Universidade Federal de Santa Catarina

Centro Tecnológico

Departamento de Automação e Sistemas

Tarefa 1: Sistema de controle de um reator químico

Sistemas de Controle

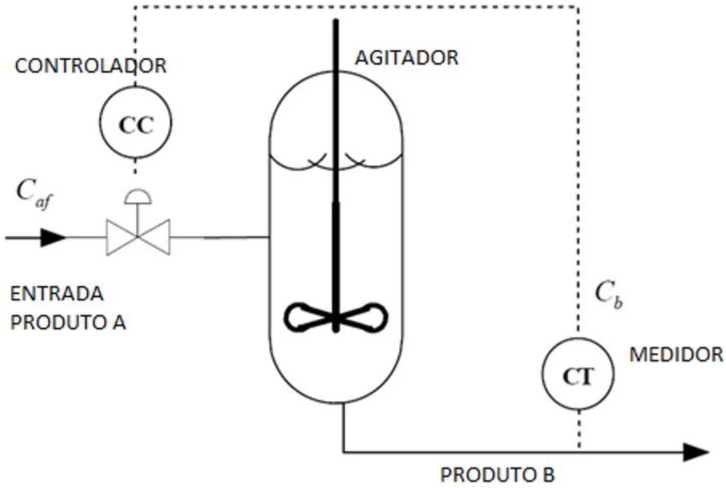
Cristian de Biasi Gislon
Guilherme Henrique Ludwig
Juliano Ricardo da Silva
Valdecir Hoffmann
Prof. Dr. Julio Normey-Rico

Florianópolis - SC

Junho de 2021

Introdução

A figura mostra um sistema de controle de concentração de produto em um reator continuamente agitado, usado na indústria química.



Neste caso se produz cyclopentenol (produto B) a partir de cyclopentadiene (produto A) pela adição de um catalizador diluído em água. O sistema ainda produz dois produtos residuais dicyclopentadiene (produto D) e cyclopentanediol (produto C). A reação vem dada por:

$$\begin{aligned} &\mathrm{A} \xrightarrow{k_1} \mathrm{B} \xrightarrow{k_2} \mathrm{C} \\ &2\ \mathrm{A} \xrightarrow{k_3} \mathrm{D} \end{aligned} \tag{1}$$

A dinâmica de produção de B neste caso pode ser representada por:

$$\begin{cases} \frac{dC_a(t)}{dt} = -k_1 C_a(t) - k_3 C_a(t)^2 + (C_{af}(t) - C_a(t))\,\frac{F(t)}{V} \\ \frac{dC_b(t)}{dt} = k_1 C_a(t) - k_2 C_b(t) - C_b(t)\frac{F(t)}{V} \end{cases} \tag{2}$$

Os parâmetros k_1, k_2 e k_3 se consideram constantes quando o reator trabalha a temperatura constante (k1 =6.01 [1/min], $k_2 = 0.8433$ [1/min], $k_3 = 0.1123$ [mol/(l min)]).

A concentração que se quer controlar Cb [mol/l] (do produto B), depende de Ca e Caf, que são as concentrações de A [mol/l] no reator e no fluido de alimentação, respectivamente, e também da vazão F [l/min] da diluição. V é o volume [l] do reator, que é constante. O sistema usa u=F/V como variável manipulada e Caf, a concentração da entrada é a principal perturbação. u pode variar entre 0 e 10 l/min, e a concentração de entrada Caf entre 4.0 e 6 mol/l.

Conteúdo

1 Tarefas

1.a Questão 1

Analise o funcionamento do sistema em equilíbrio desenhando as características estáticas dentro da faixa de variação das diferentes variáveis envolvidas.

As EDOs que descrevem o comportamento dinâmico do sistema são:

$$\begin{cases} \dot{C}_a(t) &= -k_1 C_a(t) - k_3 C_a(t)^2 + (C_{af}(t) - C_a(t))u(t). \\ \dot{C}_b(t) &= k_1 C_a(t) - k_2 C_b(t) - C_b(t)u(t). \end{cases}$$

No equilíbrio $\dot{C}_a(t)$ e $\dot{C}_b(t)$ são nulas, pois não haverá variação da concentração do produto A ou B. Com isso, tem-se que:

$$0 = -k_1 C_a - k_3 C_a^2 + (C_{af} - C_a)u.$$
$$0 = k_1 C_a - k_2 C_b - C_b u.$$

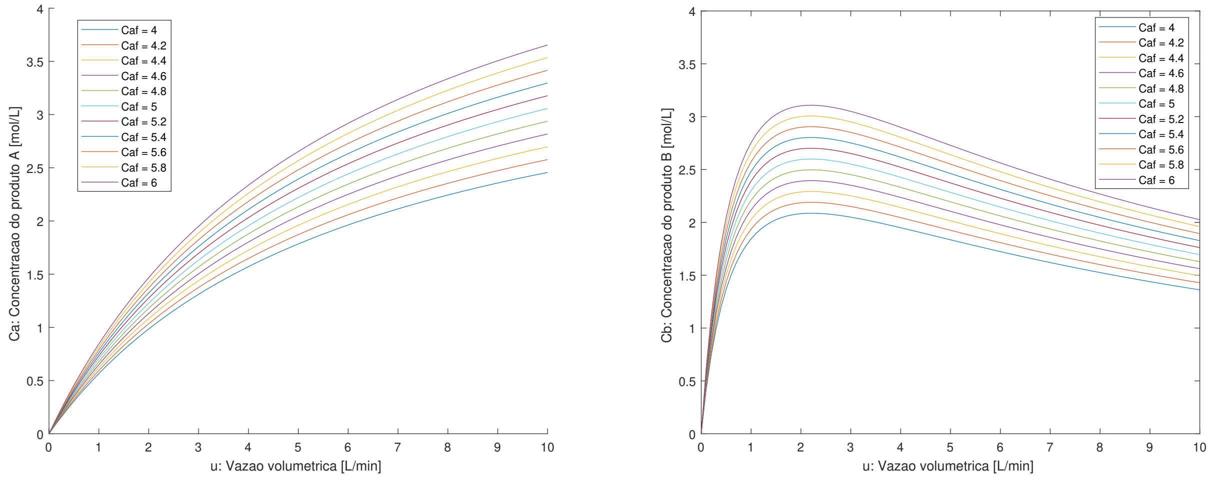
Isolando, a princípio, a concentração do produto B (C_b) e rearranjando a forma da equação de C_a:

$$k_3 C_a^2 + (k_1 + u)C_a - uC_{af} = 0. \tag{3}$$
$$C_b = \frac{k_1 C_a}{k_2 + u}. \tag{4}$$

A equação referente a C_a é quadrática e, portanto, pode-se definir seus coeficientes e depois calcular as raízes como:

$$ax^2 + bx + c = 0 \implies \begin{cases} a &= k_3 \\ b &= k_1 + u \\ c &= -uC_{af} \end{cases} \implies \text{Logo :} \quad C_a = x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

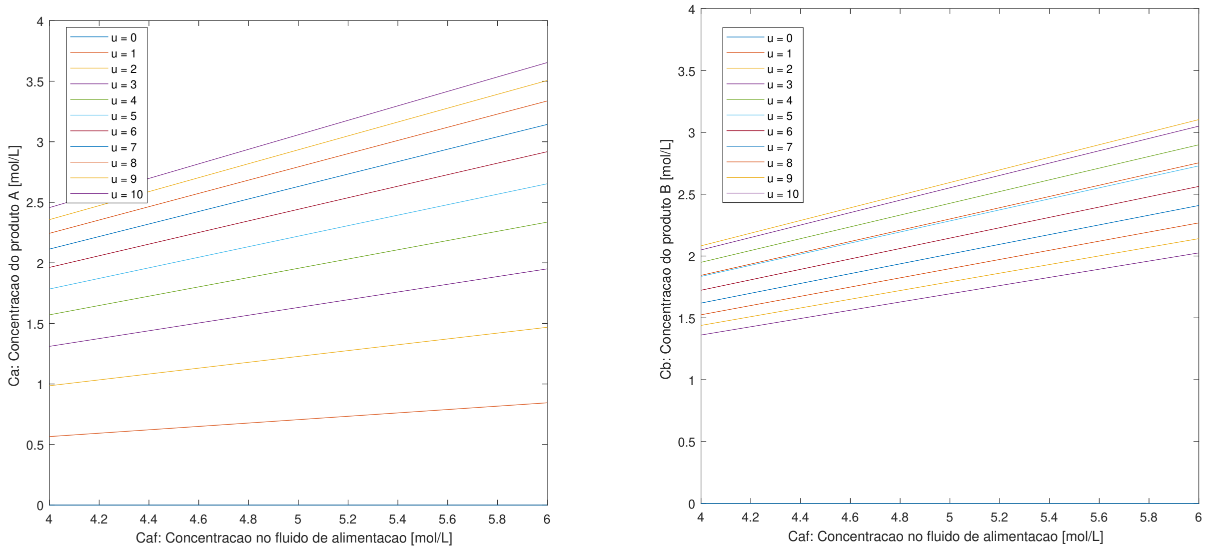
Considerando apenas as raízes de interesse, neste caso, as positivas, e iterando as equações estáticas em (3) e (4) considerando em cada uma delas as variáveis u e C_{af} ora como parâmetros, ora como coeficientes, foram obtidas as curvas de característica estática mostradas nas figuras 1 e 2:



(a) Relação estática entre Ca e u.

(b) Relação estática entre Cb e u.

Figura 1: Curvas de característica estática das concentrações em relação a u.



(a) Relação estática entre Ca e Caf.

(b) Relação estática entre Cb e Caf.

Figura 2: Curvas de característica estática das concentrações em relação a Caf.

Nas curvas que relacionam estaticamente a variável manipulada u com as concentrações C_a, C_b, nota-se uma relação bem não linear, principalmente, para C_b, onde há um crescimento proporcionalmente maior da concentração do produto B para vazões pequenas no início e depois uma tendência a estagnação dos valores de concentração para qualquer valor de vazão. Além disso, o aumento no valor de C_{af} faz com que a concentração do produto B também aumente, como é esperado. Para a concentração do produto A, existe uma relação menos não linear e, principalmente, um crescimento mais gradual da concentração com o aumento da vazão e de C_{af}.

Já naquelas curvas que relacionam a perturbação C_{af} com as concentrações dos produtos A e B, existe uma relação de quase independência da concentração com relação a C_{af}, pois para valores maiores ou menores, há uma variação bem pequena na concentração, principalmente, do produto A. Para o produto B, existe uma sensibilidade um pouco maior da concentração com relação a variação de C_{af}, ficando mais acentuado com o aumento do valor de vazão, o que também acontece com menor intensidade para C_a.

1.b Questão 2

Usando Simulink, estude por simulação o comportamento dinâmico do sistema e verifique os pontos de equilíbrio encontrados no modelo estático. Para o ponto de equilíbrio dado por Caf = 5.1 mol/l e u= 1 [1/min] determine a concentração de funcionamento em equilíbrio do produto A (Ca) e do produto B (Cb).

No *software Simulink*, é possível escrever o modelo de EDOs das concentrações de produtos A e B utilizando-se o bloco *Matlab Function* e, então, simular o comportamento dinâmico do sistema a partir de excitações nas entradas (parâmetros) de vazão (u) e a concentração do produto A no fluido de alimentação (C_{af}), como mostra a figura 3:

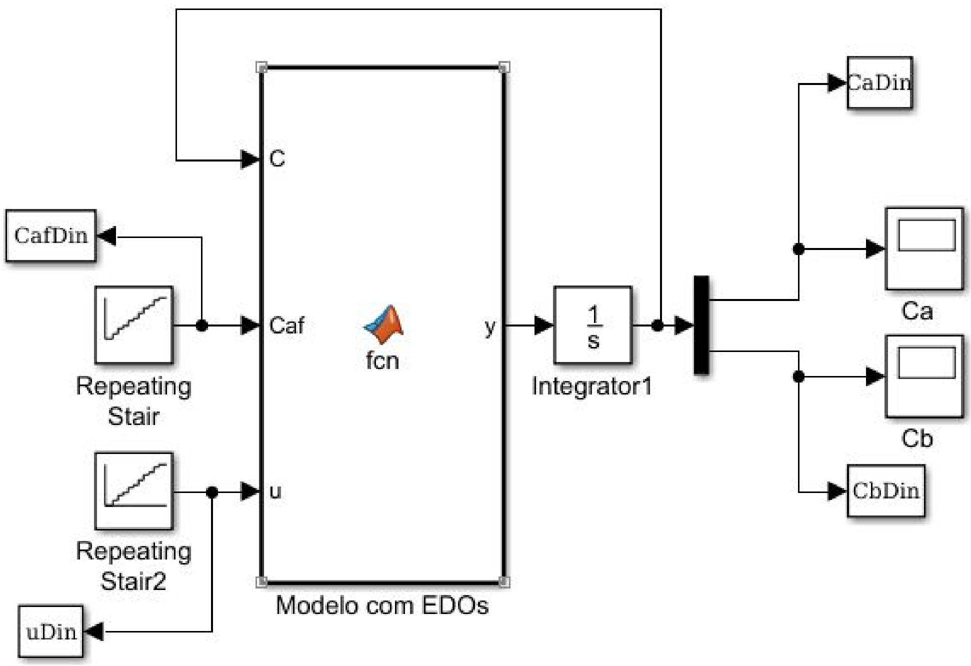
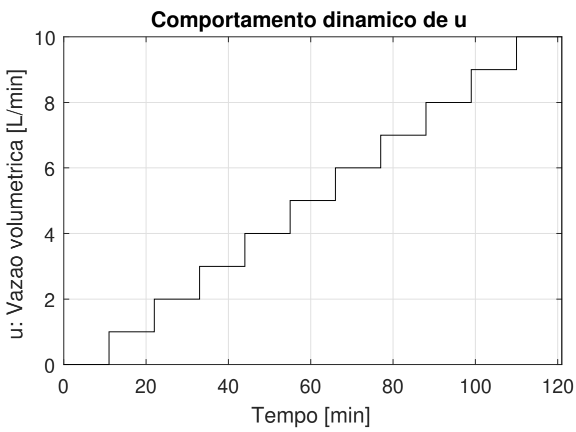
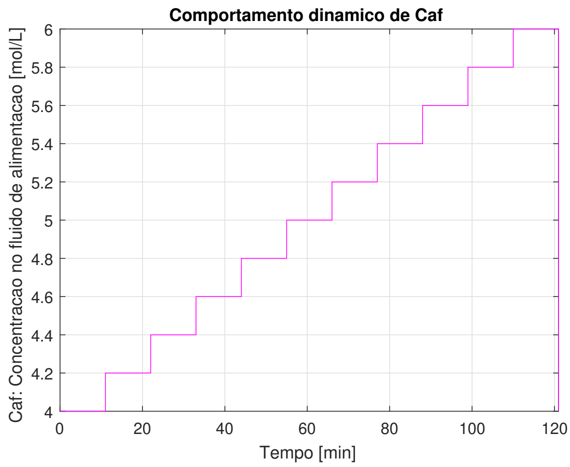


Figura 3: Diagrama de simulação do modelo dinâmico.

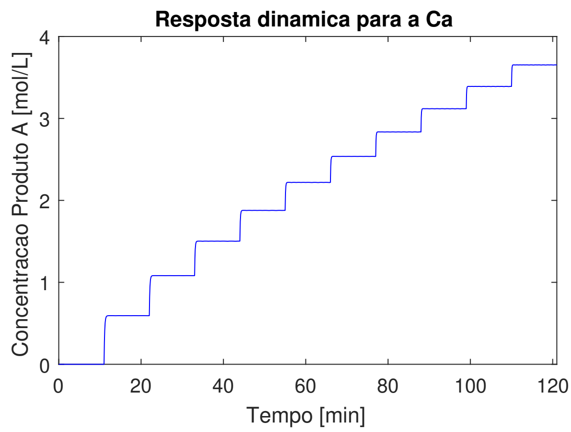
Na figura 4 são mostrados os comportamentos temporais das concentrações dos produtos A e B conforme as variações de u e C_{af}:



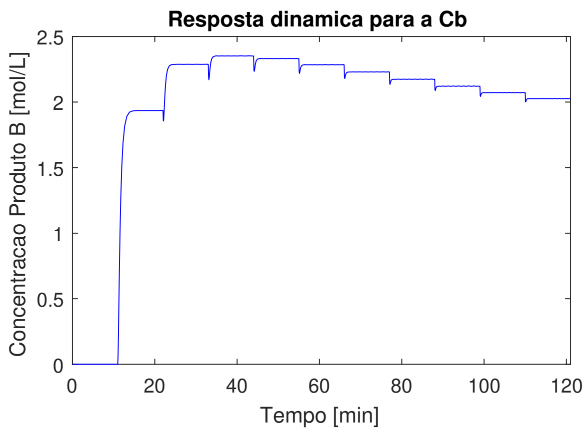
(a) Comportamento dinâmico de u.



(b) Comportamento dinâmico de Caf.



(c) Comportamento dinâmico de Ca.

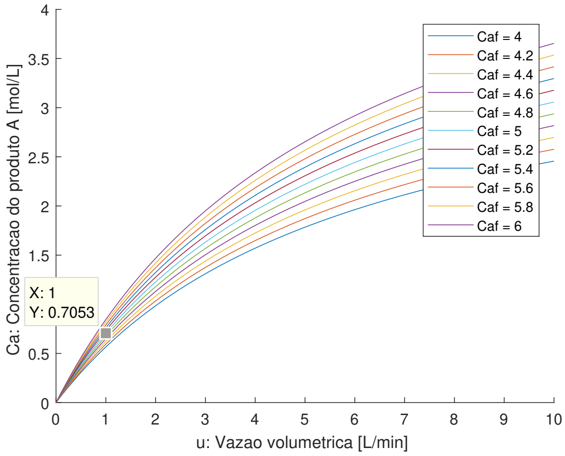


(d) Comportamento dinâmico de Cb.

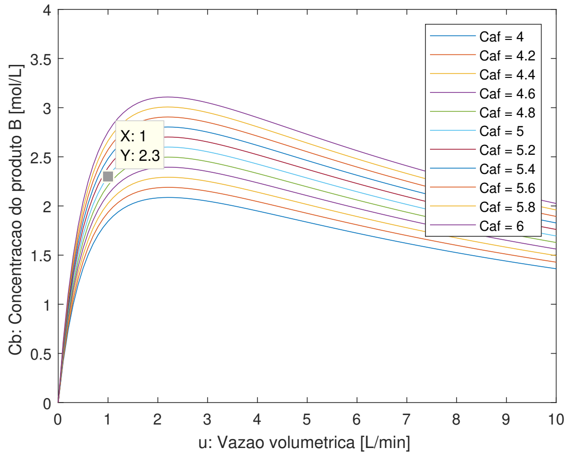
Figura 4: Simulando o comportamento dinâmico.

Como mostrado em 4, há um comportamento menos não linear na resposta temporal da concentração do produto A quando comparada à resposta da concentração do produto B que, como já apontado na análise estática, possui valores maiores no início e depois assume um comportamento descendente tendendo à estagnação.

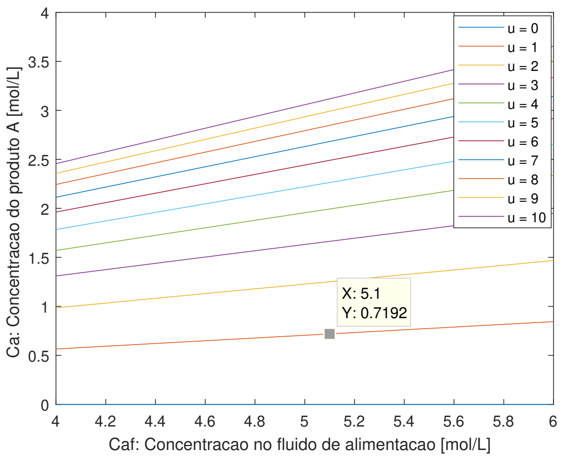
Na figura 5, é mostrada a correspondência entre os pontos de equilíbrio encontrados no modelo estático com as curvas de comportamento dinâmico do sistema e, principalmente, com os valores paramétricos de u e Caf utilizados anteriormente.



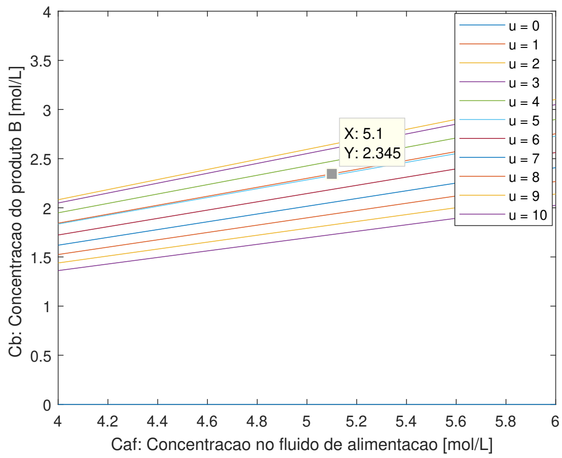
(a) Relação estática entre Ca e u.



(b) Relação estática entre Cb e u.



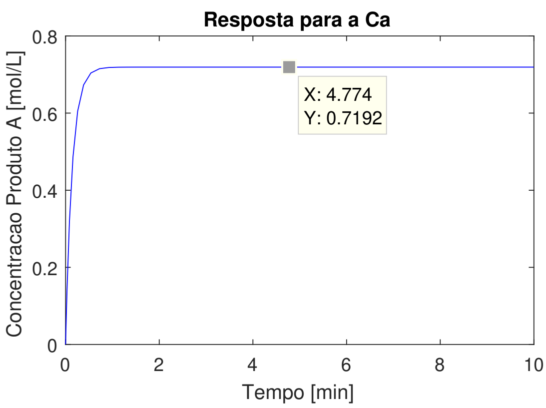
(c) Relação estática entre Ca e Caf.



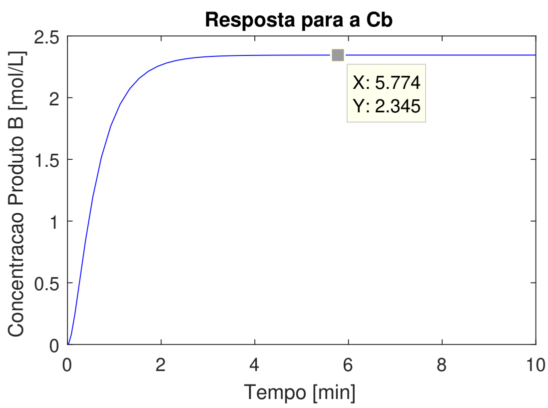
(d) Relação estática entre Cb e Caf.

Figura 5: Verificando os valores obtidos em equilíbrio nas curvas de característica estática.

Para u e C_{af} no ponto de equilíbrio, obtiveram-se os valores mostrados na figura 6 na simulação do modelo dinâmico:



(a) Valor da concentração do produto A.



(b) Valor da concentração do produto B.

Figura 6: Valores de concentração dos produtos A e B para valores de u e Caf no equilíbrio.

Os valores são $C_a = 0.7192$ mol/L e $C_b = 2.345$ mol/L.

1.c Questão 3

Para o ponto achado linearize o sistema encontrando um modelo incremental dinâmico. Desenhe um diagrama de blocos do sistema não linear e do sistema linearizado. Aplique transformada de Laplace no sistema linearizado e desenhe o diagrama de blocos em domínio "s".

A linearização ocorre nas proximidades do ponto de equilíbrio das concentrações dos produtos, donde:

$$C_a(t) = \bar{C_a} + \Delta C_a(t) \qquad C_b(t) = \bar{C_b} + \Delta C_b(t)$$
$$u(t) = \bar{u} + \Delta u(t) \qquad C_{af}(t) = \bar{C_{af}} + \Delta C_{af}(t).$$

Onde:

$$\bar{C}a = 0.7192mol/L \quad \bar{C}b = 2.345mol/L \quad \bar{u} = 1L/min \quad \bar{C_{af}} = 5.1mol/L$$

Assim, aplicando as variáveis incrementais no modelo dinâmico e, para fins de visualização, omitindo (subentendendo) a dependência destas com o tempo, tem-se que:

$$\begin{cases} \frac{d(\bar{C_a}+\Delta C_a)}{dt} & = -k_1(\bar{C_a} + \Delta C_a) - \underbrace{k_3(\bar{C_a} + \Delta C_a)^2}_{f} + \underbrace{((\bar{C_{af}} + \Delta C_{af}) - (\bar{C_a} + \Delta C_a))(\bar{u} + \Delta u)}_{g}. \\ \frac{d(\bar{C_b}+\Delta C_b)}{dt} & = k_1(\bar{C_a} + \Delta C_a) - k_2(\bar{C_b} + \Delta C_b) - \underbrace{(\bar{C_b} + \Delta C_b)(\bar{u} + \Delta u)}_{h}. \end{cases}$$

Como existem termos não lineares nas equações, será necessário usar a série de Taylor para linearizá-los e assim obter uma equação linearizada nas proximidades do ponto de equilíbrio.Então, a linearização destes termos não-lineares é obtida a partir das seguintes operações:

$$f = -k_3\bar{C_a}^2 + \left.\frac{\partial f}{\partial C_a}\right|_{\bar{C_a}}(\Delta C_a).$$

$$g = \bar{C_{af}}\bar{u} + \left.\frac{\partial g}{\partial C_{af}}\right|_{\bar{C_{af}},\bar{u}}(\Delta C_{af}) + \left.\frac{\partial g}{\partial u}\right|_{\bar{C_{af}},\bar{u}}(\Delta u) - \bar{C_a}\bar{u} + \left.\frac{\partial g}{\partial C_a}\right|_{\bar{C_a},\bar{u}}(\Delta C_a) + \left.\frac{\partial g}{\partial u}\right|_{\bar{C_a},\bar{u}}(\Delta u).$$

$$h = -\bar{C_b}\bar{u} + \left.\frac{\partial h}{\partial C_b}\right|_{\bar{C_b},\bar{u}}(\Delta C_b) + \left.\frac{\partial h}{\partial u}\right|_{\bar{C_b},\bar{u}}(\Delta u).$$

Desta forma, após o cálculo das derivadas parciais e substituição destas funções linearizadas na EDO e, desprezando-se os termos não incrementais, as EDOs linearizadas resultaram em:

$$\begin{cases} \Delta\dot{C}_a(t) &= \underbrace{(-k_1 - 2k_3\bar{C}a - \bar{u})}_{\alpha_1}\Delta C_a(t) + \underbrace{\bar{u}}_{\alpha_2}\Delta C_{af}(t) + \underbrace{(\bar{C_{af}} - \bar{C_a})}_{\alpha_3}\Delta u(t). \\ \Delta\dot{C}_b(t) &= \underbrace{(k_1)}_{\beta_1}\Delta C_a(t) + \underbrace{(-k_2 - \bar{u})}_{\beta_2}\Delta C_b(t) - \underbrace{(\bar{C_b})}_{\beta_3}\Delta u(t). \end{cases}$$

Aplicando a transformada de Laplace nas duas expressões, tem-se:

$$\mathcal{L}(\Delta\dot{C}_a) \implies s\Delta C_a(s) - C_a(0) = \alpha_1\Delta C_a(s) + \alpha_2\Delta C_{af}(s) + \alpha_3\Delta u(s).$$
$$\mathcal{L}(\Delta\dot{C}_b) \implies s\Delta C_b(s) - C_b(0) = \beta_1\Delta C_a(s) + \beta_2\Delta C_b(s) + \beta_3\Delta u(s).$$

Substituindo os valores das variáveis α e β e considerando condições iniciais nulas, foram obtidas as seguintes equações linearizadas perto do ponto de equilíbrio no domínio de s:

$$\Delta C_a(s) = \frac{\Delta C_{af}(s) + 4.38\Delta u(s)}{s + 7.17} \qquad \Delta C_b(s) = \frac{6.01\Delta C_a(s) - 2.34\Delta u(s)}{s + 1.84}$$

No *Simulink*, foram desenhados os diagramas de blocos para o sistema não-linerizado no domínio do tempo e também para o sistema linearizado, mas este no domínio do tempo (modelo incremental dinâmico) e no de s. As figuras 7, 8 e 9 mostram como ficaram:

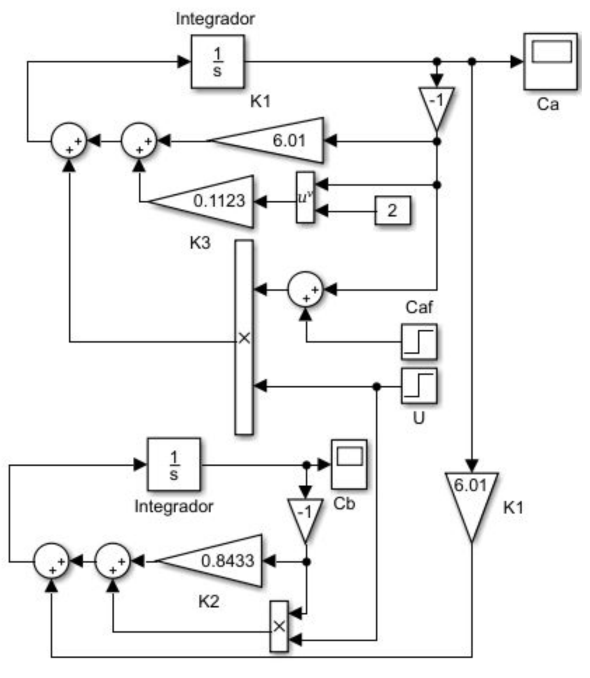


Figura 7: Sistema não linearizado no domínio temporal.

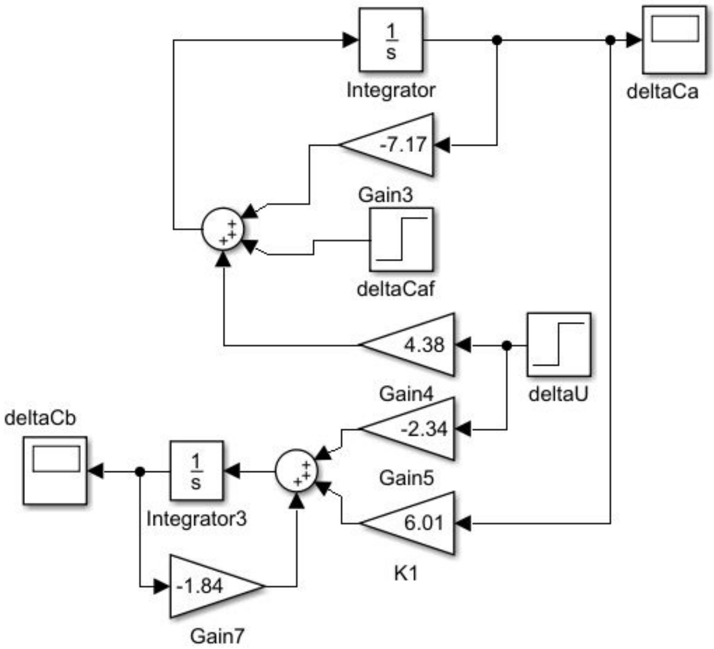


Figura 8: Diagrama de blocos do sistema Linearizado no domínio temporal.

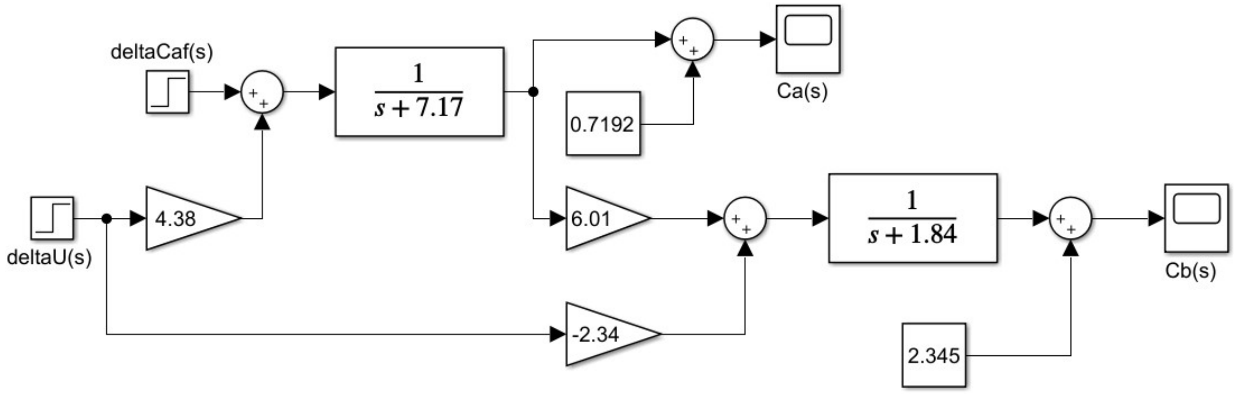


Figura 9: Diagrama de blocos do sistema Linearizado no domínio s.

1.d Questão 4

Para o sistema linearizado, usando operações com blocos encontre as funções de transferência que relacionam as variáveis manipulada e perturbação com as duas concentrações.

Tomemos como base a figura 9, como estamos buscando as funções de transferência, então não é necessário somar o valor das concentrações no ponto de equilíbrio. Inicialmente, encontraremos a relação entre a variável manipulada e a concentração de A, ou seja, os sinais de variação de Caf e Cb são nulos, conforme a figura 10. Como o bloco de ganho e a função de transferência estão em série, então pode-se multiplicar, encontrando:

$$Ca(s) = \frac{4,38}{s + 7,17}u(s).$$

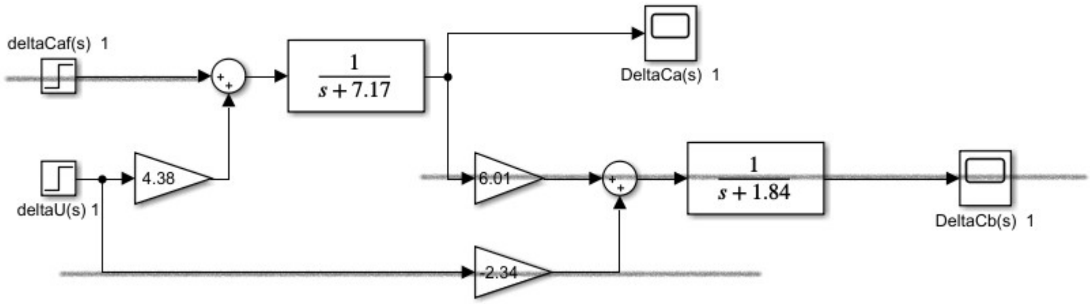


Figura 10: Diagrama de blocos da relação Ca por u.

Para encontrar a relação entre a pertubação e a concentração de A devemos considerar o sinal de variação de u e a parcela correspondente a Cb nulos, conforme figura 11, restando:

$$Ca(s) = \frac{1}{s + 7,17}Caf(s).$$

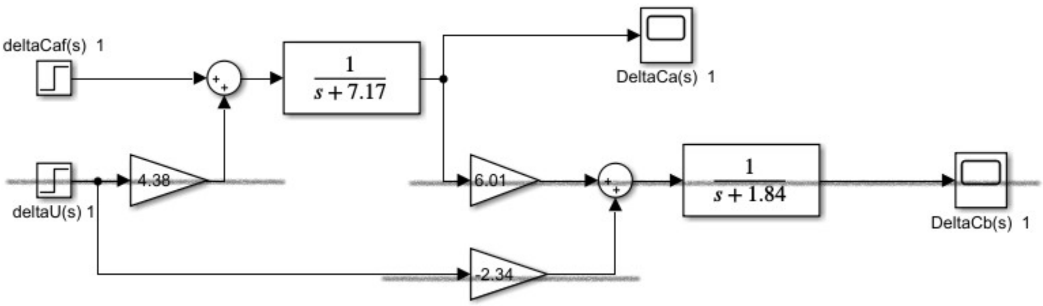


Figura 11: Diagrama de blocos da relação Ca por Caf.

Para a relação entre variável manipulada e a concentração Cb, devemos considerar o sinal de variação de pertubação nulo, conforme figura 12. Note que o ramo que antecede Ca é composto por 3 blocos em série que podem ser multiplicados entre si, resultando na figura13.

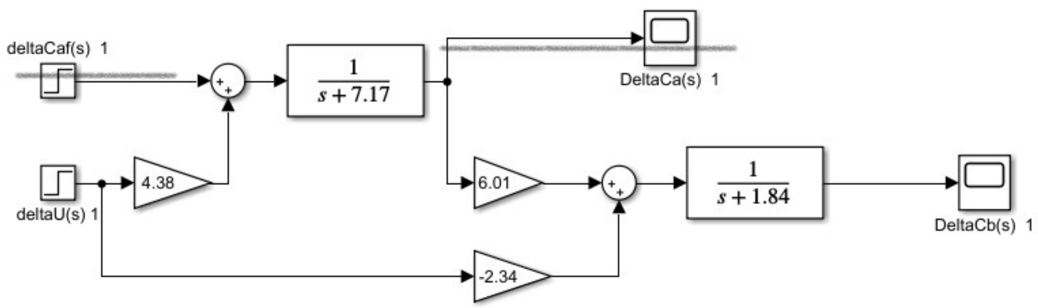


Figura 12: Diagrama de blocos da relação Cb por u.

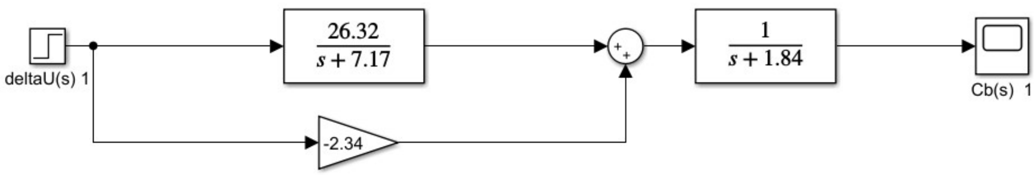


Figura 13: Diagrama de blocos da relação Cb por u.

Veja que há dois blocos em paralelo, portanto podem ser somados, resultando em um único bloco, conforme figura 14.

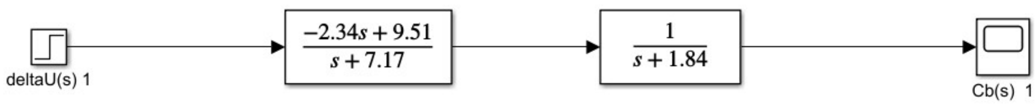


Figura 14: Diagrama de blocos da relação Cb por u.

Como agora temos dois blocos em série, basta multiplicar, resultando em:

$$Ca(s) = \frac{-2,34s + 9,51}{(s+1,84)(s+7,17)}u(s).$$

Para a relação entre a concentração de B e a pertubação temos a representação na figura 15. Novamente, há 3 blocos em série, basta multiplicar.

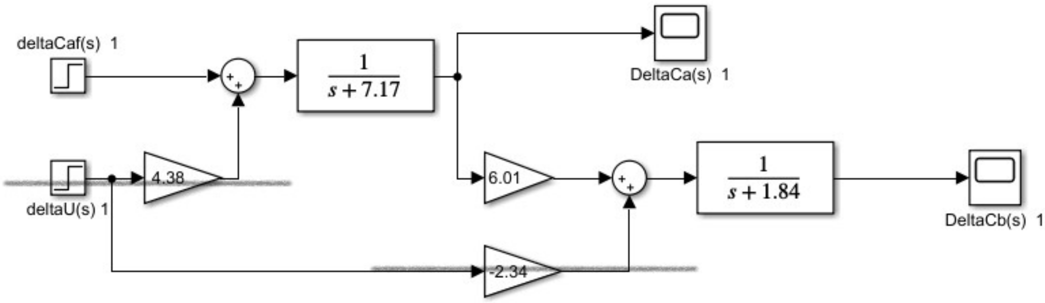


Figura 15: Diagrama de blocos da relação Cb por Caf.

A multiplicação resulta em:

$$Cb(s) = \frac{6,01}{(s+7,17)(s+1,84)}Caf(s).$$

Finalmente, os valores numéricos das funções de transferência são:

$$\frac{Ca(s)}{u(s)} = \frac{4,38}{s+7,17},$$

$$\frac{Ca(s)}{Caf(s)} = \frac{1}{s+7,17},$$

$$\frac{Cb(s)}{u(s)} = \frac{-2,34s+9,51}{(s+1,84)(s+7,17)},$$

$$\frac{Cb(s)}{Caf(s)} = \frac{6,01}{(s+7,17)(s+1,84)}.$$

1.e Questão 5

Usando Simulink, estude por simulação o comportamento deste sistema e compare o comportamento com o do sistema não linear nas proximidades do ponto de equilíbrio. Repita a análise usando matlab (código .m). Para a simulação em matlab do processo aproxime a derivadas por dx/dt = (1/Tc)*(x(k+1) − x(k)), sendo Tc o tempo de cálculo da aproximação.

Inicialmente, foi simulado o sistema utilizando o software *Simulink*. Todas as análises foram feitas com o sistema inicialmente no ponto de equilíbrio utilizado para a linearização. A figura 16 apresenta um experimento com um degrau de amplitude 0,05 no sinal de entrada aos 2,5 minutos de simulação e um degrau de amplitude 0,2 aos 7,5 minutos de simulação, enquanto que a pertubação foi mantida constante em $5,1\ mol/L$. Note que, tanto no degrau de amplitude menor, quanto no degrau de amplitude maior, o modelo linear se aproximou bem do sistema não linear, no que tange a concentração do produto A.

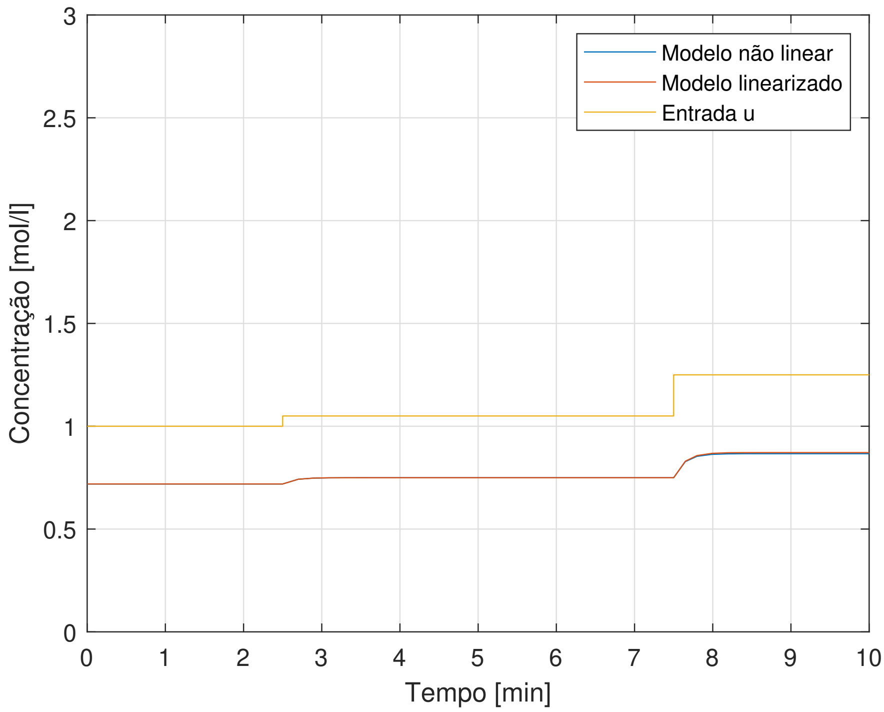


Figura 16: Comparação entre os modelos linear e não linear de Ca com pertubação constante.

A figura 17 apresenta um experimento envolvendo o comportamento da concentração do produto B também com um degrau de amplitude 0,05 no sinal de entrada aos 2,5 minutos de simulação e um degrau de amplitude 0,2 aos 7,5 minutos de simulação, enquanto que a pertubação foi mantida constante em $5,1\ mol/L$. Quando o degrau de amplitude menor foi dado, o modelo linearizado não apresentou significativa diferença sobre o modelo não linear. Porém, aos 7,5 minutos, quando o degrau de amplitude maior foi dado, se afastando do ponto de linearização, percebeu-se significativa diferença entre os dois modelos. Embora a dinâmica dos modelos tenham mantido semelhança, o ganho estático é significativamente maior no modelo linear.

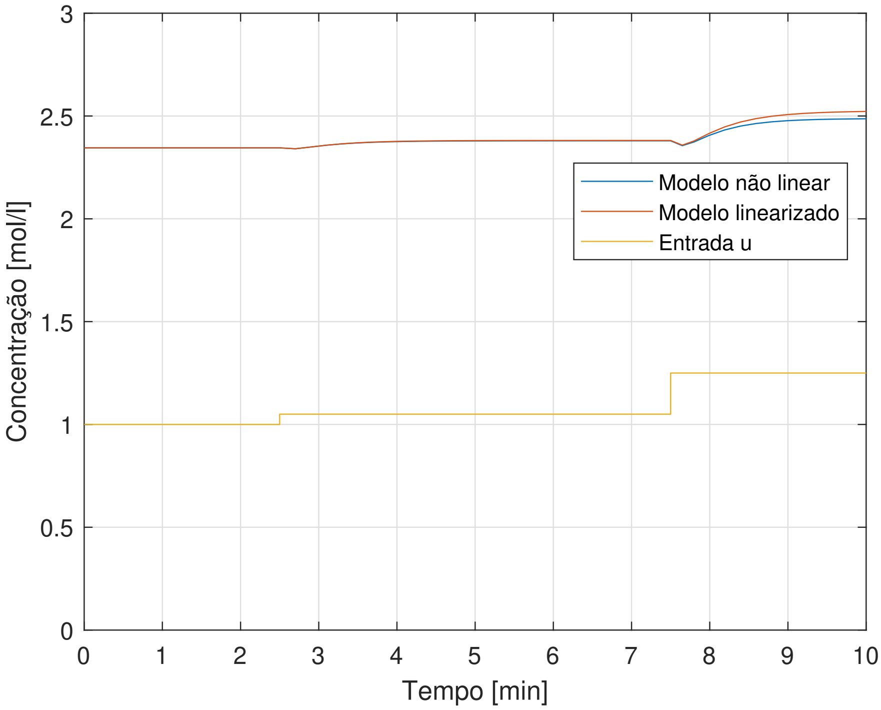


Figura 17: Comparação entre os modelos linear e não linear de Cb com pertubação constante.

As figuras 18 e 19, mostram o comportamento da concentração do produto A e do produto B, respectivamente, com a variação do sinal de pertubação. Aos 2,5 minutos de simulação Caf passou de $5,1\ mol/L$ para $5,6\ mol/L$ e, posteriormente aos 7,5 minutos, passou de $5,6\ mol/L$ para $6,1\ mol/L$. Note que, nas duas concentrações, o modelo linear não se afastou do modelo não linear, mesmo no segundo degrau, quando, relativamente, o sistema se afasta do ponto de equilíbrio

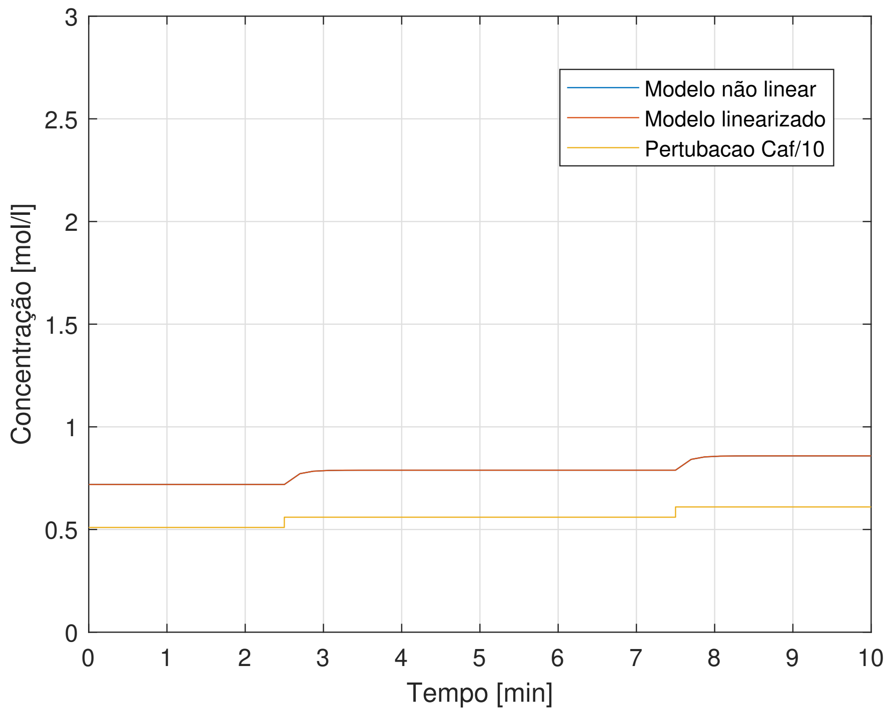


Figura 18: Comparação entre os modelos linear e não linear de Ca com entrada constante.

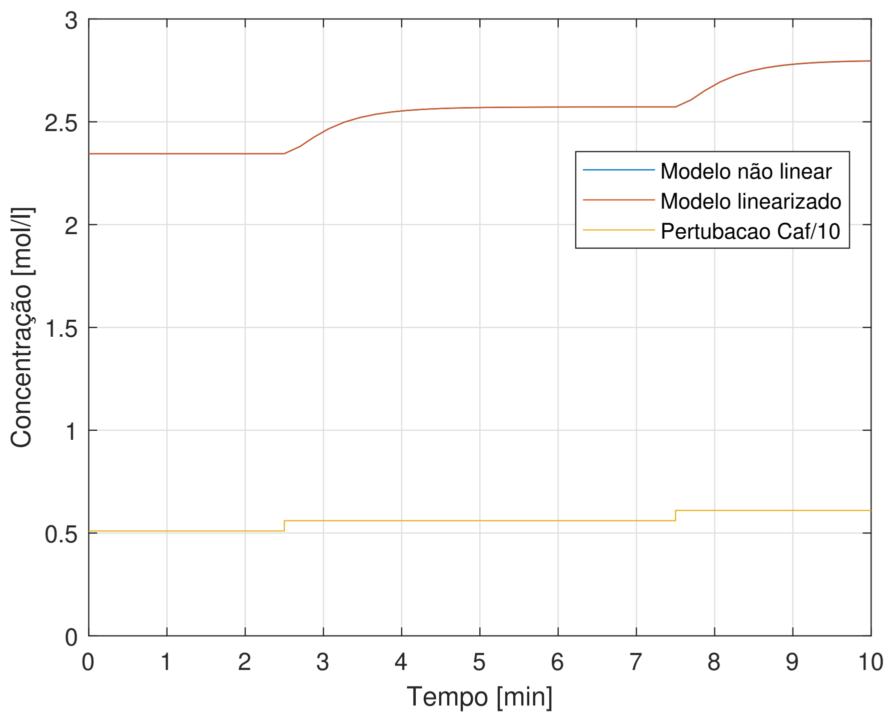
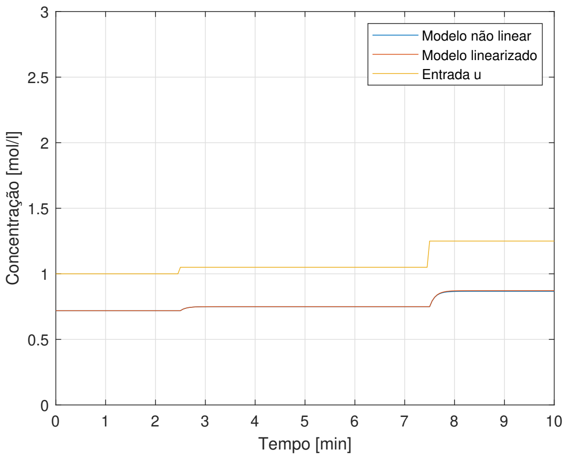


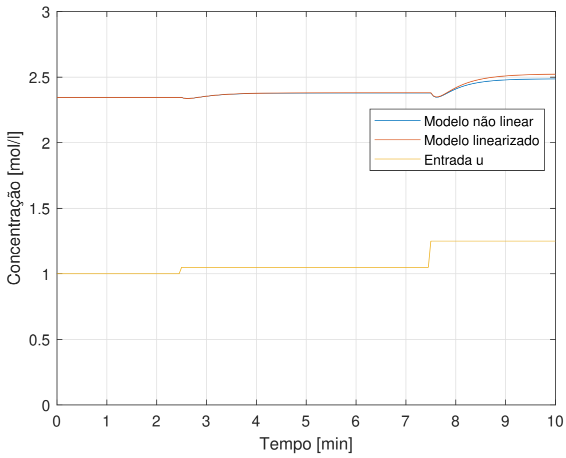
Figura 19: Comparação entre os modelos linear e não linear de Cb com entrada constante.

Vistos esses resultados, pode-se concluir, intuitivamente, que a a relação entre a pertubação e as duas concentrações apresenta ser linear. A relação de Ca com a variável de entrada, por simulação, é consideravelmente linear, ainda que nas vizinhanças do ponto. Por último, a relação entre Cb e a variável de entrada se mostrou ser não linear, mesmo a simulação não se afastando muito do ponto de linearização. Esses resultados são comprovados e realmente condizem com o que foi visto nos gráficos da questão 1, quando se observou a relação Cb e u bastante não linear.

Os mesmos passos para a análise foram realizados em código Matlab. Os resultados encontrados foram muito semelhantes ao observado por meio do *Simulink*. As simulações foram submetidas às mesmas condições do que as descritas anteriormente. A aproximação das derivadas por dx/dt = (1/Tc)*(x(k+1) − x(k)) não impactou significativamente nos resultados da simulação, visto o tempo de cálculo suficientemente pequeno (0,05 minutos), já que há desempenho computacional disponível. As figuras 20 e 21 apresentam as simulações realizadas por código, e muito semelhantes ao observado quando simulado no *Simulink*.

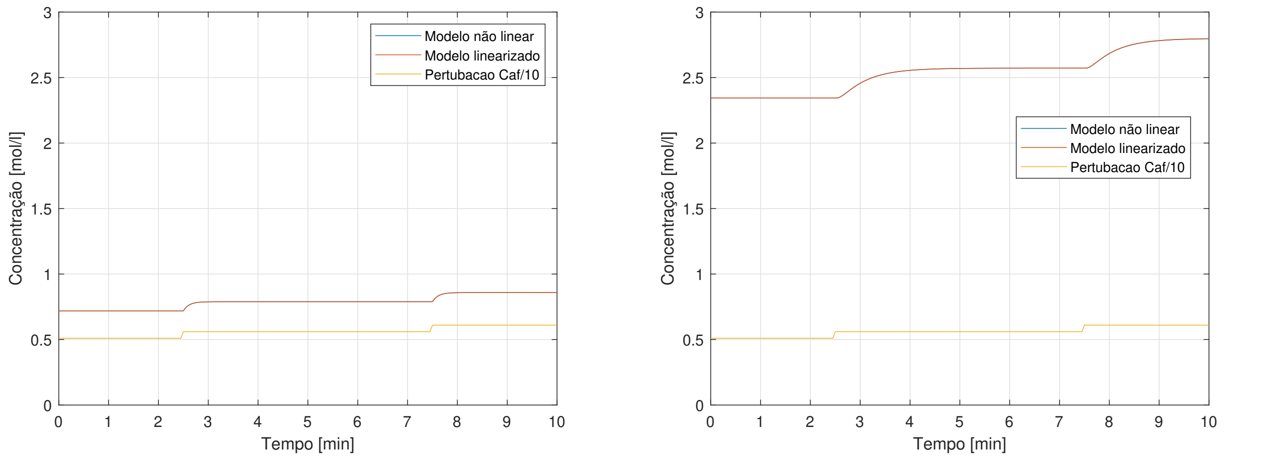


(a) Comparação entre os modelos linear e não linear de Ca com pertubação constante.



(b) Comparação entre os modelos linear e não linear de Cb com pertubação constante.

Figura 20: Simulação com modelos linear e não linear e pertubação constante.



(a) Comparação entre os modelos linear e não linear de Ca com u constante.

(b) Comparação entre os modelos linear e não linear de Cb com u constante.

Figura 21: Simulação com modelos linear e não linear e u constante.

1.f Questão 6

Realizando experimentos com o modelo não linear nas proximidades do ponto do equilíbrio obtenha um modelo simples de 1 ordem para as relações entre a variável manipulada e a concentração de B e a perturbação e a concentração de B. Projete um controle PI contínuo usando a técnica de alocação de polos para obter em malha fechada um sistema com t5% da ordem de 1.5 a 1.7 minutos e pico menor que 5%. Essa especificação deve ser atendida para resposta a seguimentos de degraus de referência de CB e perturbações de CAF. Use filtro de referência se necessário. Estude o comportamento do sistema sobre o modelo linearizado.

Tomando o modelo não linear, pode-se realizar pequenas variações em torno do ponto de equilíbrio proposto, com a finalidade de se obter características dinâmicas e estáticas do sistema, nas vizinhanças do ponto. O sistema de primeira ordem a ser levantado é da forma:

$$G(s) = \frac{K_p}{\tau s + 1},$$

em que K_p é o ganho estático da planta e τ é a constante de tempo em malha aberta.

Inicialmente, estabeleceu-se as relações entre a variável manipulada e a concentração de B, por meio do ensaio observado na figura 22, note que a pertubação Caf é mantida no ponto de equilíbrio para não influenciar nas medições. O sistema foi levado próximo ao ponto de equilíbrio, quando a concentração de B observada foi de $2,337\ mol/L$. Após a estabilização do sistema, aos 10 minutos do tempo de simulação, um degrau de $0,3\ L/min$ foi realizado na variável manipulada, passando de $0,99$ para $1,29\ L/min$. Com a variação na entrada, a concentração do produto B variou de $2,337$ para $2,506\ mol/L$, sendo assim, pode-se calcular o ganho estático:

$$K_p = \frac{\Delta Cb}{\Delta u} = \frac{2,506 - 2,337}{1,29 - 0,99} = 0,56.$$

Para a obtenção da constante de tempo do modelo a ser levantando, utilizou-se o critério de 5%. Assim, como a variação na concentração do produto B foi de $0,169\ mol/L$, temos que 95% do seu valor final pode ser calculado como:

$$0,169 \times 0,05 = 0,00845 \rightarrow Cb_{95\%} = 2,506 - 0,00845 = 2.497\ mol/L.$$

Observando o gráfico e com a ajuda da ferramenta para se obter dados precisos, constatou-se que que a concentração do produto B atingiu valor de $Cb_{95\%} = 2.497\ mol/L$ aos $11,78$ minutos de simulação, ou seja $\Delta T = 1,78\ min$. Sendo assim, temos a constante de tempo:

$$\tau_{MA} = \frac{\Delta T}{3} = \frac{t_{5\%}}{3} = 0,59.$$

Logo:

$$G(s) = \frac{\Delta Cb(s)}{\Delta u(s)} = \frac{0,56}{0,59s + 1}. \quad (5)$$

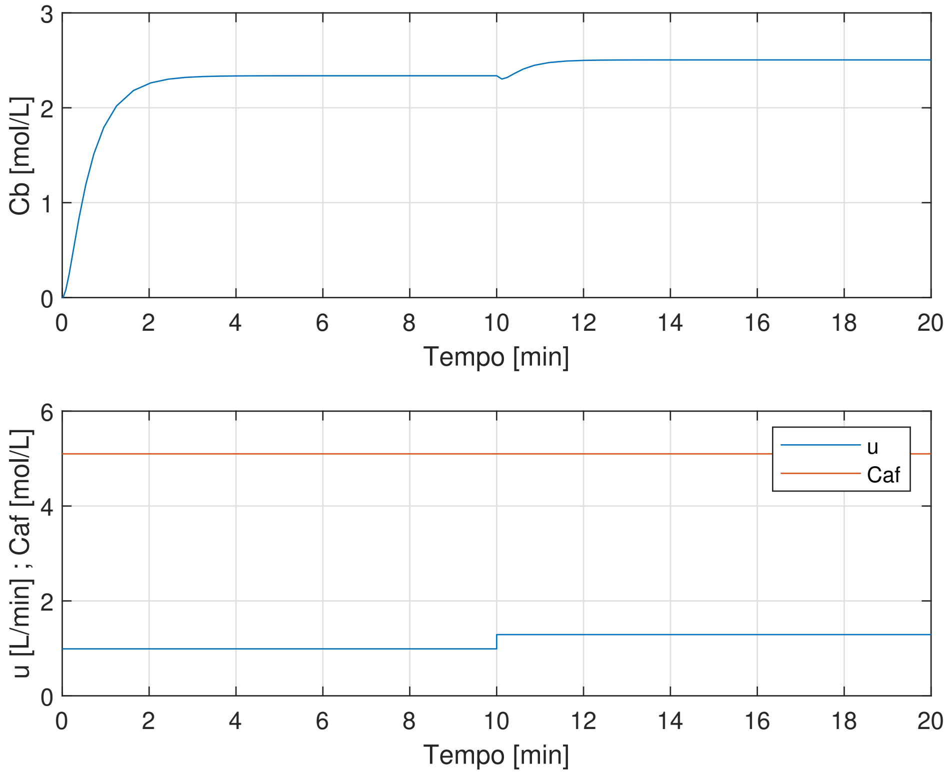


Figura 22: Ensaio para levantamento de características.

Seguindo o mesmo método de identificação, foi levantada a relação entre a concentração de B e a pertubação Caf por meio do ensaio observado na figura 23, note que a variável manipulada u é mantida no ponto de equilíbrio para não influenciar nas medições. Para o ensaio, o sistema foi levado ao ponto de equilíbrio e, após a estabilização do sistema, aos 10 minutos do tempo de simulação, um degrau de $0,3\ mol/L$ foi realizado na pertubação, passando de $5,1$ para $5,4\ mol/L$. Com a variação em Caf, a concentração do produto B variou de $2,345$ para $2,481\ mol/L$, sendo assim, pode-se calcular o ganho estático:

$$K_p = \frac{\Delta Cb}{\Delta Caf} = \frac{2,481 - 2,345}{5,4 - 5,1} = 0,45.$$

Para a obtenção da constante de tempo do modelo a ser levantando, utilizou-se também o critério de 5%. Assim, como a variação na concentração do produto B foi de $0,1363\ mol/L$, temos que 95% do seu valor final pode ser calculado como:

$$0,1363 \times 0,05 = 0,006815 \rightarrow Cb_{95\%} = 2,481 - 0,006815 = 2.474\ mol/L.$$

Observando o gráfico e com a ajuda da ferramenta para se obter os dados, constatou-se que que a concentração do produto B atingiu valor de $Cb_{95\%} = 2.2.474\ mol/L$ aos $11,779$ minutos de simulação, ou seja $\Delta T = 1,779\ min$. Sendo assim, temos a constante de tempo:

$$\tau_{MA} = \frac{\Delta T}{3} = \frac{t_{5\%}}{3} = 0,593 \approx 0,59.$$

Logo:

$$Q_i(s) = \frac{\Delta Cb(s)}{\Delta Caf(s)} = \frac{0,45}{0,59s+1}. \tag{6}$$

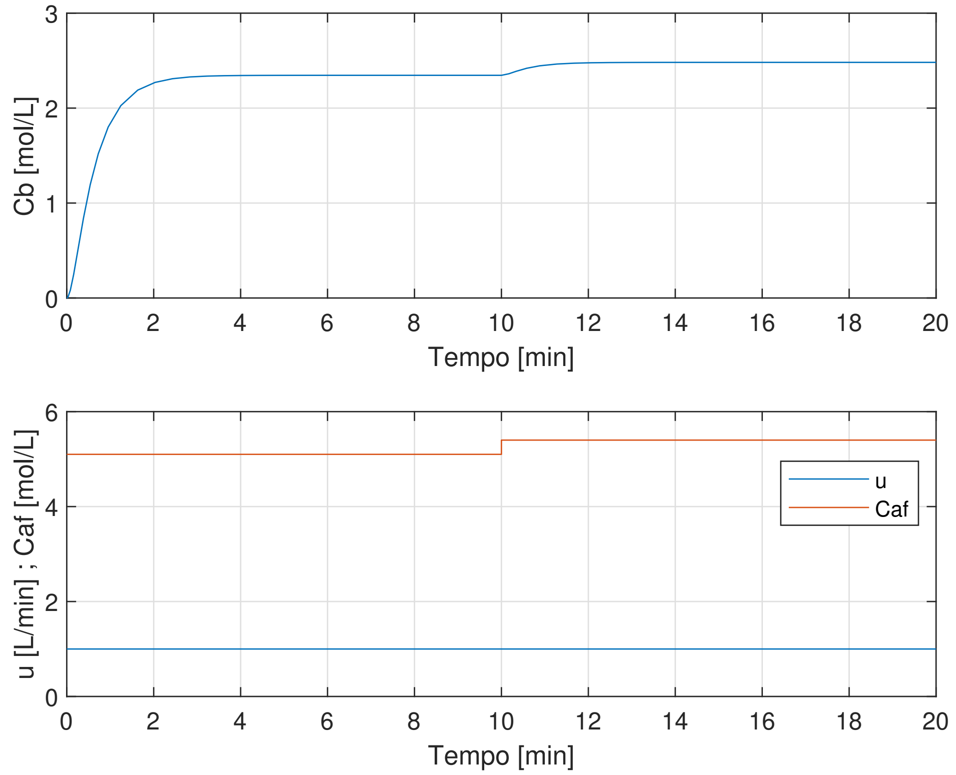


Figura 23: Ensaio para levantamento de características da influência da pertubação.

Partindo para o projeto do controlador PI por meio da técnica de alocação de polos, podemos tomar por base um projeto genérico com uma planta de 1ª ordem:

$$G(s) = \frac{K_p}{\tau s + 1},$$

e o controlador PI genérico:

$$C(s) = \frac{K_c(1+sT_i)}{sT_i}.$$

Sabe-se que, em malha fechada, a função de transferência que relaciona o sinal de saída com a referência é dada por

$$H_r(s) = \frac{CG}{1+CG} = \frac{\frac{K_c(1+sT_i)}{sT_i}\frac{K_p}{\tau s+1}}{1+\frac{K_c(1+sT_i)}{sT_i}\frac{K_p}{\tau s+1}} = \frac{K_cK_p(1+sT_i)}{sT_i(1+s\tau)+K_cK_p(1+sT_i)}.$$

Tomando a equação característica de $H_r : sT_i(1+s\tau)+K_cK_p(1+sT_i)$, pode ser reescrita como:

$$D(s) = sT_i(1+s\tau)+K_cK_p(1+sT_i) = s^2+\tau T_i + sTi + K_cK_p + K_cK_pT_is =$$

$$= \tau T_i s^2 + T_i(1+K_cK_p)s + K_cK_p,$$

dividindo por K_cK_p:

$$D(s) = \frac{T_i\tau}{K_cK_p}s^2 + \frac{1+K_cK_p}{K_cK_p}T_is + 1.$$

Note que $D(s)$ é a equação característica do sistema em malha fechada, de segundo grau. Assim, pode-se escolher os parâmetros K_c e T_i de modo que as raízes de $D(s)$ (polos de malha fechada) sejam como o desejado.

Voltando aos requisitos do controle a ser projetado, têm-se duas condições:

- $t5\%$ da ordem de 1.5 a 1.7 minutos
- pico menor que 5%.

Assumiremos, para o projeto, tempo de 5% desejado de 1,6 minutos e resposta sem sobressinal. Como não há pico, os polos são reais e iguais, e o tempo de 1,6 minutos implica em:

$$t5\% = 4,8\tau_d \rightarrow \tau_d = \frac{1,6}{4,8} = 0,333 \rightarrow s_{1,2} = -\frac{1}{\tau} = \frac{1}{0,333} = -3. \tag{7}$$

Assim, temos que os polos desejados de malha fechada (τ_d) são reais e iguais, e podem ser igualados a D(s) para obter K_c e T_i:

$$\frac{T_i\tau}{K_cK_p}s^2 + \frac{1+K_cK_p}{K_cK_p}T_is + 1 = (1+\tau_d s)^2,$$

$$\frac{T_i\tau}{K_cK_p}s^2 + \frac{1+K_cK_p}{K_cK_p}T_is + 1 = \tau_d^2 s^2 + 2\tau_d s + 1.$$

Igualando as parcelas, temos:

$$\frac{T_i\tau}{K_cK_p} = \tau_d^2$$

$$\frac{\frac{1+K_cK_p}{K_cK_p}T_i}{2\tau_d} = 2\tau_d.$$

Como temos os valores de τ, K_p e τ_d então pode-se encontrar K_c e T_i como segue:

$$\frac{0,59T_i}{0,56K_c} = 0,333^2 \rightarrow T_i = 0,105K_c, \tag{8}$$

$$\frac{(1+K_c0,56)T_i}{K_c0,56} = 2(0,33) \rightarrow T_i = \frac{0,66K_c(0,56)}{1+0,56K_c} \tag{9}$$

Substituindo (8) em (9), temos:

$$0,105K_c + 0,105K_c^2(0,56) = 0,3677K_c$$

dividindo tudo por K_c e rearranjando:

$$K_c = \frac{0,3677-0,105}{0,058} = 4,53.$$

Encontrado K_c, logo:

$$T_i = 0,105K_c = 0,477.$$

Assim, o controlador projetado para o sistema é

$$C(s) = \frac{4,53(1+0,477s)}{0,477s}. \tag{10}$$

Na figura 24 é possível visualizar uma simulação feita com o controlador implementado no modelo encontrado. Note que o sistema está no ponto de equilíbrio e é dado um degrau de amplitude 0,2 na referência, o sistema foi capaz de entrar na faixa de 5% em 0,5 minutos, com sobressinal de cerca de $1,5\%$. O motivo do sistema estar mais rápido do que projetado, e com sobressinal, é a presença de um zero à direita dos polos desejados, que será discutido na próxima questão. No quesito de pertubação, o sistema rejeitou 95% em cerca de 1,65 minutos, também atendendo aos requisitos. Veja, ainda, que o sistema não saturou sua ação de controle, e atende aos requisitos.

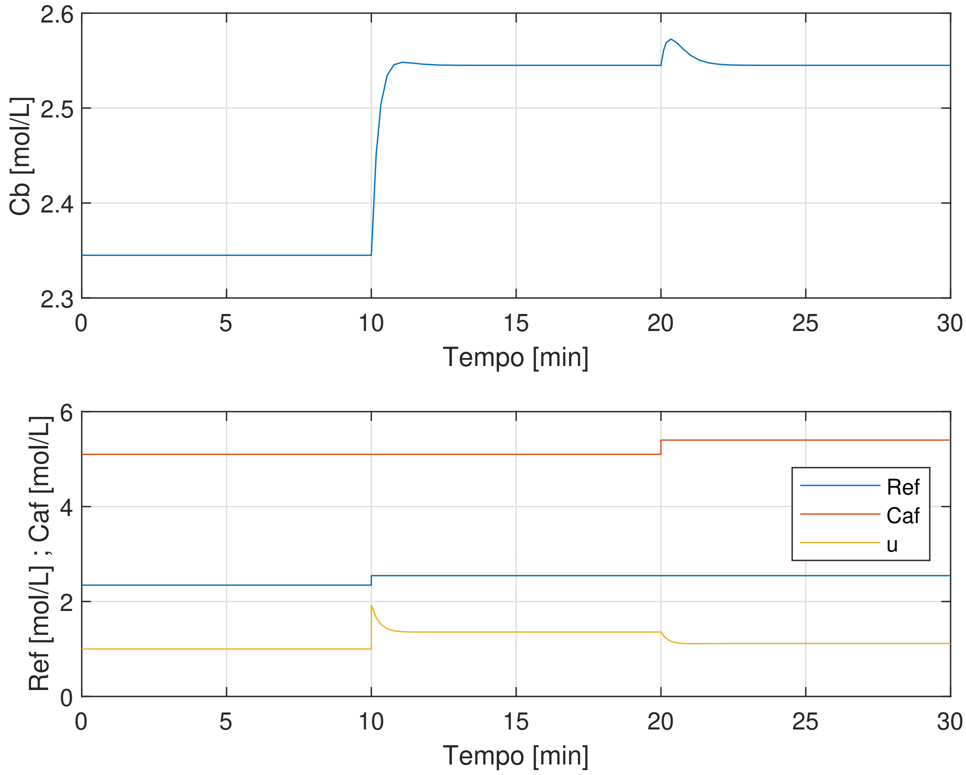


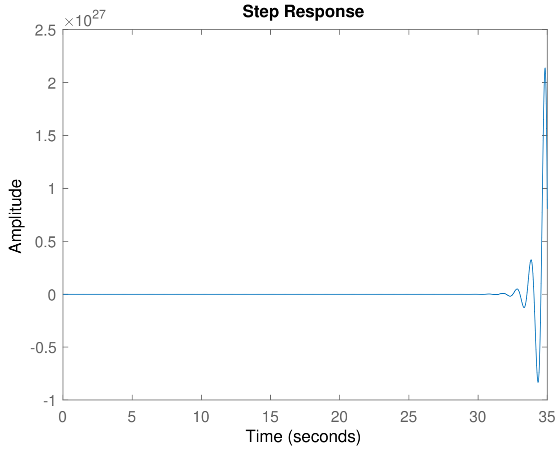
Figura 24: Ensaio em malha fechada.

O mesmo controlador projetado foi implementado no modelo linearizado no item 3. Ao simular, percebeu-se que o sistema ficou instável, logo, devemos analisar as funções de transferência em malha fechada. Tomando $Hq = \frac{Cb(s)}{Caf(s)}$ e $H = \frac{Cb(s)}{u(s)}$ obtidas no item 4, gera-se as funções de transferência de malha fechada:

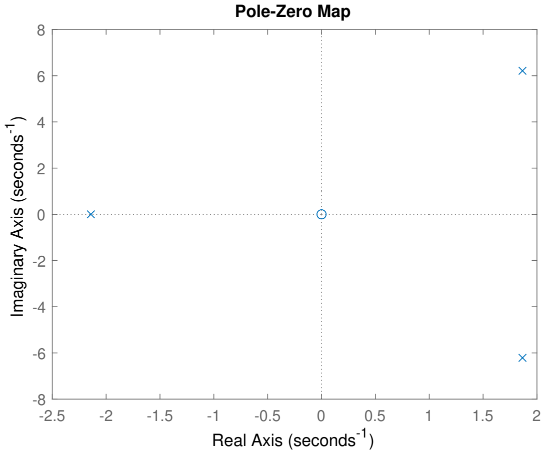
$$Hqmf = \frac{Hq}{1+CH} = \frac{6.01s}{s^3 - 1.59s^2 + 34.1s + 90.13}$$

$$Hrmf = \frac{H}{1+CH} = \frac{-10.6s^2 + 20.9s + 90.13}{s^3 - 1.59s^2 + 34.1s + 90.13}.$$

Observando as figuras 25 e 26 nota-se que, tanto na resposta em relação a pertubação, quanto em relação a mudança de referência, o sistema é instável. Isso se deve muito ao fato do modelo contemplar a fase não mínima, o que não era presente no modelo de primeira ordem. Note, no diagrama de polos e zeros, a presença de polos no semi-plano direito, ou seja, sinônimo de instabilidade.

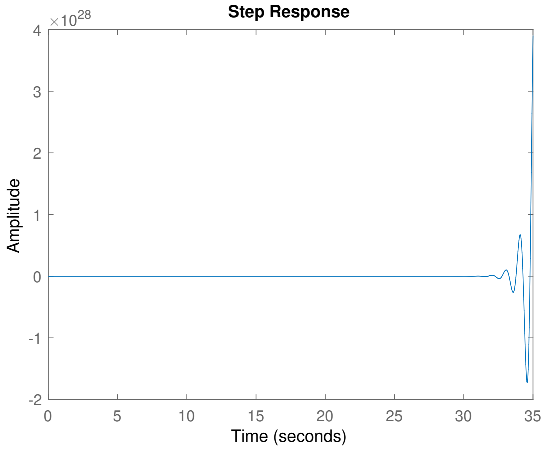


(a) Resposta do sistema em malha fechada ao degrau na pertubação.

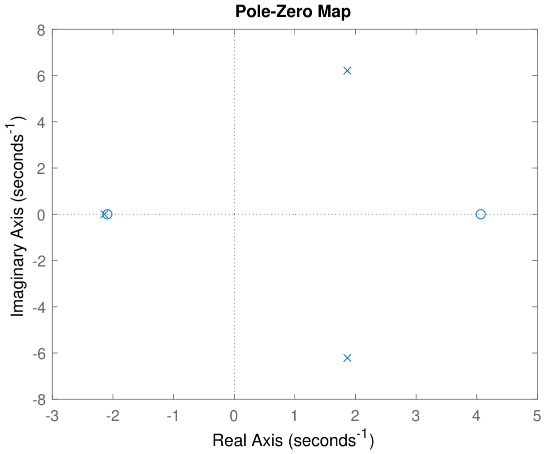


(b) Diagrama polo-zero de Hqmf.

Figura 25: Estudo do controlador aplicado no modelo linear em relação a pertubação.



(a) Resposta do sistema em malha fechada ao degrau na referência.



(b) Diagrama polo-zero de Hrmf.

Figura 26: Estudo do controlador aplicado no modelo linear em relação ao degrau de referência.

Frente a essa observação, é necessário um ajuste fino no controlador, diminuindo seus ganhos, para que os polos de malha fechada retornem ao semi-plano esquerdo. Este reajuste será realizado a seguir.

1.g Questão 7

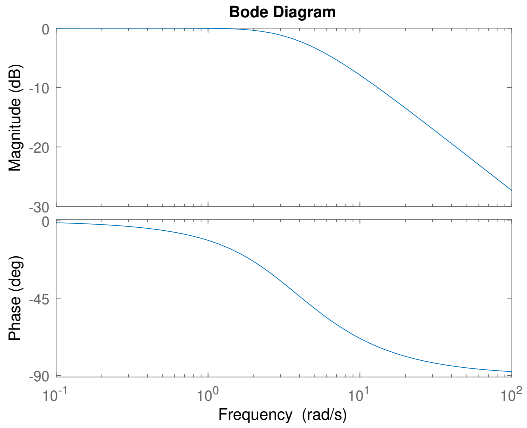
Analise as respostas em MF do sistema para degraus de referência e perturbação por simulação e interprete os resultados usando diagramas polo-zero e de resposta em frequência. Observe e quantifique as propriedades estáticas e dinâmicas das respostas. Poderia obter respostas mais rápidas? Como? É possível generalizar as propriedades das respostas deste sistema para um sistema genérico de 1 ordem? (pense em posição de polos e zeros, ganhos, etc).

A análise será feita a partir de ensaios e observação das propriedades das respostas sobre o modelo de primeira ordem levantado anteriormente. Como podemos perceber, a análise feita nesta seção do documento poderá não ser tão fiel, já que estamos supondo um modelo de primeira ordem que, na prática, não corresponde ao modelo original. Percebe-se isso a partir do momento em que "desprezamos"os zeros de fase não-mínima do sistema, que influenciam diretamente no desempenho do controlador projetado. Prosseguiremos com a análise.

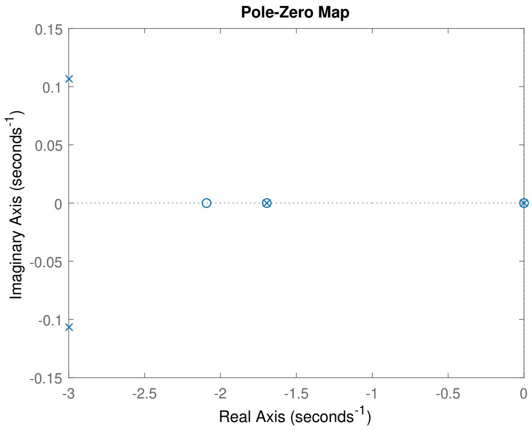
Começaremos analisando a relação entrada de referência/saída do sistema com o controlador não ajustado, que é dado pela FT

$$H_r = \frac{CG}{1+CG} = \frac{4.306s + 9.008}{s^2 + 6.001s + 9.008} \tag{11}$$

Se atentando ao fato de estarmos arredondando os valores de projeto do controlador, não obteremos dois polos reais e iguais, mas sim dois polos complexo conjugados (com uma pequena parcela imaginária). A partir daí, podemos analisar o diagrama de bode e o DPZ da relação.



(a) Diagrama de Bode FT H_r.



(b) Diagrama Polo-Zero FT H_r.

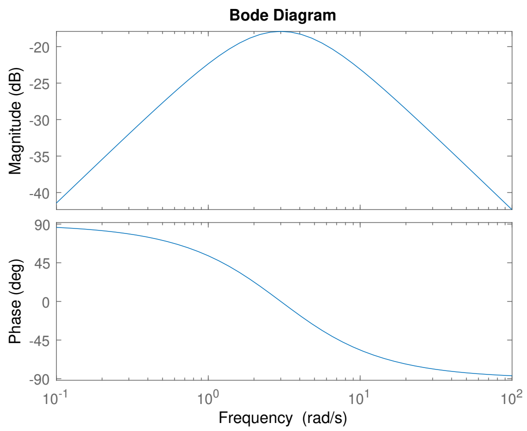
Figura 27: FT H_r.

Partindo dos diagramas acima, podemos observar que a resposta ao degrau de entrada do sistema possuirá um sobressinal muito sutil, devido a dominância do zero em -2.09 e, além disso, o sistema atinge o regime permanente com erro nulo (como era esperado visto que estamos projetando um controlador PI) após o transitório.

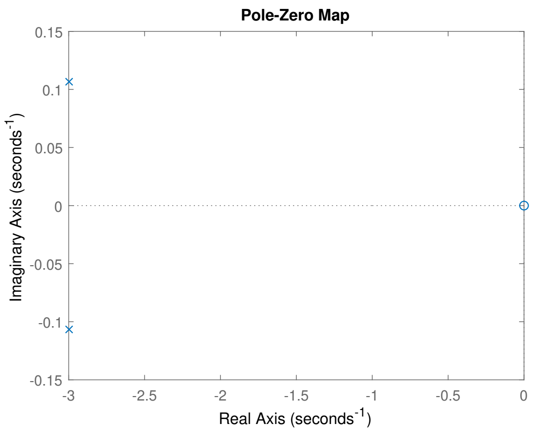
A relação saída/perturbação é dada pela FT

$$H_q = \frac{Q_i}{1+GC} = \frac{0.7627s}{s^2 + 5.995s + 8.995} \tag{12}$$

Percebe-se, como projetado, a presença de um zero de malha fechada em s=0, levando o sistema a rejeitar perturbações em regime permanente. Além disso, a dinâmica transitória da resposta será de acordo com os polos de malha fechada. Neste caso, como os polos possuem uma pequena parte imaginária, pode-se esperar um leve sobressinal da resposta. A mesma análise pode ser feita observando os diagrama relacionados com esta FT.



(a) Diagrama de Bode FT H_q.



(b) Diagrama Polo-Zero FT H_q.

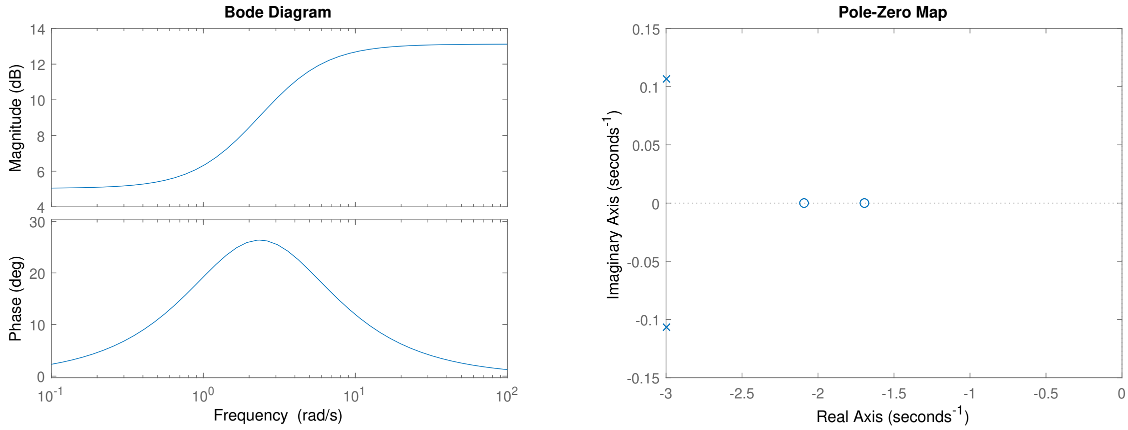
Figura 28: FT H_q.

Os diagramas acima atestam nossa análise, sendo que, após um transitório correspondente à aplicação do degrau de perturbação, o sistema reage, primeiramente aumentando a magnitude da resposta até que o controlador neutralize a perturbação, levando o sistema novamente ao ponto inicial.

A relação sinal de controle/referência é dada pela FT

$$H_{ur} = \frac{C}{1+GC} = \frac{4.53s^2 + 17.15s + 16.06}{s^2 + 5.995s + 8.995} \tag{13}$$

Como estamos trabalhando com um controlador PI, é esperado que o sinal de controle, após o período transitório, se estabeleça constante em um valor. Isto se deve ao fato de que, quando o erro é levado a zero, a área correspondente a integral do erro permanece constante. Logo, obtemos os seguintes diagramas:



(a) Diagrama de Bode FT H_{ur}.

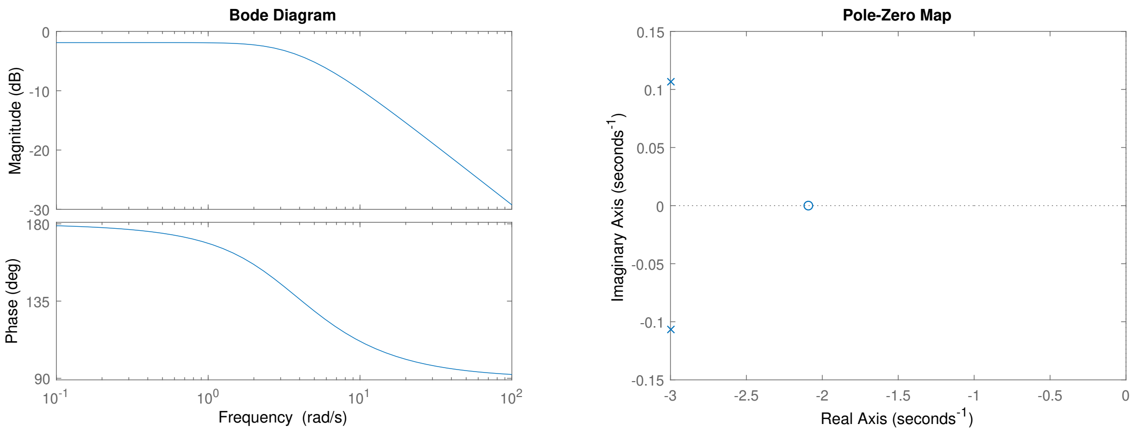
(b) Diagrama Polo-Zero FT H_{ur}.

Figura 29: FT H_{ur}.

Então, conforme analisado acima, percebe-se que após o transitório (correspondente ao período em que o erro de seguimento de referência é diferente de zero), o sinal de controle se acomoda num valor constante. Podemos enfim analisar a relação sinal de controle/perturbação, que é dada pela FT

$$H_{uq} = \frac{-CQ_i}{1+GC} = \frac{-3.455s - 7.228}{s^2 + 5.995s + 8.995} \tag{14}$$

Podemos esperar desta relação um comportamento parecido com a anterior. Levemos em consideração que o sistema começa num valor de equilíbrio. No momento em que há uma perturbação no sistema, o sinal de controle trabalha para eliminá-la. Observando o ganho estático desta FT, percebemos que em regime permanente o sinal de controle será negativo, se contrapondo à perturbação. Assim, podemos observar os diagramas:

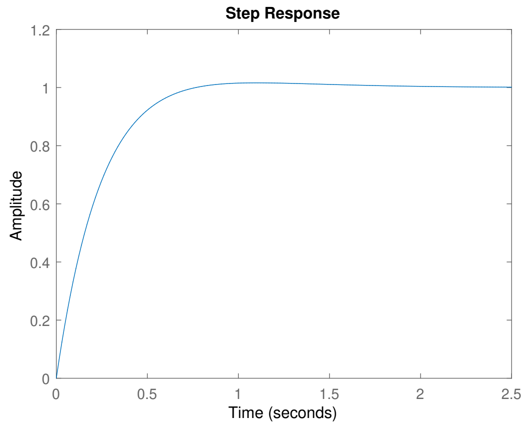


(a) Diagrama de Bode FT H_{uq}.

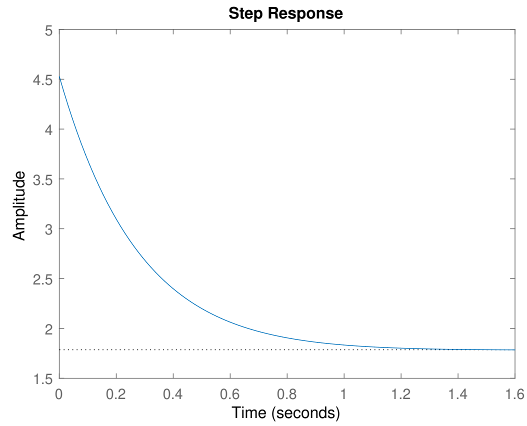
(b) Diagrama Polo-Zero FT H_{uq}.

Figura 30: FT H_{uq}.

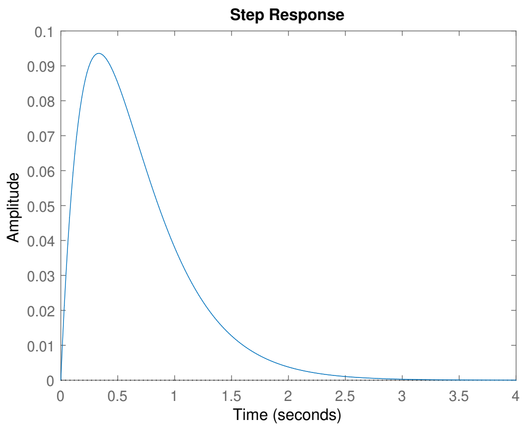
Por fim, aplicamos um degrau em cada FT para que pudéssemos validar nossas teses acerca do comportamento do sistema em malha fechada. Conforme podemos verificar a seguir, obtivemos os comportamentos esperados:



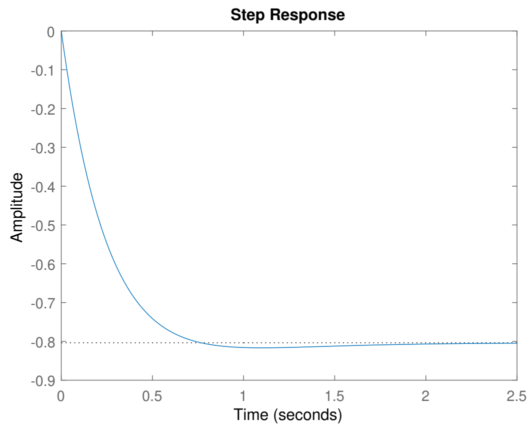
(a) Aplicação de um degrau unitário sobre H_r.



(b) Aplicação de um degrau unitário sobre H_{ur}.



(c) Aplicação de um degrau unitário sobre H_q.



(d) Aplicação de um degrau unitário sobre H_{uq}.

Figura 31: FTs do sistema em MF.

Agora, respondendo as questões:

- **Podemos obter uma resposta mais rápida?**

  A resposta é: sim. Se projetarmos o controlador pelo mesmo método de alocação de polos previsto no enunciado, ao diminuirmos o tempo de 5% de malha fechada desejado, aumentaremos a velocidade do sistema. Isso, além de ser bastante lógico de ser pensado, faz todo sentido. Ora, num projeto de um controlador PI por alocação de polos, deseja-se obter polos reais e iguais, de maneira que o denominador de FT de malha fechada (seja de $\frac{Y}{R}$, $\frac{Q}{R}$, *etc.*) se torne

$$D_{MF} = (1 + s_d)^2 \tag{15}$$

podemos observar que, na equação

$$\xi\omega_n = \frac{4.8}{t_{5\%_{MF}}} \tag{16}$$

ao diminuirmos $t_{5\%_{MF}}$ estaremos aumentando o valor de $\xi\omega_n$ que corresponde ao s_d. Com isso, estaremos alocando polos de malha fechada mais rápidos no sistema, ou seja, distanciando estes polos da origem do plano complexo, aumentando a velocidade da resposta ao degrau.

- **É possível generalizar as propriedades das respostas deste sistema para um sistema genérico de 1 ordem?**

  Sim, é possível. Conhecendo as características de respostas de um sistema de primeira ordem, ao projetarmos um controlador PI poderemos prever, caso tenhamos um bom modelo do sistema, o comportamento das respostas.

  – Caso o sistema em malha fechada possua polos complexo conjugados, temos a tendência de observar um transitório oscilatório, até que haja estabilização em regime permanente;
  – Caso o sistema possua polo real dominante próximo à origem do plano complexo, podemos esperar uma resposta mais lenta;
  – Caso o sistema possua algum zero entre os polos de malha fechada (ou a esquerda dos polos, no caso de eles serem reais e iguais), esperamos uma aceleração da resposta;
  – Caso este zero esteja a direita do polo dominante, esperamos observar um sobressinal no sistema;
  – Pode-se também, para acelerar a resposta de um sistema genérico de primeira ordem, aumentar o valor de ganho do controlador, atentando-se para não levar o sistema próximo de uma região de instabilidade.

1.h Questão 8

Usando Simulink, estude por simulação o comportamento dinâmico do sistema em MF com o modelo completo não linear e verifique se atende as especificações. Implemente um cenário de simulação com a partida do sistema em rampa até chegar no ponto e operação. Simule, então, variações perto do ponto de operação e aplique perturbações. Poderia

obter respostas mais rápidas? Porque? Que acontece com o sistema ao se afastar do ponto de operação?

Com o avanço das atividades desta tarefa, conforme projetávamos o controlador e o testávamos em diferentes cenários de simulação (sobre os modelos: linear, não-linear e o de primeira ordem), verificamos respostas diferentes para cada caso e, por consequência, alternâncias na ação do controlador. Como estamos buscando um modelo de primeira ordem para a representação de um sistema que originalmente não é um processo tão simples, deixamos de olhar para algumas características. Uma delas é a presença de zeros de fase não-mínima. Quando projetamos um controlador visando um processo com zero de fase não-mínima, adaptando-o a um sistema de primeira ordem, corremos o risco de o projeto não atender as especificações.

Uma forma de exemplificar o que está sendo discutido aqui é, com o controlador projetado nas seções anteriores, aplicá-lo ao sistema real e observar o comportamento deste. Pensando nisto, fez-se o seguinte ensaio:

- Primeiramente levou-se o sistema ao ponto de operação (através de sinais do tipo rampa) no qual havíamos linearizado-o;
- Após, no instante de tempo 30 (minutos) aplicou-se um degrau de 0.1 [mol/L] no SP;
- Por fim, aplicou-se um degrau de 0.1 [mol/L] na variável de perturbação no instante de tempo 40 (minutos).

Entretanto, ao contrário do que havíamos projetado, o sistema se torna instável. Com isso, julgamos necessário reajustar o ganho do controlador para, além de estabilizar o sistema, conseguirmos avaliar os resultados de saída do processo.

Para dar início ao reajuste, implementamos um filtro de referência de modo a anular o efeito do zero em -2 no DPZ da relação H_r (fig 27).

$$F(s) = \frac{2}{s+2} \tag{17}$$

Após isso, O reajuste do ganho foi feito de forma empírica, até que obtivéssemos um bom resultado. O controlador ajustado é da seguinte forma:

$$C(s) = \frac{0.834s + 1.75}{0.477s} \tag{18}$$

Ou seja, apenas abaixamos o ganho do controlador (K_c) em aproximadamente 61.4%. Após isso, o mesmo ensaio foi realizado, obtendo os seguintes resultados:

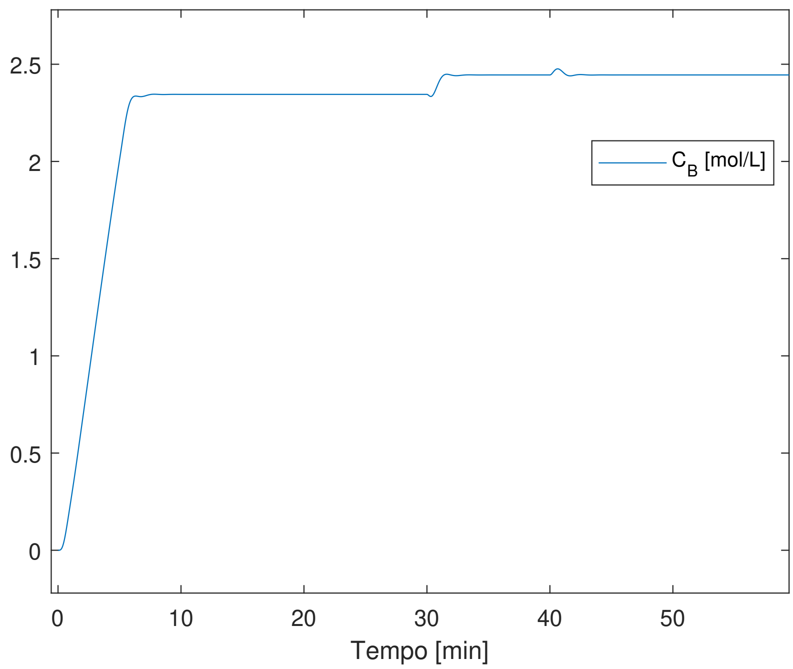
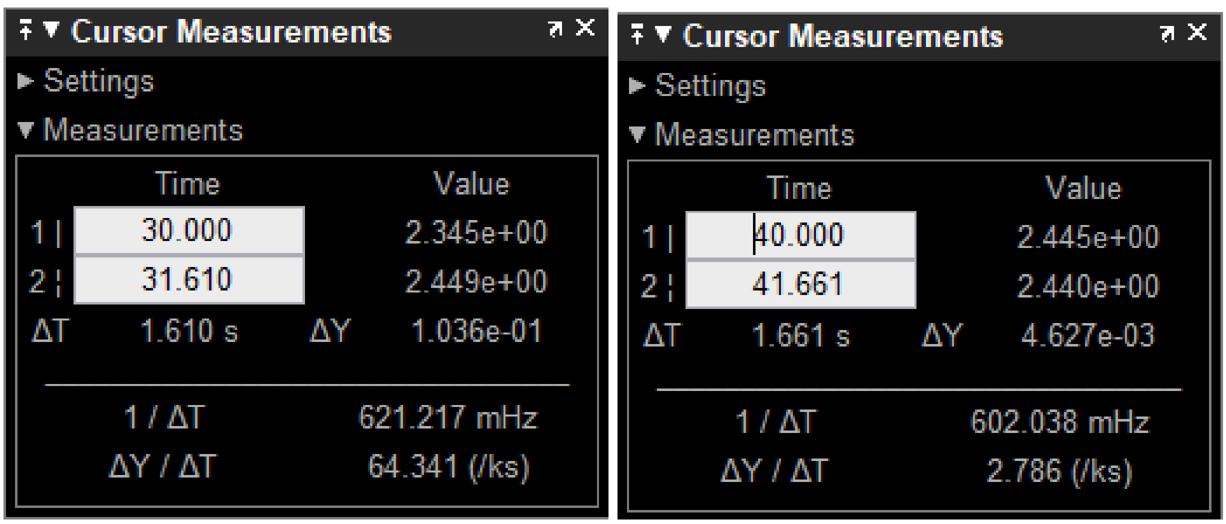


Figura 32: Simulação sobre o sistema não-linear.

Com a aplicação do filtro de referência e o reajuste do controlador calculado visando o modelo de primeira ordem levantado, pudemos atender os requisitos do sistema, obtendo tempo de 5% próximo a 1.6 minutos e com pico nas respostas à referência e à perturbação inferior a 5%, como mostra as figuras a seguir:



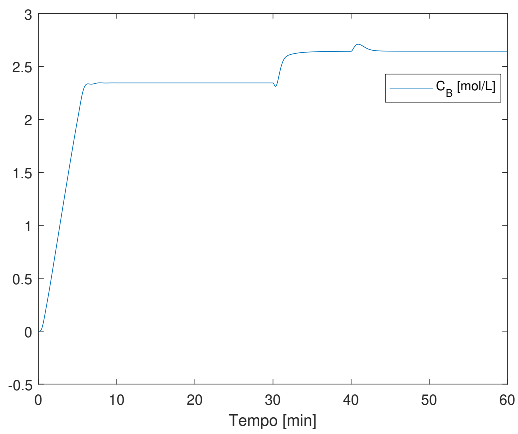
(a) Dados da resposta ao degrau de referência.

(b) Dados da resposta ao degrau de perturbação.

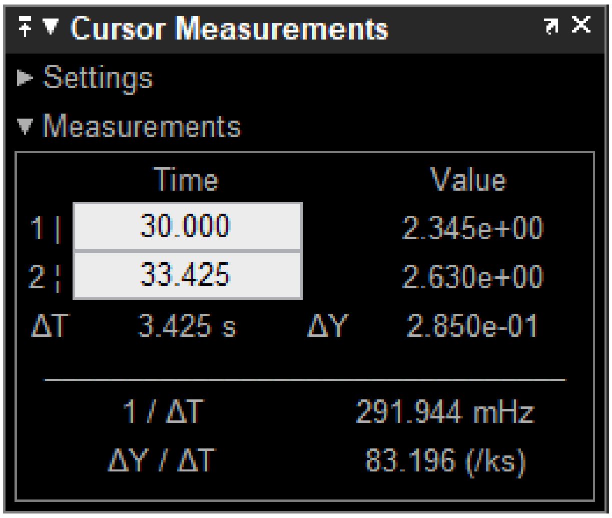
Figura 33: Resultados obtidos.

Ou seja, evidencia-se que o pico máximo da resposta ao seguimento de referência encontra-se inferior aos +5% (2.450 mol/L) da resposta final (2.445 mol/L), assim como o pico máximo de rejeição à perturbação encontra-se em -5% (2.440 mol/L) do valor de regime permanente. Além disso, verifica-se que estes valores são atingidos em intervalos de tempo inferiores a 1.6 minutos, cumprindo também o critério do tempo de 5%.

Observa-se que, a medida que deslocamos o sistema do ponto de operação, aplicando um degrau de 0.3 (mol/L) a partir de 2.345 (mol/L), o controlador passa a perder sua eficiência, não atendendo mais os requisitos de projeto, já que não observa-se pico, mas um $t_{5\%} = 3.4min$.



(a) Ensaio aplicado sobre o sistema.



(b) Valor de $t_{5\%}$.

Figura 34: Sistema fora do ponto de operação

Outro ponto a ser destacado é: Podemos obter respostas mais rápidas? Uma forma de acelerarmos este sistema seria aumentar o valor de ganho do controlador. Entretanto, neste caso, torna-se inviável, pois como podemos observar nos ensaios apresentados, no momento em que o degrau é aplicado, ao invés de o sistema responder aumentando o valor da saída percebemos que ele responde (num primeiro momento) de maneira contrária. Isto se deve ao efeito do zero de fase não mínima. Caso aumentemos o ganho, além de tornar a resposta ainda mais oscilatória (já que o sistema de controle, no momento em que a planta responde de maneira contrária à referência, busca "inverter"o comportamento do processo, enviando um sinal de controle ainda maior) podemos tornar o sistema instável, dependendo da magnitude deste aumento. Com isso, conclui-se que não podemos obter uma resposta mais acelerada.

1.i Questão 9

Discretize o controle do ponto 1, escolhendo adequadamente Ts. Implemente o controle em matlab, escrevendo o código de controle. Simule um cenário onde o sistema é levado até o ponto de operação em modo MANUAL e somente então o controle passa a AUTOMÁTICO. Usando ferramentas no domínio da frequência analise o seu controle discretizado e compare com o contínuo. Analise o efeito da amostragem.

Com o intuito de realizar a discretização do controlador, um ponto essencial consiste na escolha do período de amostragem, para a determinação deste, levou-se em consideração como critério, que até que o sistema atinja a região $t5\%$ em torno do ponto de operação, ao menos 20 amostragens devem ser realizadas, adotando como tempo de 5%, o valor de 1,6 minutos, temos:

$$T_s = \frac{t5\%}{20} \implies \frac{1.6}{20} = 0.08min.$$

Com o período de amostragem definido, realizou-se então a discretização do controlador encontrado no item 6:

$$C(s) = \frac{4,53(1+0,477s)}{0,477s}.$$

Discretizando o mesmo pelo método do sustentador de ordem zero, chegou-se ao seguinte controlador:

$$C(z) = \frac{4.53z - 3.77}{z-1}.$$

Convertendo a mesma em uma equação a diferenças, obteve-se:

$$u(k) = u(k-1) + 4.53e(k) - 3.77e(k-1).$$

Realizando a implementação deste controlador ao modelo não linear, cujas derivadas foram aproximadas pelo método de Euler, constatou-se que o sistema passava a oscilar indefinidamente logo após a transição do modo manual (já no ponto de operação), para o modo automático. Visto isto, percebeu-se a necessidade de redução do ganho do controlador, para que o sistema pudesse operar conforme o esperado . Após algumas iterações, percebeu-se que o ganho do controlador deveria ser reduzido em aproximadamente 66%, resultando na seguinte função de transferência:

$$C(s) = \frac{1.48(1 + 0,477s)}{0,477s}.$$

Discretizando:

$$C(z) = \frac{1.48z - 1.25}{z - 1}.$$

E obtendo a equação a diferenças:

$$u(k) = u(k-1) + 1.48e(k) - 1.25e(k-1).$$

Para realizar as simulações, o algoritmo criado possui um tempo de cálculo de um décimo do período de amostragem, ou seja, 0,008 minutos, assim, a cada 10 iterações do processo de cálculo, uma amostragem é realizada e os valores do sinal de controle calculados e atualizados. Nas simulações, a transição de modo manual para automático é realizada através tempo, assim, o sistema é iniciado em modo manual, com uma vazão de $1l/min$ (ajustada pelo operador) e uma concentração de entrada constante de $Caf = 5.1mol/l$. Aos 5 minutos de simulação ocorre a transição para o modo automático, onde mantém-se o mesmo ponto de operação, que agora é dado pela referência do controlador.

```
%Passagem do sistema para o modo automatico aos 5 minutos
   (625iteracoes*0.08 minutos)
for i=626:1874

    if (((i-j)/10)==1) %Realizacao da amostragem a cada 10
        iteracoes
        j=i;
```

Outro aspecto importante consiste em preservar o valor da variável manipulada do modo manual, de forma que quando ocorra a transição do modo manual para o modo automático, parta-se desta, para realizar o cálculo da ação de controle necessária para se chegar a referência desejada.

```
%lei de controle
        if(i == 626)
            u(i) = u(i-1) + 1.48*e(i) - 1.25*e(i);

        else
            u(i) = u(i-1) + 1.48*e(i) - 1.25*e(i-1);

            if(u(i)>10)  %saturacao do sinal de controle (
              vazao[0-10])
                u(i)=10;
            elseif(u(i)<0)
                u(i)=0;
            end
        end
```

Como resultado, obteve-se o gráfico da figura 35, onde toda a simulação é demostrada, desde a partida do sistema do zero, e também o gráfico da figura 36, onde são apresentados as informações de mudança de modo de operação, mudanças de referência e perturbações aplicadas.

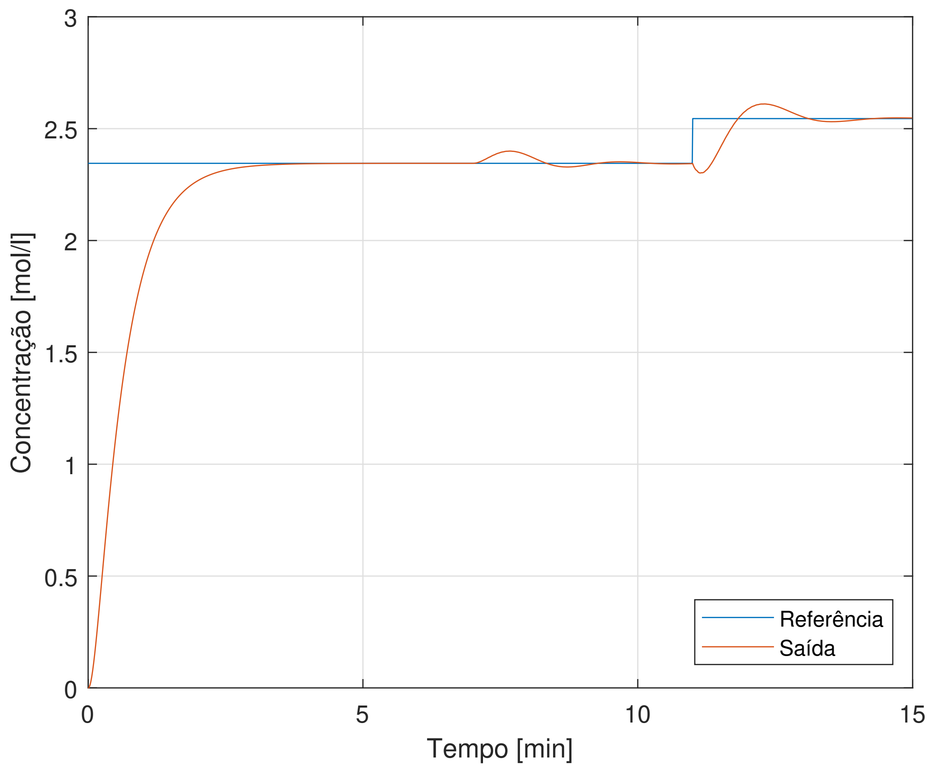


Figura 35: Simulação completa via código Matlab.

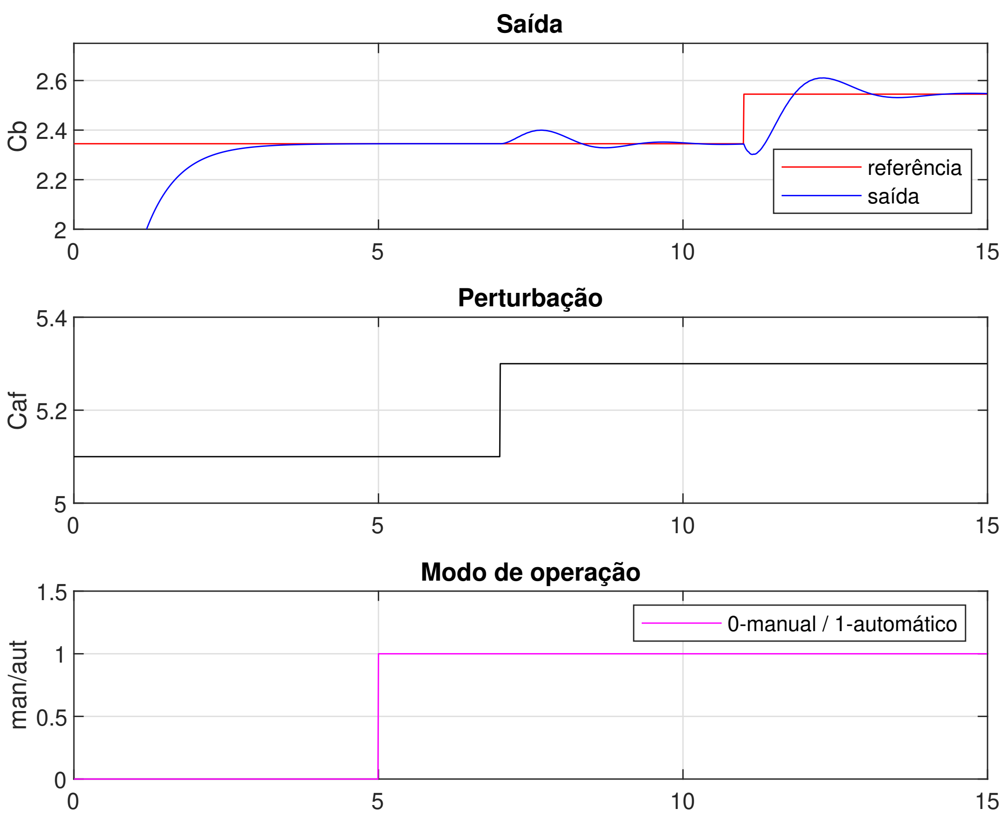


Figura 36: Informações relevantes da simulação

Neste caso, observou-se que para perturbação o sistema atendeu as especificações, com pico de aproximadamente 5% e tempo inferior de aproximadamente 1.67 minutos. Já para mudança de referência, foi observado um pico de cerca de 25% o que levou a necessidade de se projetar um filtro. Este por sua vez, teve como objetivo anular o efeito do zero do controlador, por isso trata-se de um filtro bastante simples, com ganho unitário e com um polo igual ao zero do controlador.

$$F(s) = \frac{1}{0,477s + 1}.$$

Discretizando:

$$F(z) = \frac{0.154}{z - 0.846}.$$

E obtendo a equação a diferenças:

$$ref_{out}(k) = 0.846 \cdot ref_{out}(k-1) + 0.154 \cdot ref_{in}(k);$$

A sua implementação ficou da seguinte forma:

```
%Filtro para refer ncia
        if(i == 626)
            ref_out(i)=0.846*ref_out(i)+0.154*ref_in(i);

        else
            ref_out(i) = 0.846*ref_out(i-1)+0.154*ref_in(i);
        end

        %c lculo do erro de seguimento de refer ncia
        e(i) = ref_out(i) - Cb(i);
```

Como resultado obteve-se o gráfico da figura 37, no qual foi possível encontrar um sobressinal de 5% e um tempo de 5% de 1.4 minutos, para o seguimento de referência, critérios que atendem ao especificado. Quanto a rejeição a perturbação, mantiveram-se os valores anteriores a implementação do filtro.

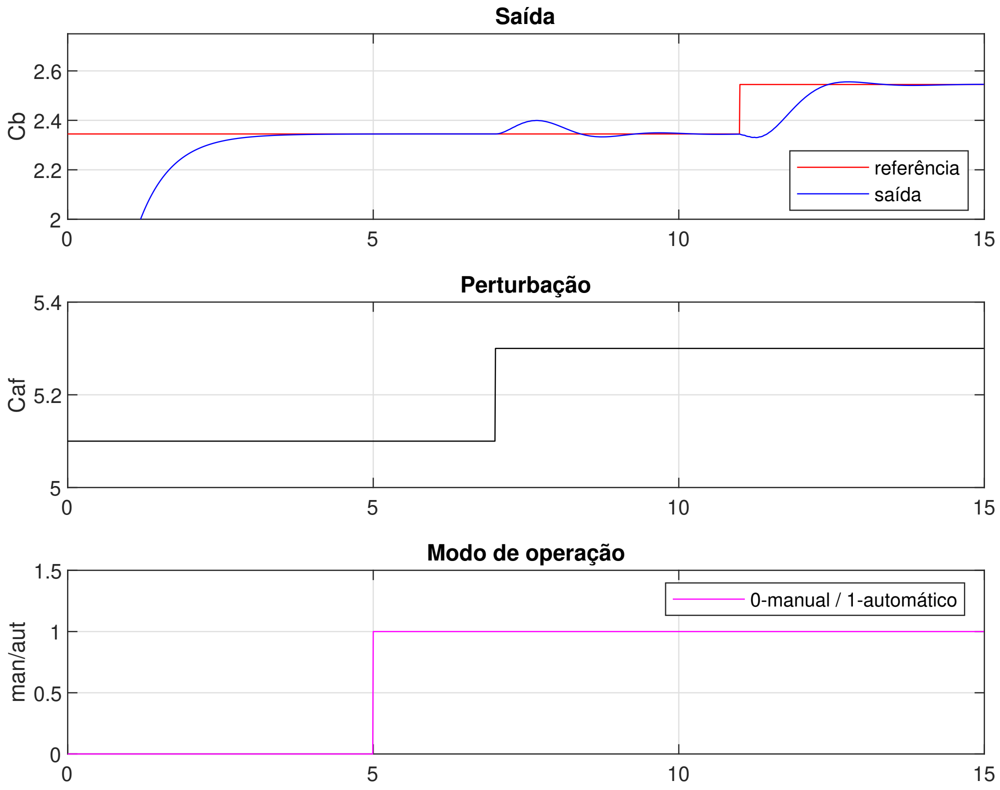
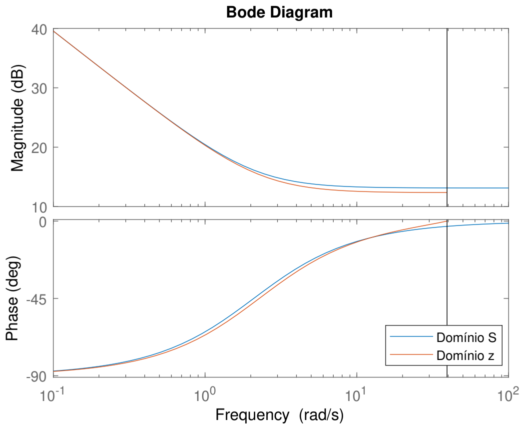


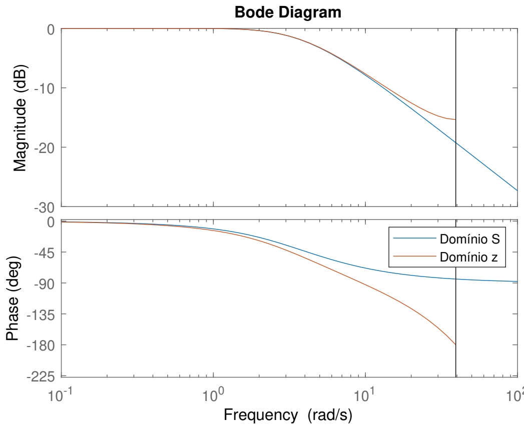
Figura 37: Simulação do controlador via código Matlab.

Com o intuito de comparar o efeito da discretização sobre o controlador, utilizou-se o controlador contínuo, com seu equivalente discreto, utilizando para isso também as plantas simplificadas de primeira ordem, obtidas no item 6 e suas equivalentes discretas.

Quando comparamos os diagramas de Bode dos controladores, podemos observar grande proximidade entre entre as curvas, uma vez que os polos e zeros possuem correspondência entre os diferentes domínios, entretanto é importante salientar que existe uma frequência limítrofe, a partir da qual o controlador discreto não apresenta correto funcionamento. Tal frequência está ligada ao período de amostragem, que quanto menor, permite a utilização do controlador em frequências mais elevadas. Logo conclui-se que quanto menor for o período de amostragem, maior é a faixa e maiores são as frequências em que será possível empregar um sistema de controle discreto.



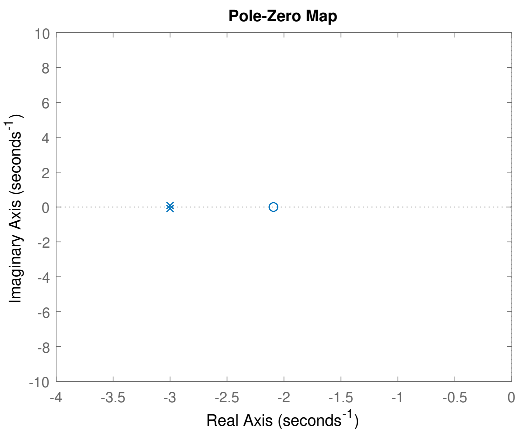
(a) Diagrama de Bode do controlador



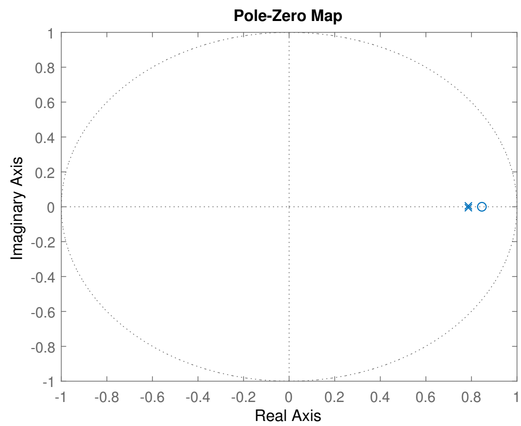
(b) Diagrama de Bode FT de malha fechada para referência

Figura 38: Comparativos entre FT contínuas e discretas.

Comparando ainda os diagramas de polos e zeros das funções de transferência de malha fechada, contínua e discreta, é possível observar que conforme o projetado, ambas possuem dois polos reais. Observa-se ainda que enquanto no sistema contínuo, a presença dos polos no semi-plano esquerdo assegura a estabilidade do sistema, para o sistema discreto, os polos devem estar no interior do circulo unitário, além de estarem no semiplano direto, o que assegura que o período de amostragem escolhido é adequado.



(a) Diagrama de polos e zeros contínuo



(b) Diagrama de polos e zeros discreto

Figura 39: Comparativos entre FT contínuas e discretas.

1.j Questão 10

Projete o controle PI direto no domínio discreto, a partir de um modelo equivalente discreto do processo, supondo um sustentador de ordem

zero no sistema AD/DA, para atender as mesmas especificações do controle PI contínuo. Interprete os resultados usando diagramas polo-zero e de resposta em frequência. Usando simulink com o modelo não linear do processo teste seu controle. Considere nesta simulação ruídos de medição da concentração e saturação do atuador. A saturação do atuador tem duas componentes, umin=0 e umax=10 e a variação deltau não pode ser maior que 2/min^{2}m. Analise o efeito da saturação no sistema de controle em malha fechada criando cenários onde o sinal de controle satura. Estude o efeito windup causado pela saturação na ação integral. Proponha pelo menos uma estratégia de anti-windup e compare o comportamento do sistema com e sem ela.

A fim de projetar o controle no domínio discreto, foram obtidas as funções de transferência discretas simplificadas do sistema, ou seja as funções de transferência simplificadas a partir do modelo de primeira ordem. Com os dados obtidos no item 6 e considerando como período de amostragem T_s igual a um vigésimo do tempo médio para o sistema acomodar-se na faixa de 5% de variação, que é de 1,6 minutos. Temos os seguintes dados a respeito da função de transferência que relaciona a variável manipulada e a concentração de B.

$$\tau_{MA=}0.59$$
$$K_p = 0.56.$$

Podemos obter a função de transferência discreta por:

$$G(z) = K_p \frac{(1-a)}{z-a}$$

Sendo a:

$$a = e^{\frac{-T_s}{\tau_{MA}}} \implies a = e^{\frac{-0.08}{0.59}} \implies a = 0.8732.$$

$$G(z) = 0.56 \frac{1-0.873}{z-0.8732} \implies G(z) = \frac{0.0710}{z-0.8732}$$

O mesmo procedimento foi realizado para a função de transferência da perturbação (C_af), em relação a concentração de B, cujo tau_{MA} vale0.59 e o ganho K_q vale 0.45, resultando na seguinte função de transferência discreta:

$$Q_i(z) = \frac{0.05706}{z - 0.8732}$$

A partir de então partiu-se para o projeto do controlador, considerando neste a não presença de sobressinal, o que implica em polos reais duplos, que foram calculados conforme segue:

$$t5\% = 4.8\tau_d \implies \tau_d = \frac{1.6}{4.8} = 0.3333$$

$$Z_d = e^{\frac{-T_s}{\tau_d}} \implies Z_d = e^{\frac{-0.08}{0.333}} \implies Z_d = 0.7866.$$

A função de transferência do controlador possui a seguinte forma:

$$C(z) = K_c \frac{(z - z_o)}{z - 1}$$

E a função de transferência de malha fechada para seguimento de referência é dada por:

$$\frac{y}{r} = \frac{CG}{1 + CG} \implies \frac{K_p(1-a)K_c(z - z_o)}{K_p(1-a)K_c(z - z_o) + (z-1)(z-a)}.$$

Igualando a função de transferência, com a função de transferência desejada obtemos:

$$\frac{y}{r} = \frac{CG}{1 + CG} \implies \frac{K_p(1-a)K_c(z - z_o)}{K_p(1-a)K_c(z - z_o) + (z-1)(z-a)} = \frac{K_H(z - z_o)}{(z - z_d)^2}.$$

Igualando os denominadores, podemos encontrar as variáveis desconhecidas para se chegar ao resultado desejado:

$$z^2 + (K_cK_p(1-a) - (1+a)z + a - K_cK_p(1-a)z_o = z^2 - 2z_d + z_d^2.$$

Igualando os termos correspondentes encontramos as variáveis desconhecidas:

$$(K_cK_p(1-a) - (1+a) = -2z_d$$
$$(k_c 0.56(1-0.8732) - (1+0.8732) = 2 \cdot 0.7866$$
$$k_c = 4.2253.$$

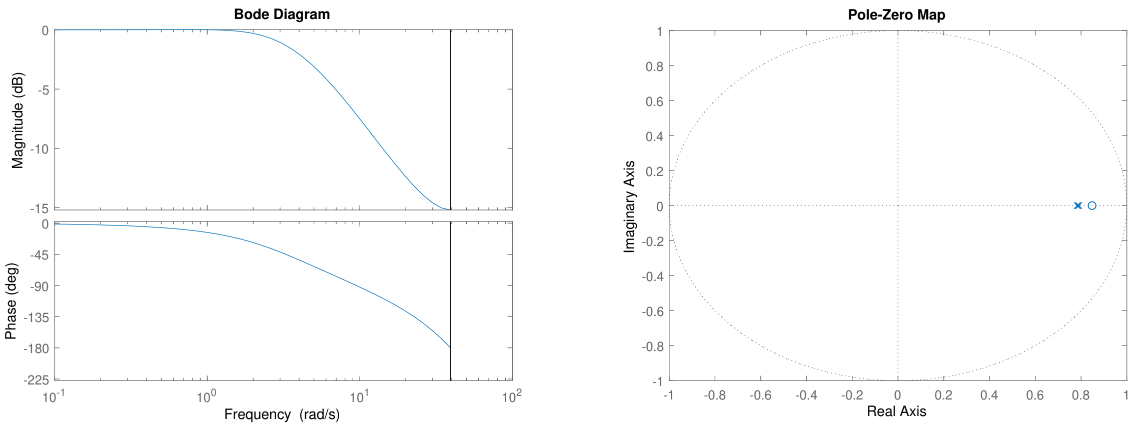
e:

$$a - K_cK_p(1-a)z_o = z_d^2$$
$$0.8732 - 4.2253 \cdot 0.56(1-0.8732)z_o = 0.7866^2$$
$$z_o = -0.8482.$$

Sendo o controlador projetado igual a:

$$C(z) = 4.2253\frac{(z-0.8482)}{z-1} \implies C(z) = \frac{(4.2253z - 3.5840)}{z-1}.$$

Analisando o controlador encontrado podemos observar que o sistema de malha fechada possui os polos reais em $z_d = 0.7866$, conforme especificado e demonstrado na figura 40.

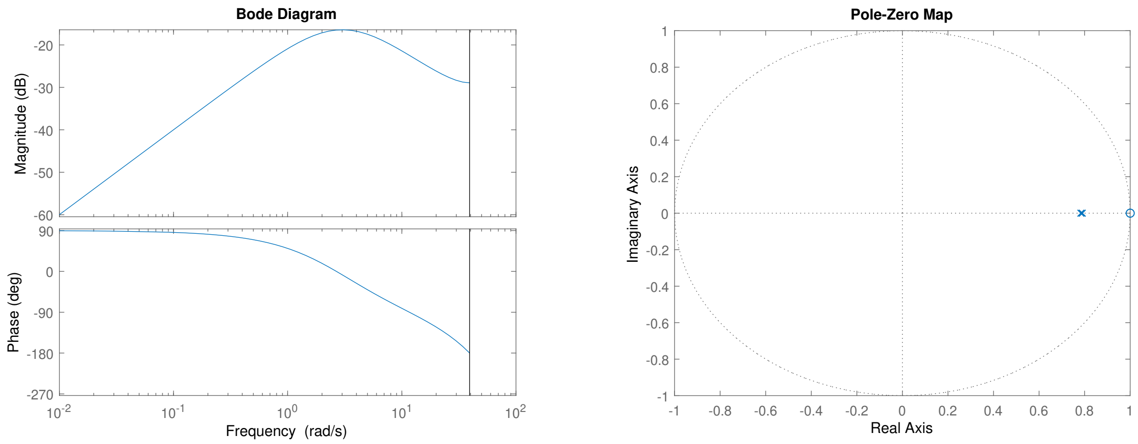


(a) Diagrama de Bode FT H_r.

(b) Diagrama Polo-Zero FT H_r.

Figura 40: FT H_r.

Conforme podemos observar no diagrama polo zero da figura 40, observamos o sistema possui dois polos em 0.786 e um zero em 0.84, que correspondem a um zero em -2 e dois polos em - 3 para o equivalente contínuo. Observando o diagrama de Bode, também da figura 40, para o módulo, observamos que o mesmo começa em zero, caindo quase 20dB em uma década, logo após 3, posição dos polos, cada polo tem o efeito de diminuir 20 dBs, porém, como temos um zero nas proximidades dos polos, temos o efeito de um dos polos anulado.



(a) Diagrama de Bode FT H_q.

(b) Diagrama Polo-Zero FT H_q.

Figura 41: FT H_q.

Analisando o diagrama de polos e zeros para a resposta à perturbação em malha fechada, vemos que o polo do controlador se torna um zero da função de transferência da malha fechada. Já observando o diagrama de de Bode, observamos que o sistema inicia com ganho de 20dB por década, efeito do zero em 1 para o sistema discreto, que corresponde a um zero em 0 para o sistema contínuo, quando o sistema chega em 3, ponto onde estão dois polos para o equivalente contínuo e que aqui no sistema discreto correspondem a 0.786, o sistema passa a cair 20dBs por década.

Para realizar as simulações do controlador com a planta não linear, percebeu-se a necessidade em reduzir o ganho do controlador (K_c), uma vez que mesmo com a partida em rampa o sistema estava instável e após determinado tempo, perdia totalmente a referência passando a oscilar indefinidamente, ocasionando inclusive a parada da simulação. Com isso, reduziu-se o ganho encontrado em 50%, tornando possível, realizar as simulações e encontrar resultados plausíveis conforme demonstrado na figura 48. A função de transferência do controlador então ficou:

$$C(z) = \frac{(2.11z - 1.79)}{z - 1}.$$

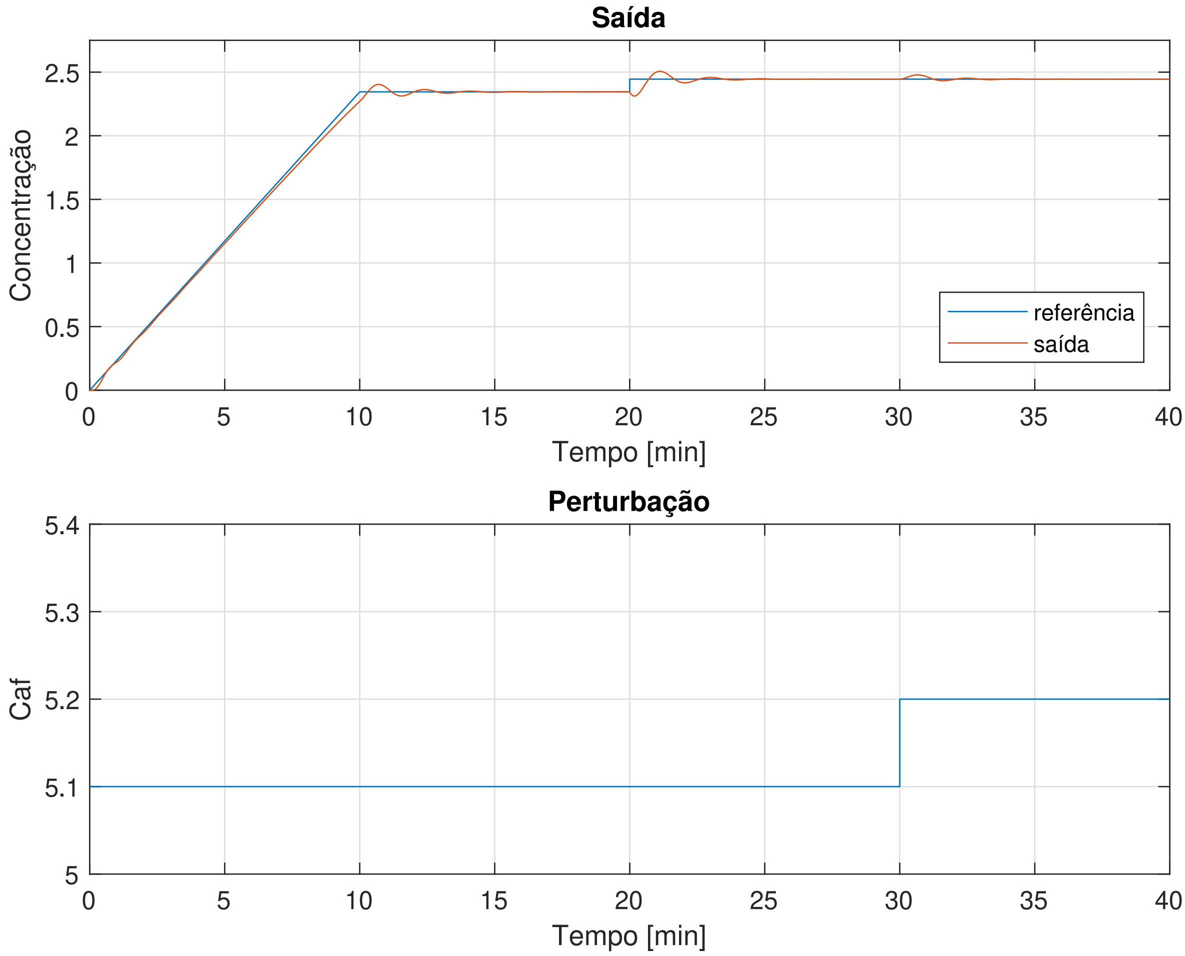


Figura 42: Simulação do controlador em Simulink.

Em seguida foram implementados dos saturadores, conforme apresentado na figura 43.

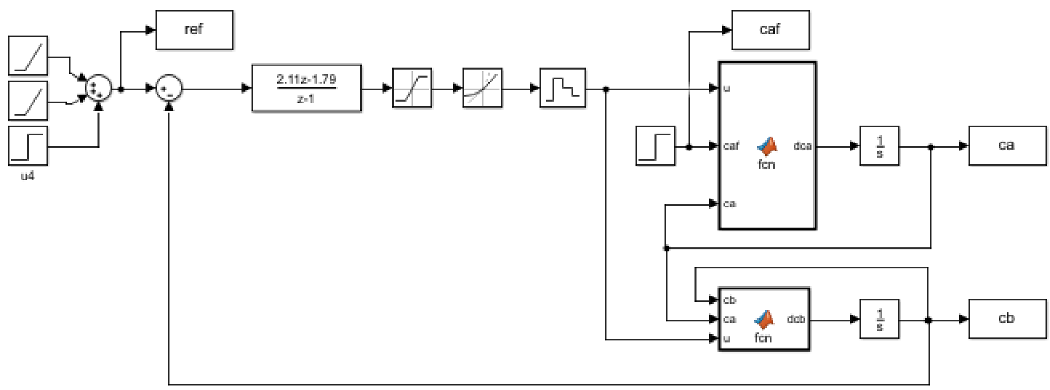


Figura 43: Simulação do controlador em Simulink.

Com isso obtiveram-se os seguintes resultados apresentados na figura 44, onde ficou evidente que a implementação destes acabou por elevar levemente os valores de sobressinal, além de retardar a entrada do sistema na faixa de 5% em torno do ponto de operação. Este fato deve-se ao aumento da "carga"do controle integral, uma vez que o mesmo irá produzir ações de controle maiores, devido a persistência dos erros de seguimento de referência, uma vez que nem toda ação de controle calculada pelo controlador é de fato aplicada ao processo.

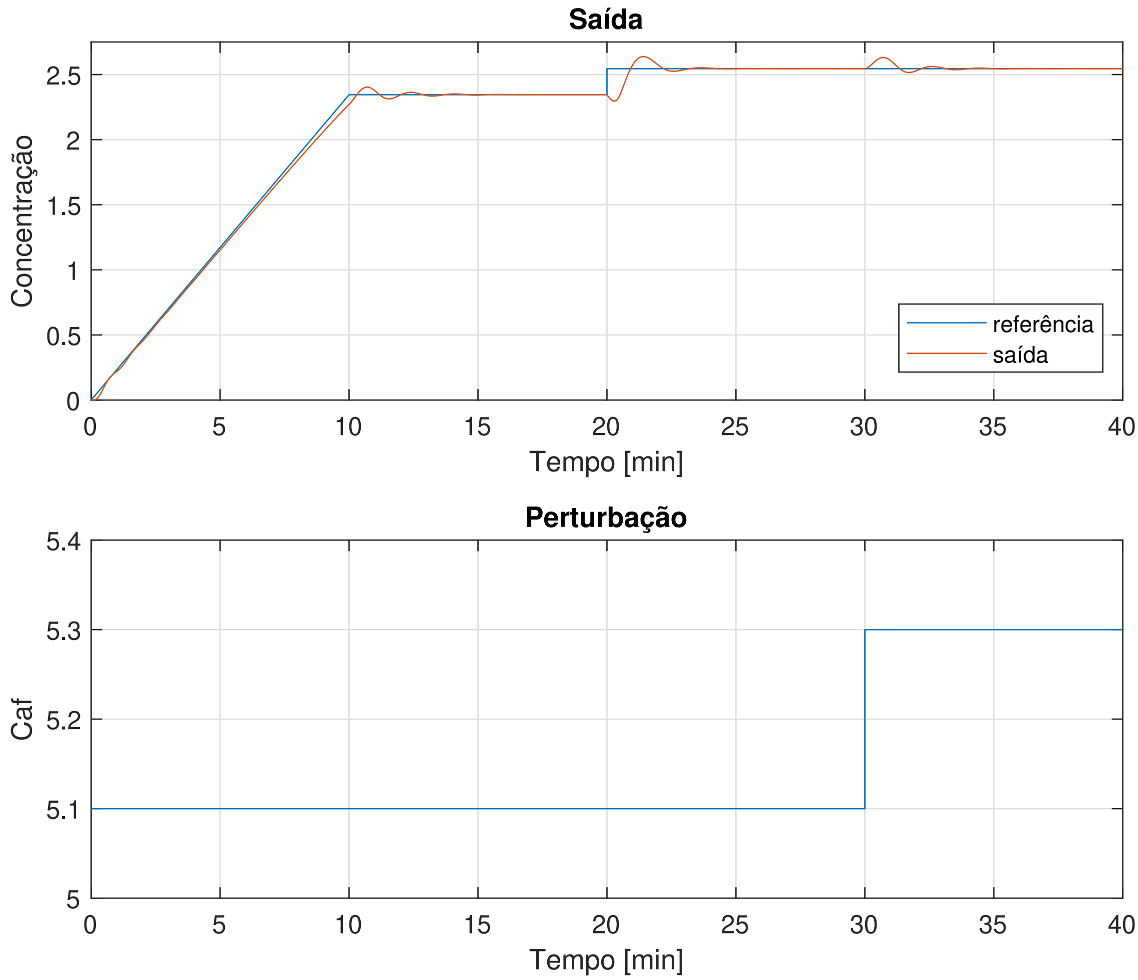


Figura 44: Simulação do controlador em Simulink.

O passo seguinte consistiu na implementação de ruídos de medição do sensor que afere a concentração de B. Optou-se por empregar valores de ruídos com amplitude de $0,0001$ e frequência de 10kHz, sendo realizada uma nova simulação cujo resultado é apresentado abaixo:

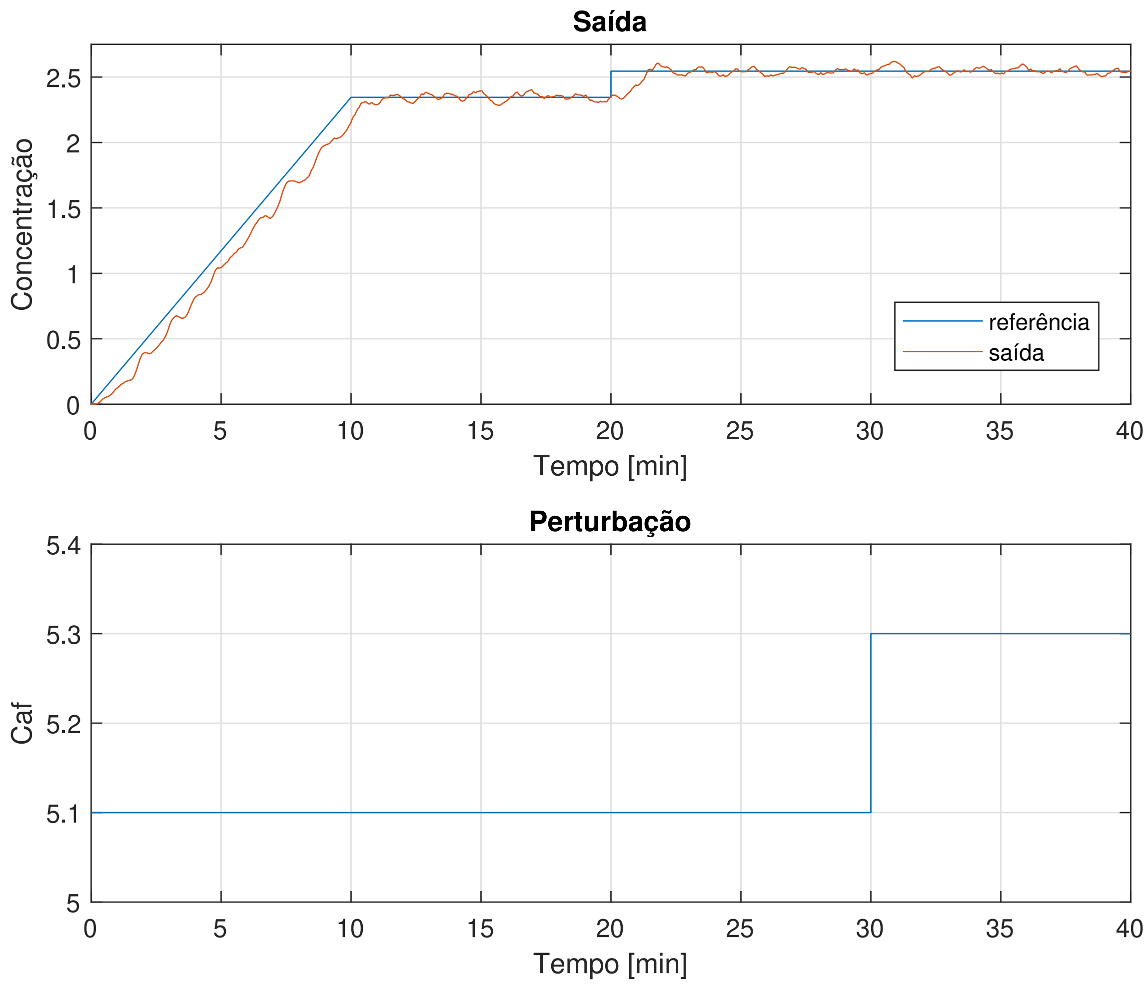


Figura 45: Simulação do controlador em Simulink.

Visando atenuar o já mencionado efeito da "carga"da parcela integradora do controlador, um método de "descarga"conhecido como anti-windup, foi projetado e implementado, seguindo o modelo da figura 46. Neste por sua vez calcula-se o valor do sinal de controle que é cortado pelo saturador, e aplicado um ganho, extrai-se este valor no ganho da parcela integral do controlador.

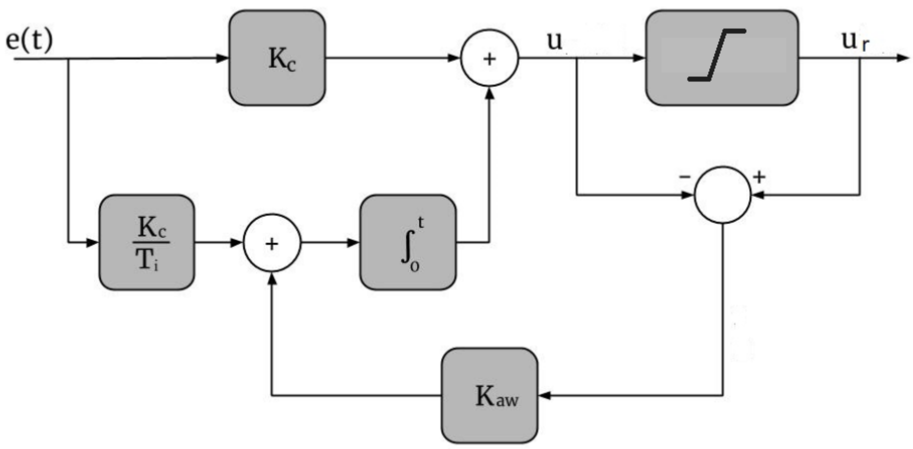


Figura 46: Esquema para ação anti-windup.

Dado o controle ajustado temos:

$$Kc = 2.11; Ki = 2.11 - 1.79 = 0.32; Ti = 1/Ki = 3.125$$

Onde K_{aw}, é dado por:

$$K_{aw} = \frac{K_c}{T_i} = \frac{2.11}{3.125} = 0.64.$$

Desta forma, o sistema da figura 47, foi obtido, contendo todas as especificações solicitadas no problema.

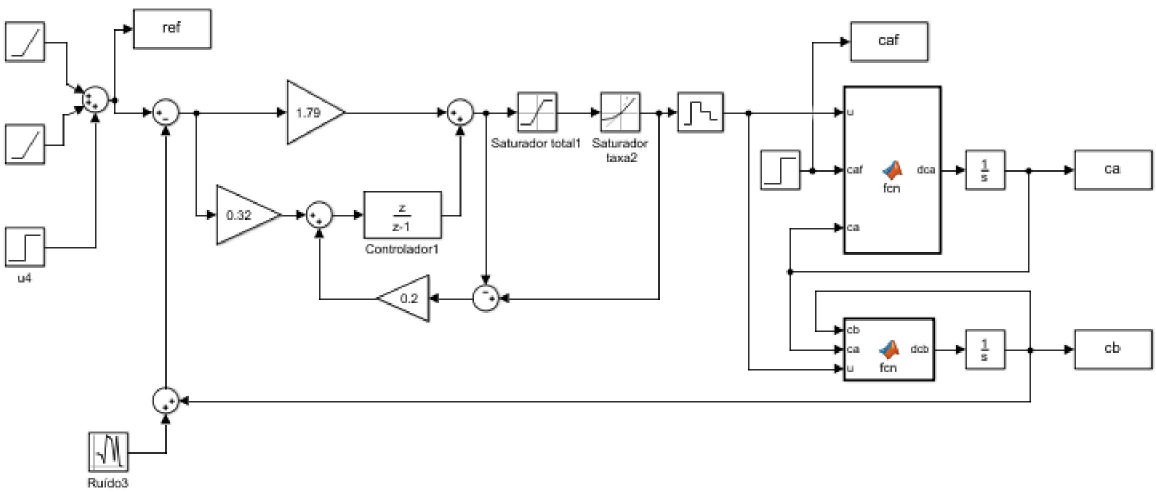


Figura 47: Modelo completo para simulação.

Finalmente, o sistema foi colocado sob maiores variações para testar a atuação da ação anti-windup, promovendo tanto variações de referência, quanto perturbações maiores, que tem maior potencial para levarem a maiores ações de saturação.

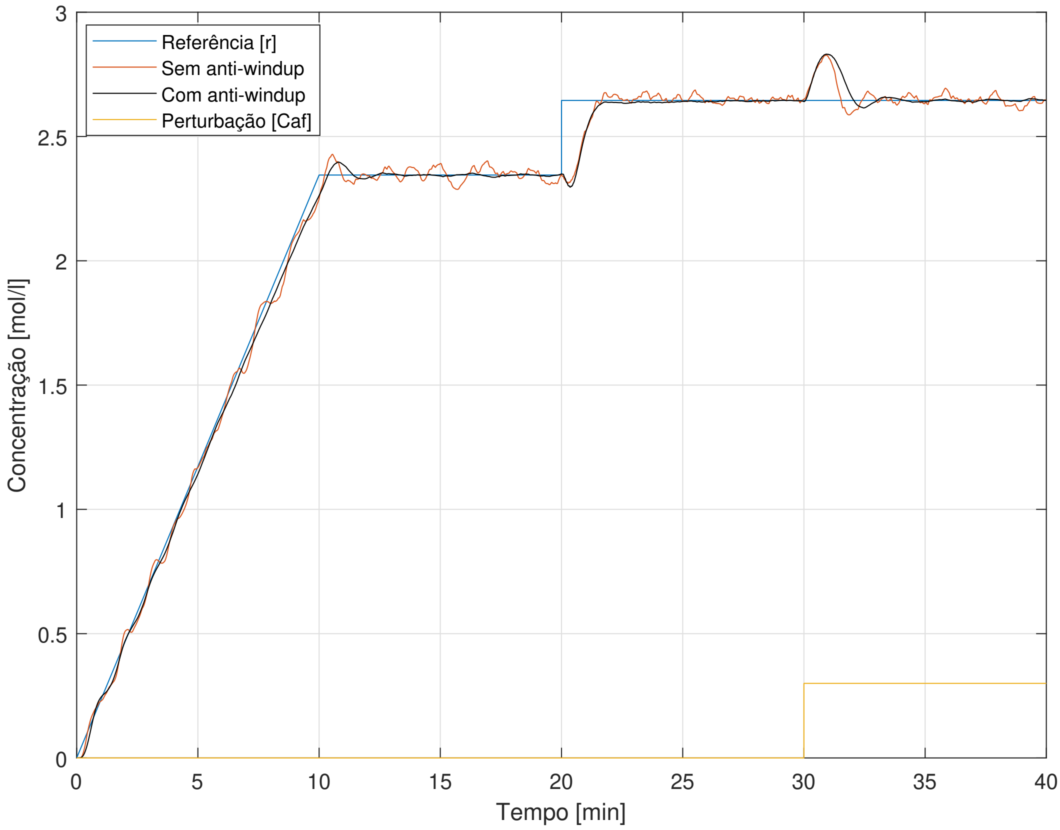
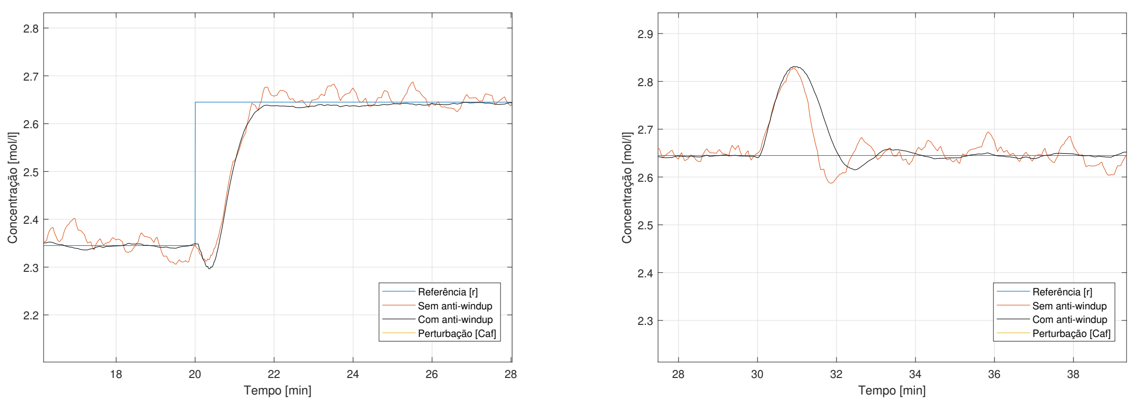


Figura 48: Simulação do controlador em Simulink.

Para analisar melhor o resultado da simulação apresentada na figura 48, as regiões de mudança de referência e da aplicação de perturbação foram aproximadas e são apresentadas na figura 49.



(a) Resposta a mudança de referência

(b) Resposta ao degrau H_q.

Figura 49: Comparação de respostas com e sem anti-windup.

Como é possível constatar, o sistema anti-windup conseguiu atingir seus objetivos, e observa-se no primeiro caso, que o mesmo possibilitou ao sistema de cumprir os requisitos de malha fechada, evitando o sobressinal devido ao erro acumulado na parcela integradora, onde não foi observado pico na resposta, além de se observar que o sistema atingiu a região dos 5% em torna da referência em um tempo de 1.68 minutos. Já para o segundo caso, para uma perturbação aplicada, o resultado foi bastante próximo do esperado, onde observa-se um pico de 6%, com um tempo para acomodação na região de 5% de 1.69 minutos. Destaca-se ainda o bom resultado observado referente a redução das oscilações nas respostas, que são ocasionadas pelas ações de controle impulsionadas pelo ruído.

Anexo

```
%%Codigo de execucao do item 9
%% Parametros Gerais

k1=6.01;
k2=0.8433;
k3=0.1123;
t_cinco = 1.6;
Ts = t_cinco/20;  %periodo de amostragem
Tc = Ts/10;    %periodo de simulacao

%% Modelo Nao linearizado

%%Condi  es iniciais e inicializacao das variaveis
Ca = [ ];
u = [ ];
mod = [ ];
Caf = [ ];
Cb = [ ] ;
t = [ ];
e = [ ];
ref_in = [ ];
ref_out = [ ];
Ca(1) = 0;
u(1) = 1;
Caf(1) = 5.1;
Cb(1) = 0;
t(1) = 0;
ref_in(1) = 2.345;
ref_out(1) = 2.345;
j=616;

%%Simulacao do modelo obtido nao linear obtido pelo metodo
```

```
de Euler

%Operacao em modo manual ate os 5 minutos, levando o sistema ao ponto de operacao operador define sinal de controle (vazao[u]).
for i=1:625
    Ca(i+1) = ((-k3*(Ca(i)^2)) + (((1/Tc)-k1 -u(i))*Ca(i)) + (Caf(i)*u(i))) /(1/Tc);
    Cb(i+1) = ((((1/Tc)-k2-u(i))*Cb(i)) + k1*Ca(i)) / (1/Tc);

    u(i+1)=u(i);
    ref_in(i+1)=ref_in(i);
    ref_out(i+1)=ref_out(i);
    Caf(i+1) = Caf(i);
    t(i+1) = t(i)+Tc;
    e(i)=0;
    mod(i)=0;
end

%%Passagem do sistema para o modo automatico aos 5 minutos (625iteracoes*0.08 minutos)
for i=626:1874

    if (((i-j)/10)==1) %Realizacao da amostragem a cada 10 iteracoes
        j=i;

        %Filtro para referencia
        if(i == 626)
            ref_out(i)=0.846*ref_out(i)+0.154*ref_in(i);

        else
            ref_out(i) = 0.846*ref_out(i-1)+0.154*ref_in(i);
```

```
        end

        %calculo do erro de seguimento de referencia
        e(i) = ref_out(i) - Cb(i);

        %lei de controle
        if(i == 626)
            u(i) = u(i) + 1.48*e(i) - 1.25*e(i);

        else
            u(i) = u(i-1) + 1.48*e(i) - 1.25*e(i-1);


            if(u(i)>10) %Saturacao do sinal de controle (
                vaz o[0-10])
                u(i)=10;
            elseif(u(i)<0)
                u(i)=0;
            end
        end
    else
        %%Atualizacao das variaveis, para a simulacao (
            realizado nas iteracoes em que nao ocorrem
            amostragens)
        u(i)= u(i-1);
        e(i)= e(i-1);
        ref_out(i)= ref_out(i-1);
    end

    %Simulacao da planta a partir do sinal de controle  do
       modo automatico
    Ca(i+1) = ((-k3*(Ca(i)^2)) + (((1/Tc)-k1 -u(i))*Ca(i)) +
        (Caf(i)*u(i))) /(1/Tc);
    Cb(i+1) = ((((1/Tc)-k2-u(i))*Cb(i)) + k1*Ca(i)) / (1/Tc)
```

```
        ;

    %Atualiza  o das variaveis para a proxima simulacao
    ref_in(i+1)=ref_in(i);
    Caf(i+1) = Caf(i);
    t(i+1) = t(i)+Tc;
    mod(i)=1;

   %Aplicacao de um degrau de perturbacao aos 7 minutos
    if (i==875)
        Caf(i+1) = Caf(i) + 0.2;
    end
    %Aplicacao de um degrau de referencia aos 11 minutos
    if (i==1375)
        ref_in(i+1) = ref_in(i) + 0.2;
    end

end
%Ajuste do tamanho dos vetores para gerar os graficos
 u(1875)=u(1874);
 e(1875)=e(1874);
 mod(1875)=mod(1874);
```