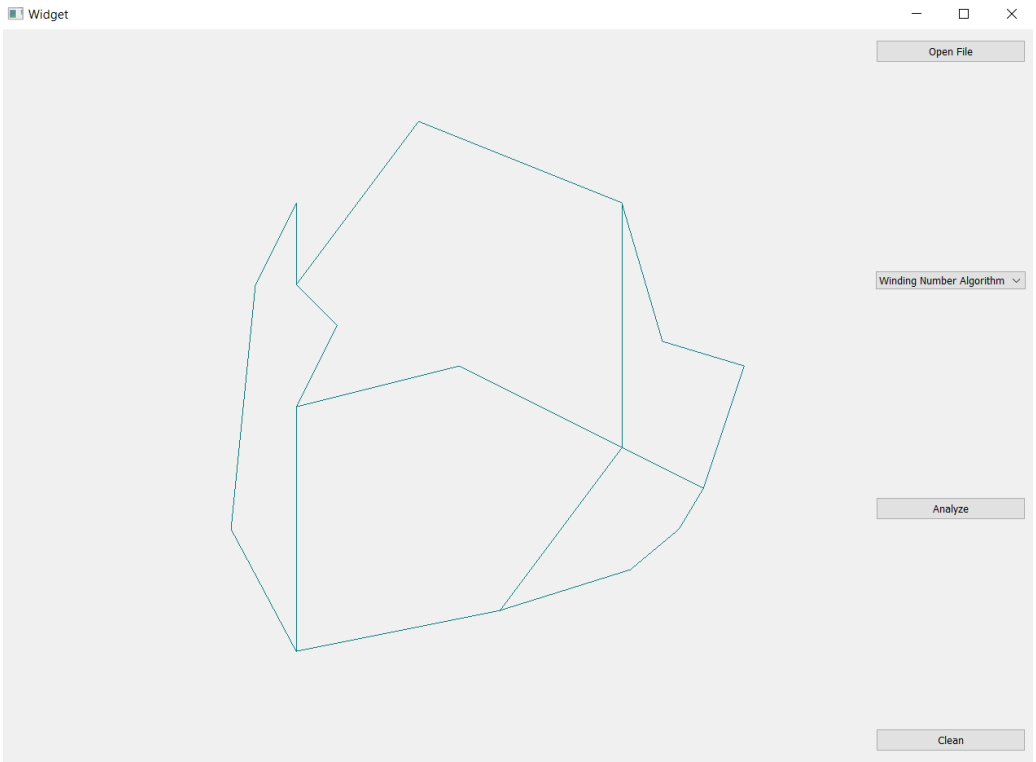
Výstupní data nemají žádný formát. Za výstup je považováno vykreslení polygonů a bodu na kreslící plátno aplikace. Pomocí tlačítka „Analyze“ je zvýrazněn polygon, ve kterém se nachází bod q.

# 8 Vzhled vytvořené aplikace

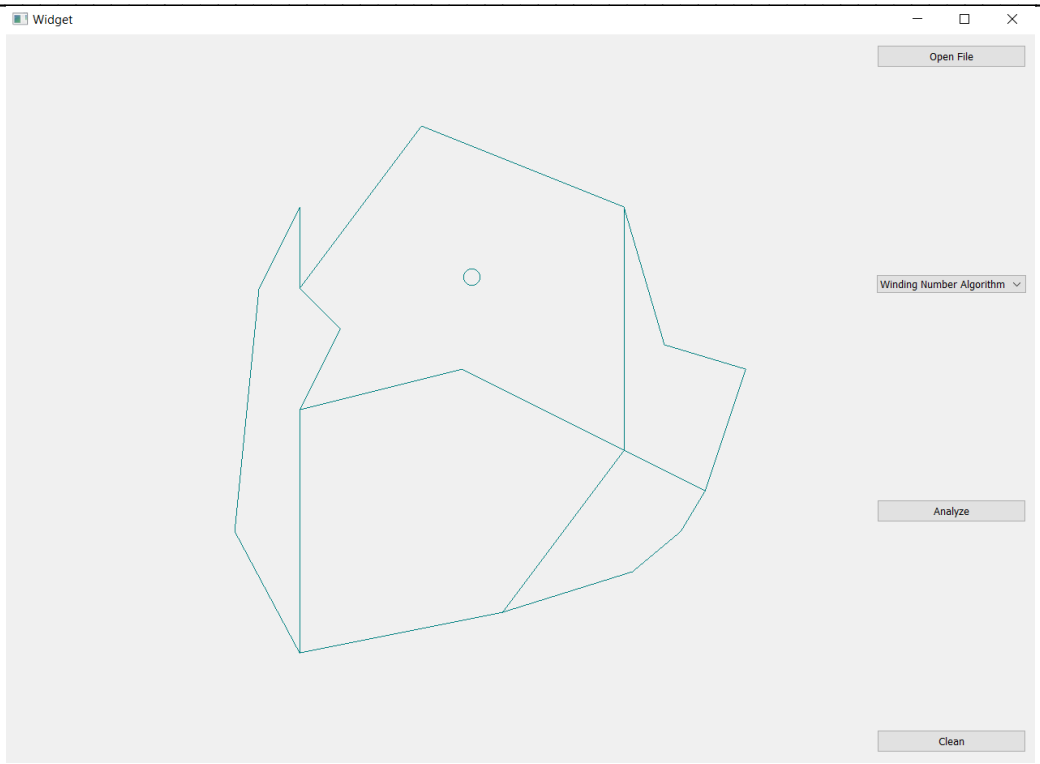
V této kapitole jsou vloženy ukázky vzhledu aplikace s různými funkcionalitami.



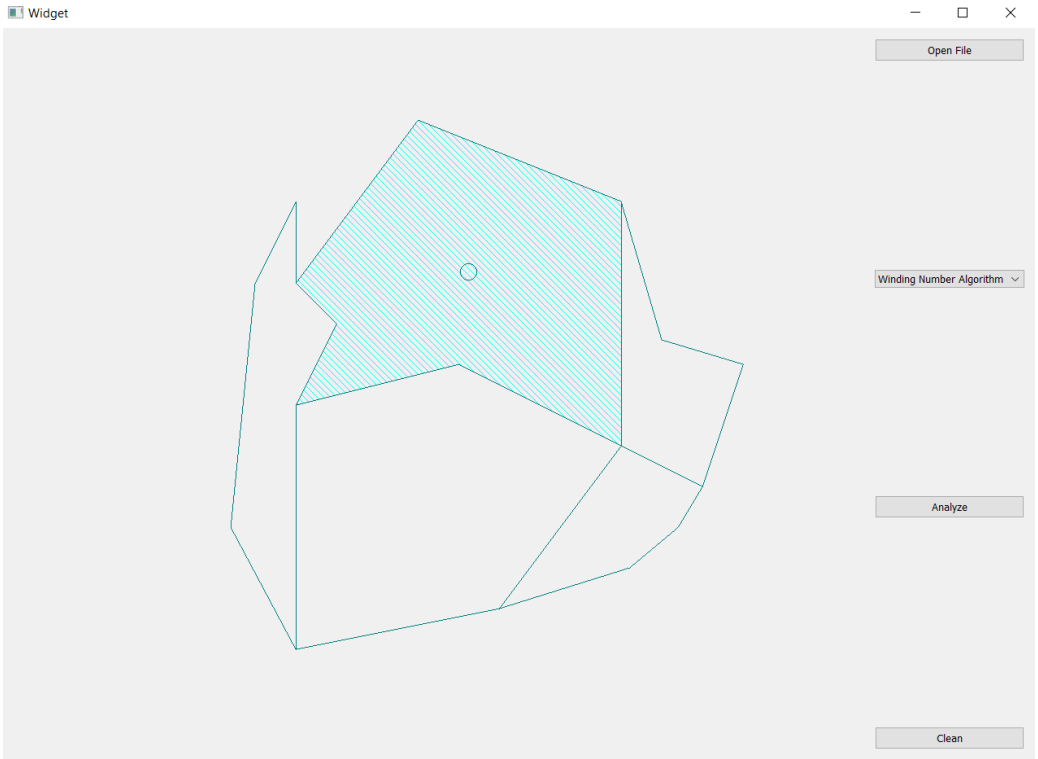

*Obr. 4 - Základní vzhled aplikace*



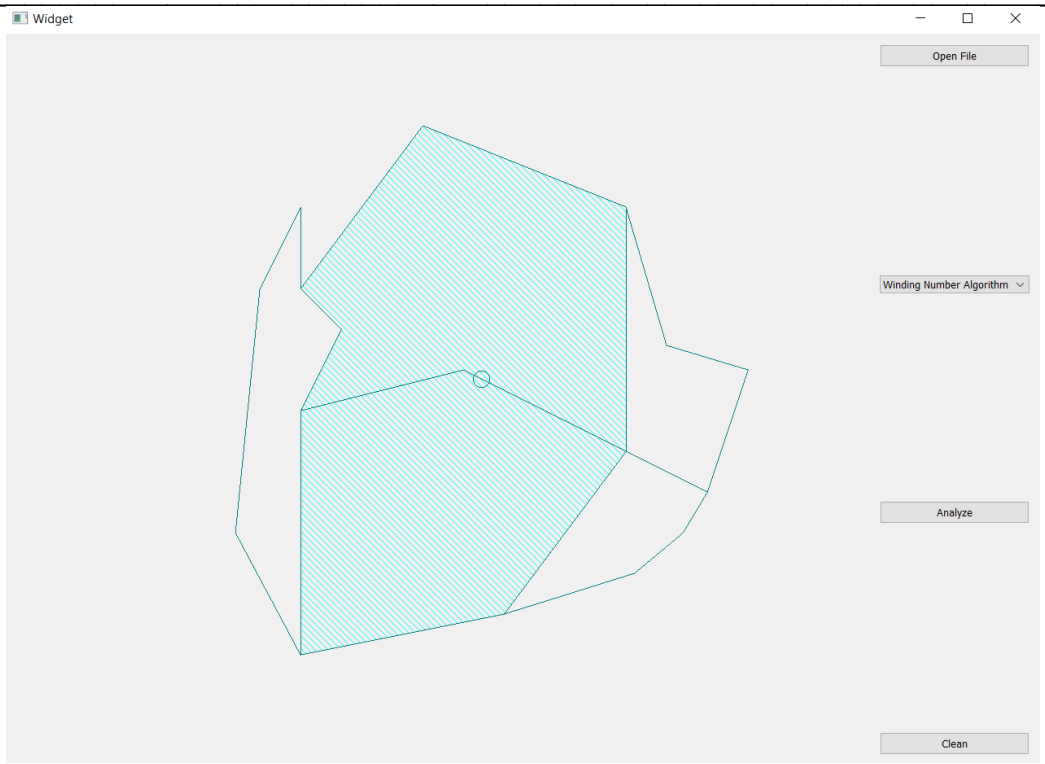

*Obr. 5 - Vykreslení polygonu po otevření souboru*



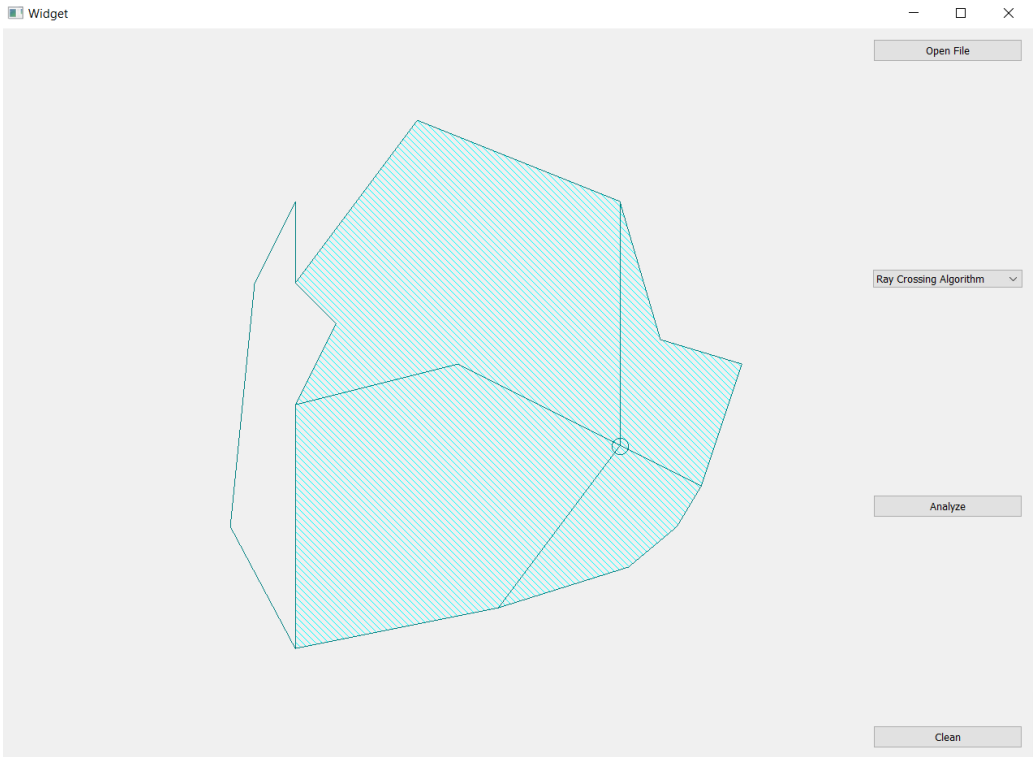

*Obr. 6 - Vykreslení bodu do polygonu po kliknutí myší*




*Obr. 7 - Zvýraznění polygonu při spuštění analýzy – kliknutí na tlačítko „Analyze“*




*Obr. 8 – Ošetření singulárního případu – bod na hraně Winding Number Aalgorythm*




*Obr. 9 – Ošetření singulárního případu – bod totožný s vrcholem polygonů*

# 9 Dokumentace

V této kapitole jsou pospány jednotlivé třídy, které zajišťují chod aplikace.

## 9.1 Třída Algorithms

Třída *Algorithms* obsahuje metody, které počítají polohu bodu q vůči polygonům. Metody *getPositionWinding* a *getPositionRay* vrací hodnotu 1 pokud je bod uvnitř polygonu a hodnotu 0 pokud je bod vně polygonu.

```
static int getPointLinePosition(QPointF &q,QPointF &p1,QPointF &p2);
```

- Vstupními parametry této funkce jsou bod *q* a souřadnice koncových bodů hran polygonů ($p_1$, $p_2$)
- Funkce je vytvořena pro výpočet pozice bodu *q* vůči hraně polygonu. Určuje, zda se bod nachází v pravé, v levé polorovině nebo na hraně

```
static double getAngle(QPointF &p1,QPointF &p2,QPointF &p3,QPointF
&p4);
```

- Vstupními parametry této funkce jsou počáteční a koncové souřadnice vektorů $\vec{u}$ a $\vec{v}$
- Funkce je vytvořena pro výpočet úhlu mezi dvěma vektory

```
static int getPositionWinding(QPointF &q, std::vector<QPointF> &pol);
```

- Vstupními parametry této funkce jsou souřadnice bodu *q* a souřadnice polygonů
- Funkce je vytvořena pro výpočet metody *Winding Number*, která určuje polohu bodu vůči polygonu metodou navíjení

```
static int getPositionRay(QPointF &q, std::vector<QPointF> &pol);
```

- Vstupními parametry této funkce jsou souřadnice bodu *q* a souřadnice polygonů
- Funkce je vytvořena pro výpočet metody *Ray Crossing*, která určuje polohu bodu vůči polygonu paprskovou metodou

## 9.2 Třída Draw

Třída *Draw* obsahuje funkce a datové položky umožňující vykreslení výsledků. V privátní části jsou vytvořeny datové položky pro bod *q* a vektor souřadnic polygonů. Ve veřejné části jsou vytvořeny funkce pro vykreslování.

```
private:
std::vector<QPolygonF> polygons;
```

- Vytvoření proměnné pro načtení polygonů

```
QPointF q;
```

- Vytvoření proměnné pro bod *q*

```
std::vector<int> result;
```

- Vytvoření proměnné pro zvýraznění polygonů

```
public:
void paintEvent(QPaintEvent *e);
```

- Funkce pro vykreslení a zvýraznění polygonů a vykreslení bodu *q*

```
void mousePressEvent(QMouseEvent *e);
```

- Funkce pro sejmutí bodu z kreslícího plátna po kliknutí myši

```
void loadPolygons(std::string &path);
```

- Funkce pro načtení souboru, ve kterém jsou uloženy souřadnice polygonů (*.txt)

```
void setResult(std::vector<int> res){result = res;}
```

- Funkce pro nastavení hodnot potřebných pro vykreslení zvýraznění polygonů

```
QPointF & getPoint(){return q;}
```

- Funkce pro vrácení hodnoty uložené v proměnné *q*

```
std::vector<QPolygonF> & getPolygons(){return polygons;}
```

- Funkce pro vrácení hodnot uložených v proměnné *polygons*

```
std::vector<int> &getResult(){return result;}
```

- Funkce pro vrácení hodnot uložených v proměnné *result*

## 9.3 Třída Algorithms

Třída *Widget* obsahuje funkce, které ovládají všechna tlačítka ve výstupní aplikaci.

```
void on_openFile_clicked();
```

- Funkce pro otevření textového souboru s polygony

```
void on_Analyze_clicked();
```

- Funkce, která volá metody pro určení polohy bodů vůči polygonu

```
void on_clear_clicked();
```

- Funkce pro vyčištění kreslícího plátna

# 10 Závěr

V této úloze bylo cílem vytvořit aplikaci, která určuje vztah bodu vůči polygonu/ům za pomoci dvou algoritmů – *Winding Number Algorithm* a *Ray Crossing Algorithm*. Dále byly řešeny doplňkové úlohy pro ošetření případů, kdy vybraný bod leží na hraně polygonu nebo je totožný s vrcholem polygonu.

# Seznam obrázků