

Les cycles dithermes à l'épreuve du temps

par François PETITET
Lycée Leconte de Lisle - 97400 Saint-Denis - La Réunion
petignach@wanadoo.fr

A Murielle

RÉSUMÉ

Si le cycle de Carnot optimise le rendement des machines dithermes, comme tout cycle réversible il en minimise la puissance. Une étude de la puissance permet de constater que cette dernière augmente lorsque l'irréversibilité du cycle augmente. L'étude de la puissance d'un moteur ditherme techniquement plus réaliste peut également être faite sur la base du cycle de Stirling.

1. INTRODUCTION

Les travaux de Sadi Carnot publiés en 1824, *Réflexions sur la puissance motrice du feu*, avaient pour objet la recherche d'un rendement maximal des moteurs dithermes ; fondés sur l'impossibilité du mouvement perpétuel et la conservation de la chaleur, ils permirent de donner les bases du second principe.

En matière de moteur, l'apport essentiel est l'indépendance de la valeur du rendement de la machine face au fluide utilisé : air, eau, huile ou tas de sable.

Le moteur réellement ditherme n'a, en fait, jamais existé : si l'atmosphère peut effectivement être considérée comme une source froide, la flamme d'un feu de bois ne peut être considérée réellement comme une source, mais plutôt comme un moyen d'apporter de la chaleur. Les moteurs à combustion interne s'écartent encore plus du modèle ditherme en utilisant la chaleur des réactions chimiques à l'intérieur même du cylindre. Toutefois, la méthode d'étude des cycles et le principe même des cycles utilisés par Carnot restent d'actualité.

La recherche d'un cycle proche de celui de Carnot est cependant abandonnée, et ceci pour une raison simple : si le cycle de Carnot optimise le rendement, il minimise la puissance. L'homme moderne ne souhaite pas uniquement extraire le charbon d'une mine à moindre coût, il souhaite également le faire vite. Les machines réelles doivent donc nécessairement s'écarter du cycle de Carnot et ceci aux dépens des économies d'énergie. Le problème vient du fait que la quantité de chaleur échangée entre deux sys-

tèmes de température différente est grossièrement proportionnelle à la différence des températures et au temps de mise en contact des deux corps. Ce problème se change en une étude de la cinétique de combustion et des fronts de flammes dans les cylindres pour les moteurs à combustion interne.

2. LE MOTEUR DITHERME DE CARNOT RÉEL

2.1. Description du cycle réel

Le cycle de Carnot, qui est le seul cycle ditherme réversible, est nécessairement constitué de deux isothermes réversibles, aux températures des sources froide (T_f) et chaude (T_c), et de deux adiabatiques réversibles ayant l'allure de la figure 1 pour un fluide réel. De par sa réversibilité, le cycle de Carnot est infiniment lent ; en théorie, le travail W fourni par ce cycle est fourni pendant un temps infini : ceci lui confère une puissance nulle.

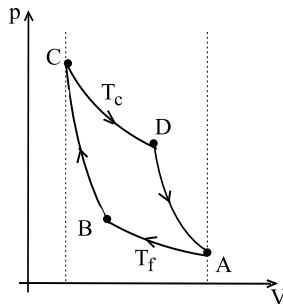


Figure 1

Un autre inconvénient du cycle (quasi) réversible, décrit très lentement, est que les phases réceptrices du moteur (phases AB et BC) ne pourraient fonctionner grâce à l'inertie des pièces mécaniques : dans tous les moteurs (monocylindres) conçus, c'est l'énergie cinétique d'une pièce d'inertie qui est cédée au fluide sous forme de travail lors des phases de compression. En outre, une machine réelle a des contraintes de volume dues à la course des pistons ; nous allons considérer que les volumes extrêmes sont fixes à V_A et V_C .

Le cycle réel le plus «proche» du cycle de Carnot se compose de deux adiabatiques (toujours) et de deux isothermes de températures T'_c et T'_f (cf. figure 2). T'_c est nécessairement plus petite que T_c , de manière à ce que la source chaude transmette de la chaleur au fluide ; la phase C'D' est alors la phase motrice. T'_f est nécessairement au-des-

sus de T_f , de manière à ce que le fluide transmette de la chaleur à la source froide (si T'_f était inférieure à T_f , le fluide recevrait encore de la chaleur de la part de la source froide, ce qui provoquerait une dilatation du fluide ne permettant pas de refermer le cycle).

A T_f et T_c fixées, plus le cycle réel est parcouru rapidement, plus l'écart entre T'_f et T'_c diminue : pour une quantité de chaleur échangée voisine, comme le temps de mise en contact avec les sources diminue, l'écart avec les températures des sources augmente. A la limite, si la durée du cycle devient très petit devant le temps caractéristique d'échange de la chaleur avec les sources, ce cycle se réduit à un arc d'isotherme unique décrit dans les deux sens et délimitant une aire nulle, la puissance associée est nulle (cf. figure 3).

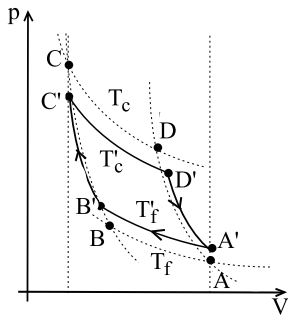


Figure 2

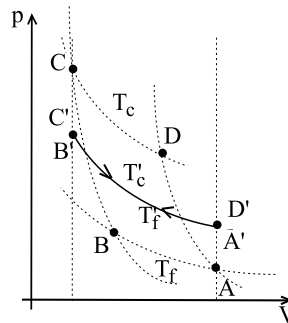


Figure 3

En fait, cette limite défie le bon sens : on devrait obtenir une adiabatique puisque les échanges de chaleur n'ont alors plus le temps de se faire. Le moteur trouve lui-même son rythme de rotation en fonction de la puissance à fournir, du temps d'échange de la chaleur nécessaire au travail à effectuer et de l'inertie qui permet la compression.

Il ne peut tourner spontanément à une vitesse extrême, mais on peut l'y obliger en l'entraînant avec un autre moteur. Il fonctionne alors (à la limite) en machine frigorifique (cf. figure 4) : la compression brutale $B'C'$ l'amène à une température T'_c supérieure à T_c ; le fluide fournit alors de la chaleur à la source chaude ($C'D'$) ; la détente brutale $D'A'$ l'amène à une température inférieure à T_f , et le fluide reçoit alors de la chaleur de la part de la source froide ($A'B'$).

Si la rotation forcée est trop rapide, les échanges de chaleur n'ont plus le temps de se faire et le cycle se résume à une adiabatique (cf. figure 5).

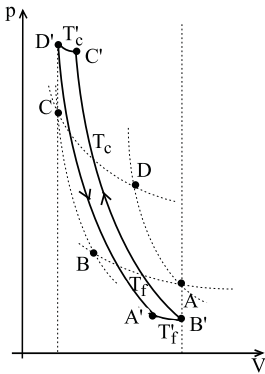


Figure 4

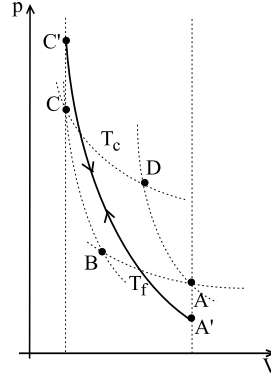


Figure 5

2.2. Évaluation de la puissance

Évaluons qualitativement la puissance du cycle réel. Pour cela, il suffit de considérer que le cycle réel est quasistatique (succession d'états d'équilibre du fluide qui décrit le cycle) ; dans ces conditions, le rendement du cycle est $\rho' = 1 - \frac{T'_f}{T'_c}$. On peut supposer

que chaque phase dure un temps Δt , ce qui donne une période de rotation de $4 \Delta t$. T'_c décroît lorsque Δt décroît tandis que T'_f croît lorsque Δt décroît. Si le travail fourni par un cycle est divisé par deux lorsque le temps de parcours du cycle est divisé par deux, alors le cycle garde une puissance constante : ce n'est pas le cas. Soit Δt^1 le temps nécessaire à une phase du cycle quelle qu'elle soit.

On peut considérer que la chaleur reçue par le fluide de la part de la source chaude pendant la phase C'D' est $Q'_c = \alpha_c (T_c - T'_c) \Delta t$, où α_c est une constante caractéristique de l'échange de chaleur avec la source chaude. La puissance du moteur est alors :

$$\mathcal{P} = \frac{W}{4 \Delta t} = \frac{1}{4} \alpha_c (T_c - T'_c) \rho' = \frac{1}{4} \alpha_c (T_c - T'_c) \left(1 - \frac{T'_f}{T'_c} \right)$$

On retrouve ainsi une puissance nulle pour le cycle réversible (succession d'états d'équilibre du fluide avec l'extérieur), puisqu'alors $T_c - T'_c$ est nul.

1. Le résultat sera qualitativement inchangé si les différentes phases n'ont pas la même durée.

De plus, cette puissance est constituée de deux termes :

$\Rightarrow T_c - T'_c$ est un terme qui peut augmenter énormément lorsque Δt diminue : un écart de 10 K provoque un facteur 10 ;

$\Rightarrow 1 - \frac{T'_f}{T'_c}$ est un terme qui décroît faiblement lorsque Δt diminue : si on note ΔT_c et ΔT_f , les écarts de températures avec les sources (supposés faibles face à T_c et T_f), alors :

$$1 - \frac{T'_f}{T'_c} \cong 1 - \frac{T_f}{T_c} \left(1 + \frac{\Delta T_c}{T_c} - \frac{\Delta T_f}{T_f} \right)$$

soit en ordre de grandeur (pour des écarts voisins, en valeur absolue, ΔT^2) :

$$1 - \frac{T'_f}{T'_c} \cong 1 - \frac{T_f}{T_c} - \frac{\Delta T}{T_c}$$

Le terme $1 - \frac{T'_f}{T'_c}$ décroît donc faiblement pour un écart de 10 K par exemple. Ainsi on trouve que la puissance augmente bien lorsque la vitesse de rotation augmente.

2.3. Évaluation de l'entropie créée

Il est possible de déterminer le sens d'évolution de la création d'entropie, σ , lorsque Δt diminue :

$$\sigma = -\alpha_c \Delta t \frac{T_c - T'_c}{T_c} + \alpha_f \Delta t \frac{T'_f - T_f}{T_f}$$

Sachant que :

$$T'_f - T_f = (T_c - T'_c) \frac{\alpha_c}{\alpha_f} \frac{T'_f}{T'_c}$$

L'entropie créée par unité de temps vaut donc :

$$\frac{\sigma}{4 \Delta t} = \frac{1}{4} \alpha_c \frac{T_c - T'_c}{T_c} \left(\frac{T_c}{T'_c} \frac{T'_f}{T_f} - 1 \right)$$

2. En fait $Q'_f = -\frac{T'_f}{T'_c} Q'_c$, d'où $-\Delta T_f = T'_f - T_f = \Delta T_c \frac{\alpha_c}{\alpha_f} \frac{T'_f}{T'_c}$, avec $\Delta T_c = T_c - T'_c$, et où

α_f est une constante caractéristique de l'échange de chaleur avec la source froide, voisine de α_c .

ce qui est bien une fonction qui croît lorsque Δt diminue, puisque les écarts de température augmentent alors que $\frac{T_c T'_f}{T'_c T_f}$ est toujours supérieur à 1 et croît lentement lorsque Δt

décroît. $\frac{\sigma}{4 \Delta t}$ est bien nul dans le cas réversible. En résumé, on remarque que la réversibilité est l'ennemi de la puissance : la puissance augmente lorsque l'irréversibilité croît.

Il serait satisfaisant d'effectuer une approche théorique du problème plus complète. La difficulté vient des contraintes mécaniques que peut imposer un moteur : les volumes A' , B' , C' , D' sont en effet fixés par le concepteur du moteur, de manière à contrôler au mieux chaque phase. Or, dans l'approche du cycle de Carnot, les volumes des points B' et D' varient en fonction de la puissance du moteur, ce qui est inacceptable techniquement. Le moteur ditherme irréversible qui suit est plus facile à concevoir mécaniquement.

3. CALCUL DE LA PUISSANCE D'UN MOTEUR DITHERME

3.1. Description

Les parties incontrôlables dans le cycle de Carnot réel sont les isothermes. Comment est-il possible de suivre une isotherme de température différente de celle d'une source de chaleur ? Les adiabatiques sont en revanche parfaitement réalisables. Dans un cycle de Beau de Rochas ditherme, tout devient maîtrisable par des mouvements (idéaux) de pistons décrits dans la figure 6 ci-contre.

En résumé, les différentes phases du cycle sont :

- phase AB : compression adiabatique quasistatique de durée Δt ;
- phase BC : contact du fluide avec la source chaude T_c pendant le temps Δt ;
- phase CD : détente adiabatique quasistatique de durée Δt ;
- phase DA : contact du gaz avec la source froide T_f pendant le temps Δt .

Le cycle ainsi obtenu est celui de la figure 7.

3.2. Détermination de la puissance

Supposons que ce cycle est décrit par n moles d'un gaz parfait de capacité molaire à volume constant c_v , supposée constante. γ est le rapport des capacités calorifiques c_p / c_v .

«a» est le rapport volumétrique, $\frac{V_A}{V_B} = \frac{V_D}{V_C} = a$.

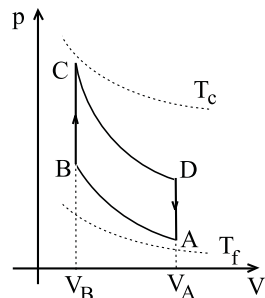


Figure 7

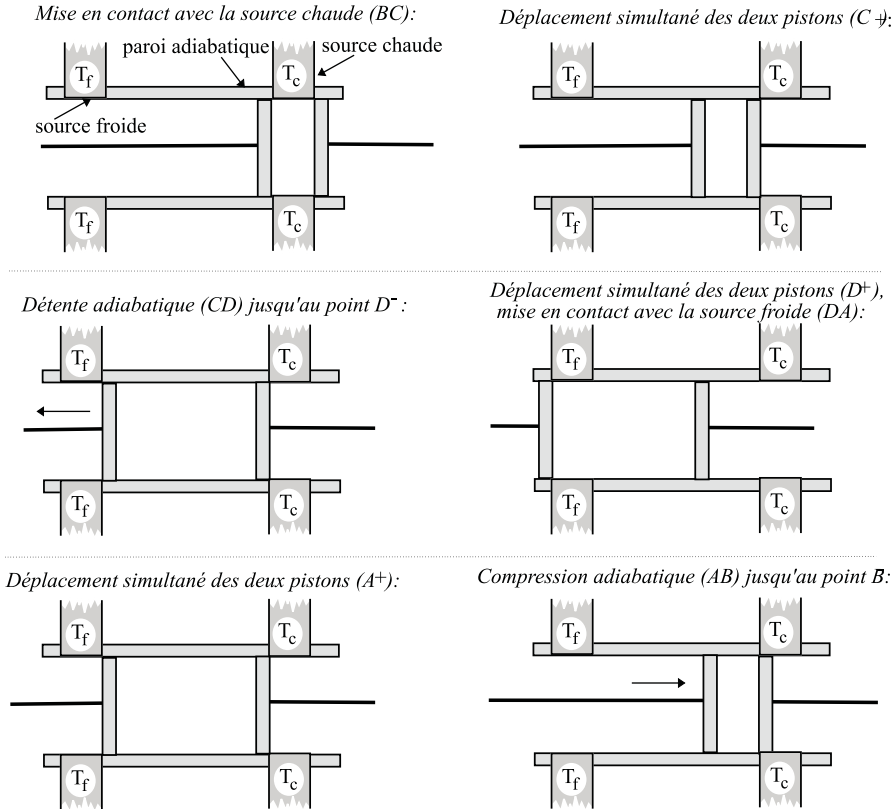


Figure 6

Une hypothèse raisonnable consiste à dire que les chaleurs reçues par le gaz de la part des sources pendant une durée dt infinitésimale à l'instant t sont de la forme $\delta Q_c = \alpha (T_c - T(t)) dt$ au cours de la phase BC, et $\delta Q_f = \alpha (T_f - T(t)) dt$ au cours de la phase DA, où $T(t)$ est la température du gaz à l'instant t et α est une constante positive qui dépend de la surface de contact entre sources et gaz, ainsi que de la nature du matériau de la paroi. Dans ces conditions, la constante de temps caractéristique des échanges de chaleur est $\tau = \frac{nc_v}{\alpha}$.

$$\text{Ainsi, } T_A = \frac{T_f + T_c a^{1-\gamma} e^{-\frac{\Delta t}{\tau}}}{1 + e^{-\frac{\Delta t}{\tau}}}, \text{ et } T_C = \frac{T_c + T_f a^{\gamma-1} e^{-\frac{\Delta t}{\tau}}}{1 + e^{-\frac{\Delta t}{\tau}}}, \text{ ce qui permet de}$$

retrouver les deux cycles-limites suivants (cf. figure 8) lorsque Δt tend soit vers zéro soit vers l'infini.

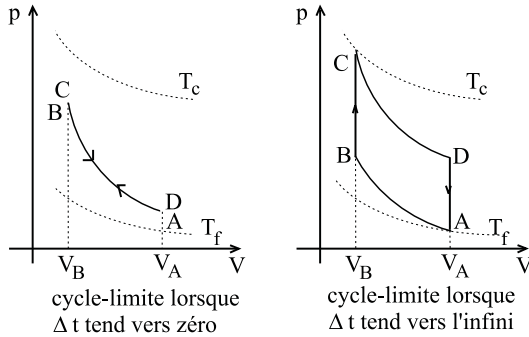


Figure 8

Lorsque Δt tend vers l'infini, le travail fourni par le moteur est maximal (ce qui ne veut pas dire «cycle réversible»), il vaut alors :

$$W_{\max} = nc_v \left(T_c (1 - a^{1-\gamma}) + T_f (1 - a^{\gamma-1}) \right)$$

ce qui n'évite pas une puissance nulle.

Le calcul de la puissance fournie par le moteur conduit à :

$$\mathcal{P}(\Delta t) = \frac{1 - e^{-\frac{\Delta t}{\tau}}}{4 \Delta t \left(1 + e^{-\frac{\Delta t}{\tau}} \right)} W_{\max}$$

Ainsi la puissance du moteur décroît tandis que le travail fourni par le moteur croît, lorsque Δt augmente.

Si maintenant le moteur travaille avec une charge qui est un couple χ , une relation supplémentaire intervient, puisque $\mathcal{P}(\Delta t) = \chi \dot{\theta}$ en régime stationnaire, où $\dot{\theta}$ est la

vitesse de rotation angulaire, ici $\dot{\theta} = 2\pi / (4 \Delta t)$. Cette relation supplémentaire impose le temps de rotation du moteur en fonction du couple : $\Delta t = \tau \ln \left(\frac{1 + 2\pi \chi / W_{\max}}{1 + 2\pi \chi / W_{\max}} \right)$ sachant que χ est borné par $2\pi W_{\max}$. On prévoit ainsi une diminution de la vitesse de rotation si la charge augmente. En résumé, ici encore la puissance augmente lorsque la vitesse de rotation augmente.

Cette machine réellement ditherme n'existe pas ; d'ailleurs, les mouvements complexes des pistons sont incompatibles avec des liaisons mécaniques fiables. Toutefois, le pasteur écossais Robert STIRLING breveta en 1827 un moteur quasiditherme monocylindre dont une proche copie didactique est distribuée par Leybold.

4. LE MOTEUR DE STIRLING

4.1. Description

Contrairement à la machine créée par STIRLING, la source chaude de la machine de Leybold est une résistance chauffante (cf. figure 9). La source froide est réalisée par une circulation d'eau. Le volume du gaz est défini par le piston de travail qui permet l'échange de travail avec l'extérieur ; le piston de travail est lui-même maintenu à la température de la source froide par une circulation d'eau. Un piston échangeur de forme torique permet d'isoler le gaz alternativement des sources chaude et froide. Le gaz peut traverser le piston échangeur, en passant à travers un échangeur constitué de mousse de cuivre, afin d'être en contact alternativement avec les sources froides et chaudes.

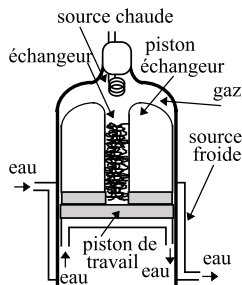


Figure 9

Les mouvements idéaux des pistons sont décrits dans la figure 10.

- Point A : le gaz est en contact avec la source chaude.

- Phase AB : le gaz s'échauffe et se détend. Les deux pistons descendent simultanément. Le piston échangeur masque ainsi la source froide.
- Point B : la détente est terminée ; le piston échangeur remonte brutalement (de manière isochore pour le gaz) mettant ainsi le gaz en contact avec la source froide tout en masquant la source chaude : point C.
- Phase CD : l'extérieur (en pratique : l'inertie du volant d'inertie) comprime le gaz froid, l'échangeur (immobile) masque toujours la source chaude.
- Point D : le piston échangeur descend brutalement (de manière isochore pour le gaz) mettant ainsi le gaz en contact avec la source chaude tout en masquant la source froide : point A.

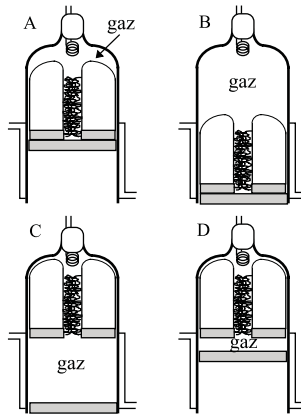


Figure 10

4.2. Rendement

Le cycle théorique communément admis est celui de la figure 11, constitué de deux isothermes aux températures des sources et de deux isochores. Étrangement, le rendement communément admis est $\rho = -\frac{W}{Q_{AB}} = 1 - \frac{T_f}{T_c}$, ce qui viole le

théorème de Carnot, car ce cycle est réellement ditherme et non réversible. Il semblerait que ce soit une faute de ne pas tenir compte de la chaleur reçue par le gaz au cours de la phase DA dans la chaleur fournie par la source chaude (voir le § 4.3. pour le rôle de l'échangeur) ; le rendement alors calculé est plus faible.

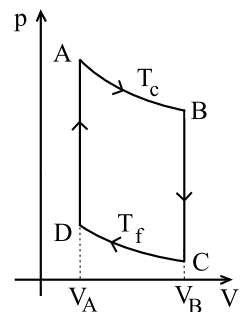


Figure 11

4.3. Fonctionnement réel de la machine

La vitesse de rotation de ce modèle est de quelques tours par seconde, alors que les constantes de temps caractéristiques des échanges sont de l'ordre de la seconde : les températures des deux sources ne sont donc pas atteintes. Le rôle de l'échangeur est d'ailleurs d'augmenter la vitesse et le volume des échanges avec les sources afin d'augmenter la puissance du moteur. De A à B, l'échangeur est en contact avec la source froide par l'intermédiaire du piston de travail ; ainsi, lorsque le gaz traverse l'échangeur de B à C, il échange indirectement de la chaleur avec la source froide. De C à D, l'échangeur est directement en contact avec la source chaude ; de fait, lorsque le gaz traverse l'échangeur de D à A, il échange indirectement de la chaleur avec la source chaude ; il semble donc nécessaire de tenir compte de la chaleur reçue au cours de cette phase pour le calcul du rendement.

De plus, la mécanique du système (cf. figure 12) impose des contraintes qui éloignent encore le cycle réel du cycle théorique : le mouvement idéal n'est pas réalisé par le système bielles-manivelles lié aux pistons. Les mouvements sont deux mouvements sinusoïdaux déphasés de $\pi/2$. Ceci implique que le piston échangeur ne reste jamais immobile au cours des phases de masquage (AB et CD). Il y a donc un mélange des phases de contact entre sources chaude et froide induisant une perte de rendement et un arrondissement du cycle réel (cf. figure 13) nécessairement inscrit dans le cycle théorique : les volumes extrêmes ne peuvent être dépassés et les températures des sources ne peuvent être atteintes.

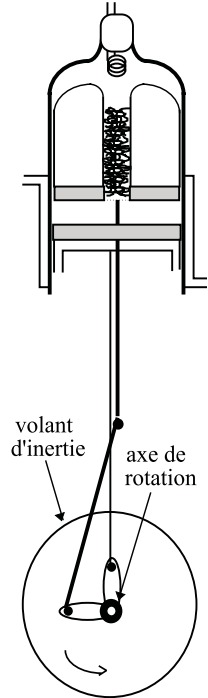


Figure 12

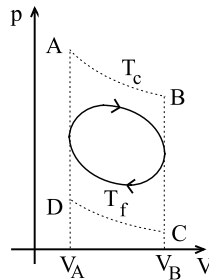


Figure 13

De plus, il est aussi difficile de rapprocher la détente d'une isotherme que d'une adiabatique : le gaz subit un échauffement rapide (voisinage de DA) puis se détend tout

en recevant encore de la chaleur (voisinage de AB). Ce cycle est probablement un hybride des cycles de BEAU DE ROCHAS et de STIRLING : il est en fait réel.

L'observation de ce cycle réel ditherme permet de vérifier que le cycle réel se dilate au fur et à mesure que la charge du moteur augmente tout en étant accompagné d'une baisse de la fréquence de rotation conformément au § 3. Plus le moteur tourne lentement, plus le cycle se rapproche du cycle ABCD, et plus la puissance est faible. Un moteur à air chaud de 0,25 à 1 ch fonctionnant sur ce principe a été commercialisé vers 1880 : le moteur Rider. Les contacts avec chacune des sources chaude (feu) et froide (circulation d'eau) étaient réalisés grâce à deux cylindres au lieu d'un seul ; ce moteur permettait d'entraîner des pompes à eau.

CONCLUSION

Les conditions de forte puissance sont donc opposées aux conditions de fort rendement pour les machines dithermes. De plus, ce type de machine nécessite des cylindrées énormes pour obtenir des puissances exploitables : le plus puissant des moteurs de Stirling développait 21 ch pour une cylindrée de 150 litres. Ce faible rapport puissance/volume vient des ordres de grandeurs des énergies échangées au cours d'une variation simple de température.

Bien que la cinétique de l'échange de chaleur ne soit pas améliorée, le rapport puissance/volume augmente considérablement dans les machines faisant intervenir des changements d'états (machines à vapeur), compte tenu des ordres de grandeur des chaleurs latentes de changement d'état. Quant à leur rendement réel, il est bien loin de celui du cycle de Carnot : le charbon brûlé chauffe autant l'eau utile que l'air (et le machiniste) ambiant.

Le moteur à combustion interne a de ce point de vue un rendement bien meilleur, puisque le combustible (carburant) est mélangé au gaz qui décrit le cycle. Il permet d'obtenir des cylindrées extrêmement faibles et fort puissantes : la vitesse de l'échange de chaleur est très grande (explosion), ce qui augmente la vitesse de rotation naturelle du moteur et donc sa puissance. Cette puissance augmente également avec la quantité de carburant injectée par unité de temps (ce qui rend la description du § 3. caduque pour ce moteur). Le rapport puissance/volume des moteurs à combustion interne augmente encore de part la nature des énergies engagées : à nombre de moles identique, les chaleurs de réactions chimiques sont environ mille fois supérieures aux chaleurs latentes de changements d'états.

REMERCIEMENTS

Je remercie Philippe GAILLARD et Marc VENTURI pour leurs conseils.