Méthodes de réduction de modèles pour la prédiction de la trainée aérodynamique

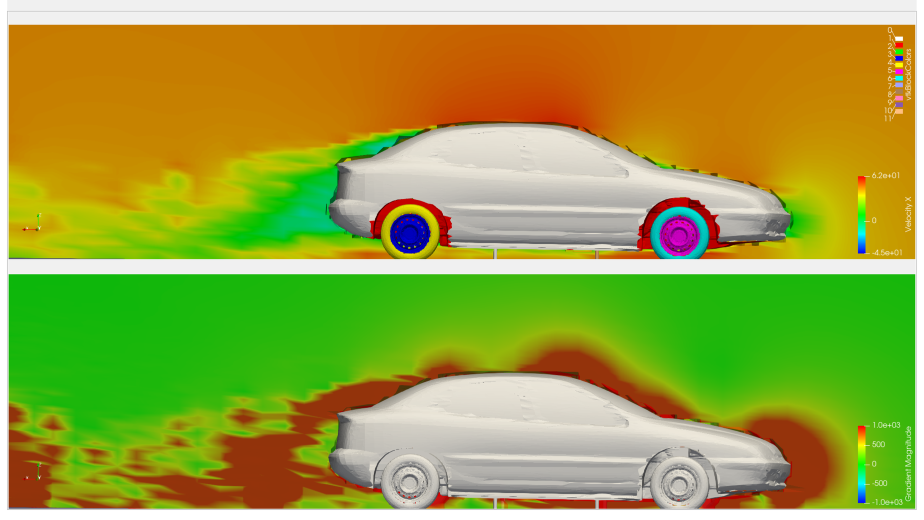
Ludovic MATAR [1]

[1]Fluid Mechanics: Fundamentals and Applications (MF2A)

Motivation

Pour une modification de forme donnée on souhaite prévoir le coefficient de trainée aérodynamique des véhicules. Le coefficient C_x est communément utilisé dans l'industrie automobile pour des prestations de performances et de consommation.

Résultats des simulations numériques



Les logiciels de simulation chez Renault utilisent la méthode de Lattice-Boltzmann. En sortie on obtient des valeurs discrétisées de la pression et la vitesse, pour chaque point du maillage volumique et pour chaque instant t de la simulation.

En haut le champ de vitesse projeté sur l'axe $\vec{e_x}$ et en bas la norme du gradient de pression.

Bilan de quantité de mouvement

$$\frac{1}{2}\rho {u_0}^2 S_{vehicule} C_x = \iint_{S_2} \rho(u_0 - u)u ds + \iint_{S_2}(p_0 - p)ds + \iint_{S_2} \tau_{xx} ds - \iint_{S_S} \tau_{xz} ds$$

Soient $\mathcal{T} \subset \mathbb{R}^2$ une surface plane à l'arrière du véhicule, normale à la direction de l'écoulement, $\mathcal{M} \subset \mathbb{N}$ sa discrétisation et $\mathcal{I} \subset \mathbb{N}$ l'ensemble discrétisé des pas de temps. On peut déterminer à bonne convenance :

- $(p_0 - p((y,z),t)) + \rho(u_0 - u((y,z),t))u((y,z),t) \in \mathbb{R}$ et intégrer sur $\mathcal{T}$.
- Séparement $(p_0 - p((y,z),t)$ et $\rho(u_0 - u((y,z),t))u((y,z),t))$ et intégrer la somme sur $\mathcal{T}$.

On désignera :

- $S : \mathcal{T} \times \mathbb{R}_+ \longrightarrow \mathbb{R}$ le champ scalaire que l'on souhaite prédire
- $\mathbf{S} \in \mathcal{M}_{|\mathcal{M}|,|\mathcal{I}|}(\mathbb{R})$ la discrétisation de S sur $\mathcal{M} \times \mathcal{I}$
- $\hat{\mathbf{S}} \in \mathcal{M}_{|\mathcal{M}|,|\mathcal{I}|}(\mathbb{R})$ son estimateur.

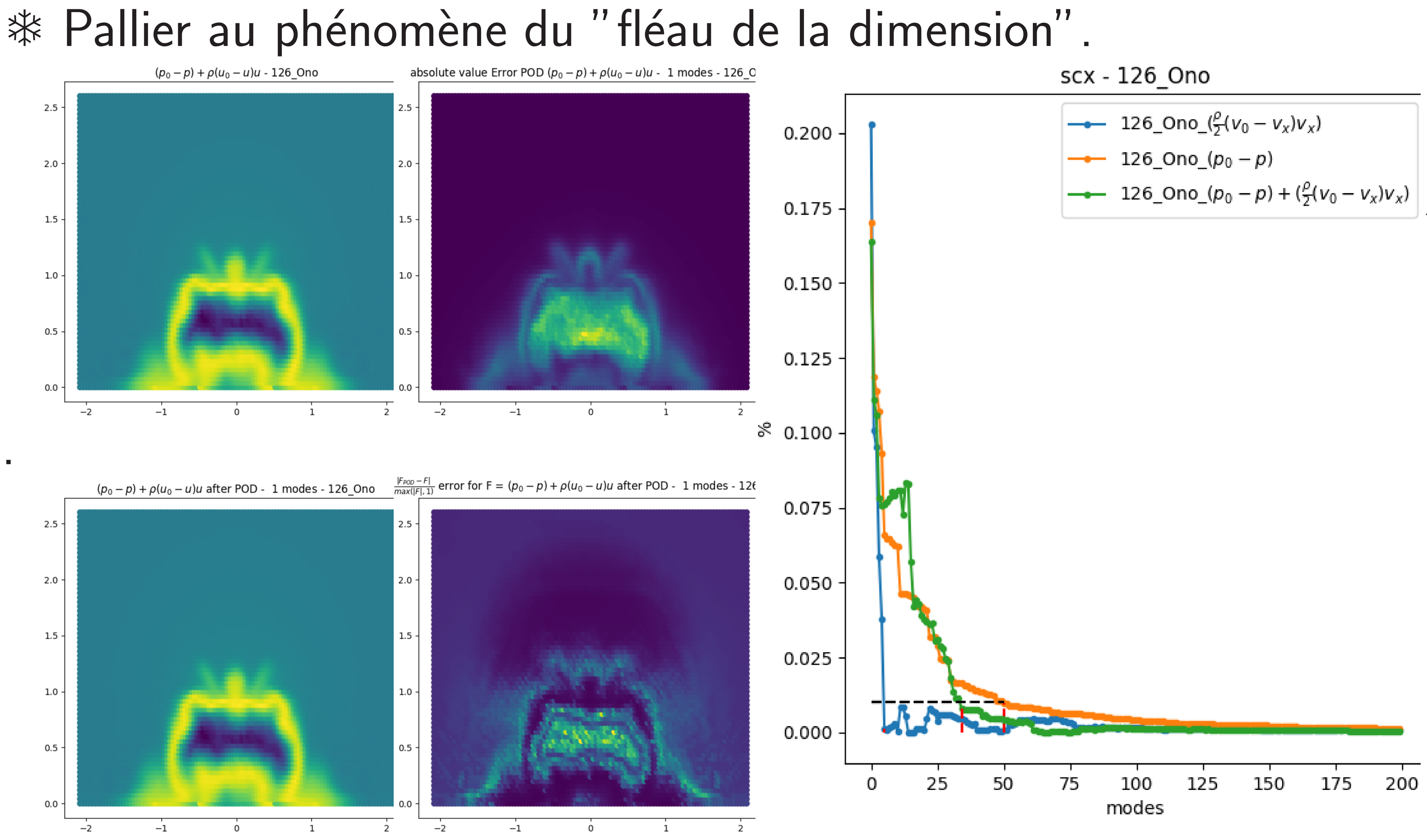
Formalisme du problème

Soit $\mathcal{P} \subset \mathbb{R}^p$ l'ensemble des paramètres admissibles qui désignent des modifications de formes caractéristiques de la surface du véhicule avec $p \in \mathbb{N}$.

- Trouver $f_\theta : \mu \in \mathcal{P} \longmapsto \mathbf{S}^\mu \in \mathcal{M}_{|\mathcal{M}|,|\mathcal{I}|}(\mathbb{R})$ telle que $f_\theta \in argmin_{f \in \mathcal{F}(\mathcal{P}, \mathcal{M}_{|\mathcal{M}|,|\mathcal{I}|}(\mathbb{R}))} \mathbb{E}_\mu[|\hat{SC}_x(f(\mu)) - SC_x^\mu|]$.

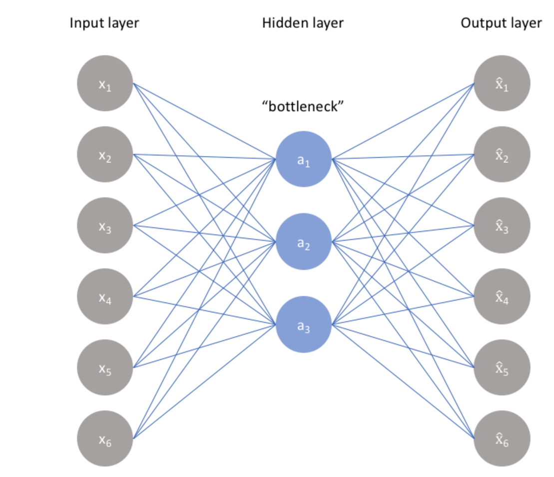
Réduction de dimension en temps : Décomposition en valeurs singulières

- Alléger les calculs pour prédire les champs d'interêts.
- Réduire les données trompeuses liées aux fluctuations.
- Pallier au phénomène du "fléau de la dimension".



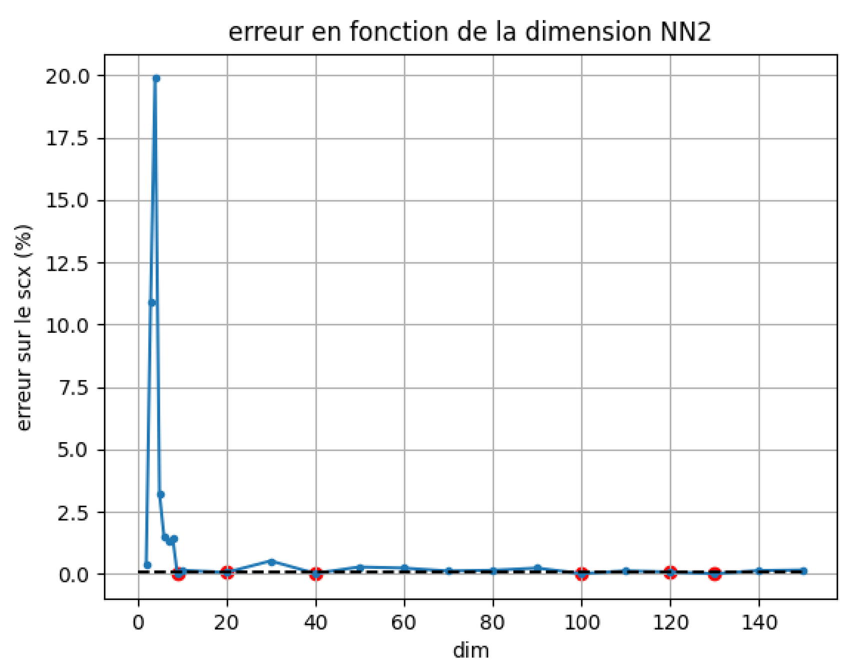
Avec une seule valeur singulière l'erreur sur le C_x est de $\mathbf{0.2\%}$.

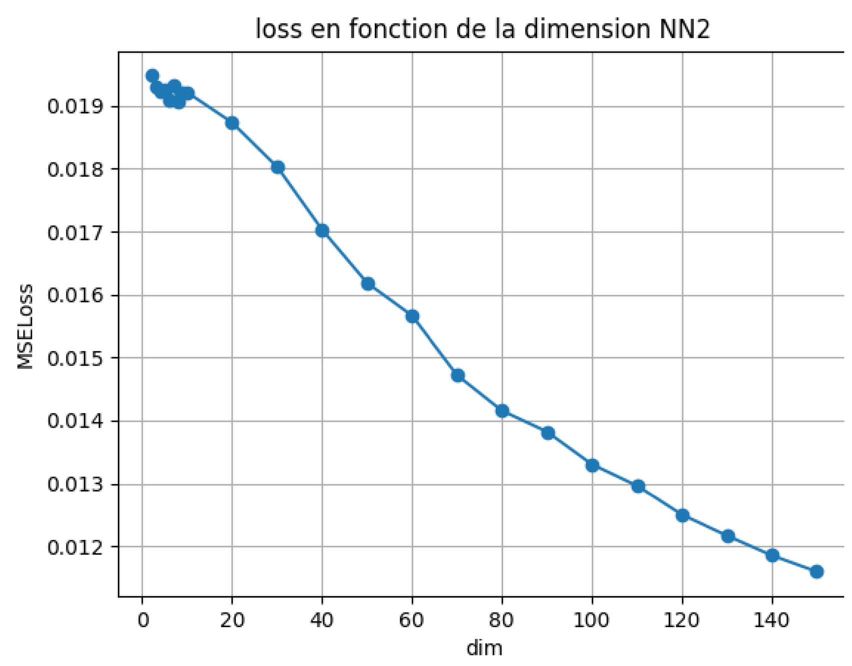
Réduction de dimension en temps : Autoencodeur, apprentissage profond



$$\begin{cases} h_0 = x \\ h_1 = \mathbf{W}_1^T h_0 + b_1, \mathbf{W}_1 : |\mathcal{I}| \times d \\ h_2 = \mathbf{W}_2^T h_1 + b_2, \mathbf{W}_2 : d \times |\mathcal{I}| \\ f_\theta(x) = h_2 = \tilde{x}, \quad \forall x \in \mathcal{X} \subset \mathbb{R}^{|\mathcal{I}|} \end{cases} \tag{1}$$

Avec $\mathbf{S}^\mu_{m,t} = (p_0 - p)^\mu_{m,t} + (\rho(u_0 - u)u)^\mu_{m,t}$, l'erreur minimale est sur le scx est $\epsilon = \mathbf{0.004069\%}$ avec $d = \mathbf{9}$. Il convient d'utiliser une matrice de taille $|\mathcal{M}| \times d = \mathbf{6930} \times \mathbf{9}$ au lieu d'une de taille $|\mathcal{M}| \times |\mathcal{I}| = \mathbf{6930} \times \mathbf{801}$.





L'architecture entrainée est $f_\theta(x)$ définie dans l'équation 1. À gauche l'erreur relative pour le SC_x en fonction du nombre du nombre d'unités sur la couche cachée est représentée. En rouge sont les points avec une erreur plus petite que $\mathbf{0.1\%}$. À droite on représente la perte, soit l'erreur moyenne quadratique calculée sur l'ensemble de test. Pour chaque réseau, 80 epochs ont été réalisées pour s'assurer que la perte converge bien.

Méthode de Prédiction du C_x et conclusion

On a fait de la réduction de dimension dont le but de sélectionner les phénomènes les plus représentatifs de l'écoulement, pallier au phénomène du "fléau de la dimension" et exploiter au mieux le potentiel des prédicteurs. Les résultats des méthodes de prédiction sont prométeurs mais je n'ai pas le droit d'en parler :).

Bibliographie

[1] Philipe TRAORE & Sakir AMIROUDINE « Simulation numérique en mécanique des fluides. »

[2] Thomas ROUILLON « THÈSE DE DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ PIERRE ET MARIE CURIE »

[3] Y. C. LIANG & H. P. LEE AND S. P. LIM & W. Z. LIN AND K. H. LEE & C. G. WU « PROPER ORTHOGONAL DECOMPOSITION AND ITS APPLICATIONS—PART I : THEORY »