Universidade Federal de Santa Catarina Centro Tecnológico Departamento de Automação e Sistemas



TAREFA 3: SISTEMA DE CONTROLE DE UM REATOR QUÍMICO

SISTEMAS DE CONTROLE

Cristian de Biasi Gislon Guilherme Henrique Ludwig Juliano Ricardo da Silva Valdecir Hoffmann Prof. Dr. Julio Normey-Rico

Introdução

Na tarefa 2 se estudou o controle completo da concentração de produto em um reator continuamente agitado, usado na indústria química. Para este sistema foi estudada uma estrutura com uma malha interna e uma externa, assim como com ação feed fordward.

Para esta tarefa temos que estudar o mesmo problema da tarefa 2 (usando o mesmo ponto de equilíbrio e o mesmo modelo) mas considerando que na medida de concentração de saída B tem um atraso de 3 minutos causado pelo deslocamento do produto até o sensor e o tempo de processamento do sensor. Assim, neste caso, o sistema de controle da malha principal deve ser reajustado. A malha interna de C_A ou o feedforward de C_{AF} não serão mais usadas aqui.

Conteúdo

1	Que	estao 1	4	
2	Questão 2			
	2.a	Simulação no modelo Não-Linear	8	
	2.b	Estudo da Robustez	10	
3	Que	estão 3	18	
	3.a	Projeto do PSF	18	
	3.b	Simulação no modelo Não-Linear	25	
	3.c	Estudo da robustez	27	
	3.d	Controle equivalente	32	
4	Que	estão 4	33	
	4.a	Sintonia S-IMC	33	
	4.b	Simulações em malha fechada	35	
	4.c	Estudo da robustez	38	
	4.d	Comparação com PSF	40	

1 Questão 1

Projete um controle com base no Preditor de Smith (pode fazer o projeto no contínuo) para obter em malha fechada um sistema com aproximadamente as mesmas caraterísticas transitórias (t5% e pico) e permanentes (erro em regime permanente) que as obtidas na tarefa 2 (considere o t5% medido depois do atraso). Essa especificação deve ser atendida para resposta a seguimentos de degraus de referência de C_B e perturbações de C_{AF} . Use filtro de referência se necessário. Lembre-se que o sistema deve ter ganho estático unitário para a relação referência-saída de C_B . Estude o comportamento do sistema sobre o modelo linearizado por simulação. Conclua sobre as propriedades em MF do Preditor de Smith para este sistema. As especificações foram atendidas?

Resolução:

Podemos projetar o Preditor de Smith seguindo o seguinte diagrama estrutural:

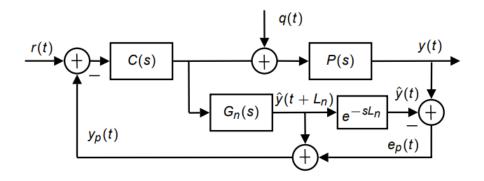


Figura 1: Estrutura de um Preditor de Smith

Onde G_n e L_n são os modelos nominais da planta e do atraso, respectivamente. Dando sequência ao projeto realizado na tarefa anterior, definiremos G_n como a função de transferência estimada no ponto de operação assumido até aqui, já que a partir dela projetamos todos os controladores das tarefas anteriores.

$$G_n = \frac{-2.1699s + 12.01873}{(s + 1.6433)(s + 6.9433)} \tag{1}$$

Utilizaremos, como controlador primário C(s), o mesmo projetado na Tarefa 2:

$$C(s) = 6.6534 \frac{(s+3.879)^2}{s(s+29)}. (2)$$

Considerando, ainda, $L_n = L$ (em minutos), ou seja, assumindo que o atraso nominal é igual ao atraso de transporte na medição do processo causado pelo deslocamento do produto até o sensor e o tempo de processamento do sensor, temos que

$$L_n = L = 3. (3)$$

Antes de simularmos o projeto do Preditor de Smith, podemos ensaiar o sistema linearizado no redor do ponto de operação com o atraso de transporte de 3 minutos e verificar a eficiência do controlador projetado na tarefa anterior neste cenário.

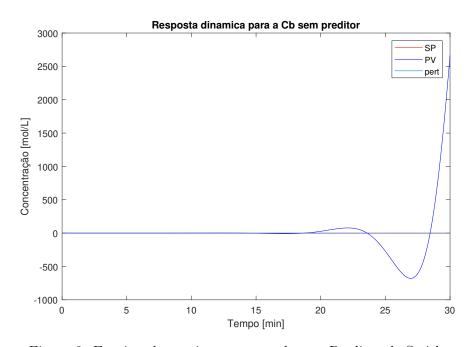


Figura 2: Ensaio sobre o sistema atrasado sem Preditor de Smith

Como esperado, o sistema da tarefa anterior quando adicionado atraso de transporte e mantido os mesmos parâmetros de controle não consegue evitar a instabilidade da resposta em malha fechada consequente deste atraso. Uma solução bastante eficiente para este tipo de problema é o uso de um Preditor de Smith. Mas qual a razão para optarmos por esta estrutura de controle? Ao voltarmos para a figura 1 percebemos que, caso nosso modelo de planta seja perfeito, ou seja, não haja erros de modelagem do processo naquele ponto de operação, sendo $G_n = P$ e $L_n = L$, verificaremos que o erro de predição (aqui representado por $e_p(t)$) será igual a zero, já que $\hat{y}(t) = y(t)$. Isto implica que, na prática, o sistema de controle projetado estará observando apenas o modelo G_n sem atraso. Com isso, o atraso deixa de ser um problema para a estabilidade do sistema.

Situações onde ocorrem erros de modelagem do processo podem fazer com que o sistema perca estabilidade robusta, ou seja, o sistema de controle projetado, quando atuante em pontos vizinhos do ponto de equilíbrio (dentro da faixa estabelecida para análise) ou, até mesmo, quando há erros de modelagem de G_n pode levar o processo à instabilidade, assunto que iremos abordar ao longo deste documento.

Retomando a solução proposta com um Preditor de Smith, podemos ainda adicionar um filtro de referências ao sistema (tal como feito na tarefa anterior), para anular o efeito dos zeros do controlador na resposta de malha fechada do processo, de forma que

$$F(s) = \frac{1}{(\frac{1}{3.879})^2 s + 1}. (4)$$

Finalmente, após definidos os parâmetros do sistema de controle proposto com Preditor, simulamos o sistema e obtemos o seguinte resultado:

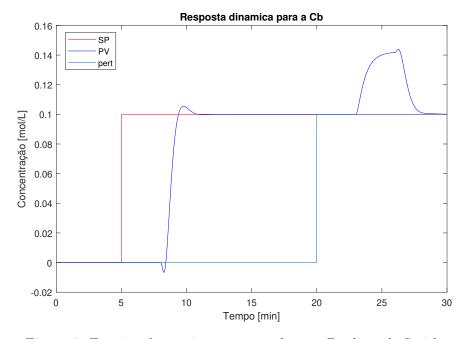


Figura 3: Ensaio sobre o sistema atrasado com Preditor de Smith

Com o resultado do ensaio em mãos, podemos analisar o comportamento deste sistema em malha fechada. Logo de início verificamos a estabilidade de malha fechada fornecida por este sistema, resolvendo o problema que tínhamos no ensaio da figura 2. Percebemos também que a resposta de seguimentos de referência do tipo degrau atende as especificações da tarefa anterior, que eram:

- $t_{5\%} \le 1.5 \text{ minutos};$
- Sobressinal máximo de 5%.

Considerando que medimos o $t_{5\%}$ depois do atraso de 3 minutos, obtemos $t_{5\%} = 1.27$ minutos e sobressinal máximo de 5%, conforme projetado. Isto já era esperado, visto que podemos avaliar de forma analítica a resposta ao seguimento de referência de um Preditor de Smith como sendo:

$$\frac{Y}{R}(s) = \frac{FCG_n}{1 + CG_n}e^{-L_n s}. (5)$$

Ou seja, a mesma relação que tínhamos para um sistema de malha fechada com controle com realimentação padrão. Mas e com relação à rejeição de perturbações? Antes mesmo de observarmos a relação $\frac{Y}{Q}(s)$ de forma analítica, é fácil notar que o sistema de controle proposto rejeita perturbações degrau em regime permanente mas com uma dinâmica diferente do seguimento de referências. Isto pode ser explicado quando analisamos a relação

$$\frac{Y}{Q}(s) = G_{qn}e^{(-L_n s)}\left[1 - \frac{G_n C}{1 + G_n C}e^{(-L_n s)}\right]$$
(6)

Onde G_{qn} é dado por

$$G_{qn}(s) = \frac{4.808}{(s+1.6433)(s+6.9433)} \tag{7}$$

e $\frac{G_nC}{1+G_nC}$ pode ser escrito como $\frac{Y}{R}(s)$ sem a parcela relativa ao filtro de referências. Como consequência da relação 6, o sistema de controle projetado começará a rejeitar a perturbação somente após 2 períodos de atraso. O primeiro se refere ao tempo que o sistema leva para sentir a ação da perturbação e o segundo corresponde à resposta à perturbação em malha aberta. Após isso, o sistema de controle atua para rejeitar a perturbação na saída do processo. Logo, percebemos que esta relação está sujeita à duas dinâmicas. A primeira é relacionada com a resposta à perturbação em malha aberta, dada pelos polos de G_{qn} , e a segunda é definida pelos polos de malha fechada da relação $\frac{Y}{R}$.

Entretanto, mesmo com a resposta à perturbação em malha fechada contar com as dinâmicas citadas, quando olhamos para o $t_{5\%}$ após os atrasos, vemos que o sistema rejeita perturbações em 1.55 minutos (critério dos 5%). Além disso, o sistema, para a relação analisada, não apresenta pico no sinal de saída. Logo, podemos concluir que o processo em questão quando aplicado um sistema de controle baseado num preditor de Smith responde dentro das especificações de projeto quando analisado

o modelo linear da planta. No próximo tópico deste documento, discutiremos a aplicação deste sistema de controle ao processo real, ou seja, a planta não linear.

2 Questão 2

Usando Simulink, estude por simulação o comportamento dinâmico do sistema em MF com o modelo completo não linear e verifique se atende as especificações. Utilize o mesmo cenário da tarefa 2, com a partida do sistema em rampa até chegar no ponto e operação e variações perto do ponto de operação, inclusive com perturbações. Que acontece com o sistema ao se afastar do ponto de operação? Realize um estudo de robustez para justificar os resultados.

2.a Simulação no modelo Não-Linear

Para realizar a simulação com o modelo não linear, o primeiro passo consistiu-se em construir o sistema no Simulink, este pode ser visto na figura 4.

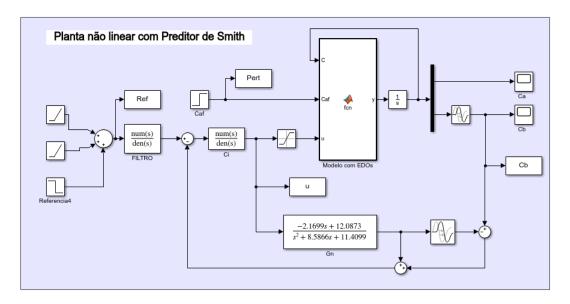


Figura 4: Preditor de Smith com modelo não linear do reator.

Foram então realizadas simulações com a finalidade de conhecer melhor o comportamento do sistema, para tal, adotou-se a partida em rampa, com uma duração de 10 minutos até chegar ao ponto de operação nominal, com a concentração de Cb = 2.345. Durante a partida do sistema, foram observadas oscilações, associadas a atuação distante do ponto de operação, para qual o controlador foi projetado, bem como devido a características internas da planta, como a não linearidade. Na figura

5, são apresentados os resultados para simulações com o sistema atuando em torno do ponto de operação e, com o sistema atuando em regiões distantes abaixo e acima do ponto de operação.

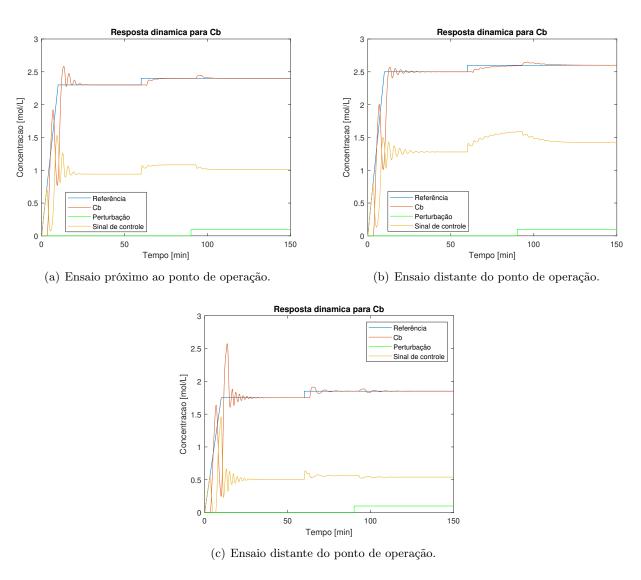


Figura 5: Resultados da simulação em diferentes pontos de operação.

A partir destes ensaios, é possível observar que quando o sistema atua nas proximidades do ponto de operação, o mesmo apresenta respostas bem próximas a especificação, com t5% de aproximadamente a 1.7 minutos e sem sobressinal. Já quando o sistema é levado a operar acima do ponto de operação nominal, observa-se que a resposta torna-se muito mais lenta, tanto para seguimento de degrau de referência, quanto para rejeição de perturbação. Quando levado a operar abaixo do ponto de operação, são verificadas respostas um pouco oscilatórias para degraus de referência e de perturbação, em ambos os casos as especificações de t5% e sobressinal não são extrapoladas de maneira considerável. Evidencia-se assim que as não linearidades

presentes no sistema tem grande impacto sobre a atuação do sistema de controle, fora da região para qual foi projetado, apresentando respostas que não satisfazem as especificações de projeto.

2.b Estudo da Robustez

Para realizar o estudo de robustez, o primeiro passo foi levantar um grupo de modelos para a planta, ao longo da faixa de operação de Cb em função de u, demonstrado no gráfico da figura 6.

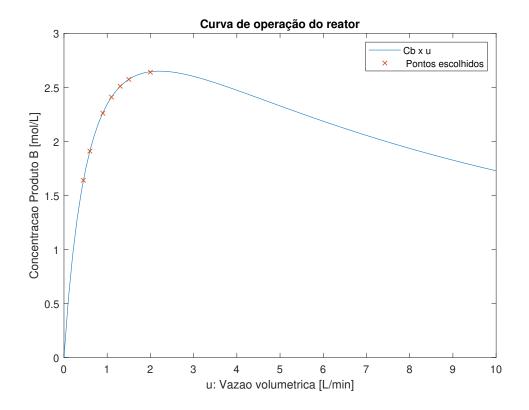


Figura 6: Faixa de operação do reator.

Para os pontos apresentados no gráfico da figura 6, foram obtidas as funções de transferência, a partir das EDO's, apresentadas na Tarefa 1, aplicando-se os valores referentes a cada ponto de operação, realizando a linearização através do Taylor, truncado em primeira ordem, e posteriormente aplicando a transformada de Laplace. Adicionou-se ainda o atraso de transporte de 3 minutos aos modelos que foram denominados como P1 à P7, sendo apresentadas a seguir:

$$P1 = \frac{-1.64s + 17.82}{s^2 + 7.832s + 8.456}e^{-3s}$$

$$P2 = \frac{-1.91s + 15.07}{s^2 + 8.156s + 9.689}e^{-3s}$$

$$P3 = \frac{-2.26s + 10.75}{s^2 + 8.801s + 12.3}e^{-3s}$$

$$P4 = \frac{-2.41s + 8.412}{s^2 + 9.228s + 14.16}e^{-3s}$$

$$P5 = \frac{-2.51s + 6.426}{s^2 + 9.654s + 16.1}e^{-3s}$$

$$P6 = \frac{-2.574s + 4.732}{s^2 + 10.08s + 18.12}e^{-3s}$$

$$P7 = \frac{-2.64s + 0.9208}{s^2 + 11.15s + 23.61}e^{-3s}$$

A função de transferência definida como sendo a nominal nas análises foi aquela obtida na tarefa 2, que neste caso aparece na região mais central da faixa de atuação do sistema, que e teve o controlador PID projetado para atender às especificações desejadas, a mesma também teve acrescida ao modelo, o atraso de transporte de 3 minutos, conforme especificado e é apresentada abaixo:

$$Pn = \frac{-2.17s + 12.02}{s^2 + 8.587s + 11.41}e^{-3s}$$

O diagrama de Bode de magnitude das plantas encontradas é apresentado na figura 7.

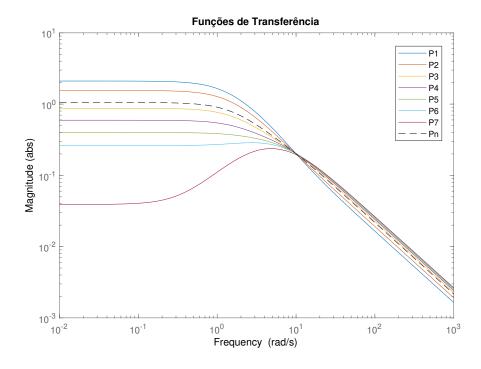


Figura 7: Faixa de operação do reator.

A partir disso, foi possível encontrar as curvas de módulo do erro de modelagem, para todos os modelos encontrados $(Pi(j\omega))$, em relação a função de transferência nominal $Pn(j\omega)$), considerando neste caso, apenas erros de modelagem para o ganho estático (K_e) e para a constante de tempo (τ) , conforme a equação (8).

$$|\delta Pi(j\omega)| = \left| \frac{\Delta Pi(j\omega)}{Pn(j\omega)} \right| = \left| \frac{Pi(j\omega) - Pn(j\omega)}{Pn(j\omega)} \right|.$$
 (8)

O índice de robustez pode ser encontrado pelo cálculo da inversa da função de transferência de malha fechada do sistema, conforme a equação (9).

$$Ir = \left| \frac{1}{Hr(j\omega)} \right| = \left| \frac{1 + C_{eq}Pn}{C_{eq}Pn} \right| = \left| \frac{1 + C_iGn}{C_iGn} \right|$$
(9)

É importante observar que Ceq é o controle equivalente para o Preditor de Smith, C_i é o controlador PID e G_n o modelo do processo sem atraso. A expressão de Ceq é apresentada abaixo:

$$C_{eq} = \frac{C_i}{1 + CG_n - CG_n e^{-Ls}}$$

Deste modo podemos avaliar a robustez pela seguinte relação:

$$|\delta Pi(j\omega)| < \left| \frac{1 + C_i Gn}{C_i Gn} \right| \tag{10}$$

Como resultado, obteve-se o gráfico da figura 8, onde é possível observar que em dois casos, a afirmação descrita em 10 não é verificada. Estes casos correspondem a P1 e P7, logo são os limites superior e inferior do intervalo escolhido para a obtenção dos modelos, devido o fato de que a condição não é satisfeita, é possível afirmar que a partir da região destes pontos para fora, na curva de Cb, não há mais garantia de estabilidade durante a atuação do sistema. Na mesma figura, ainda pode-se evidenciar que: há erros de modelagem do ganho estático da planta muito próximos de 100%, devido aos pontos distantes do ponto de equilíbrio; e os erros de ganho estático são maiores do que os erros referentes a constante de tempo, caracterizando erros menores em alta frequência.

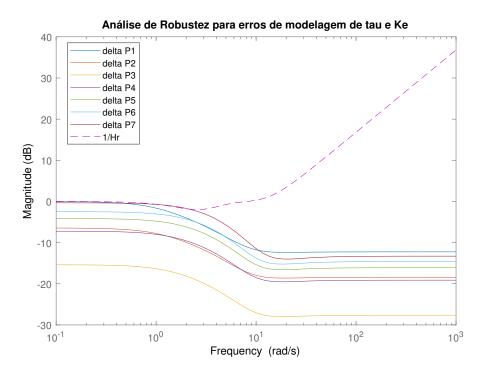


Figura 8: Análise de robustez para erros de modelagem de τ e K_e .

Em virtude do método ser considerado bastante conservador, faz se uma ressalva de que através de simulações, é possível verificar que ainda há estabilidade nestes pontos, mas que em pontos um pouco mais extremos já se verifique a instabilidade do sistema. Para fazer tal verificação, foram realizadas simulações no sistema com a planta não linear. Na figura 9, são demonstrados estes ensaios.

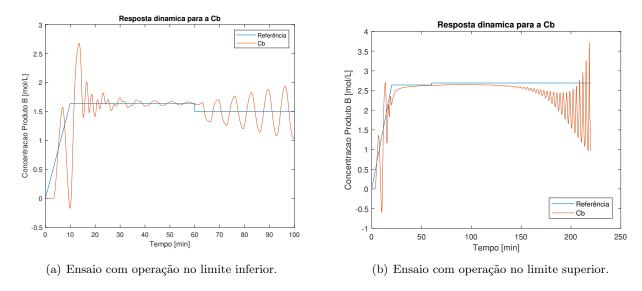


Figura 9: Resultados da simulação.

Na imagem da esquerda, é demonstrado o ensaio no ponto de operação 1.64, ponto no qual a análise já não apresenta garantia de estabilidade, como podemos observar, o sistema ainda apresenta-se estável, mas quando aplicamos um pequeno degrau de -0.14, para baixar o ponto de operação, observamos que ocorre a instabilização do sistema. Na imagem da direita, são demonstrados os resultados de um ensaio no ponto de operação 2.64, que conforme visto na análise de robustez, não apresenta garantia de estabilidade, neste caso, um pequeno degrau de referência é aplicado para elevar o ponto de operação em 0.07, e o que observa-se é que o sistema instabiliza-se. Desta forma evidencia-se que a análise de robustez é conservadora, e que representa bem o que ocorre nas simulações do modelo.

Em seguida uma análise de robustez foi realizada para verificar a robustez do sistema, mas agora considerando que existem erros na modelagem do atraso. Neste caso, considerou-se que não há erros de modelagem no ganho da planta e na constante de tempo desta. Para tal, foram supostos erros de 2% à 10%, com relação ao valor nominal de 3 minutos, para as plantas P1 à P5, respectivamente. novamente fez se uso das equações (8) e (9), sendo o resultado obtido apresentado no gráfico da figura 10.

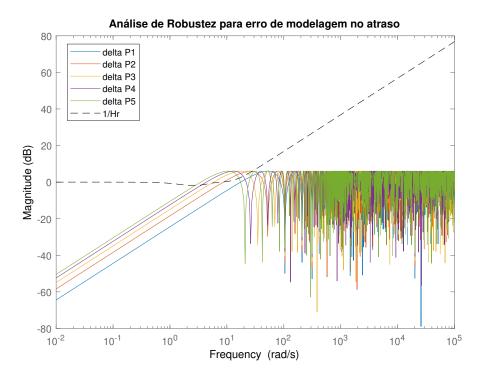


Figura 10: Análise de robustez para erros de modelagem do atraso.

Conforme podemos constatar pela análise, para erros de modelagem do atraso superiores a 2%, não há garantia de estabilidade, para realizar a verificação, foram realizados ensaios com o modelo não linear, sendo os resultados obtidos apresentados nos gráficos da figura 11.

É possível verificar que para erros de modelagem de 2%, o sistema apresenta bom comportamento, com as respostas pouco afetadas pelo erro, já para um erro da ordem de 4%, é possível identificar uma pequena degradação da resposta do sistema e finalmente para erros da ordem de 6%, verifica-se a instabilização do sistema. Com isso é possível concluir que a análise de robustez novamente apresentou um resultado conservador, sendo os valores onde ocorre a instabilização do sistema, um pouco superiores aos apontados pela análise.

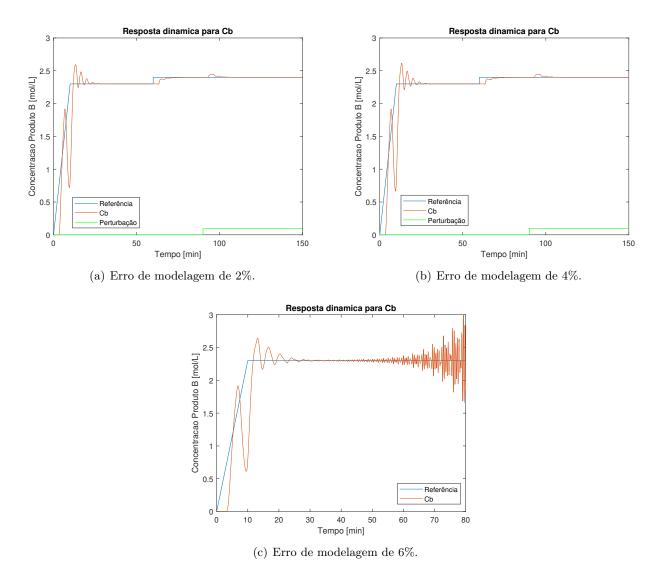


Figura 11: Resultados supondo erro de modelagem do atraso de do sistema.

Finalmente foram analisados dois cenários, onde existem erros de modelagem de atraso, de 2%, no primeiro caso e de 4%, no segundo, e ainda são aplicadas as Pi's, contendo os erros de modelagem de K_e e τ .Na figura 12, observa-se que para erros de modelagem do atraso em 2%, apenas as funções P1 e P7 não possuem garantia de estabilidade.

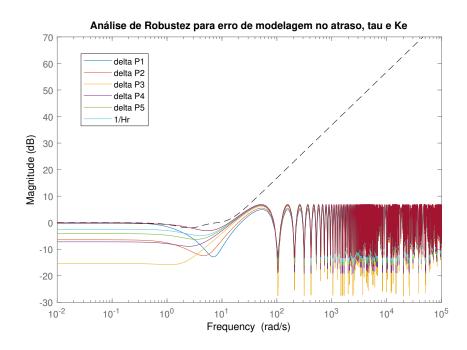


Figura 12: Análise de robustez para erros de modelagem de τ , K_e e atraso em 2%.

Quando analisamos a figura 13, que contém erros de modelagem de atraso de 4% para as Pi's, constata-se que nenhuma delas apresenta garantia de estabilidade.

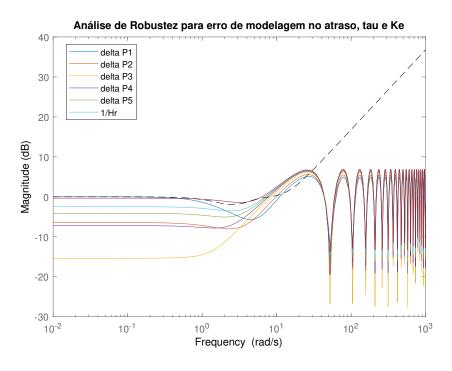


Figura 13: Análise de robustez para erros de modelagem de τ , K_e e atraso em 4%.

Esta análise nos permite verificar que os erros de modelagem de atraso acabam tendo um impacto maior no que diz respeito a garantia de estabilidade, levando em consideração que estavam em estudo apenas um grupo de modelos de plantas (Pi's),

de regiões mais próximas ao ponto de operação.

3 Questão 3

Considere agora que deseja melhorar a resposta do Preditor de Smith. Utilize então um Preditor de Smith filtrado para o controle de C_B . Que pode ser melhorado com este novo controle? Neste caso o projeto deve ser realizado em tempo discreto usando projeto no domínio z. Repita as simulações para o modelo linear e não linear. A performance é melhorada como previsto em ambos os casos? Discuta e justifique os resultados com uma análise de robustez do sistema. Encontre o controle equivalente e analise a ordem do mesmo e sua implementação por equações a diferença.

3.a Projeto do PSF

Como foi visto na seção anterior, o PS projetado conseguiu atingir os objetivos traçados para o sistema de controle. Entretanto, sabemos que o PSF proporciona ao projetista uma capacidade de escolher com bastante independência o tempo que deseja para a resposta, seja ela para o seguimento de referências, seja para a rejeição de perturbação. Portanto, com este novo controlador, será possível tornar a resposta de rejeição à perturbação muito mais rápida, atingindo um $t_{5\%}$ menor e não perder o desempenho relacionado ao seguimento de referências, pois este já está bem ajustado pelo controle anterior.

Para projetar o PSF, a primeira etapa é conhecer seu formato, como mostra a figura 14:

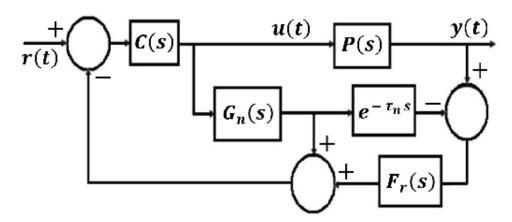


Figura 14: Estrutura do Preditor de Smith Filtrado

Na figura 14, C é o controlador primário, G_n é o modelo nominal sem atraso, P é o modelo nominal com atraso e F_r é o filtro de predição. Porém, como a questão pede o projeto no domínio z, a estrutura do PSF é modificada para possuir os elementos de amostragem e interpolação necessários, como mostra a figura 15:

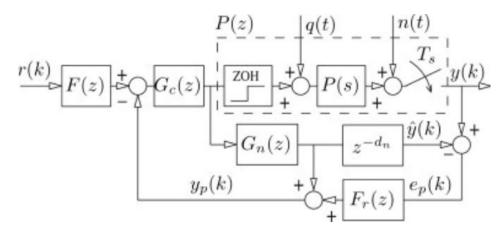


Figura 15: Estrutura do Preditor de Smith Filtrado no domínio discreto.

Então, para trabalhar no domínio z, foi necessário discretizar a planta, o atraso e o filtro de referências. Começando pelo atraso, sabe-se que $T_s = \frac{t_{5\%}}{20}$. Portanto, como o $t_{5\%}$ é igual a 1.5 minutos e o atraso L_n é igual a 3 min, o cálculo do atraso discreto é dado por:

$$Ts = \frac{1.5}{20} = 0.075min$$
 $d = \frac{L_n}{T_s} = \frac{3}{0.075} \implies d = 40$

Para o controlador e o filtro, foi utilizado o método de discretização zero-pole matching, considerando o mesmo T_s já calculado, no Matlab, cujo resultado foi:

$$C(z) = \frac{3.6(z - 0.7476)^2}{(z - 1)(z - 0.113)}$$

$$F(z) = \frac{0.03186(z + 1)}{(z - 0.7476)^2}$$

Para a planta G_u , que representa a dinâmica entre a saída C_b e o sinal de controle, e a planta G_q , que representa a dinâmica entre a saída C_b e a entrada de perturbação C_{af} , utilizou-se o método do amostrador de ordem zero (ZOH), analiticamente calculado pela expressão:

$$G_u(z) = (1 - z^{-1})Z\{\frac{G_u(s)}{s}\}$$
 $G_q(z) = (1 - z^{-1})Z\{\frac{G_q(s)}{s}\}$

Novamente, fazendo isso na Matlab, foram obtidas as expressões:

$$G_u(z) = \frac{-0.091279(z - 1.543)}{(z - 0.8841)(z - 0.5941)} \qquad G_q(z) = \frac{0.010977(z + 0.807)}{(z - 0.8841)(z - 0.5941)}$$

Com todas as FT discretizadas, tem-se que:

$$\frac{C_b}{R}(z) = \frac{F(z)C(z)G_u(z)z^{-d}}{1 + C(z)G_u(z)} \qquad \frac{C_b}{C_{af}}(z) = G_q z^{-d} \left[1 - \frac{C(z)G_u(z)F_r(z)z^{-d}}{1 + C(z)G_u(z)}\right]$$

Como já foi dito, para a referência, o controle já está ajustado e, portanto, a FT de C_b/\mathbf{R} é igual a:

$$\frac{C_b}{R}(z) = \frac{-0.01048(z - 1.543)(z + 1)}{z^{40}(z^2 - 1.682z + 0.73)(z^2 - 1.23z + 0.47z)}$$

Para a perturbação, tem-se que:

$$\frac{C_b}{C_{af}}(z) = \left(\frac{0.010977(z+0.807)}{(z-0.8841)(z-0.5941)}\right) \left(z^{-40}\right) \left[1 - \left(\frac{-0.32895(z-1.543)(z-0.7676)^2}{z^{40}(z^2-1.682z+0.73)(z^2-1.23z+0.47z)}\right) \frac{N_{Fr}}{D_{Fr}}\right]$$
(11)

A partir da equação da FT para a perturbação, será possível determinar quais são os objetivos que o filtro F_r terá de cumprir. Neste sentido, visando dirimir a dinâmica dominante imposta pelos polos de malha aberta da função G_q , temse como objetivo principal causar o cancelamento destes polos. Outro objetivo, é cancelar os polos complexos conjugados de malha fechada que dominam a resposta para a referência mas que, para a perturbação, não são necessários. Logo, é desejável cancelá-los também. Assim ter-se-á uma independência na resposta para referência e para a perturbação, onde será possível controlar a rapidez da resposta para a perturbação através do polo do filtro F_r . Por fim, também optou-se por cancelar os zeros do controlador, pois não é desejado que eles afetem a resposta em malha fechada para rejeição de perturbação.

Para causar o cancelamento dos polos de MA e também ter erro nulo para rejeição de perturbação, sabe-se que, no numerador da expressão entre colchetes da equação (11) deverão aparecer justamente os polos de MA, bem como os de MF, para causar o cancelamento. Com isso, as seguintes condições matemáticas deverão ser verdadeiras:

$$[Numerador] = Q(z) = \left| Q(z) \right|_{\mathbf{z} = \mathbf{polo}} = 0$$

Ou seja:

Para cancelar o polo de MA z = 0.5941 :
$$\begin{vmatrix} Q(z) \\ z = 0.5941 \end{vmatrix} = 0$$
Para cancelar o polo de MA z = 0.8841 :
$$\begin{vmatrix} Q(z) \\ z = 0.8841 \end{vmatrix} = 0$$
Para o controle ser integrador, ou seja, ter um polo z = 1 :
$$\begin{vmatrix} Q(z) \\ z = 0.8841 \end{vmatrix} = 0$$

O polo do filtro, como já foi dito, será escolhido, a princípio, de tal maneira a atender a especificação, ou seja, fazer com que o sistema tenha um $t_{5\%} \leq 1.5 min$. É importante salientar que, desde já, sem o filtro, o sistema já cumpre o requisito do tempo de resposta, estando na ordem de 1.3 min. Porém, é importante conhecer o impacto deste filtro se tomada a mesma especificação de projeto. Observação feita, segue-se para o cálculo do polo do filtro, mas antes, sabe-se que ele terá a seguinte forma:

$$F_r(z) = \frac{(\alpha z^2 + \beta z + \gamma)(z^2 - 1.682z + 0.73)(z^2 - 1.23z + 0.47z)}{(z - z_f)^4(z - 0.7676^2)}$$
(12)

Onde α , β e γ são os parâmetros necessários para cumprir as condições matemáticas abordadas anteriormente.

Como pode ser visto em (13), o filtro ficou de sexta ordem no total. Para o polo do filtro, z_f , o qual controlará o $t_{5\%}$, é necessário calcular uma expressão de $t_{5\%}$ de um sistema de quarta ordem. Isso foi feito de maneira bem simples: simulou-se no matlab um sistema de quarta ordem qualquer, com a constante de tempo igual a um. Então, mediu-se o $t_{5\%}$, que resultou em 7.75 min. Desta forma, foi feita a relação: $t_{5\%} = 7.75com\tau = 1$, logo para $\tau = N$, $t_{5\%} = 7.75N$. Logo, se $t_{5\%} = 1.5$ min, tem-se que:

$$t_{5\%} = 7.75\tau \implies \tau = \frac{1.5}{7.75} \implies \tau = 0.193min \implies \text{Com isso:} \quad z_f = e^{sT_s}$$

Como $s\tau + 1 = 0 \implies s = \frac{-1}{\tau} \implies z_f = e^{-\frac{T_s}{\tau}} = e^{-\frac{0.075}{0.193}} \implies z_f = 0.678$

Até agora, tem-se que o filtro será:

$$F_r(z) = \frac{(\alpha z^2 + \beta z + \gamma)(z^2 - 1.682z + 0.73)(z^2 - 1.23z + 0.47z)}{(z - 0.678)^4(z - 0.7676^2)}$$
(13)

Retomando, se substituirmos o filtro na expressão de (11) tem-se:

$$\tfrac{C_b}{C_{af}}(z) = (\tfrac{0.010977(z+0.807)}{(z-0.8841)(z-0.5941)})(z^{-40})[1 - (\tfrac{-0.32895(z-1.543)(z-0.7676)^2}{z^{40}(z^2-1.682z+0.73)(z^2-1.23z+0.47z)}) \tfrac{((\alpha z^2 + \beta z + \gamma)(z^2-1.682z+0.73)(z^2-1.23z+0.47z))}{((z-0.678)^4(z-0.7676^2))}]$$

Resultando em:

$$\frac{C_b}{C_{af}}(z) = \left(\frac{0.010977(z+0.807)}{(z-0.8841)(z-0.5941)}\right) \left(z^{-40}\right) \left[1 + \left(\frac{0.32895(z-1.543)}{z^{40}}\right) \frac{(\alpha z^2 + \beta z + \gamma)}{(z-0.678)^4}\right]$$

Ao aplicarmos o mínimo múltiplo comum, encontramos:

$$\frac{C_b}{C_{af}}(z) = \left(\frac{0.010977(z+0.807)}{(z-0.8841)(z-0.5941)}\right) \left(z^{-40}\right) \left[\frac{(z-0.678)^4 z^{40} + 0.32895(z-1.543)(\alpha z^2 + \beta z + \gamma)}{(z-0.678)^4 z^{40}}\right]$$

Agora, tem-se que a expressão do numerador $\mathcal{Q}(z)$ é igual a

$$Q(z) = (z - 0.678)^4 z^{40} + 0.32895(z - 1.543)(\alpha z^2 + \beta z + \gamma)$$
 (14)

Para calcular os parâmetros do filtro, foi feito um código em Matlab que resolve um sistema de equações para calcular os valores. Uma parte do código é mostrada abaixo:

```
*(alpha*(z^2)+(beta*z)+gamma));
  valor_beta = vpa(solve( (NumColchete2 == 0), beta));
  \% calculando gamma
  z = 1;
  NumColchete3 = ((z^40)*((z-0.678)^4)) + (0.32895*(z-1.543)*(
    alpha*(z^2)+(beta*z)+gamma));
  valor_gamma = vpa(solve((NumColchete3 == 0), gamma));
  ‰ resolvendo sistema
16
  syms alpha beta gamma
17
  eqn1 = alpha = valor alpha;
  eqn2 = beta == valor_beta;
19
  eqn3 = gamma = valor gamma;
20
  sol = solve([eqn1, eqn2, eqn3], [alpha, beta, gamma]);
  alpha = double(vpa(sol.alpha))
  beta = double(vpa(sol.beta))
  gamma = double (vpa (sol.gamma))
```

Com isso, os seguintes valores foram encontrados:

$$\alpha = 1.2765$$
 $\beta = -1.8865$ $\gamma = 0.6903$

Para efeitos de cálculo, foi calculado ganho DC do filtro, que deve ser unitário, resultando em:

Ou seja, bem próximo ao valor 1. A discrepância é facilmente explicada pelos erros numéricos de arredondamentos cometidos durante os cálculos.

Calculado o filtro, partiu-se para a simulação e, principalmente, comparação com a saída do PSF com a do PS, cujo resultado é mostrado na figura 16:

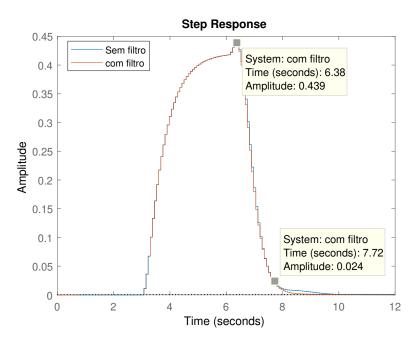


Figura 16: Comparação da resposta do PS com o PSF.

Como mostrado na figura 16, a resposta ficou praticamente igual para os dois preditores, ou seja, não houve grande melhoria com a adição do filtro, estando o $t_{5\%}$ estimado em 1.35 min, como antes. Isso é bem fácil de entender, haja vista que o filtro foi projetado com esse objetivo mas, por motivos diversos, acaba resultando em um tempo um pouco menor do que o previsto. Pensando em melhorar, ou melhor, acelerar essa resposta, foi alterado o polo z_f do filtro F_r do PSF, visando obter um $t_{5\%}$ menor, mais ou menos, na ordem de 1.2 min. Então, para isso, foi calculado novamente o valor de z_f tal qual mostrado anteriormente, resultando em um z_f = 0.61. Calculados todos os parâmetros do filtro, novamente, simulou-se os dois preditores PS e PSF com novo filtro, cujo resultado é mostrado na figura 17:

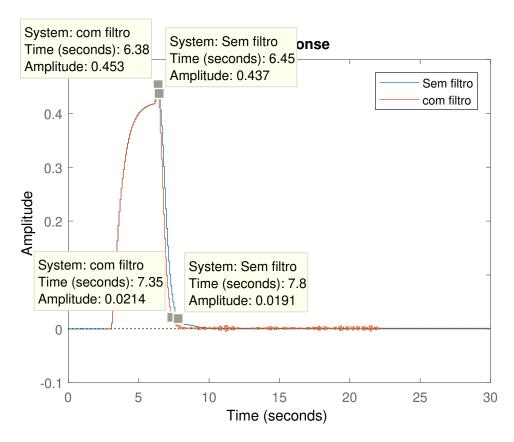


Figura 17: Comparação da resposta do PS com o PSF com filtro mais rápido.

Como pode ser visto em 17, com esse ajuste no filtro do PSF, a resposta ficou bem melhor, tendo um $t_{5\%}$ aproximadamente igual a 1 min, enquanto o PS possui um $t_{5\%}$ de 1.35 min. Portanto, através destes ensaios, ficou comprovada a eficácia do PSF para melhorar a resposta a perturbação, como já foi escrito.

3.b Simulação no modelo Não-Linear

Analogamente ao que foi feito no item anterior, aplicou-se o preditor de Smith filtrado ao modelo não linear, seguindo novamente a mesma estratégia de rampa e, quando o sistema está próximo ao ponto de operação, aplicações de degraus de referência e perturbação. A figura 18 mostra como ficou o diagrama de blocos:

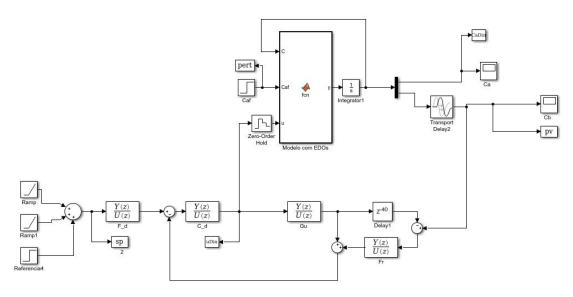


Figura 18: Diagrama de blocos do PSF acoplado ao modelo não-linear.

Os resultados obtidos a partir da aplicação de degraus perto e longe do ponto de operação são mostrados na figura 19:

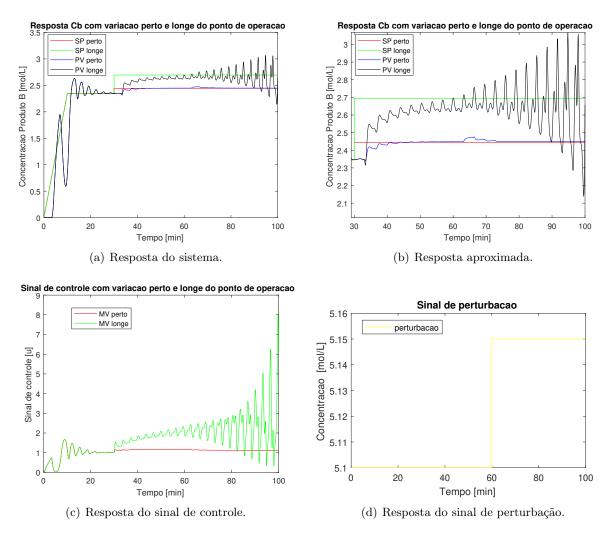


Figura 19: Resultados de simulação para perto e longe do ponto de operação.

Como mostrado pela figura 19, para pontos próximos ao ponto de operação, o PSF funciona relativamente bem, mantendo assim as especificações de controle alcançadas nas simulações com o modelo linearizado, ou seja, com praticamente o mesmo tempo de resposta, pico menor que 5% e rejeição a perturbação com erro nulo. Entretanto, para pontos distantes, a resposta para a referência fica oscilatória e, na ocorrência da perturbação, o sistema fica instável, o que é bem ilustrado pelo sinal de controle. Portanto, isso pode significar uma falta de robustez do controlador, ou seja, uma dificuldade para trabalhar em condições muito diferentes daquelas as quais teve seu projeto baseado. Isso será tema da próxima seção.

3.c Estudo da robustez

Para o estudo realizado neste tópico, seguiremos as orientações do professor e realizaremos a análise de robustez do sistema de controle baseado no Preditor de Smith Filtrado no domínio s. Desta forma, o filtro de Smith projetado para obtermos $t_{5\%}$ de rejeição de perturbações igual a 1 minuto, no domínio s, é da forma:

$$F_{Smith} = \frac{4.023(s + 6.944)(s + 1.647)(s^2 + 4.174s + 10.24)(s^2 + 10.08s + 60.1)}{(s + 6.591)^4(s + 3.879)^2}$$
(15)

Iremos analisar a robustez deste sistema para a mesma família de modelos P_i utilizada na questão 2 deste documento. Assim, podemos definir

$$\delta_{Pi} = \frac{P_i - P_n}{P_n} \tag{16}$$

Ainda, podemos definir a condição suficiente para assumir a estabilidade robusta deste sistema (neste momento desconsiderando erros de modelagem de atraso) para a família de modelos definida como

$$\frac{|CP_n e^{-L_n s}|}{|1 + CP_n|} |F_{Smith}| < \frac{1}{|\delta_{Pi}|} \tag{17}$$

E, sendo

$$H_r = \frac{|CP_n e^{-L_n s}|}{|1 + CP_n|} |F_{Smith}| \tag{18}$$

Podemos analisar o módulo desta relação na frequência para que possamos inferir sobre a estabilidade robusta deste sistema.

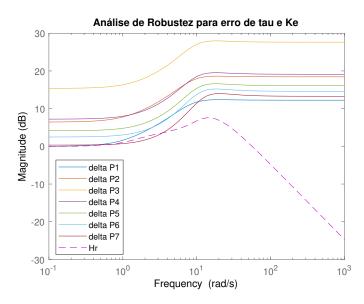


Figura 20: Análise de estabilidade robusta do Preditor de Smith Filtrado

Destes resultados podemos concluir algumas coisas. Entretanto, para que nosso resultado seja validado, aplicaremos um zoom na região de baixas frequências onde, ao que tudo indica, parece haver uma faixa em que nosso sistema cruza o gráfico de uma das P_i 's e, portanto, não é robustamente estável para a família de modelos analisada.

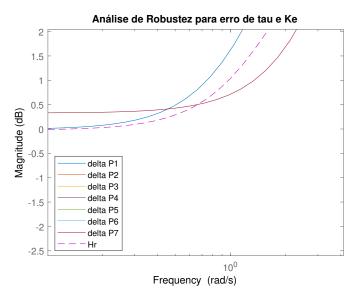


Figura 21: Preditor de Smith Filtrado não robustamente estável

De fato, como havíamos suspeitado, o sistema de controle não tem garantia de estabilidade robusta para a família de modelos. Mais especificamente, o sistema de controle perde sua garantia de estabilidade robusta quando aplicado ao modelo P_7 que corresponde à situação em que o sistema se encontra no ponto

 $C_B = 2.64 [mol/L]$. Para atestar os resultados de nossa análise, aplicaremos um degrau de referência no sistema não linear para que o sistema se acomode no ponto em estudo para observarmos o seu comportamento:

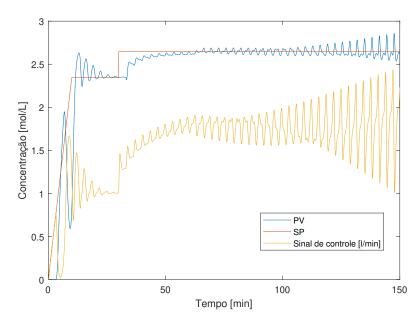


Figura 22: Preditor de Smith Filtrado operando num ponto sem garantia de estabilidade robusta

De fato, verificamos que, neste ponto, o sistema de controle não consegue levar o sistema à estabilidade, o que atesta nossa análise sobre a estabilidade robusta nesta família. Importante ressaltar que a condição definida em 17, quando não alcançada, não implica que o sistema será instável nos pontos em questão, apenas não podemos garantir a estabilidade robusta. Entretanto, no caso de nossa análise, verificamos que o sistema de fato, não é estavelmente robusto para a família de modelos em questão.

Uma forma de contornar este problema é abaixar o ganho do controlador, deixando sua ação no sistema mais lenta. Isto é um pouco lógico já que, se temos incertezas quanto a concordância do modelo proposto com o processo real, o melhor a fazer é aplicar um sistema de controle mais conservador. Para validar esta hipótese, abaixou-se o ganho do controlador em 60% e, novamente, verificou-se o diagrama de magnitude para análise de estabilidade robusta:

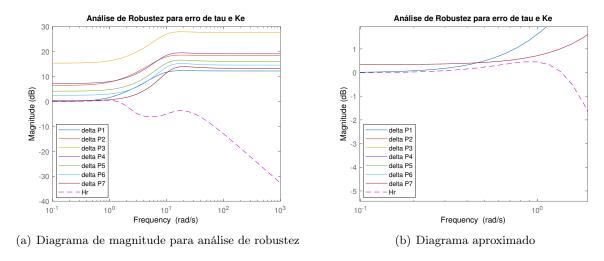


Figura 23: Resultados de simulação

Percebe-se então que, após o ajuste feito no controlador, o sistema tornou-se robusto para a família de modelos analisada. Para evidenciar tal fato, fez-se o mesmo ensaio da figura 22, desta vez com os novos parâmetros de controle e, como era esperado, nota-se que para o mesmo ponto de operação anterior o sistema é estável:

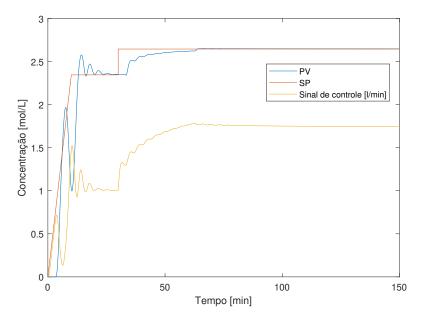


Figura 24: Operação com novos parâmetros

Para efeitos de análise de estabilidade robusta do controlador em caso de erros de modelagem de atraso de transporte, utilizaremos o índice de robustez, que é calculado segundo a relação 9. O motivo de não utilizarmos a relação 17 é que, quando adiciona-se erros no atraso de transporte na equação, o Matlab encontra problemas ao fazer os cálculos. Dando sequência com a análise, utilizando os mesmos proce-

dimentos descritos na questão 2 deste relatório, temos que o gráfico de magnitude para análise de estabilidade robusta para essa família de modelos é dado por

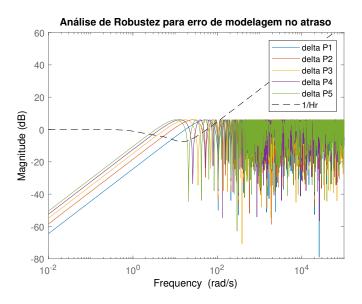


Figura 25: Análise de estabilidade robusta para um modelo com erro de modelagem no atraso

Conforme visto no diagrama da figura 25, o sistema de controle proposto não é estavelmente robusto para erros de modelagem no atraso de transporte. Percebemos que, para um mínimo erro de modelagem no atraso, o sistema já perde a garantia de robustez, o que pode ser verificado no ensaio a seguir, onde é aplicado um erro de 2% no atraso:

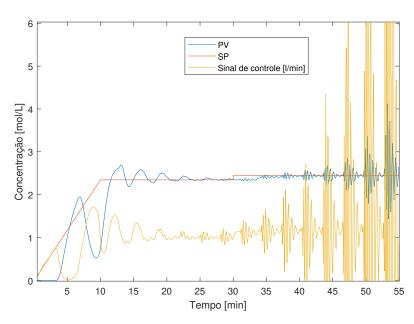


Figura 26: Erro na modelagem do atraso leva o sistema à instabilidade

A mesma hipótese utilizada na análise de robustez do sistema sem erro de modelagem no atraso de transporte para que o controlador passe a ser robusto para a família de modelos em análise pode ser usada aqui. Para garantir a robustez deste sistema, podemos diminuir o ganho do controlador, desta vez em 70%. Após isso, fez-se um ensaio com erro de modelagem no atraso de +10%, e verificou-se que o sistema, nestas condições de operação, ainda é estável, o que poderia ser inferido pelo gráfico de magnitude para análise de estabilidade robusta com os parâmetros de controle em questão:

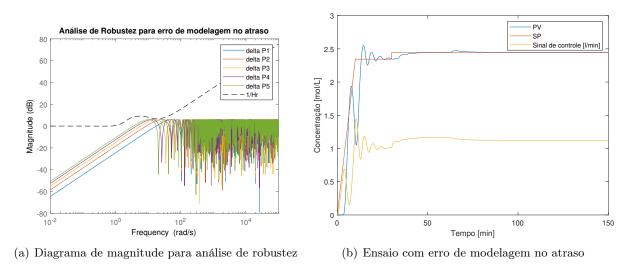


Figura 27: Resultados de simulação

3.d Controle equivalente

Apesar do controlador PSF já ter sido todo projetado em domínio discreto, sabese que para sua implementação prática é necessário levantar a expressão de seu controlador equivalente, o qual permitirá, a partir da aplicação da transformada Z inversa, obter a lei de controle u(k) que seria implementada em um algoritmo de controle embarcado em uma unidade computacional, conforme período de amostragem considerado no projeto.

Com essa informação em mente, a expressão que calcula o controlador equivalente é a seguinte:

$$C_{eq}(z) = \frac{F_r(z)C(z)}{1 + C(z)G_n(z)(1 - F_r(z)z^{-d})}$$
(19)

Então, dada a elevadíssima ordem das FTs, optou-se por motivos práticos realizar o cálculo de C_{eq} através do Matlab. Cujo resultado é mostrado abaixo (considerando obviamente o PSF com polo mais rápido, isto é, $z_f = 0.61$):

A despeito dos erros numéricos, conseguiu-se obter uma expressão com integrador no denominador. A ordem deste controlador foi facilmente obtida a partir do comando *order* do Matlab, que resultou em uma ordem igual a 43.

4 Questão 4

A implementação do PSF pode ser complexa e caso o sistema de controle só permita o uso de controle PID, é necessário estudar qual seria a performance que poderia ser atingida com este controle mais simples. Assim, obtenha um modelo de 2 ordem com atraso para representar ao processo nas vizinhanças do ponto de equilíbrio e ajuste o PID usando o método S-IMC (visto em sala de aula). Simule o sistema em MF para o modelo linearizado e obtenha a margem de fase e de ganho obtidas com o PID sintonizado. Analise a robustez do controlador considerando que vai ser usado para o controle do sistema não linear. Simule o sistema não linear controlado pelo PID e comprove os resultados. Compare a performance obtida com a que se obteve usando o controle com preditor.

4.a Sintonia S-IMC

O controlador PID ajustado pelo método S-IMC utiliza o modelo da própria planta como parâmetros para sua sintonia, conforme a tabela 1 e é aplicado ao PID-Série, conforme a equação 20 . Este método de sintonia utiliza um modelo da planta de segunda ordem com atraso, em que τ_2 é o polo rápido da planta, τ_1 o polo lento, L o atraso e K_p o ganho estático.

Controle	K_c	T_i	T_d
PID-Série	$\frac{1}{2L} \frac{1}{K_p/T_i}$	$\min(\tau_1, 8L)$	$ au_2$

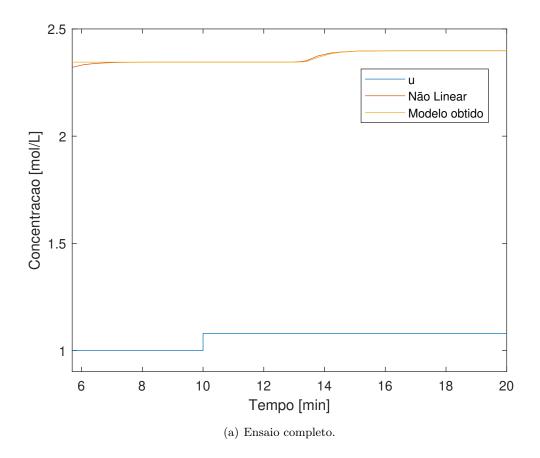
Tabela 1: Método de sintonia S-IMC.

PID-Série:
$$K_c \left(1 + \frac{1}{T_i s} \right) (1 + T_d s).$$
 (20)

Obtemos então, como proposto, um novo modelo da planta, também de segunda ordem e com atraso, como tínhamos até aqui, porém sem zero de fase não mínima. Para isso, levamos o sistema próximo ao ponto de equilíbrio e aplicamos pequenas variações ao redor do ponto. Observamos qual foi o ganho estático desta variação e também o tempo de 5%. Para compensação do zero de fase não mínima, consideramos um pequeno aumento do atraso de 3 minutos, e consideramos também polos reais, visto que não há pico em malha aberta. O modelo obtido foi então:

$$P = \frac{0.667e^{-3.3s}}{(0,2s+1)(0,45s+1)} = \frac{0.667e^{-3.3s}}{0.09s^2 + 0.65s + 1}.$$
 (21)

O ensaio de levantamento, como citado, foi realizado próximo ao ponto de equilíbrio, conforme figura 28. Na mesma figura também pode-se observar que o modelo obtido é bastante próximo a curva da planta não linear.



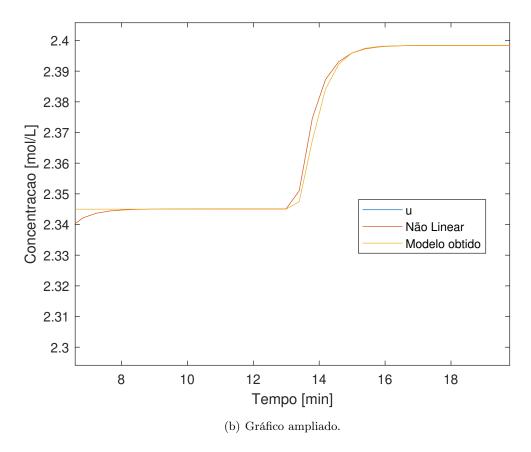


Figura 28: Ensaio para identificação.

Com o modelo encontrado, podemos obter os ganhos do controlador:

$$T_d = \tau_2 = 0, 2,$$
 (22)

$$T_i = \tau_1 = 0,45, (23)$$

$$K_c = \frac{1}{2L} \frac{1}{K_p/T_i} = 0.1022. (24)$$

4.b Simulações em malha fechada

Após encontrados os parâmetros do controlador, podemos verificar então o seu desempenho no modelo linearizado. O ensaio partiu com *setpoint* em rampa até as vizinhanças do ponto de equilíbrio. A partir de então é aplicado variações ao redor do ponto, de maneira a verificar seu desempenho. Conforme observamos na figura 29, o sistema apresentou sobressinal relativamente alto, porém foi capaz de se manter estável. Fazendo a análise, observamos tempo de 5% de aproximadamente 18

minutos e sobressinal em cerca de 28%, desempenho bastante inferior ao requisitado e ao sistema com preditor. Com relação a pertubação, o tempo de 5% foi de cerca de 19 minutos, com resposta com oscilação.

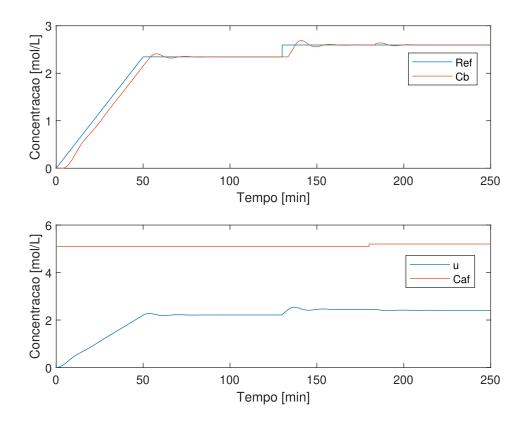


Figura 29: Simulação com controlador obtido.

A princípio, com um filtro de referências, poderíamos diminuir o sobressinal. Porém, ao simularmos o controle obtido no modelo da planta não linear, em torno do ponto de equilíbrio, percebe-se que o sobressinal não se faz mais presente, como pode-se observar na figura 30. Com o modelo não linear, obteve-se desempenho de tempo de 5% de cerca de 22 minutos, tanto para mudança de referência, quanto para rejeição de pertubação.

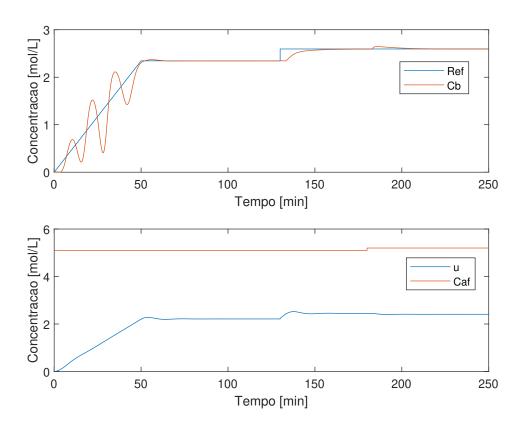


Figura 30: Simulação com controlador obtido, modelo não linear.

Como proposta de um ajuste fino, realizamos o aumento do valor K_c em 30%, a fim de verificar o desempenho, ainda no modelo não linear. A simulação com o controle reajustado pode ser vista na figura 31, em que aferimos, agora, um tempo de 5% de cerca de 11 minutos, para ambas as dinâmicas. Um ponto negativo deste reajuste é um aumento da oscilação do sistema quando é levado em rampa até às proximidades do ponto de equilíbrio.

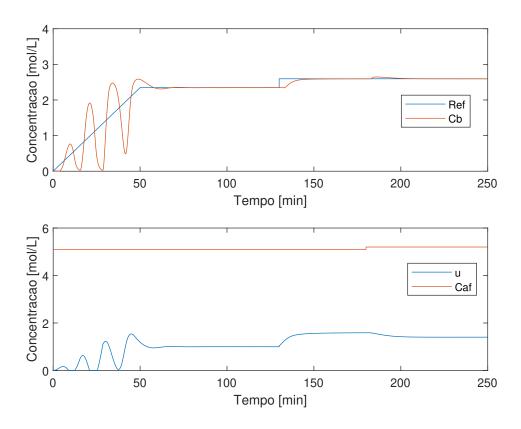


Figura 31: Simulação com controlador reajustado, modelo não linear.

Como o controlador reajustado é menos conservador, o que faz com que o sistema tenha mais oscilações, como o observado na rampa inicial, e leva o sinal de controle a regiões de saturação, optamos por prosseguir a análise com o controlador obtido inicialmente, sem reajuste. Vale destacar que a escolha depende das particularidades de cada planta, neste caso optamos por um ajuste conservador.

4.c Estudo da robustez

Para encontrar a margem de fase e a margem de ganho do sistema, analisamos o diagrama de bode de G=CP, em que C é o controlador e P a planta. O sistema analisado tem magnitude igual a um, na frequência de 0,24 rad/s, sendo nessa frequência fase de 224.9°. Para a fase, temos 180° com 0,48 rad/s, com amplitude de aproximadamente 0,49 nessa frequência. Com esses valores, obtivemos margem de ganho de 2,02, e margem de fase de 44,9°, conforme figura 32.

Adicionalmente, podemos observar o índice de robustez do sistema na figura 33. Note que devido ao erro de ganho estático estar próximo de 100% em algumas equações levantas, o índice de robustez fica próximo ao deltaPI em baixas frequências. Note que os maiores erros de modelagem estão acerca das funções delta P1 e delta

P2, que são equações que representa os pontos mais distantes do ponto do equilíbrio. Como esta análise é conservadora e o índice de robustez intercepta apenas funções distantes do ponto, podemos concluir que este controlador é robusto para operar em regiões relativamente próximas ao ponto de equilíbrio. É importante destacar que a interceptação das curvas ocorre devido ao sobressinal da resposta em malha fechada, e não é suficiente para atestarmos que o sistema realmente é instável nestas regiões.

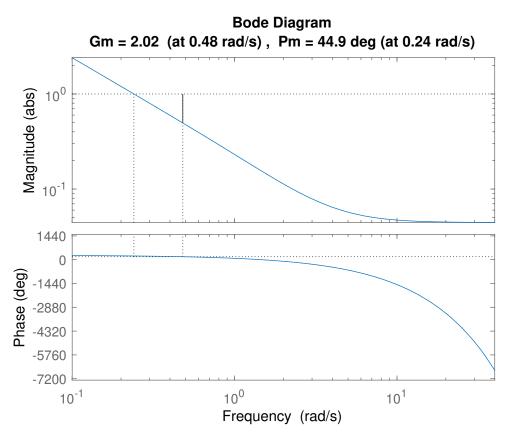


Figura 32: Margem de ganho e de fase de CP.

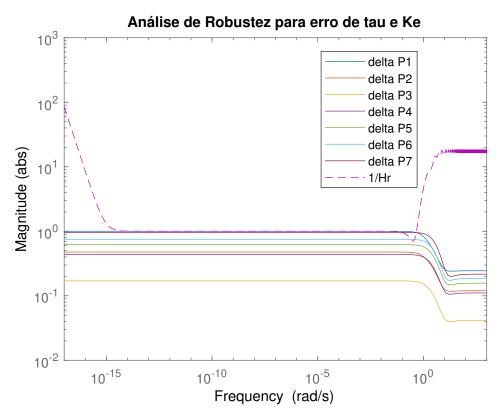


Figura 33: Análise do índice de robustez PID S-IMC.

Note que, erro de modelagem no atraso, isoladamente, não é tão crítico ao PID S-IMC ajustado. A análise presente na figura 34 seguiu a mesma forma das análises de erro de atraso já apresentadas e evidencia que, mesmo com 10% de erro na modelagem do atraso, o sistema é robusto, o que não foi visto no sistema com preditor.

4.d Comparação com PSF

Como destacado no item 3, o sistema com preditor de Smith foi capaz de atingir tempo de 5% acerca de 1,5 minutos para mudanças de referências próximas ao ponto de equilíbrio. Enquanto isso, o PID S-IMC obtido observamos tempo de 5% por volta de 22 minutos, muito maior quando comparado ao sistema com preditor.

Quando observamos a dinâmica de rejeição de pertubação, conforme a figura 35, observamos uma amplitude menor com o controlador simples. Porém, a rejeição completa e o tempo de 5% é muito menor para os sistemas com preditor, em ordem de 15 vezes mais rápido.

Com isso concluímos a eficácia do preditor de Smith para sistemas com atraso, que, com uma boa modelagem da planta, traz uma boa performance. O PID S-

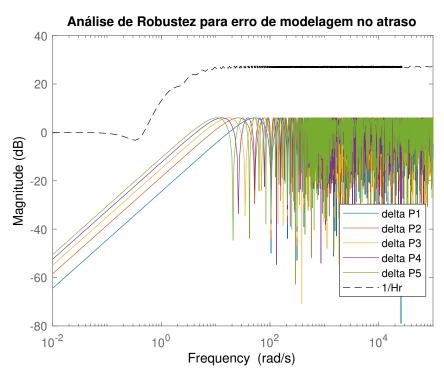


Figura 34: Análise do índice de robustez PID S-IMC, erro no atraso.

IMC, por sua vez, é uma boa alternativa para ponto de partida de ajustes rápidos e conservadores.

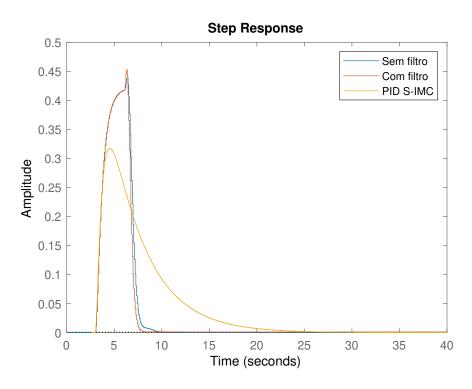


Figura 35: Comparação para pertubação entre PID e sistema com preditor.