

Heute

- Kraft
- Leistung
- Moment

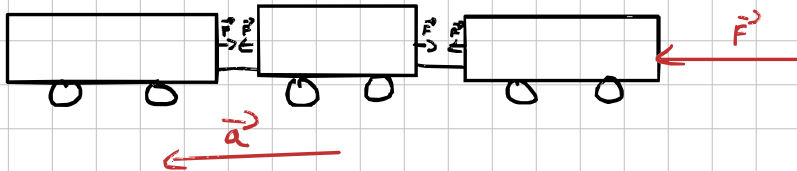
Kräfte

Newtonsche Gesetze kurzgefasst

1. Wenn keine Kraft wirkt, ändert sich der Bewegungszustand eines Körpers nicht.
2. $\vec{F} = m\vec{a}$
3. Actio = Reactio, anders gesagt: Wenn ein Körper eine Kraft auf ein anderes ausübt, übt der andere auch eine Kraft zurück aus.

Gesetz 3 führt uns zu Innere und Äußere Kräfte

Betrachten wir ein System Bsp. Zug



Die rote äußere Kraft führt zur Beschleunigung \vec{a} . Die inneren Kräfte tragen nicht zur Beschleunigung bei.

Innere Kräfte tauchen immer in paaren auf und führen deshalb nicht zu einer Beschleunigung des Massenschwerpunktes eines Systems. Sie können das System verändern, aber nicht den Bewegungszustand des Massenschwerpunktes.

↑ Daher gilt für innere Kräfte $\sum_{i=0}^n \vec{F}_i = 0$
Diese Erkenntnis hilft uns sie zu identifizieren

Leistung

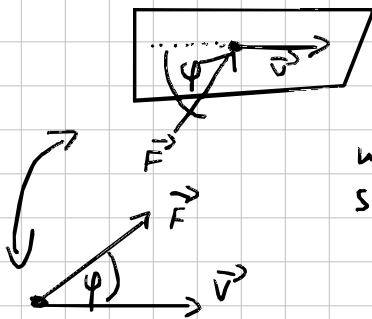
Def Leistung P (momentane Leistung)

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

Die Leistung P ist ein Skalar und kann auch negativ sein.

Geometrische Interpretation:

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v} = |\vec{F}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos(\varphi)$$



Der Winkel φ ist der Winkel zwischen den Vektoren, wenn man sie so zeichnet, dass sie vom selben Punkt starten.

Warum "leistet" eine Kraft mehr, wenn die Geschwindigkeit größer ist?

Leistung ist die zeitliche Änderung der Energie (kinetische). Eine Kraft ändert die Geschwindigkeit immer gleich: $\frac{dv}{dt} = a = \frac{F}{m}$.

Aber die kinetische Energie ist proportional zum Quadrat der Geschwindigkeit.

\Rightarrow wenn \vec{v} größer ist und ich \vec{v} verändere, ist die Änderung der Energie (Leistung) größer.

Analog ist es sinnvoll zu sagen, dass eine Kraft nichts "leistet" wenn $\vec{v} = 0$, obwohl der Körper doch sehr wohl in Bewegung gesetzt wird nach einer Zeit. Nur die Leistung die wir betrachten ist die momentane Leistung, welche hier 0 ist.

Moment

Def Moment M_O (Moment am Punkt O)

$$\vec{M}_O = \vec{r}_{Op} \times \vec{F}$$

\vec{r}_{Op} ist der Verbindungsvektor zwischen O und P.
Die Kraft wirkt am Punkt P.

Man kann sich vorstellen man fixiert den Punkt O wie im CD player. Wenn man sich dann frage: wie schnell ändert sich die Drehgeschwindigkeit wenn Kraft \vec{F} wirkt, dann ist die Antwort proportional zum Moment \vec{M} . (kommt noch in paar Wochen)

Wenn ich die CD aber woanders festhalte und mir die selbe Frage stelle wie oben, wie bekomme ich das Moment?

$\vec{M}_A = \vec{M}_B + \vec{r}_{AB} \times \vec{F}$, wobei \vec{M}_B und \vec{F} entsprechend wie oben sind.

Gesamtleistung

Wir definieren: $\vec{R} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i$ (Gesamtkraft)

$$\vec{M}_B = \sum_{i=1}^n \vec{r}_{BP_i} \times \vec{F}_i \quad (\text{Gesamtmoment})$$

$$P_{\text{tot}} = \sum_{i=1}^n P_i = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i \cdot \vec{v}_i \quad (\text{Gesamtleistung})$$

wobei $\vec{F}_i, \vec{v}_i, \vec{r}_i$ die Kraft, Geschwindigkeit, Ort eines Punktes angibt.

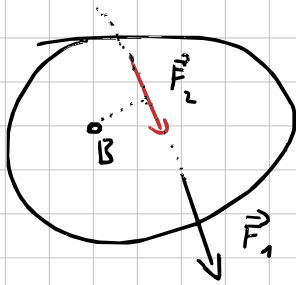
Da die Kinematik $\{\vec{v}_B, \vec{\omega}\}$ (letzte Woche) die Bewegung vollständig charakterisiert, erlaubt es uns eine schönere Formel zu finden:

$$P_{\text{tot}} = \vec{R} \cdot \vec{v}_B + \vec{M}_B \cdot \vec{\omega}$$

Beweis siehe Vorlesungsfolien.

$\{\vec{R}, \vec{M}_B\}$ ist die Dynamik

Um das Moment graphisch zu berechnen, darf man Kräfte entlang der Wirkungsline verschieben.



\vec{F}_1 und \vec{F}_2 erzeugen dasselbe Moment.

Alternativ wollen wir die Kraft so verschieben, dass sie mit \vec{r} einen rechten Winkel bildet. Weil dann gilt $|\vec{M}| = |\vec{r}| \cdot |\vec{F}|$.