

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO TECNOLÓGICO
DEPARTAMENTO DE AUTOMAÇÃO E SISTEMAS



TAREFA 2: SISTEMA DE CONTROLE DE UM REATOR QUÍMICO

SISTEMAS DE CONTROLE

Cristian de Biasi Gislon
Guilherme Henrique Ludwig
Juliano Ricardo da Silva
Valdecir Hoffmann
Prof. Dr. Julio Normey-Rico

FLORIANÓPOLIS - SC

AGOSTO DE 2021

Introdução

Na tarefa 1 se analisou o modelo e o sistema de controle de concentração de produto em um reator continuamente agitado, usado na indústria química. O controle usado foi um PI básico de C_b ajustado por alocação de polos.

A dinâmica de produção de A e B foi modelada nas vizinhanças de um ponto de operação dado por $C_{af} = 5.1$ mol/l e $u = 0.8$ [1/min]. O reator tem parâmetros: $k_1 = 6.01$ [1/min], $k_2 = 0.8433$ [1/min], $k_3 = 0.1123$ [mol/(l min)]. Lembrando que o sistema usa $u = F/V$ como variável manipulada e C_{af} (concentração da entrada) é a perturbação. u pode variar entre 0 e 10 l/min, e a concentração de entrada C_{af} entre 4.0 e 6 mol/l.

O modelo para ser usado no projeto do controle é então o obtido pela linearização analítica do modelo não linear nesse ponto de operação. Observe que esse novo modelo considera também a dinâmica de C_a . Assim, neste caso pode se escrever:

$$(s + 1.6433)C_b(s) = 6.01C_a(s) - 2.1699u(s) \quad (1)$$

$$(5 + 6.9433)C_a(s) = 0.8 C_{af}(s) + 4.5067u(s) \quad (2)$$

Recomenda-se desenhar um diagrama de blocos deste modelo para ver a relação entre variáveis.

Conteúdo

1	Questão 1	4
1.a	Item a	4
1.b	Item b	9
2	Questão 2	15
3	Questão 3	18
3.a	Item a	18
3.a.1	Controlador Feedforward	19
3.a.2	Controle em Cascata	23
3.b	Item b	35
4	Questão 4	40

1 Questão 1

Nesta parte supõe-se que somente a medida de C_b pode ser usada na malha de controle.

1.a Item a

Projete um controle contínuo usando a técnica de lugar de raízes para obter em malha fechada um sistema com $t_{5\%}$ da ordem de 1.5 minutos e pico menor que 5%. Essa especificação deve ser atendida para resposta a seguimentos de degraus de referência de C_b e perturbações de C_{af} . Use filtro de referência se necessário. O sistema deve ter ganho estático unitário para a relação referência-saída de C_b .

Conforme as especificações definidas para o controle, tem-se que o sobressinal (pico) deve ser menor que 5%. Portanto:

$$\begin{aligned} 0.05 < \exp\left(\frac{-\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}\right) &\implies \ln(0.05) < \frac{-\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \implies (\ln(0.05))^2 < \frac{(-\pi)^2(\xi)^2}{1-\xi^2} \\ &\implies (8.97)(1-\xi^2) < 9.86\xi^2 \implies \xi > \sqrt{\frac{8.97}{18.83}} \implies \xi \approx 0.7. \end{aligned}$$

O tempo de 5% deve ser menor ou igual a 1.5 min e, para este valor, a frequência natural será:

$$t_{5\%} \leq \frac{3}{\xi\omega_n} \implies \omega_n \leq \frac{3}{t_{5\%} * \xi} = \frac{3}{1.5 * 0.7} \implies \omega_n \approx 2.85 \text{ rad/min}. \quad (3)$$

Desta maneira o ponto pelo qual o lugar das raízes deverá passar será:

$$s_d = -\xi\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\xi^2} = -2 \pm j2.097. \quad (4)$$

Agora, para encontrar a FT de MF e, conseqüentemente, utilizar a equação característica que contém os polos de malha fechada para fazer o projeto pelo lugar das raízes, foram seguidos os seguintes passos:

- A partir do digrama de blocos mostrado na figura 1, foi encontrado por superposição um modelo G_u que caracteriza a relação entre C_b e u , onde C_{af} foi considerada nula;

- Depois, utilizando a superposição novamente, foi encontrado um modelo G_q que caracteriza a relação entre C_b e C_{af} , onde u foi considerada nula.
- Com isso, a função de transferência de malha fechada foi finalmente obtida a partir da análise do diagrama de blocos mostrado na figura 2.

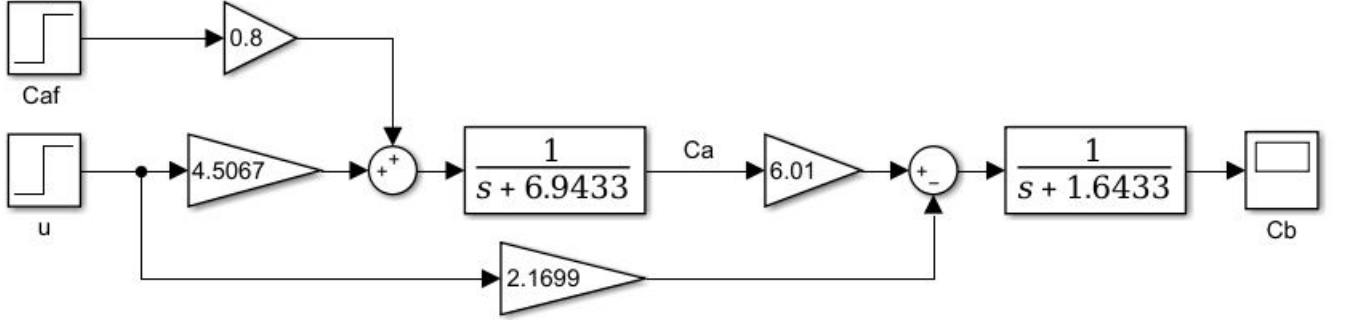


Figura 1: Diagrama de blocos sem o controlador.

Da tarefa 1, já havíamos encontrado as funções de transferência de C_b/u e C_b/C_{af} , então foi necessário apenas refazer os mesmos procedimentos com os valores atuais, resultando em:

$$G_q = \frac{C_b}{C_{af}} = \frac{4.808}{(s + 6.9433)(s + 1.6433)} \quad G_u = \frac{C_b}{u} = \frac{-2.1699s + 12.0873}{(s + 6.9433)(s + 1.6433)}$$

Então, a partir dos modelos obtidos, o diagrama de blocos reduzido é mostrado na figura 2:

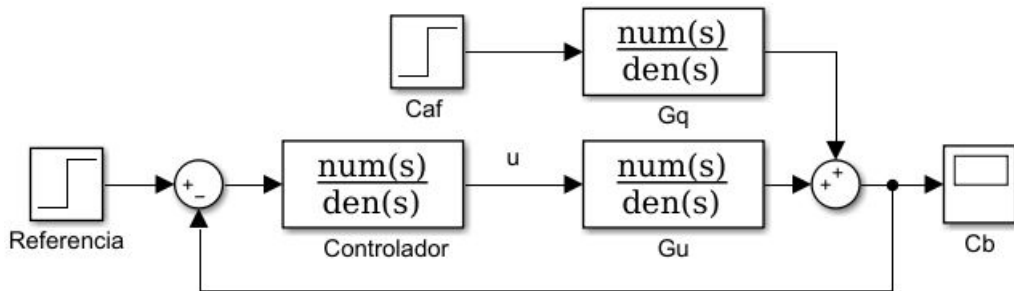


Figura 2: Diagrama de blocos com modelos G_u e G_q .

Deseja-se, como foi dito, rejeitar perturbação em regime permanente e, para isso, será utilizado um controlador com um integrador, logo, a FT do controlador a ser projetada possui uma parte que já é conhecida, ou seja, um polo na origem. Portanto:

$$C(s) = K_c \frac{N_c}{sD_c}. \quad (5)$$

Com isso, as FTs de malha fechada da saída em relação à referência e da saída em relação à entrada de perturbação, além do sinal de controle em relação à entrada e do sinal de controle em relação à entrada de perturbação são:

$$\begin{aligned} Hr &= \frac{CG_u}{1 + CG_u} & Hq &= \frac{G_q}{1 + CG_u} \\ Hur &= \frac{C}{1 + CG_u} & Huq &= \frac{-CG_q}{1 + CG_u}. \end{aligned}$$

Então, é necessário analisar o denominador da função de transferência de malha fechada da saída em relação a entrada:

$$\begin{aligned} 1 + CG_u &= 0. \\ 1 + (K_c \frac{N_c}{sD_c}) (\frac{-2.1699s + 12.0873}{(s + 6.9433)(s + 1.6433)}) &= 0 \\ (s + 6.9433)(s + 1.6433)(s) - (2.1699s + 12.0873)(K_c \frac{N_c}{D_c}) &= 0. \end{aligned}$$

Na forma mônica:

$$(s + 6.9433)(s + 1.6433)(s) - 2.1699K_c(s - 5.538)(\frac{N_c}{D_c}) = 0.$$

O ganho da processo é positivo, pois quando aumenta-se o valor da variável manipulada (vazão de entrada do produto), há um aumento no valor da variável de processo (concentração do produto C_b). Entretanto, devido às circunstâncias de cálculo do LR, tem-se que:

$$K = -2.1699K_c \implies K < 0. \quad (6)$$

Portanto, o somatório de fases será:

$$K < 0 \implies \sum (\varphi_{Conhecida} + \varphi_{Desconhecida}) = 0^\circ. \quad (7)$$

O próximo passo é calcular as contribuições de fases de cada polo/zero do LR, realizando o seguinte procedimento:

$$\sum \varphi_{Conhecida} = \varphi(B/A) = \varphi_{zeros} - \varphi_{polos}.$$

Com isso, as fases foram calculadas como mostrado abaixo:

$$\text{Para zero em } s = 5.538 : \varphi_1 = 180^\circ - \text{atan}\left(\frac{2.097}{2 + 5.538}\right) = 164.45^\circ.$$

$$\text{Para polo em } s = 0 : \varphi_2 = 180^\circ - \text{atan}\left(\frac{2.097}{2}\right) = 133.63^\circ.$$

$$\text{Para polo em } s = -1.6433 : \varphi_3 = 180^\circ - \text{atan}\left(\frac{2.097}{2 - 1.643}\right) = 99.65^\circ.$$

$$\text{Para o polo em } s = -6.9433 : \varphi_4 = \text{atan}\left(\frac{2.097}{6.9433 - 2}\right) = 22.99^\circ.$$

Então o somatório das fases conhecidas são:

$$\sum \varphi_{Conhecida} = \varphi_1 - (\varphi_2 + \varphi_3 + \varphi_4) = -91.83^\circ.$$

Portanto, a fase desconhecida será:

$$\begin{aligned} \sum (\varphi_{Conhecida} + \varphi_{Desconhecida}) &= 0^\circ \implies \varphi_{Desconhecida} = -(\varphi_{Conhecida}) \\ &\implies \varphi_{Desconhecida} = 91.83^\circ. \end{aligned}$$

Logo, será necessário mais de um zero para adicionar tal fase e, para isso, a FT do controlador deverá possuir a seguinte forma:

$$C(s) = K_c \frac{(s + z_1)(s + z_2)}{s(s + p_{af})}. \quad (8)$$

Onde z_1 e z_2 são os zeros do controlador e p_{af} é o polo em alta frequência colocado para tornar a FT do controlador realizável e limitar o ganho do controlador em alta frequência, impedindo-o de ter um ganho infinito. Com esta nova configuração, será necessário calcular uma nova fase desconhecida, de forma a incluir a adição de fase causada pelo p_{af} . Antes disso, o p_{af} foi escolhido consoante o critério abaixo:

$$p_{af} = 10|s_d| = 10\sqrt{(2)^2 + (2.097)^2} \approx 29.$$

A fase será:

$$\varphi_{p_{af}} = \text{atan}\left(\frac{2.097}{29 - 2}\right) = 4.45^\circ.$$

A fase desconhecida nova será:

$$\varphi_{Desconhecida} = 91.83^\circ + 4.45^\circ = 96.3^\circ.$$

Com essa nova fase, os dois zeros do controlador terão o mesmo valor, de forma que cada um adicione a metade da fase desconhecida nova. Ou seja: a fase que cada zero vai contribuir será igual a $96.3^\circ/2 = 48.15^\circ$. Os valores dos zeros foram calculados da seguinte maneira:

$$z_1 = z_2 = 2 + \frac{2.097}{\tan(96.3/2)} = 3.87. \quad (9)$$

Finalmente, tem-se que o controlador será:

$$C(s) = K_c \frac{(s + 3.87)(s + 3.87)}{s(s + 29)}. \quad (10)$$

Para calcular o valor do K_c é necessário resolver a equação do LR no ponto desejado (s_d):

$$\left| 1 + \left(K_c \frac{(s + 3.87)(s + 3.87)}{s(s + 29)} \right) \left(\frac{-2.1699s + 12.0873}{(s + 6.9433)(s + 1.6433)} \right) \right|_{s = s_d} = 0$$

No MATLAB, isto foi feito da seguinte maneira:

```

1 %% Calculando K
2 syms K
3 s = sd_imPositivo;
4 Num=((s+zero)^2)*(-2.1699*s+12.01873)*K;
5 Den=s*(s+6.9433)*(s+1.6433)*(s+paf);
6 Kc_pos = double(vpa(solve((1+Num/Den==0))));
7 s = sd_imNegativo;
8 Kc_neg = double(vpa(solve((1+Num/Den== 0))));

```

Resultando em:

```

1 Kc =
2     6.653397018240492

```


Finalmente, é possível calcular o LR utilizando o código:

```

1 %% Funcoes de transferencia continuas
2 s = tf('s'); % variavel de Laplace
3 %FT do controlador PID
4 C = Kc*( (s +zero)^2)/(s*(s +paf));
5 [num_C,den_C] = tfdata(C);
6 P = tf([-2.1699 12.01873], conv([1 6.9433],[1 1.6433])); %Gu
7 Q = tf([0 4.808], conv([1 6.9433],[1 1.6433])); %Gq
8 rlocus(C*P) %desenhando o LR

```

Na figura 3 é mostrado como ficou o LR. Então, analisando o gráfico, é possível notar que o LR passou exatamente pelo s_d , como era desejado.

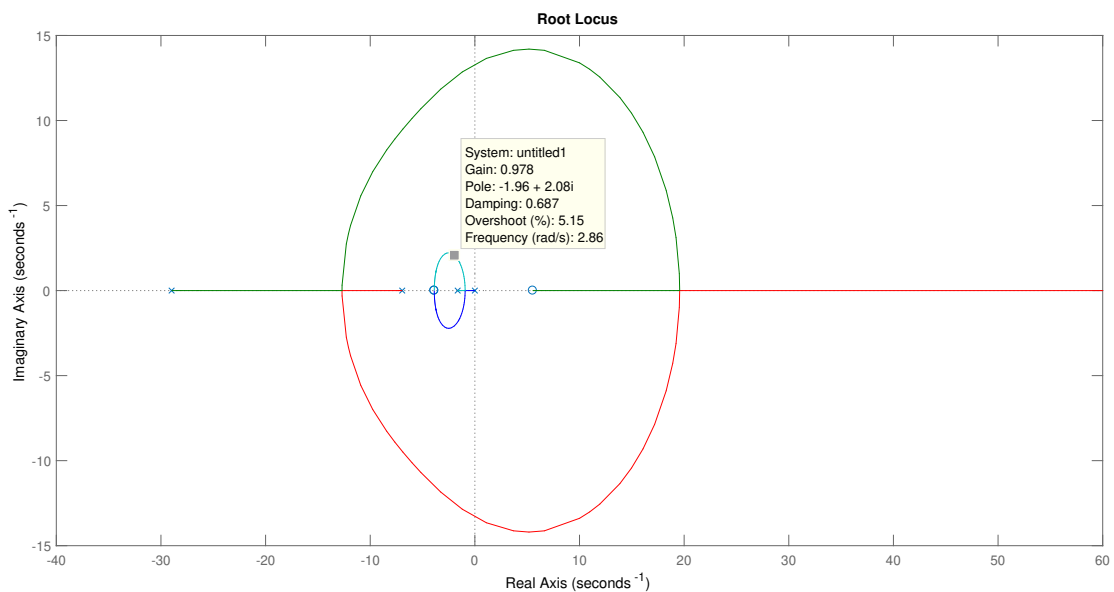


Figura 3: Lugar das Raízes obtido considerando o controlador.

1.b Item b

Estude por simulação o comportamento do sistema em MF com o controle projetado usando modelo linearizado (equações 1-2). Realize análise dos diagramas polo-zero e da resposta em frequência do sistema e interprete os resultados. Observe o sinal de controle nos ensaios realizados. Compare este controle com o PI projetado na tarefa 1. Discuta.

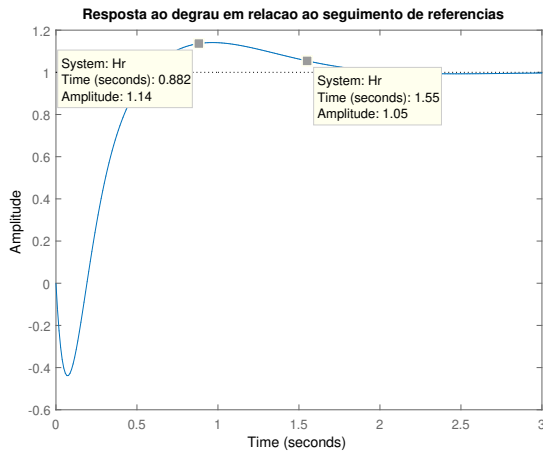
Agora, é necessário analisar a resposta ao degrau em FT da saída em relação a

entrada e da saída em relação à perturbação para certificar se as especificações de controle são seguidas. Isso foi feito considerando o seguinte código:

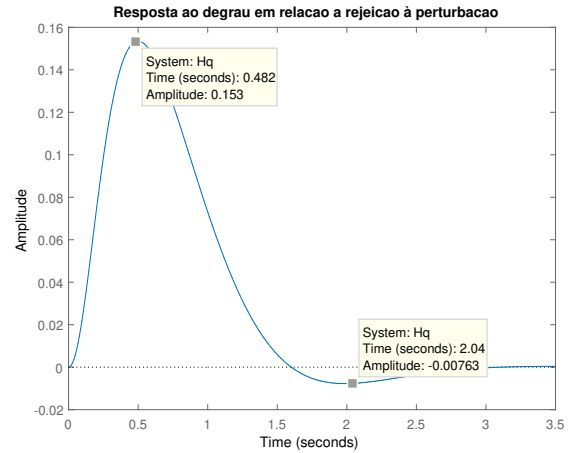
```

1 %% FT de MF sem Filtro
2 %funcao de transferencia de malha fechada de Y/R
3 Hr = minreal((C*P)/(1 + (C*P)));
4 [num_Hr, den_Hr] = tfdata(Hr);
5 %funcao de transferencia de malha fechada de Y/Q
6 Hq = minreal((Q)/(1 + (C*P)));
7 [num_Hq, den_Hq] = tfdata(Hq);
8 %funcao de transferencia de malha fechada de U/R
9 Hur = minreal((C)/(1 + (C*P)));
10 [num_Hur, den_Hur] = tfdata(Hur);
11 %funcao de transferencia de malha fechada de U/Q
12 Huq = minreal((-CQ)/(1 + (C*P)));
13 [num_Huq, den_Huq] = tfdata(Huq);

```



(a) Seguimento de referência.

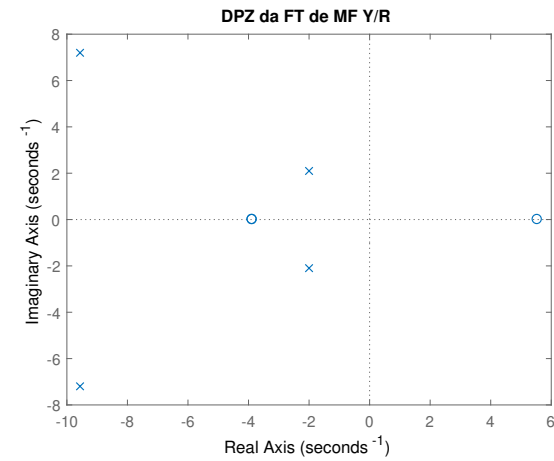


(b) Rejeição à perturbação.

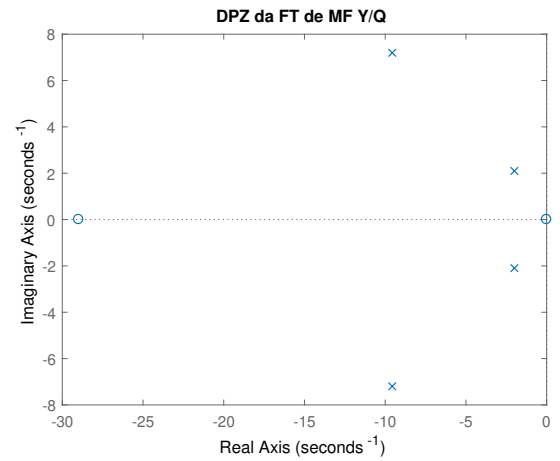
Figura 4: Resposta para seguimento de referência e rejeição a perturbação.

Como pode ser visto na figura 4(a), a resposta possui um $t_{5\%}$ que atende à especificação, mas possui um pico superior aos 5% desejados. Desta maneira, é recomendável aplicar um filtro de referências na entrada do sistema de controle para atenuar a subida do sinal, ou seja, aplacar ou, até mesmo, eliminar a influência do zero duplo do controlador próximo a origem, como mostrado na figura 5(a). Isto será feito mais adiante.

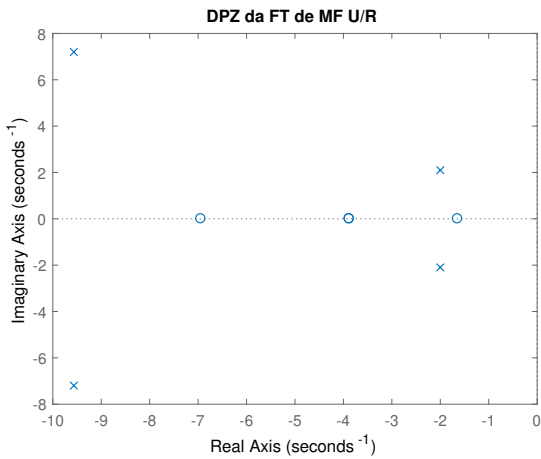
A rejeição à perturbação, por sua vez, atendeu aos requisitos pois, como mostrado na figura 4(b), possui um $t_5\%$ na ordem de 1.558 min e um pico bem inferior ao valor de 5%. Além disso, o zero localizado na origem, como mostrado na figura 5(b), faz com que o sistema rejeite perturbações do tipo degrau em regime permanente. As figuras 5(a) e 5(b) mostram como ficaram os diagramas polo-zero da FT da saída em relação à referência e da saída em relação à entrada de perturbação. Já as figuras 5(c) e 5(d) mostram os DPZs do sinal de controle com relação a referência e à perturbação. Atenção: após a implementação do filtro, apenas as FTs com relação à referência serão afetadas porque o filtro não possui nenhuma influência ou relação com a rejeição à perturbação. Desta forma, mais adiante, serão mostrados novos DPZs de Y/R e U/R após a implementação do filtro, bem como o diagrama de Bode de todas as FTs.



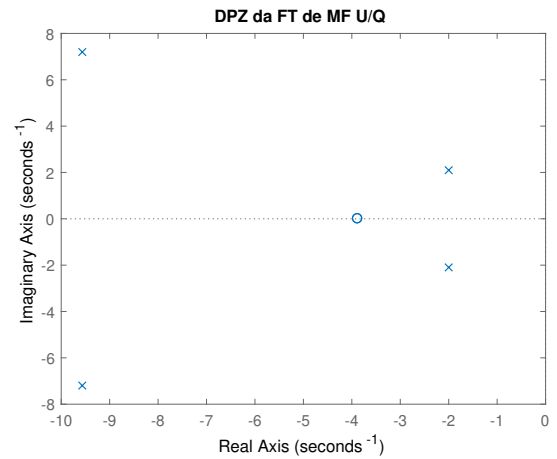
(a) FT de MF Y/R.



(b) FT de MF Y/Q.



(c) FT de MF U/R.



(d) FT de MF U/Q.

Figura 5: DPZ das FTs de malha fechada.

Desta forma, olhando a figura 5(c), percebe-se uma dominância do zero com relação ao par de polos complexos conjugados de sd , o que sabemos que causará um sobressinal na resposta do controlador. Já a figura 5(d), mostra a dominância do par de polos complexos conjugados, o que justifica o formato de segunda ordem da resposta para a perturbação.

Como os requisitos relacionados ao regime transitório do seguimento de referência não foram atendidos, um recurso a ser usado é a implementação de um filtro de referências. A figura 5(a) mostra que o polo dominante é o complexo conjugado esperado, porém há, sobretudo, a presença de zero duplo próximo ao polo dominante advindo dos zeros do controlador, implicando então no aumento do sobressinal e consequentemente o não cumprimento dos requisitos. A priori, consideraremos que os outros polos e zeros mais distantes do polo dominante não influenciam significativamente a resposta.

Sabemos que os zeros duplos em $s = -3.87$ (próximo ao polo dominante) ocasionam o aumento do sobressinal, portanto o papel do filtro será anular a influência desses zeros. Para que isso seja possível, necessita-se que dois polos do filtro tenham valores iguais a -3.87 (anulando o efeito dos zeros indesejados):

$$F(s) = \frac{1}{(T_1 s + 1)^2}.$$

Note que $F(s)$ precisa ter ganho unitário em regime permanente. Para que os polos de $F(s)$ cancelem os zeros em $s = -3.87$, então:

$$T_1 = \frac{1}{3.87} \quad \textbf{Assim, tem-se:} \implies F(s) = \frac{1}{(\frac{1}{3.87}s + 1)^2}.$$

Com isso, as FTs de MF com relação à referência, já que o filtro não influencia em nada a resposta à perturbação, são:

$$Hr = \frac{FCG_u}{1 + CG_u} \qquad Hur = \frac{FC}{1 + CG_u}$$

A figura 6 mostra os diagramas de polos e zeros do sistema com filtro. Primeiramente, a figura 6(a) evidencia o fato de que, agora, os zeros que estavam próximos ao polo dominante desejado foram cancelados pelos polos do filtro. Já a figura 6(b) mostra que para o FT que relaciona o sinal de controle com a referência, também

houve um cancelamento daquele zero do controlador, eliminando assim sua influência na resposta.

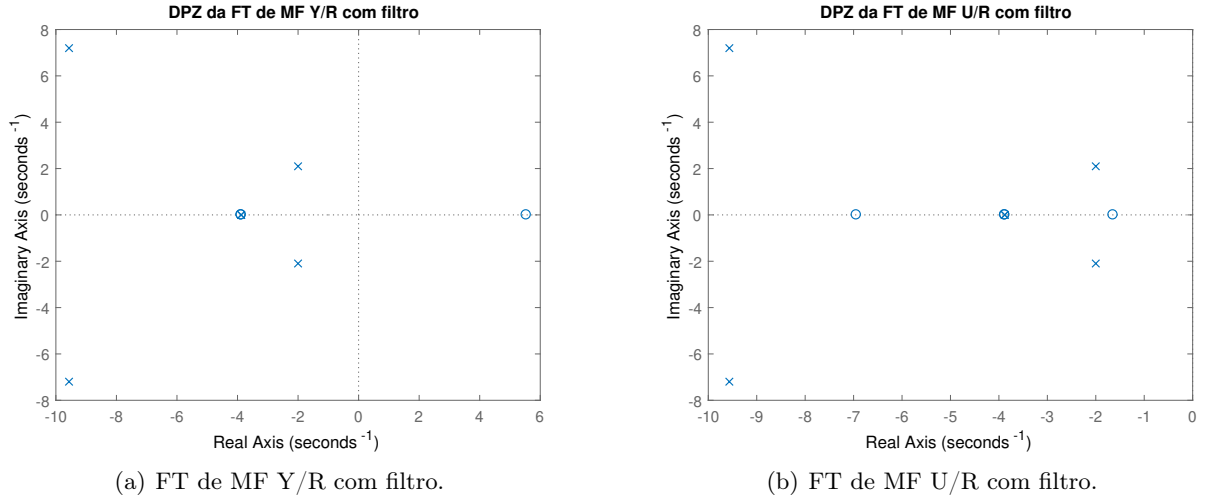


Figura 6: DPZ das FTs de malha fechada com filtro.

Já a figura 7 mostra as respostas ao degrau com o filtro implementado. A figura 7(a) compara a resposta ao degrau do sinal de controle U em malha fechada com e sem filtro. Note que, com o filtro, o sinal de U não tem ação brusca. Para efeito de comparação e comprovação de resultados, a figura 7(b) mostra as respostas ao degrau das saída com e sem filtro. Veja claramente que a saída filtrada não tem a parcela da derivada dos zeros somando na resposta, o que ocasionava o sobressinal.

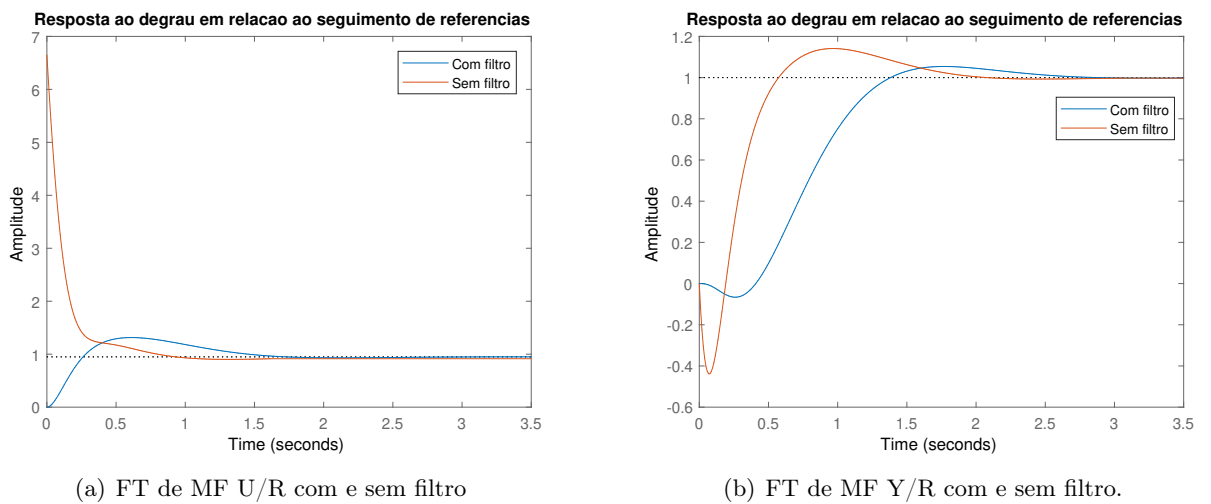


Figura 7: Resposta das FTs de malha fechada com e sem filtro.

Para análise em resposta em frequência foram gerados os diagramas de Bode da figura 8. Veja que a figura 8(a) condiz com o observado em simulação: em

altas frequências, a FT de MF U/R possui uma amplificação do ganho causado pelos zeros do controlador. Além disso, a FT de MF Y/R não sofre atenuação para baixas frequências, caracterizando erros baixíssimos em regime permanente, mas sofre uma pequena atenuação durante o transitório (altas frequências). As FTs que caracterizam o comportamento da perturbação, mostram que há uma atenuação brusca em baixas frequências e amplificação nas altas frequências, caracterizado pelo maior nível de defasagem também, ocasionando uma resposta a perturbação pior em regime transitório do que em regime permanente. A figura 8(b), por sua vez, mostra o efeito do filtro nas respostas das FTs relacionadas à referência, na qual há uma atenuação do ganho em altas frequências, que era justamente o que se buscava.

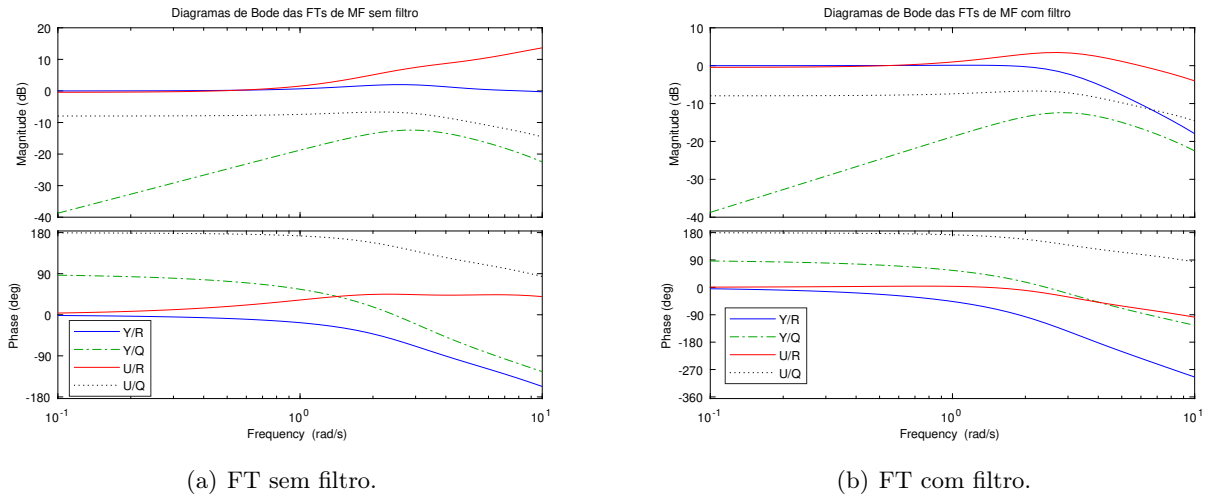


Figura 8: Diagrama de Bode das FTs de malha fechada com e sem filtro.

Finalmente, foi feita uma comparação de desempenho do controlador PI ajustado na Tarefa 1, o qual foi necessário reduzir em 66% seu ganho proporcional para tornar a resposta estável (polos no SPE) com o controlador ajustado no item atual. A figura 9 mostra como ficaram as respostas:

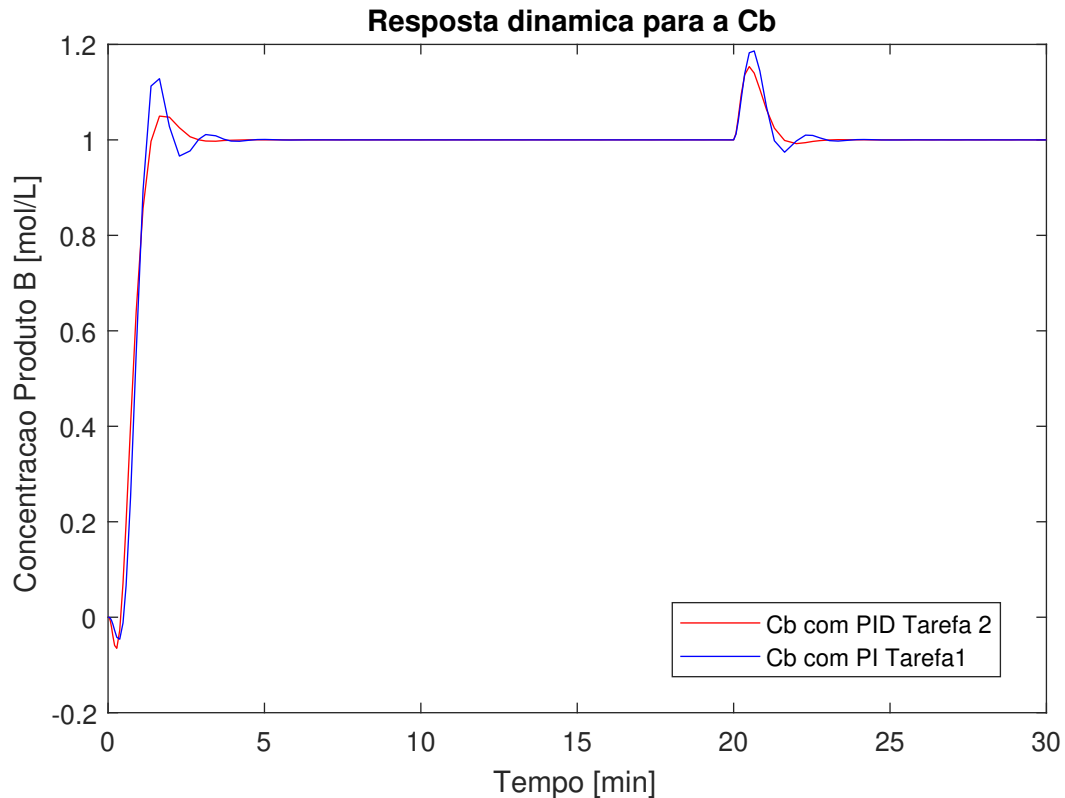


Figura 9: Comparação das respostas dos controladores.

Como mostrado em 9, o controlador projetado neste item possui um desempenho muito superior àquele ajustado na tarefa 1, tendo tempos de respostas e sobressinais menores, o que mostra a maior eficácia de projeto pelo LR se comparado ao projeto empírico e depois analítico usando alocação de polos.

2 Questão 2

Usando Simulink, estude por simulação o comportamento dinâmico do sistema em MF com o modelo completo não linear e verifique se atende as especificações. Implemente um cenário de simulação com a partida do sistema em rampa até chegar no ponto de operação. Simule, então, variações perto do ponto de operação e aplique perturbações. Que acontece com o sistema ao se afastar do ponto de operação? Compare este controle com o PI projetado e discuta.

Como feito no roteiro da tarefa anterior, após projetado o controlador e simulado no modelo linear, verificaremos o cumprimento dos requisitos de enunciado sobre o modelo não linear da planta de interesse. Para isso, seguindo os mesmos procedi-

mentos feitos anteriormente, levaremos o sistema ao ponto de equilíbrio encontrado mediante sinais do tipo rampa. No momento em que o sistema se estabiliza no ponto de operação, aplica-se um degrau de amplitude 0.1 na entrada de referência (aplicação realizada no instante 20 minutos). Após o sistema ter, novamente, se estabilizado ao redor do novo ponto, aplica-se um degrau de perturbação de amplitude 0.1 na respectiva entrada (de 5.1 a 5.2 [mol/L]). Os resultados do ensaio podem ser verificados:

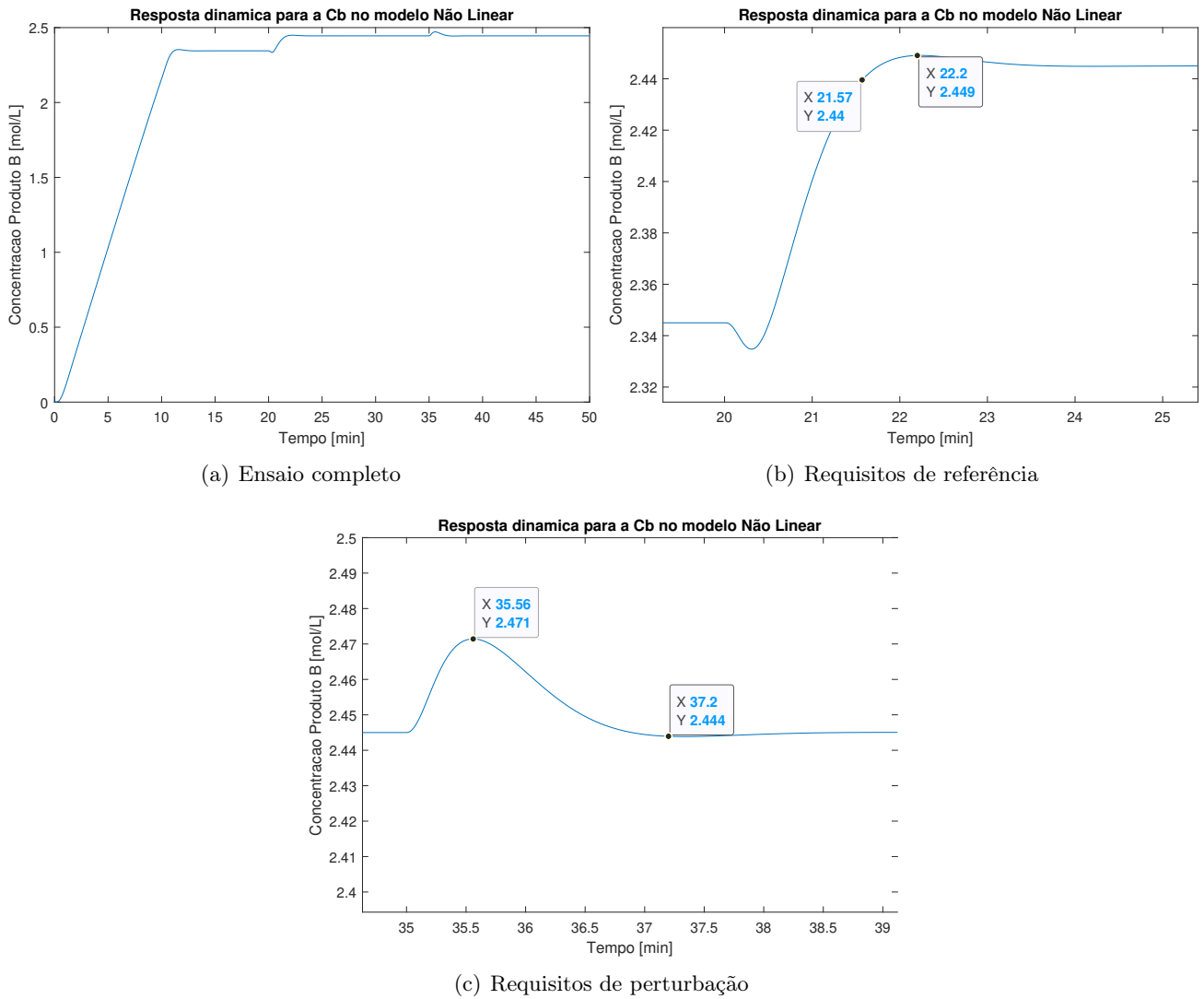


Figura 10: Resultados da simulação.

Com relação ao sobressinal máximo especificado em projeto (5%): O sistema de controle garante sobressinal máximo na saída do sistema para seguimento de referência e rejeição de perturbações dentro da faixa estabelecida de 5%.

Com relação ao tempo de acomodação (critério de 5%): O sistema de controle garante tempo de acomodação próximo do requisitado para o projeto. Para seguimentos de referência conseguimos um tempo de acomodação de 1.57 minutos, ou

seja, bastante satisfatório. Para rejeição de perturbações, observamos um tempo de acomodação de 1.64 minutos, sendo um resultado próximo do projetado.

Caso o sistema de controle projetado opere em regiões mais distantes do ponto de operação espera-se, pelo fato de a planta do processo ser não-linear, duas situações: O sistema de controle leva o processo para a referência e rejeita perturbações com tempo de acomodação diferente do projetado ou apresentará um comportamento bastante diferente de quando opera no ponto. Neste caso, verificamos que o sistema de controle não apresenta comportamento satisfatório, como vê-se a seguir:

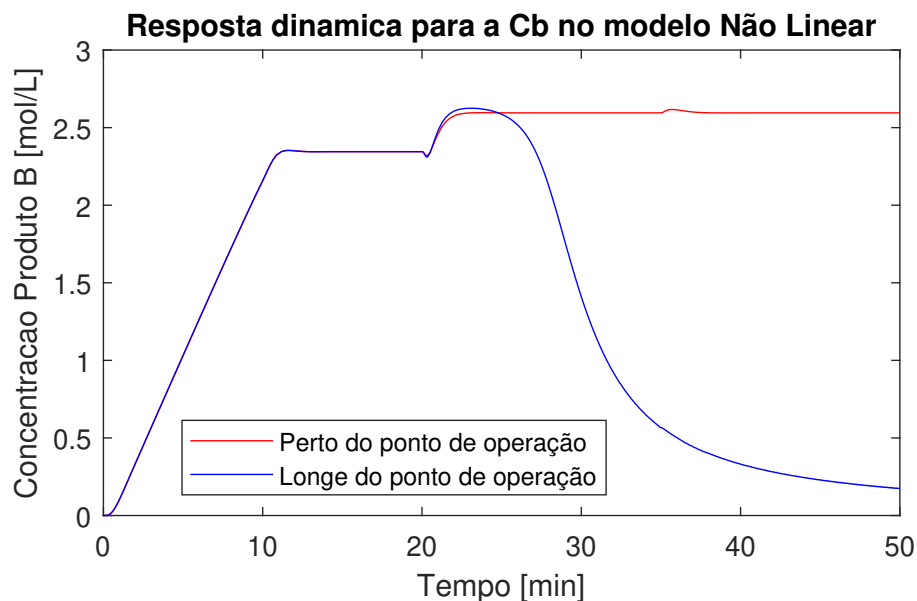


Figura 11: Comparando o desempenho do controlador perto e longe do ponto de operação.

Neste projeto, como não estamos simplificando as relações entre variáveis da planta por modelos de primeira ordem, não necessitamos realizar nenhum reajuste nos parâmetros do controlador, como havia sido feito com o projeto da tarefa anterior. Lembramos o fato de o controlador projetado na tarefa prévia ter levado o sistema à instabilidade antes dos reajustes. Precisamos abaixar bem o ganho para conseguir obter uma resposta menos oscilatória e garantir os requisitos de projeto, o que não foi necessário para este sistema. Tudo isto se deve ao fato de não estarmos simplificando as relações entre as variáveis do modelo, projetando o sistema levando em consideração as particularidades do ponto de operação encontrado, verificando assim a eficiência do método Lugar de Raízes para o projeto de controladores.

Enfim, seguindo o que foi feito no item 1, foram comparados os desempenhos dos controladores ajustados na Tarefa 1 com o do item 1, mas agora os aplicando diretamente na planta completa não linear, cujos resultados são mostrados na figura

12:

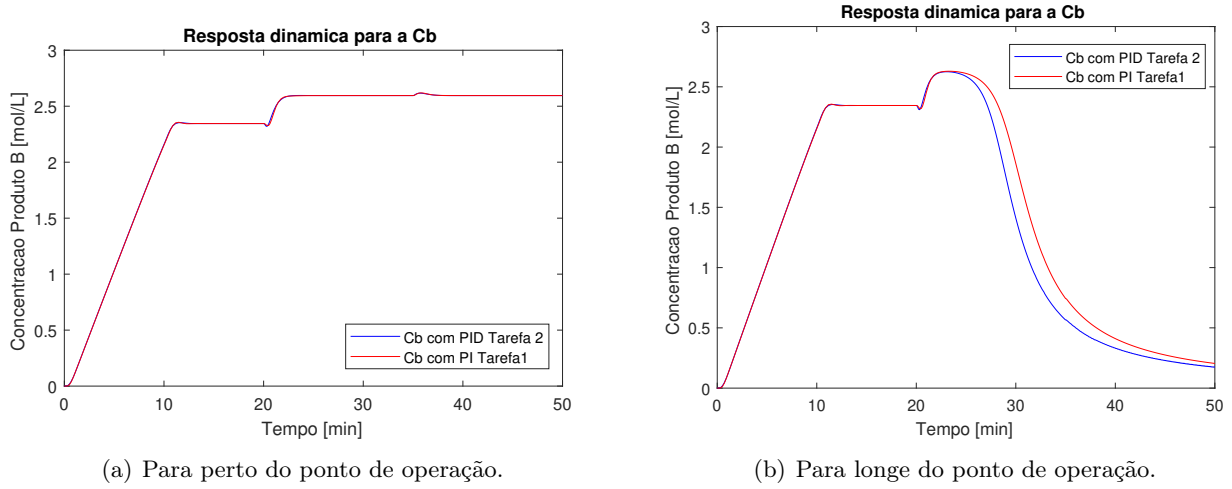


Figura 12: Resultados da simulação comparando os dois controladores.

Portanto, é notável a proximidade de desempenho de ambos controladores, com a diferença que o controlador PI apresentou uma resposta inversa ligeiramente maior quando operado perto do ponto de operação. Para valores longe do ponto de operação, a resposta do controlador PI começou a convergir para zero depois do controlador PID ajustado no item 1. Isso é normal se considerarmos que o controlador PID possui uma parcela de ação derivativa a qual pode tornar a resposta mais rápida e, portanto, agressiva em pontos nos quais o sistema não foi linearizado, ocasionando então uma convergência para zero mais rápida do que àquela observada no controle PI.

3 Questão 3

Considere agora que dispõe de mais um sensor de concentração que pode ser usado para medir C_{af} ou C_a .

3.a Item a

Proponha dois sistemas de controle, um com cada uma das medições disponíveis, de forma a melhorar o desempenho obtido no item 2. Ajuste estes dois novos sistemas de controle, compare e decida qual é mais interessante. Pode realizar os projetos no plano s. Usando ainda o processo modelado de forma linear simule, analise diagramas polo-zero e interprete os resultados.

3.a.1 Controlador Feedforward

Num primeiro momento, utilizaremos a medição de C_{af} e faremos o projeto de um controlador Feedforward para rejeição rápida de perturbações do tipo degrau. Seguindo a ideia, o diagrama de blocos do sistema anterior acrescentado de um controlador Feedforward pode ser visto a seguir:

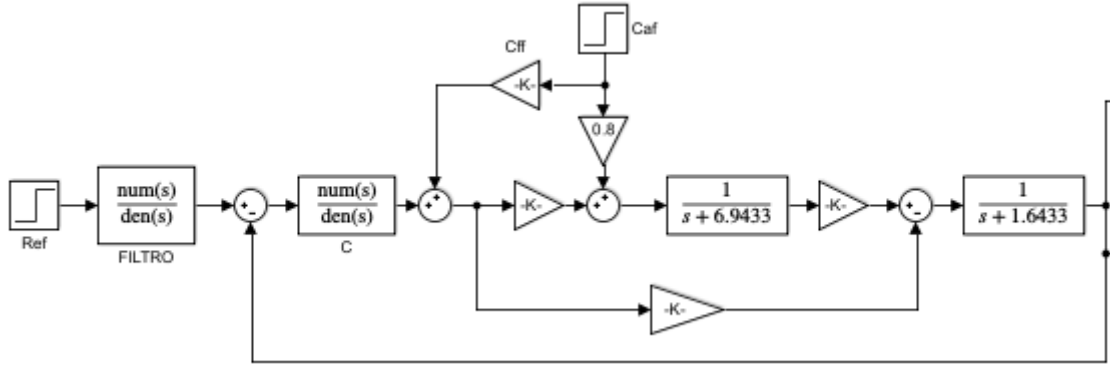


Figura 13: Sistema de controle com Feedforward

Podemos projetar o Feedforward de acordo com a relação

$$C_{FF}(s) = -\frac{G_q}{G_u} \quad (11)$$

Sendo

$$G_q = \frac{4.808}{(s + 1.6433)(s + 6.9433)} \quad (12)$$

$$G_u = \frac{-2.1699(s - 5.53)}{(s + 1.6433)(s + 6.9433)} \quad (13)$$

Logo, podemos definir o Feedforward ideal como:

$$C_{FFideal} = \frac{4.808}{2.1699(s - 5.53)} \quad (14)$$

Podemos perceber a presença de um polo do controlador localizado no semi plano direito do plano complexo, caracterizando um controlador instável. Para contornar este problema, propõe-se duas soluções. A primeira visa propor um controlador Feedforward definido como apenas um ganho. Para isso, faz-se o limite de $C_{FFideal}(s)$ com s tendendo a 0, de forma que

$$\lim_{s \rightarrow 0} C_{FF}(s) = -0.4 \quad (15)$$

De forma que a função de transferência que relaciona $\frac{C_b}{C_{af}}$ é dada por

$$\frac{C_b}{C_{af}}(s) = G_q + C_{FF}G_qG_u \quad (16)$$

Podemos analisar o diagrama de Bode e o diagrama polo-zero da relação $\frac{C_b}{C_{af}}$ em malha fechada e estimar o comportamento temporal do sistema:

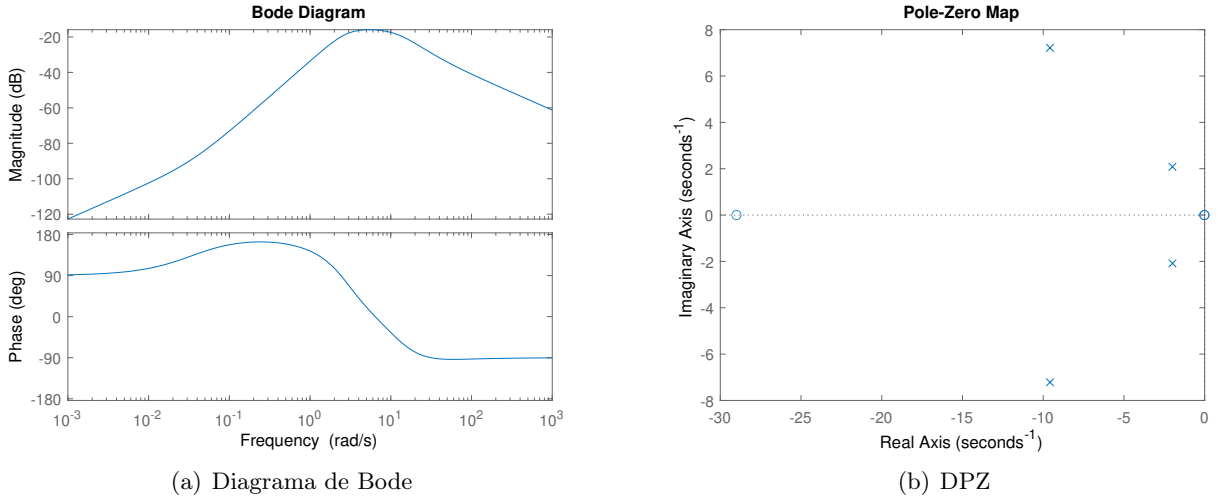


Figura 14

Espera-se, observando os diagramas, que o sistema rejeite perturbações em regime permanente com dinâmica dos polos desejados projetados no controlador do item anterior. Entretanto, verifica-se que não haverá um acréscimo na velocidade de rejeição de perturbações do tipo degrau, justamente pelo Feedforward ser definido como apenas um ganho estático que busca atenuar a amplitude do sinal de perturbação.

Fazendo a simulação do sistema com este Feedforward, obtém-se a seguinte resposta ao redor do ponto de operação:

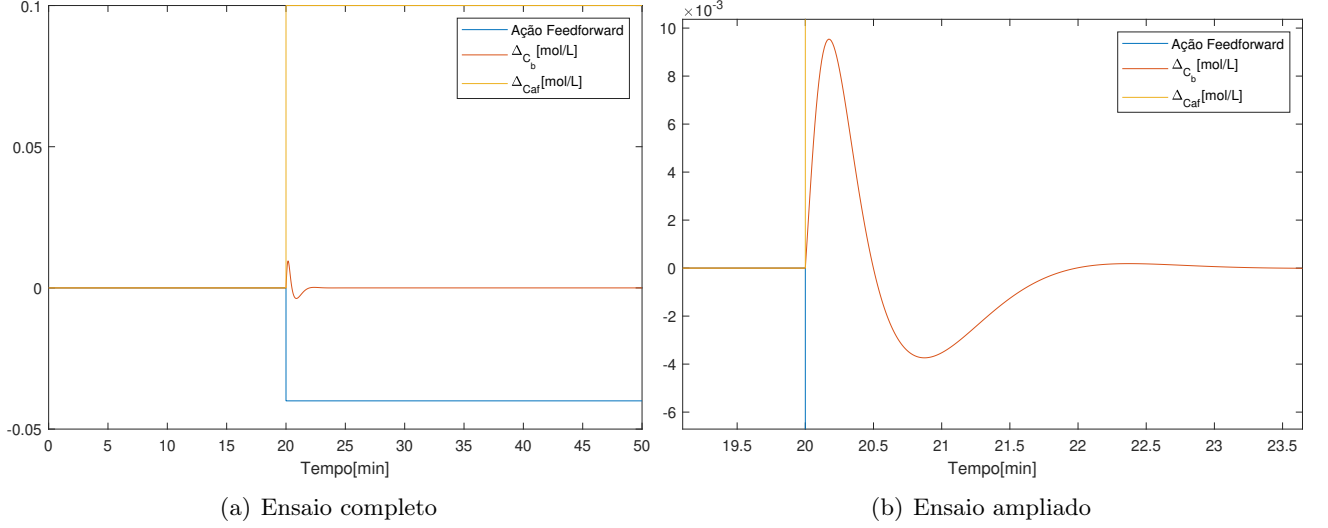


Figura 15: Resultados da simulação com FF estático.

A segunda solução proposta é a criação de um filtro para a ação Feedforward, de maneira a anular a ação do polo em 5.53, de modo que este filtro possua um zero na posição deste polo. Para que este filtro seja implementável, deve-se adicionar um polo ao projeto. Alocamos ao filtro um polo de magnitude 2 vezes maior que o zero buscando filtrar sinais de alta frequência, melhorando assim a resposta transitória do sistema, resultando em:

$$C_{FF\text{filtrado}} = \frac{2.215(s - 5.53)}{(s + 11.06)(s - 5.53)} \quad (17)$$

De maneira que a relação $\frac{C_b}{C_{af}}$ é da forma

$$\frac{C_b}{C_{af}} = G_q + C_{FF\text{filtrado}} G_q G_u \quad (18)$$

Colocando este sistema em malha fechada em conjunto com o controlador projetado no item anterior, podemos analisar os diagramas de Bode e polo-zero:

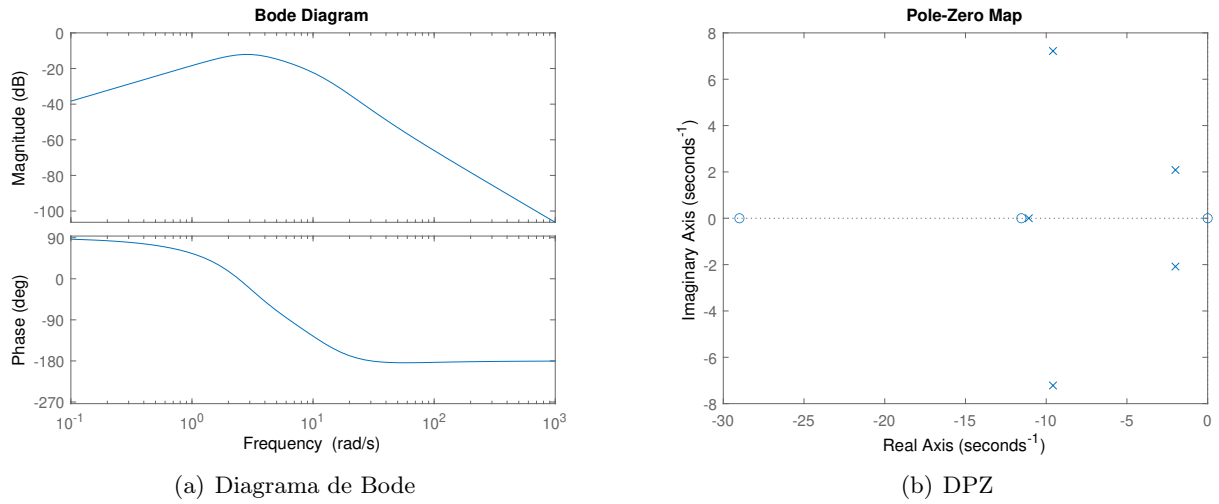


Figura 16: Resultados de simulação com FF filtrado.

Fazendo prontamente um paralelo com o Feedforward definido apenas pelo ganho estático, percebemos pelo diagrama de Bode que este novo Feedforward deverá possuir pico máximo de resposta maior que o anterior, já que passa uma maior faixa de altas frequências, mas possuirá sobressinal menor devido a inclinação da região de baixas frequências, suavizando a resposta e diminuindo o sobressinal esperado (quando comparado ao outro projeto).

A simulação do sistema com o Feedforward calculado pode ser visto a seguir

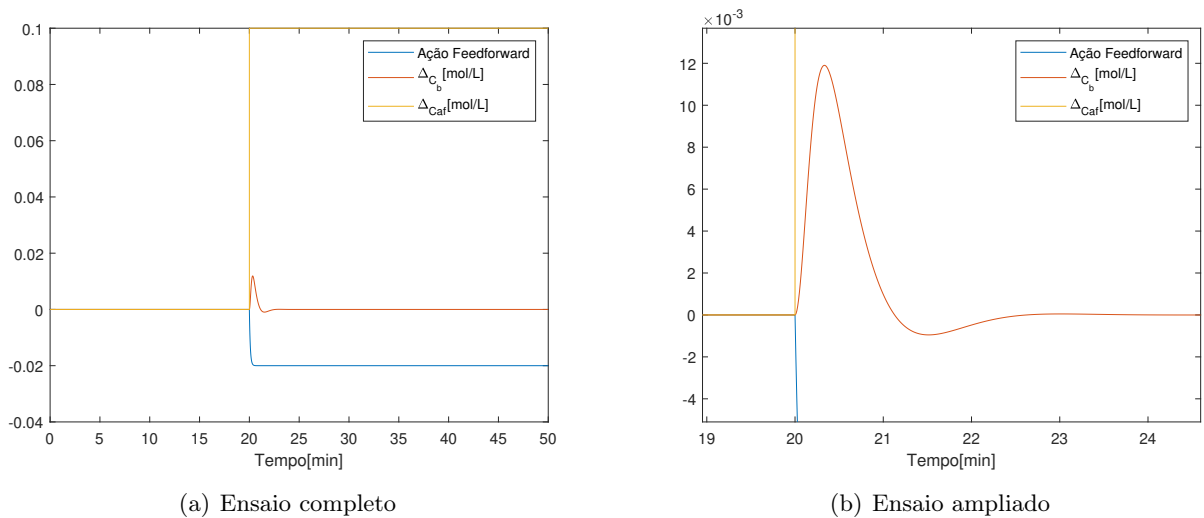


Figura 17: Resultados da simulação com FF.

Podemos sobrepor os resultados para fazer a comparação entre os dois controladores:

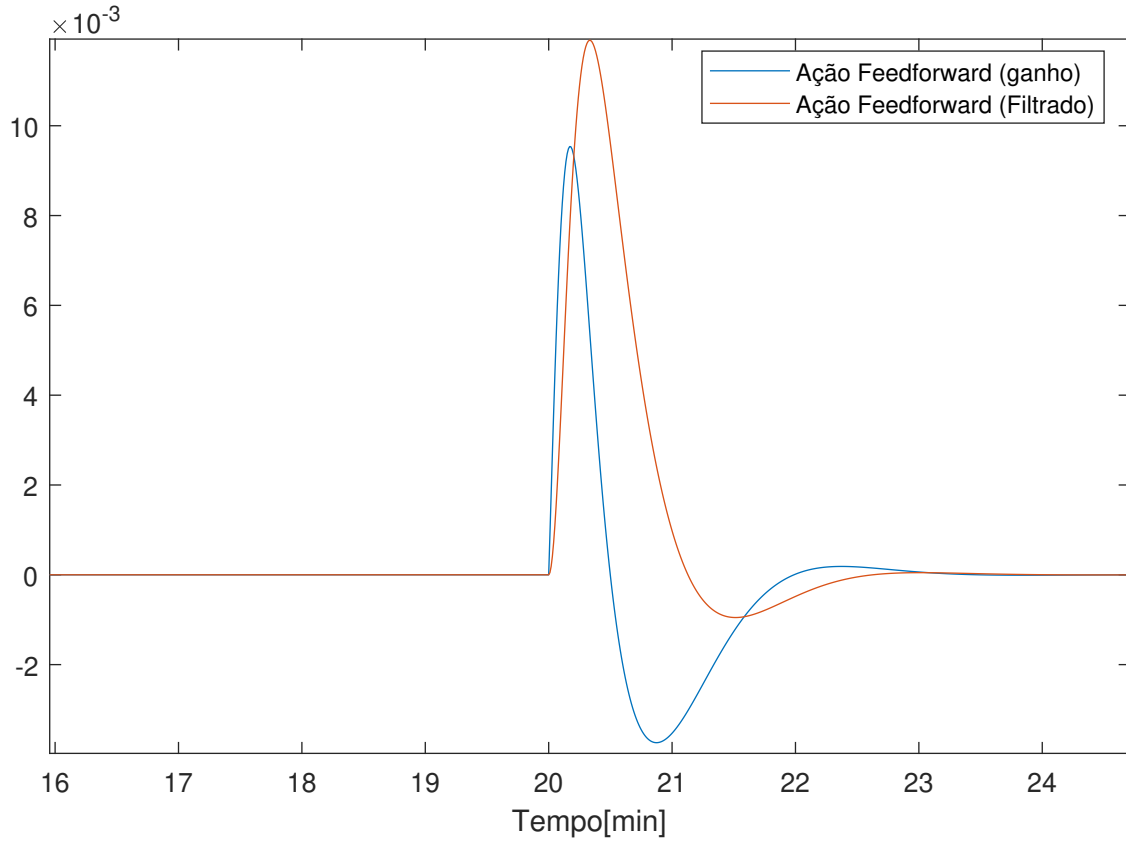


Figura 18: Comparação entre os controladores.

Podemos perceber que o controlador Feedforward filtrado possui melhor resposta quando analisado o sobressinal na saída do sistema, entretanto, possui pico máximo maior quando comparado ao controlador Feedforward definido por apenas um ganho estático. Com relação ao tempo de resposta, ambos os controladores levam o sistema para a faixa dos 5% do valor final da resposta em um tempo aproximado de 1.58 minutos.

3.a.2 Controle em Cascata

Quando escolhemos observar a variável intermediária C_a , podemos propor um controlador em cascata, tendo em vista que a malha interna é cerca de 4.22 vezes mais rápida que a malha externa. Para facilitar o projeto da malha externa do sistema, faremos algumas operações sobre o diagrama de blocos original, de modo que desloquemos o ramo que contém o ganho de 2.1699 para após a medição de $C_a(s)$. Desta forma, fazendo as devidas compensações, não alteramos a planta original do processo e tornamos o projeto mais claro e fácil de ser resolvido. Vale ressaltar que o novo diagrama de blocos será utilizado apenas para o projeto dos controladores. Os testes de desempenho serão feitos sobre o diagrama original (que é equivalente

ao que estamos propondo e, por consequência, entregará os mesmos resultados). O diagrama do controlador em cascata proposto pode ser visto a seguir. Importante ressaltar que deve-se compensar o caminho da perturbação, já que estamos deslocando o ramo, de forma que a perturbação passa a afetar também a malha externa, fato que discutiremos adiante.

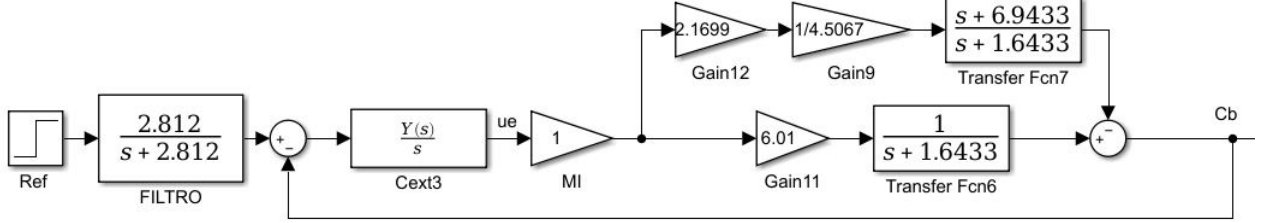


Figura 19: Diagrama de blocos modificado.

Para que a malha interna tenha uma dinâmica 10 vezes mais rápida que a externa (para que sinais de perturbação C_{af} do tipo degrau sejam rejeitados com mais velocidade), iremos propor que o sistema tenha $t_{5\%}$ de malha fechada de 0.15 minuto e pico máximo de 5%. Assumindo ξ aproximadamente igual a 0.7 e ω_n aproximadamente igual a 28.5 rad/min (procedimento de cálculo tal como no item 1), temos:

$$s_d = -\xi\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1 - \xi^2} = -20 \pm j20.97. \quad (19)$$

A partir daí, sabemos que o sinal de referência da malha interna será o sinal de controle da malha externa, logo:

$$\frac{C_a(s)}{u_e(s)} = \frac{\frac{4.5067}{s+6.9433}C_{int}}{1 + \frac{4.5067}{s+6.9433}C_{int}} \quad (20)$$

Como queremos rejeição de perturbação em regime permanente, sabemos que nosso controlador deverá possuir um integrador. Desta forma, o polinômio característico de malha fechada é

$$pol_{int}(s) = 1 + \frac{4.5067K_c}{s(s + 6.9433)} \frac{NC}{DC} \quad (21)$$

Sabendo que K_c é positivo, temos que $K = 4.5067K_c$ também é positivo, logo:

$$K > 0 \implies \sum(\varphi_{Conhecida} + \varphi_{Desconhecida}) = -180^\circ. \quad (22)$$

O próximo passo é calcular as contribuições de fases de cada polo do LR:

$$\text{Para polo em } s = 0 : \varphi_1 = 180^\circ - \operatorname{atan}\left(\frac{20.97}{20}\right) = 133.6386^\circ.$$

$$\text{Para polo em } s = 6.9433 : \varphi_2 = \operatorname{atan}\left(\frac{20.97}{20 - 6.9433}\right) = 121.9033^\circ.$$

Então o somatório das fases conhecidas é:

$$\sum \varphi_{Conhecida} = -(\varphi_1 + \varphi_2) = -255.5418^\circ.$$

Portanto, a fase desconhecida será:

$$\begin{aligned} \sum (\varphi_{Conhecida} + \varphi_{Desconhecida}) &= -180^\circ \implies \varphi_{Desconhecida} = -(\varphi_{Conhecida}) \\ &\implies \varphi_{Desconhecida} = 75.541^\circ. \end{aligned}$$

Logo, a adição de apenas um zero ao controlador é suficiente para cumprir a condição de fase do LR. O controlador possuirá a forma:

$$C(s) = K_c \frac{s + zero}{s} \quad (23)$$

O zero do controlador pode ser calculado da forma

$$zero = 20 + \frac{20.97}{\operatorname{tg} 75.541^\circ} = 25.407 \quad (24)$$

O cálculo de K_c é feito mediante a condição de módulo do LR, de forma que

$$\left| 1 + K_c \frac{(s + 25.407)}{s(s + 6.9433)} \right|_{s = s_d} = 0$$

Resultando em

$$K_c = 7.3350 \quad (25)$$

Traçando o LR podemos ver que ele passa muito próximo dos polos desejados no projeto do sistema:

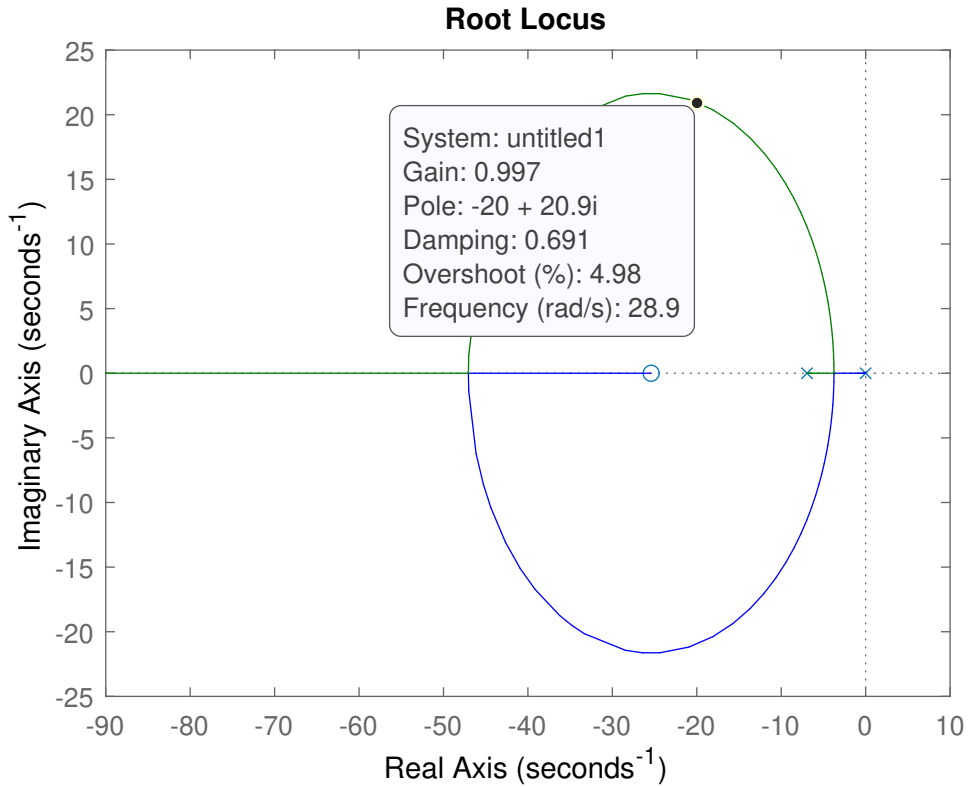
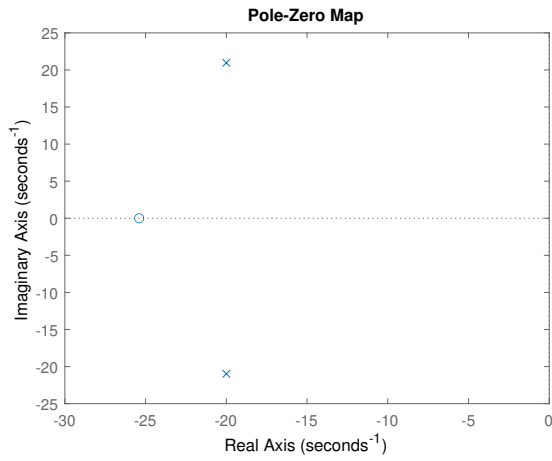


Figura 20: Lugar de raízes da malha interna

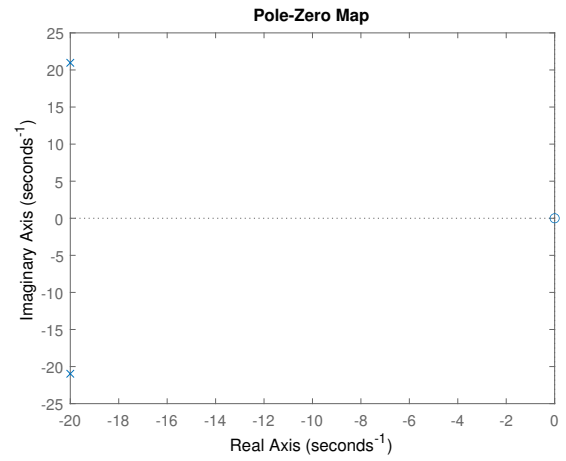
Observando o diagrama polo-zero da função de transferência de malha fechada que relaciona referência e saída da malha interna, vê-se a presença de um zero em 25.407 (relativo ao projeto do controlador) que acelera o sistema e gera acréscimo no sobressinal de saída do sistema. Entretanto, como o sinal de referência da malha interna é o sinal de controle da malha externa e sabendo que próximo ao ponto de operação, se mudarmos a referência de C_b com um degrau de baixa amplitude, u_e não se comportará como um degrau, mas sim como um sinal com transitório mais suave. Com isso, mesmo levando-se em consideração o efeito deste zero, não julgamos necessário o projeto de um filtro de referência interno. Entretanto, caso fôssemos projetar tal filtro, ele seria da forma:

$$F_{int}(s) = \frac{25.407}{s + 25.407} \quad (26)$$

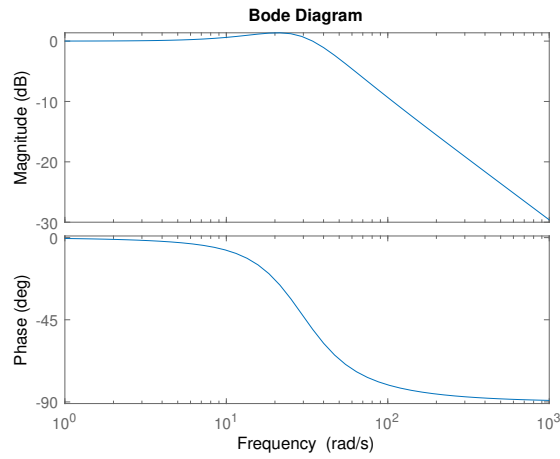
O diagrama polo-zero, bem como o diagrama de Bode das relações de malha fechada $\frac{C_a}{u_e}$ e $\frac{C_a}{C_{af}}$ podem ser vistos a seguir:



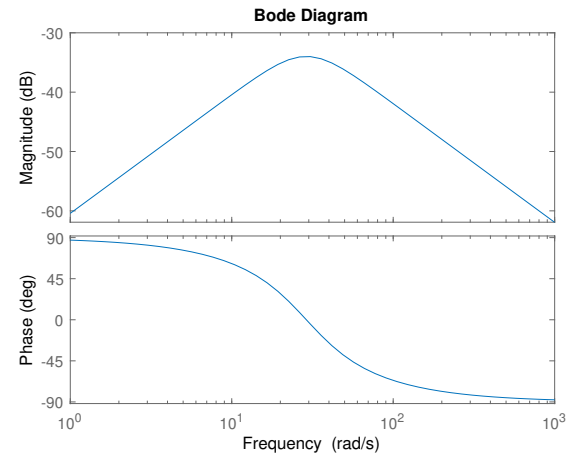
(a) Polo-zero $\frac{C_a}{u_e}$



(b) Polo-zero $\frac{C_a}{C_{a,f}}$



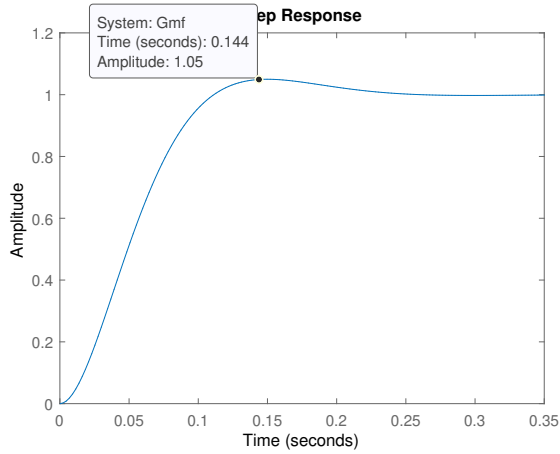
(c) Bode $\frac{C_a}{u_e}$



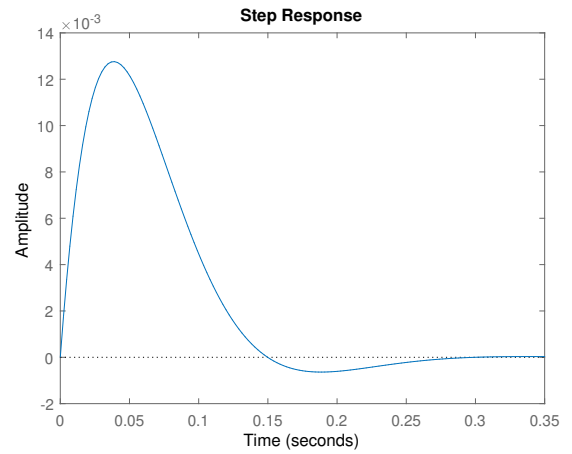
(d) Bode $\frac{C_a}{C_{a,f}}$

Figura 21: Diagramas.

Podemos esperar que o sistema projetado siga referência com erro nulo devido a presença do integrador do controlador (que não aparece no DPZ devido ao uso da função *minreal* do Matlab). Note que como estamos desconsiderando o uso do filtro de referências, o sistema, quando excitado com sinal degrau unitário apresentará sobressinal acima do projetado. Entretanto, como explicado anteriormente, esta situação não ocorrerá ao redor do ponto de equilíbrio. Com relação à rejeição de perturbações do tipo degrau, espera-se, observando os diagramas, que após um pico máximo no sinal de saída após a aplicação do degrau, que o sistema se acomode novamente na referência prévia. Podemos atestar a análise mediante os ensaios:



(a) Resposta à referência com filtro



(b) Resposta à perturbação

Figura 22: Ensaios sobre o sistema.

Verifica-se que a malha interna, quando opera sozinha, é capaz de rejeitar perturbações C_{af} dentro do que foi projetado ($t_{5\%} \leq 0.15min$), ou seja, de forma muito mais veloz que o sistema de controle projetado no item anterior. Entretanto, quando projetamos a malha externa e as juntamos, não conseguimos chegar a essas especificações. O motivo será exposto ao longo desta seção.

Para projetar a malha externa, precisamos nos atentar a um detalhe: existe um ramo imediatamente depois do controlador interno (no diagrama original) que leva o sinal de controle deste à malha externa, logo, a malha anterior projetada não será representada apenas por um ganho unitário, mas também pela parcela relativa ao caminho do sinal de controle interno que afeta a malha externa. Logo, por mais que projetemos a malha externa, que segundo o diagrama modificado que estamos propondo, é da forma

$$P_{ext} = \frac{-0.48(s - 5.55)}{(s + 1.64633)}, \quad (27)$$

já que aplicamos superposição na perturbação, o sinal $C_{af}(s)$ possuirá um novo caminho até C_b , impactando diretamente nos resultados de rejeição à perturbação do projeto. Entretanto, seguiremos com o projeto do controlador externo e, após isso, verificaremos o efeito deste ramo da planta na resposta.

P_{ext} pode ser entendida como o equivalente aos dois ramos em paralelo da figura 23.

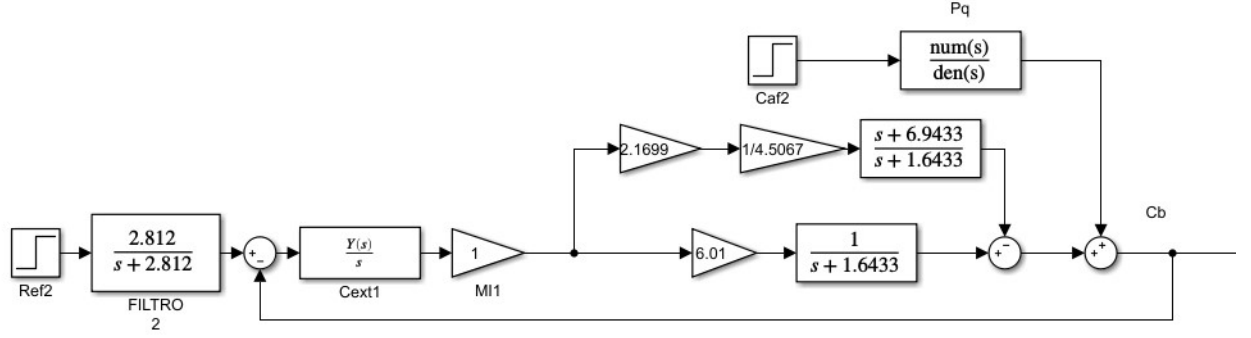


Figura 23: Diagrama de blocos equivalente.

Seguindo os mesmos requisitos do controlador projetado no item anterior, esperamos um sistema com pico máximo para mudança de referência e rejeição de perturbações do tipo degrau de 5%. Além disso, esperamos um $t_{5\%} \approx 1.5min$. Mantendo o mesmo valor de $\xi \approx 0.7$ e $\omega_n \approx 2.89$, temos:

$$s_d = -2 \pm j2.09 \quad (28)$$

Para que o sistema possua erro nulo em regime permanente no seguimento de referência e rejeição de perturbações, projetaremos um controlador com um polo em 0. Com isso, o polinômio característico de malha fechada é da forma:

$$pol_{ext}(s) = 1 + \frac{-0.48(s - 5.55)}{(s + 1.64633)} \frac{K_c NC}{s DC} \quad (29)$$

Assumindo $K = -0.48K_c$, como $K_c > 0$, temos

$$K < 0 \implies \sum (\varphi_{Conhecida} + \varphi_{Desconhecida}) = 0^\circ. \quad (30)$$

Calculando as fases, temos:

$$\text{Para polo em } s = 0 : \varphi_1 = 180^\circ - \text{atan}\left(\frac{2.097}{2}\right) = 133.63^\circ.$$

$$\text{Para polo em } s = -1.643 : \varphi_2 = 180^\circ - \text{atan}\left(\frac{2.097}{2 - 1.643}\right) = 99.65^\circ.$$

$$\text{Para zero em } s = 5.55 : \varphi_3 = 180^\circ - \text{atan}\left(\frac{2.097}{2 + 5.55}\right) = 164.474^\circ.$$

Vale ressaltar que os polos complexos conjugados contribuem com fase nula ao LR. Logo

$$\sum \varphi_{Conhecida} = \varphi_3 - (\varphi_2 + \varphi_1) = -68.15^\circ.$$

Portanto:

$$\begin{aligned}\sum(\varphi_{Conhecida} + \varphi_{Desconhecida}) &= 0^\circ \implies \varphi_{Desconhecida} = -(\varphi_{Conhecida}) \\ \implies \varphi_{Desconhecida} &= 68.15^\circ.\end{aligned}$$

Com isso, conseguimos garantir a condição de fase do LR adicionando apenas um zero ao controlador. O zero é calculado da forma:

$$zero = 2 + \frac{2.09}{\tan 68.15^\circ} = 2.812. \quad (31)$$

Para calcular o valor do K_c é necessário resolver a equação do LR no ponto desejado (s_d):

$$\left| 1 + K_c \frac{(s + 2.812)(-0.48)(s - 5.55)}{s(s + 1.64633)} \right|_{s = s_d} = 0$$

Seguindo este procedimento, obtemos um K_c tal que

$$K_c = 0.7288. \quad (32)$$

O LR, já com o ganho K_c adicionado ao controlador pode ser visto a seguir

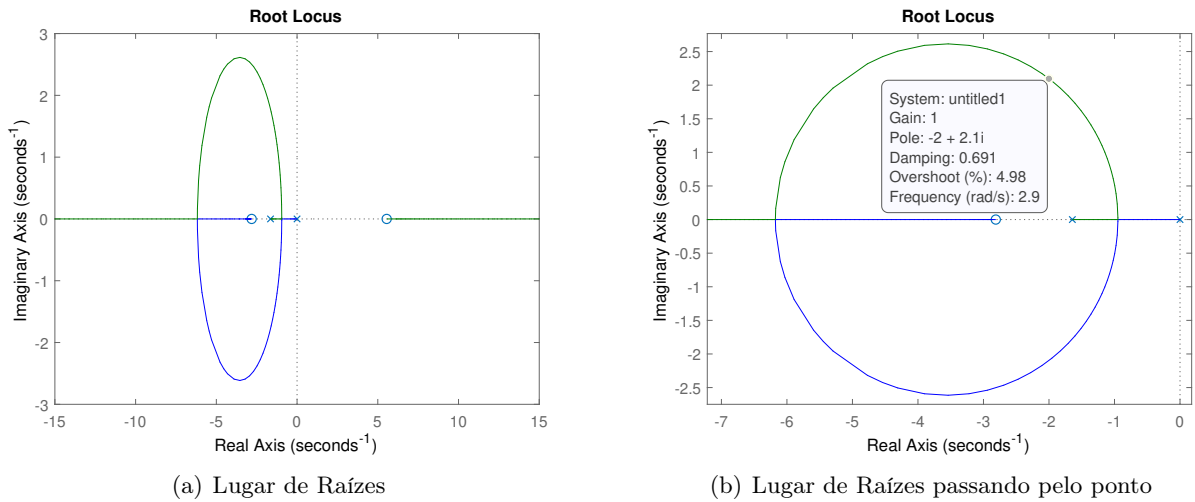


Figura 24: Lugar de raízes.

Desta forma, nosso controlador externo é da forma

$$C(s) = 0.7288 \frac{s + 2.812}{s} \quad (33)$$

Analisando o DPZ da relação saída/referência, percebe-se a presença de um zero

de malha fechada em 2.812 (relativo ao controlador) que ocasionará um aumento no sobressinal do sistema.

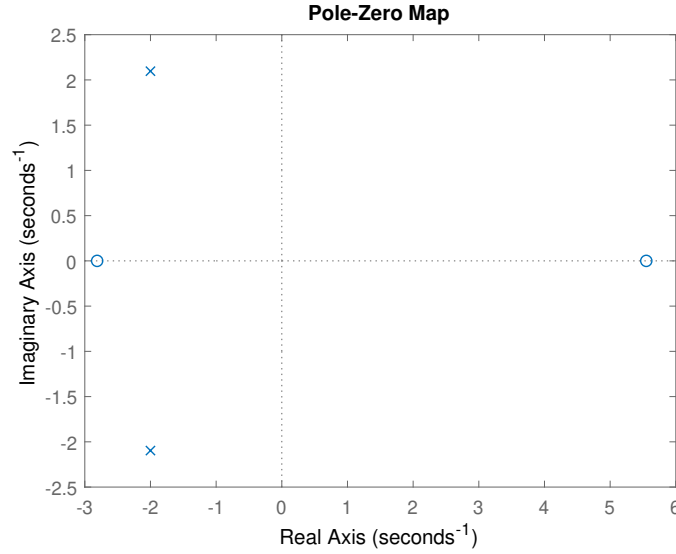


Figura 25: Diagrama polo-zero $\frac{C_b}{R}$.

Com isso, projetamos um filtro para anular o efeito desse zero em malha fechada:

$$F(s) = \frac{2.812}{s + 2.812} \quad (34)$$

Analisando o DPZ e o diagrama de Bode da relação $\frac{C_b}{R}$ podemos estimar o comportamento da resposta temporal do sistema:

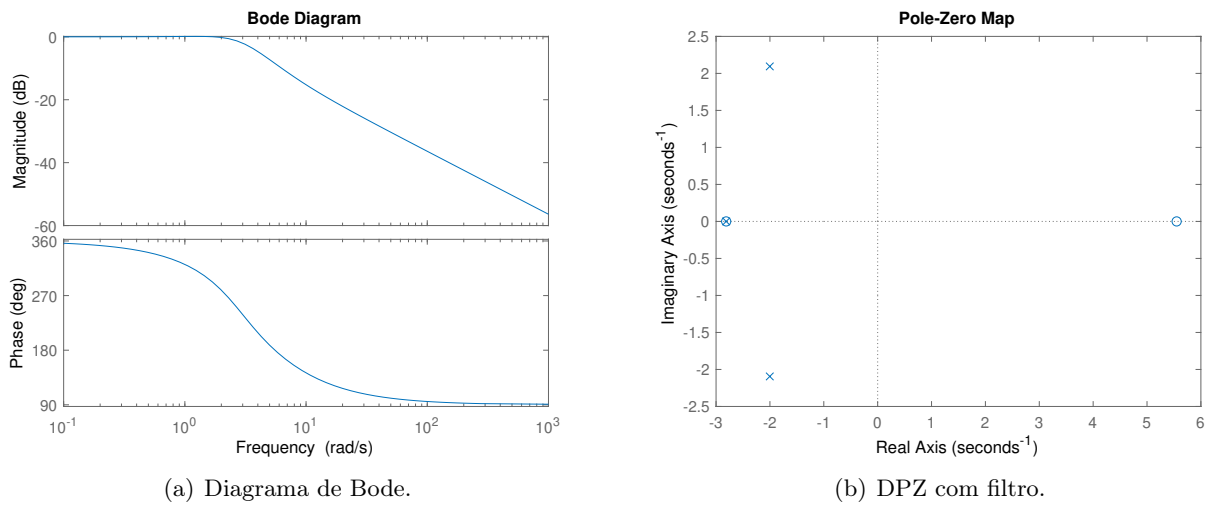


Figura 26: Análises da resposta em frequência do sistema.

Observa-se que devido ao zero de fase não mínima o sistema começará respondendo ao degrau de forma negativa inicialmente. Espera-se que o sistema possua o

sobressinal calculado, devido aos polos complexo conjugados utilizados em projeto e observados no diagrama polo-zero e que possua erro nulo em regime permanente, devido a presença do integrador no controle. De fato:

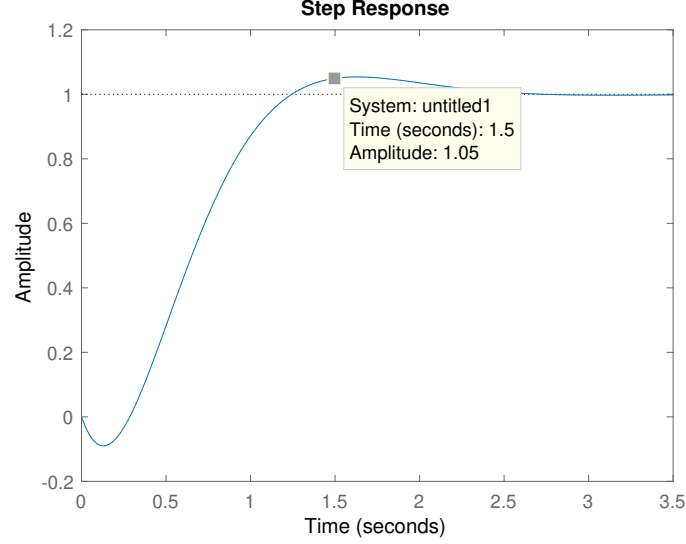


Figura 27: Resposta ao degrau de referência.

O sistema possui sobressinal máximo de 5%, e tempo de 5% de 1.5 minutos, conforme projeto. Podemos também verificar a resposta à perturbação deste sistema. Neste caso, sabemos que, devido ao ramo do ganho de 2.1699 sair da malha interna e ir para a externa afetando assim seu comportamento, a resposta à perturbação também será afetada.

Para encontrarmos P_q , vista na figura 23, seguimos a seguinte ideia: primeiramente encontramos a função de transferência que relaciona o sinal de controle interno U_i com a perturbação Caf :

$$\frac{U_i}{Caf} = \frac{-C_i P_q}{1 + C_i P_i}, \quad (35)$$

em que C_i e P_i é o controlador e a planta da malha interna, respectivamente, sendo o controlador já apresentado e P_i :

$$P_i = \frac{4.5067}{(s + 6.9433)}. \quad (36)$$

Com isso:

$$\frac{U_i}{Caf} = \frac{-5.868s - 143.2}{s^2 + 40s + 806.6}. \quad (37)$$

Sabendo a influência que a perturbação terá no sinal de controle interno e que o sinal de controle interno influencia a malha externa, multiplicamos $\frac{U_i}{Caf}$ pelo ramo da malha externa, ou seja:

$$Pq = \frac{\frac{U_i}{Caf}(-2.1699)}{(s + 1.6433)} = \frac{12.73s + 310.7}{s^3 + 41.64s^2 + 872.3s + 1325}. \quad (38)$$

Agora, com o sistema completo, e considerando a malha externa como um ganho unitário, podemos encontrar a relação Cb/Caf , como segue:

$$\frac{Cb}{Caf} = \frac{Pq}{1 + C_{ext}P_{ext}} = \frac{19.57s^3 + 509.8s^2 + 786.2s}{s^5 + 45.64s^4 + 1047s^3 + 5165s^2 + 1.262e04s + 1.111e04}. \quad (39)$$

Quando analisamos o DPZ e o diagrama de Bode desta relação, podemos notar que a resposta à perturbação será mais lenta que aquela projetada pela malha interna. Isto se deve justamente à interferência do sinal de controle da malha interna na malha externa, o que fará com que a resposta seja um pouco diferente da prevista no início do projeto. Podemos ainda observar que o zero presente na origem indica rejeição de perturbação em regime permanente e os polos complexo-conjugados dominantes são os mesmos estabelecidos em projeto, ou seja $2 \pm 2.09j$.

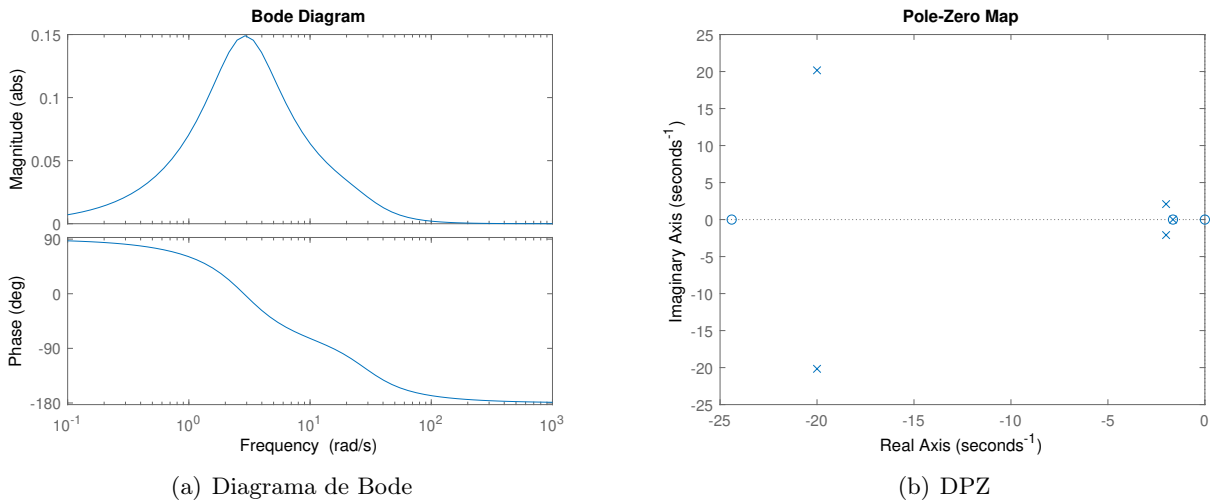


Figura 28: Diagramas de Bode.

A presença de polos extras, ocasionados pela interferência da malha interna na externa, embora deixe a rejeição de perturbações do tipo degrau mais lenta, não interferem significativamente, por conta que não estão próximos aos polos dominantes. Como mostra a figura 29, que ilustra o ensaio de aplicação de um degrau em

C_{af} , onde podemos observar cerca $t_{5\%MF} = 1.3min$, obedecendo também o critério de sobressinal máximo de 5%:

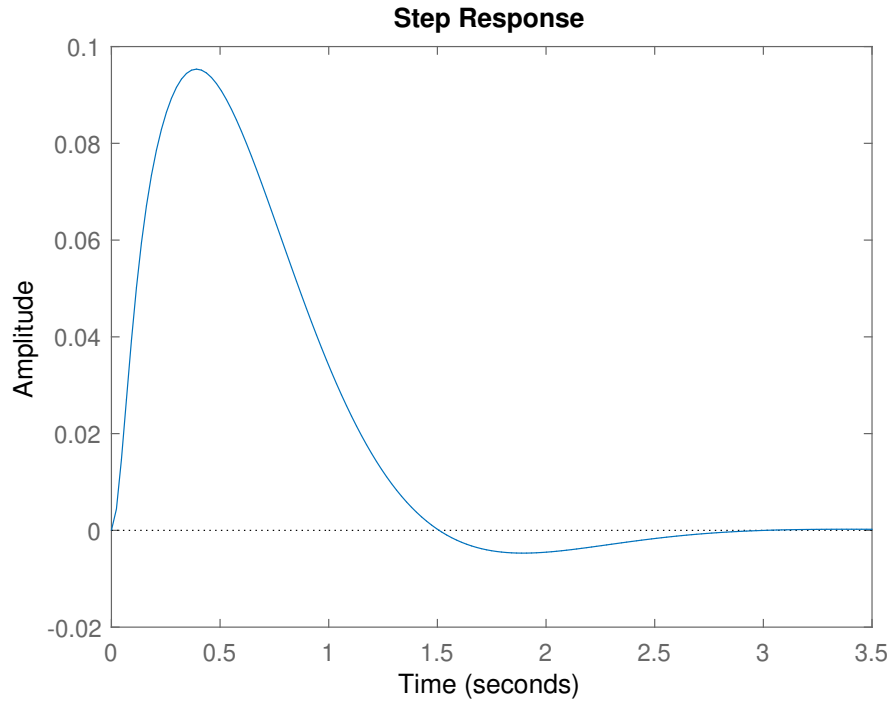


Figura 29: Resposta ao degrau de perturbação

Para terminar a análise, foram comparadas as respostas dos controladores Feed-forward filtrado com o cascata, como mostrado na figura 30, onde se nota claramente uma proximidade de desempenho com relação ao seguimento de referências, mas uma vantagem para o controlador em cascata referente a rejeição de perturbação, onde há um valor de desvio menor e que estabiliza um pouco mais rápido. Além disso, como o sistema trata-se de um reator, a ocorrência de um desvio menor causado pela perturbação na entrada é um fator desejável por questões operacionais e de segurança.

Enfim, importante ressaltar que um ajuste melhor do filtro do feedforward poderia fazer com que a resposta fosse até superior a do cascata, entretanto, isso demandaria maior tempo de projeto e, obviamente, dependeria mais da verossimilhança dos modelos, o que não ocorre no cascata, que possui maior robustez.

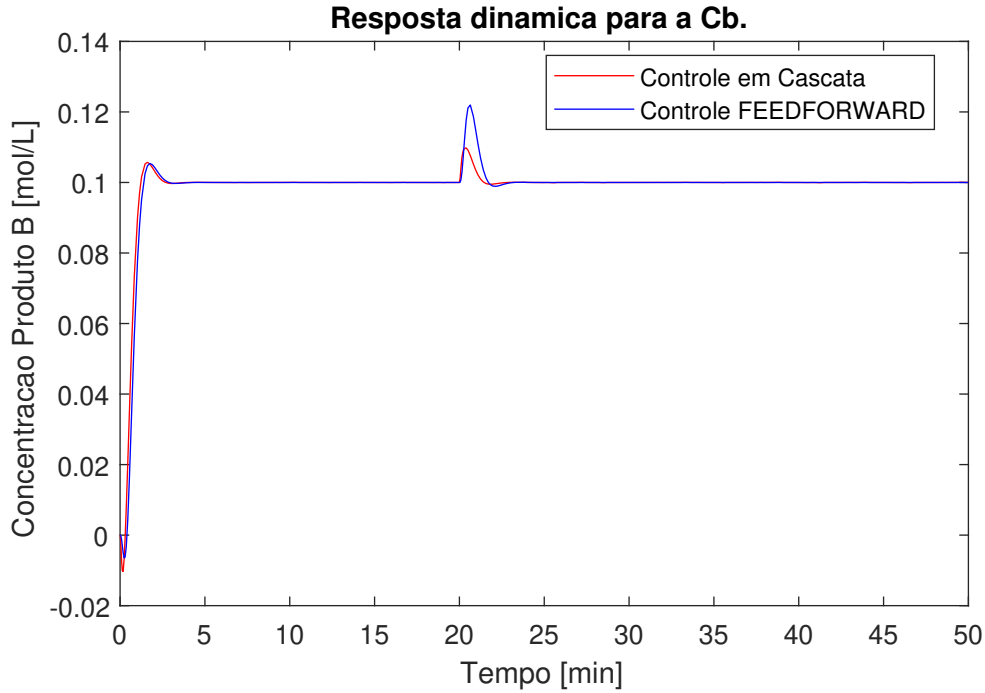


Figura 30: Comparação entre os controladores Cascata e Feedforward (filtrado).

3.b Item b

Implemente em MATLAB (no tempo discreto) a solução escolhida definindo adequadamente T_s supondo um sustentador de ordem zero no sistema AD/DA.

Para implementar a sistema em MATLAB, empregou-se a planta não linear cujas derivadas foram aproximadas através do método de Euler. Além disso, optou-se por adotar o sistema de controle em cascata, visto que este apresentou desempenho superior, embora bastante próximo ao desempenho do controle com um controlador PI e um controle Feedforward.

Para realizar a implementação do sistema de controle, faz-se necessário a sua discretização para que as suas respectivas equações a diferenças possam ser obtidas. Para realizar a discretização, o primeiro passo foi encontrar os devidos períodos de amostragem, sendo que para a malha este corresponde à $T_{s_e} = 1.5/20$ igual a 0.075min e para a malha interna o período de amostragem correspondente é $T_{s_i} = 0.15/20$ igual a 0.0075min, visto que a malha interna é 10 vezes mais rápida que a malha externa. Ainda para realizar a simulação um tempo de cálculo (T_c) 10 vezes menor que o período de amostragem foi adotado.

Visto isso, a discretização do controlador da malha interna resultou em:

$$C(s) = 7.335 \frac{s + 25.4}{s} \implies C(z) = \frac{7.335z - 5.938}{z - 1}$$

De modo a se obter a seguinte equação a diferenças:

$$u_i(k) = u_i(k - 1) + 7.335e_i(k) - 5.938e_i(k - 1)$$

Onde e_i corresponde ao erro da malha interna, ou seja o sinal de controle da malha externa menos o valor de Ca , e u_i o sinal de controle da malha interna.

Já a discretização do controlador externo foi obtida conforme segue:

$$C(s) = 0.728 \frac{s + 2.812}{s} \implies C(z) = \frac{0.728z - 0.574}{z - 1}$$

De modo a se obter a seguinte equação a diferenças:

$$u_e(k) = u_e(k - 1) + 0.728e_e(k) - 0.574e_e(k - 1)$$

Onde e_e corresponde ao erro da malha externa, ou seja a referência menos o valor de Cb , e u_e o sinal de controle da malha externa.

Além dos controladores, o filtro de referência obtido e empregado no item anterior também foi discretizado e utilizado, este por sua vez foi discretizado considerando o período de amostragem externo, malha da qual faz parte e empregando o método de mapeamento polo-zero. Do processo de discretização é demonstrado a seguir:

$$F(s) = \frac{1}{0.3556s + 1} \implies F(z) = \frac{0.1902}{z - 0.8098}$$

Obtendo assim o seguinte modelo sob a forma de equação a diferenças:

$$Ref_{out}(k) = 0.8098Ref_{out}(k - 1) + 0.1902Ref_{in}(k).$$

Para que fosse possível realizar a simulação optou-se por fazer a partida do sistema em rampa, levando o sistema do zero ao ponto de operação de modo gradual durante um período de 7.5 minutos. O sistema realiza todo este processo de modo automático, com ação de controle durante toda a operação.

Assim a simulação consistiu em levar o sistema ao ponto de operação, aplicar uma perturbação e uma mudança de referência com o intuito de visualizar o comportamento em cada um dos casos. Como pode ser observado no gráfico da figura

31, o sistema segue a rampa com um pequeno erro, pois o controlador possui apenas ação integral unitária, e para o seguimento de rampas com erro nulo, faz-se necessário um controle integral com duplo integrador, neste caso em específico, isto não é um problema visto que o objetivo é apenas levar o sistema ao ponto de operação de forma suave. Quando o sistema atinge o ponto de operação observa-se que este consegue manter o seguimento de referência com erro nulo, conforme especificado.

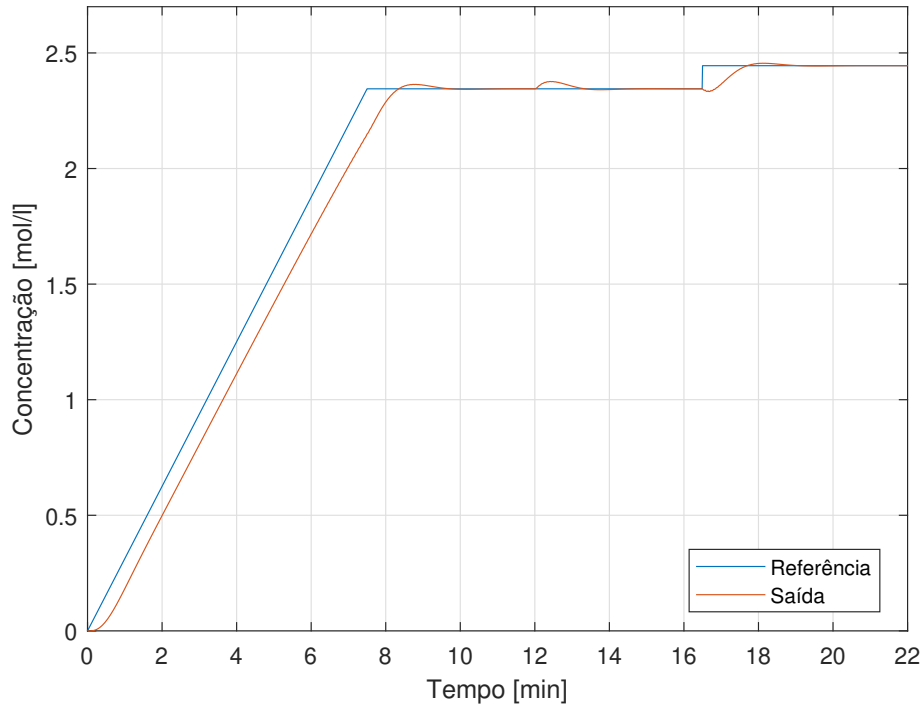
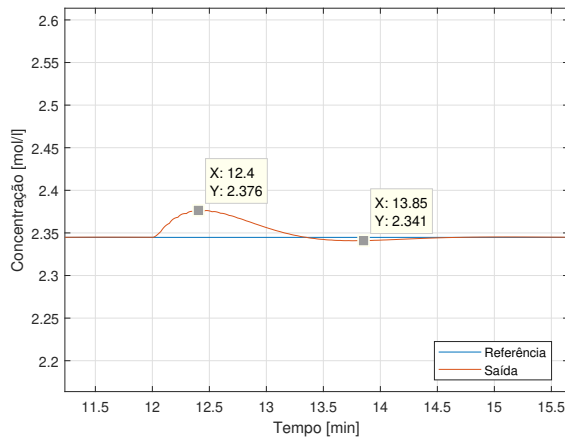
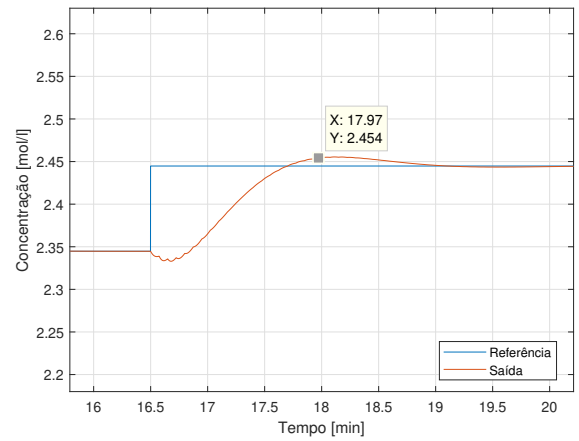


Figura 31: Simulação do modelo com controle discretizado.

Conforme pode ser visto o sistema rejeita as perturbações e também possui bom desempenho para mudanças de referência, conforme o modelo contínuo descrito no item anterior. Para que seja possível averiguar mais detalhadamente as respostas do sistema, a figura 32 contém os resultados obtidos para a aplicação de um degrau de perturbação de $0.2(mol/l)$ e um degrau de referência de $0.1(1/min)$ respectivamente.



(a) Resposta a perturbação



(b) Resposta a mudança de referência.

Figura 32: Simulação do modelo com controle discretizado.

O que é possível destacar com os gráficos acima, é que o sistema não atendeu completamente os requisitos de projeto para perturbação, com pico de cerca de 6% e tempo de 1.4 minutos ($t_{5\%}$), muito próximo à 1.5 minutos que fora especificado. Já para mudança de referência embora o ($t_{5\%}$) seja atendido, o pico ficou em cerca de 8%, não atendendo a especificação. Para isso um pequeno reajuste no ganho do controlador da malha externa foi realizado, baixando este em 15%. Ficando a expressão do controlador da seguinte forma:

$$C(s) = 0.618 \frac{s + 2.812}{s} \implies C(z) = \frac{0.611z - 0.481}{z - 1}$$

De modo a se obter a seguinte equação a diferenças:

$$u_e(k) = u_e(k - 1) + 0.611e_e(k) - 0.481e_e(k - 1)$$

Sendo o resultado da simulação encontrado:

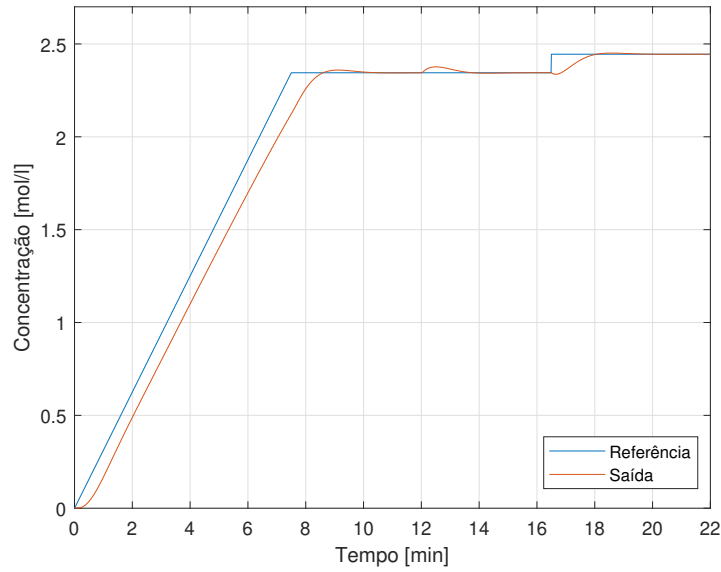
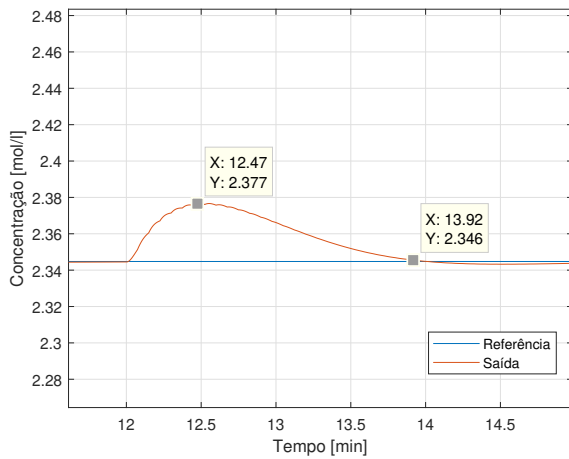
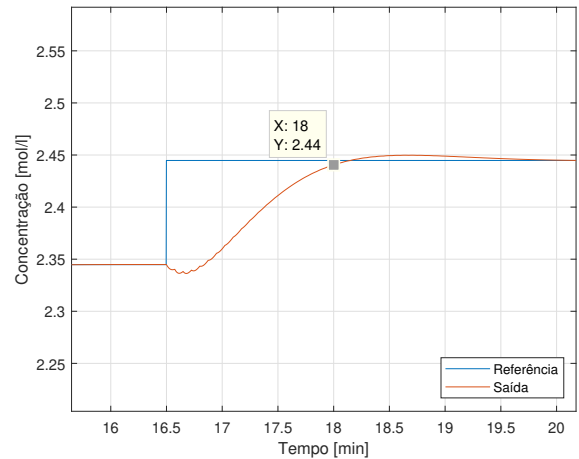


Figura 33: Simulação do modelo com controle discretizado com redução de K_c .

Com o ajuste de K_c foi possível então obter um resultado que atendesse aos requisitos de projeto, conforme pode ser visto na figura 34. Tanto para referência quanto para perturbação os valores de pico são inferiores a 5%, em relação ao tempo $t_{5\%}$, em ambos os casos o valor ficou levemente inferior a 1.5 minutos em 1.45 minutos para perturbação e em 1.47 minutos para mudança de referência.



(a) Resposta a perturbação com ajuste de K_c .



(b) Resposta a mudança de referência com ajuste de K_c .

Figura 34: Simulação do modelo com controle discretizado.

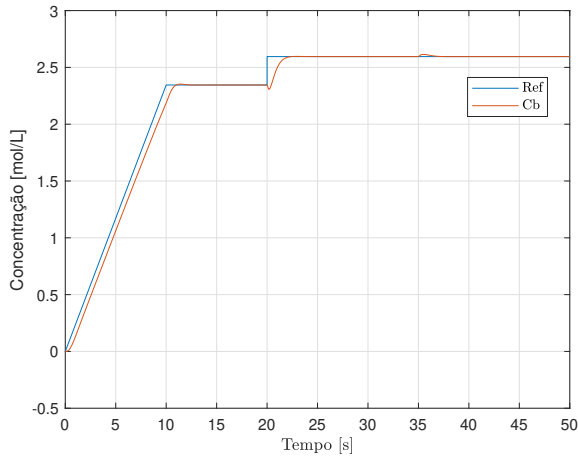
Dados os devidos ajustes, conseguiu-se chegar aos resultados adequados aos requisitos de projeto estabelecidos. O algoritmo usado para implementação encontra-se em anexo em 4, ao final do relatório.

4 Questão 4

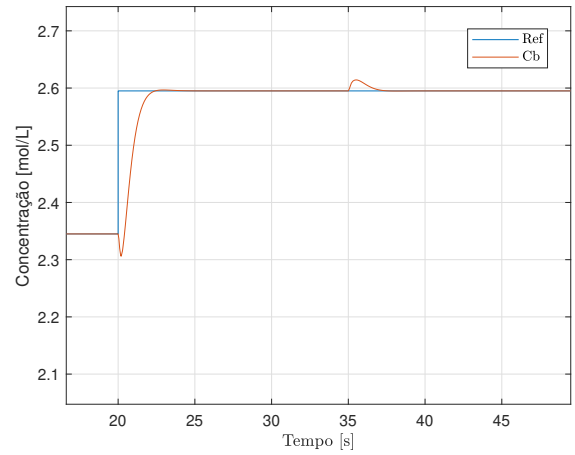
Simule agora o sistema não linear controlado em MF com a sua proposta de controle. Utilize um cenário onde o sistema é levado até o ponto de operação em modo automático com uma rampa de aproximação (defina uma rampa de referência adequada). Aplique perturbações e simule ruídos de medição para obter um cenário próximo da realidade. Analise os sinais, compare os resultados com os da parte 1 e discuta.

Para realizar a simulação com o modelo completo não linear, utilizamos o controle em cascata apresentado e utilizado nos itens anteriores. O objetivo desta etapa é simular o sistema próximo ao que seria encontrado na planta real, observar os resultados, e comparar com o projeto realizado na etapa 1.

A primeira simulação contemplou observar o desempenho do controlador projetado no sistema completo não linear. Para isso, como solicitado, implementou-se a estratégia de controle cascata com filtro na malha externa no modelo completo da planta, partindo o sistema em modo automático e levando-o para o ponto de operação por meio de uma rampa de *setpoint*. A figura 35 mostra a dinâmica do sistema em malha fechada. Note que o sistema tem o comportamento geral conforme o esperado, porém ao calcularmos o tempo de 5% das respostas observamos que para mudanças de referências a saída leva 1,815 *min* para entrar na faixa de 5% de regime permanente, não atingindo o requisito. Isso se dá, principalmente, pela discrepância entre o modelo linear (base para o projeto) e o modelo não linear. Já a figura 36 mostra os sinais intermediários e a perturbação aplicada, em que é possível verificar o desempenho do controlador da malha interna, veja que o sinal em vermelho (referência para o controlador interno) é seguido pela concentração Ca, em amarelo, de maneira muito próxima, indicando que realizar o ajuste fino apenas no controlador externo é suficiente.



(a) Ensaio completo.



(b) Ensaio ampliado.

Figura 35: Simulação na planta completa não linear.

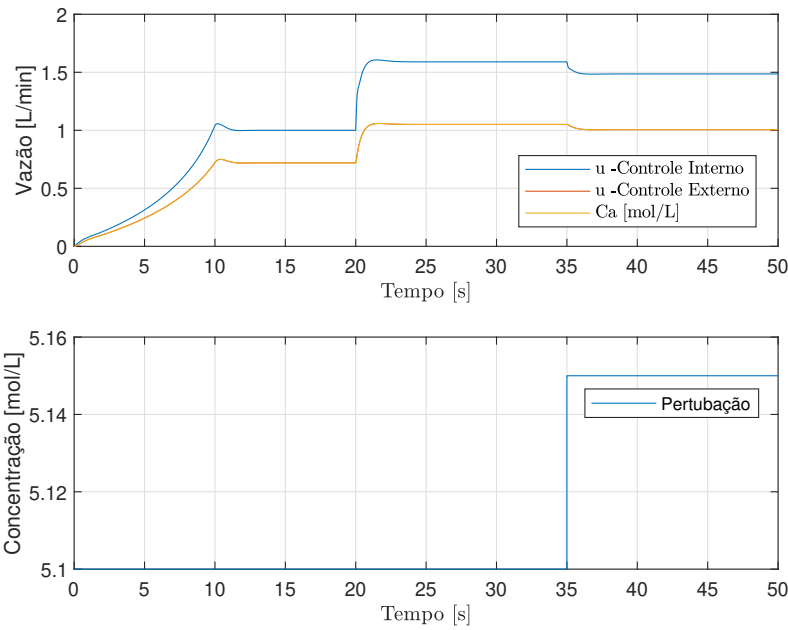
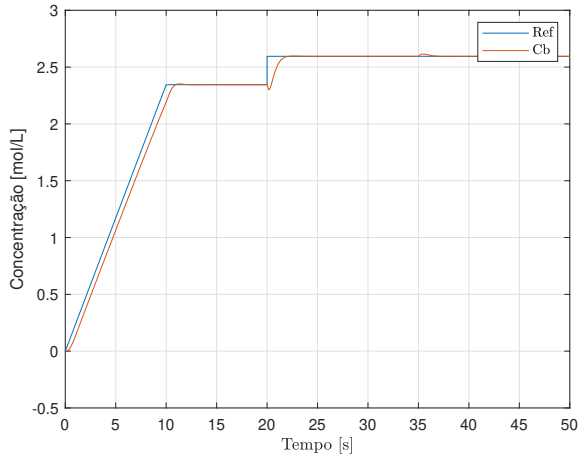


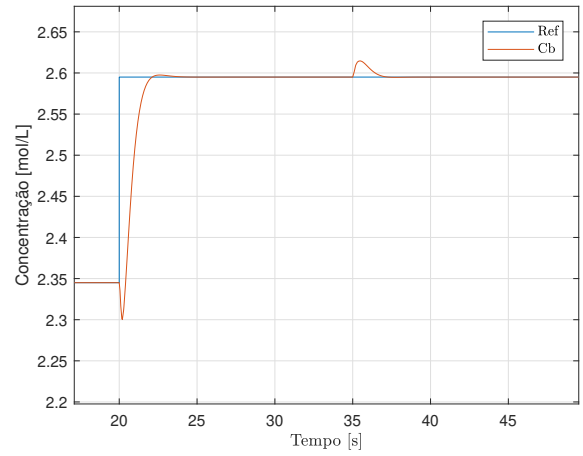
Figura 36: Sinais intermediários e perturbação.

Frente ao não cumprimento do requisito de tempo de 5% para mudanças de referência realizou-se um ajuste fino no ganho K_c do controlador externo, alterando de $K_c = 0,7288$ para $K_c = 0,8$. Com esse reajuste, foi realizada uma nova simulação. A figura 37 mostra o comportamento da concentração do produto B, em que obtivemos, agora, 1,6 min e 1,45 min para tempo de 5% para mudança de referência e rejeição de perturbações, respectivamente. Assim, concluímos que o controlador reajustado foi capaz de cumprir o requisito de tempo de resposta, inclusive abaixo do limite de sobressinal, mesmo no modelo não linear. Ao observarmos a

figura 38, continuamos observando o bom desempenho do controlador interno e a não saturação do sinal de controle.



(a) Ensaio completo.



(b) Ensaio ampliado.

Figura 37: Simulação na planta completa não linear com ajuste fino.

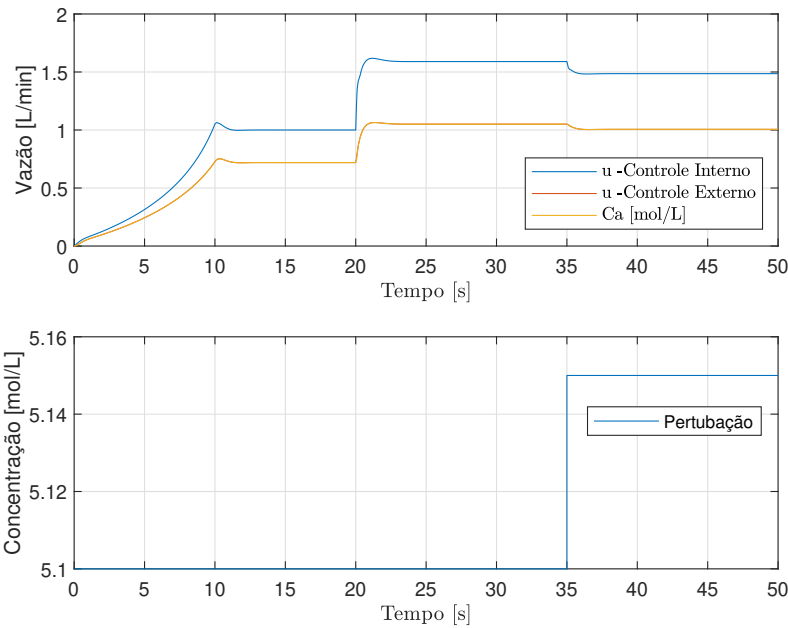
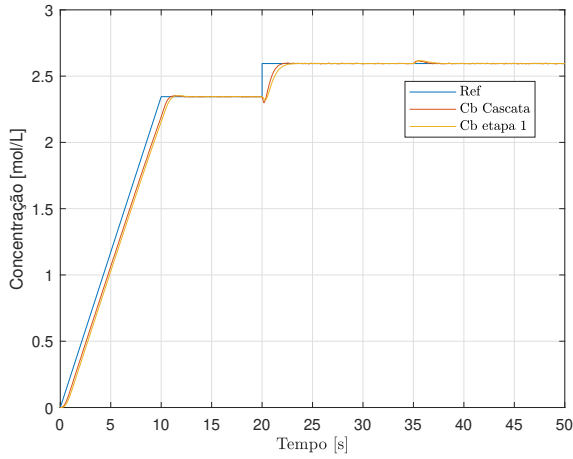


Figura 38: Sinais intermediários e perturbação.

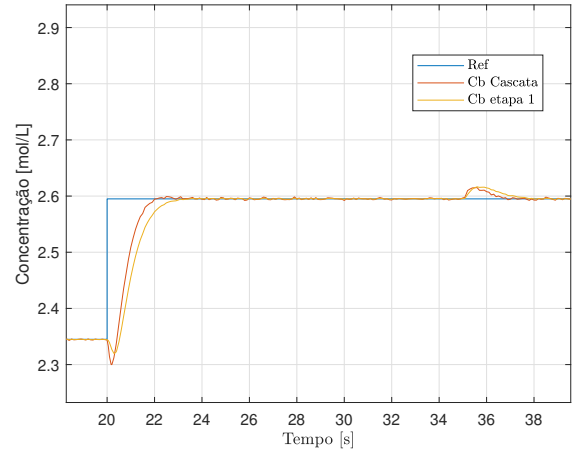
Para fins de comparação com o controlador desenvolvido na etapa 1, foi realizado uma simulação com condições de simulação idênticas entre os dois controladores, conforme observa-se nas figuras 39 e 40. Repare que o controlador em cascata foi capaz de rejeitar perturbações mais rapidamente, e também teve uma resposta mais rápida para mudanças de referência.

Neste mesmo ensaio, incluiu-se ruídos na leitura de Ca e Cb . Por simulação

intui-se que o controlador da etapa 1 tem uma amplificação menor do ruído do que o sistema em cascata. Isso é confirmado pela observação dos ganhos dos controladores, na figura 41. Note que o controlador da malha interna tem ganho maior para altas frequências e ainda recebe o sinal, também ruidoso, do controlador externo. Ambos fatores tornam o sistema de controle em cascata com saída mais ruidosa em comparação ao controlador da etapa 1.



(a) Ensaio completo.



(b) Ensaio ampliado.

Figura 39: Simulação na planta completa não linear com comparação.

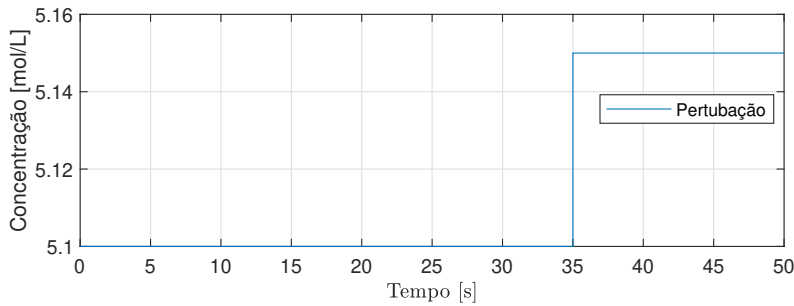
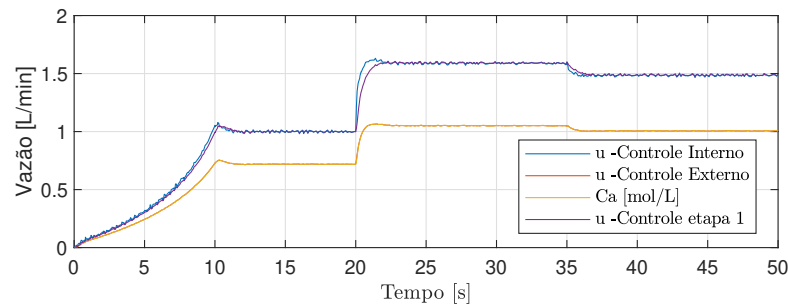


Figura 40: Sinais intermediários e perturbação.

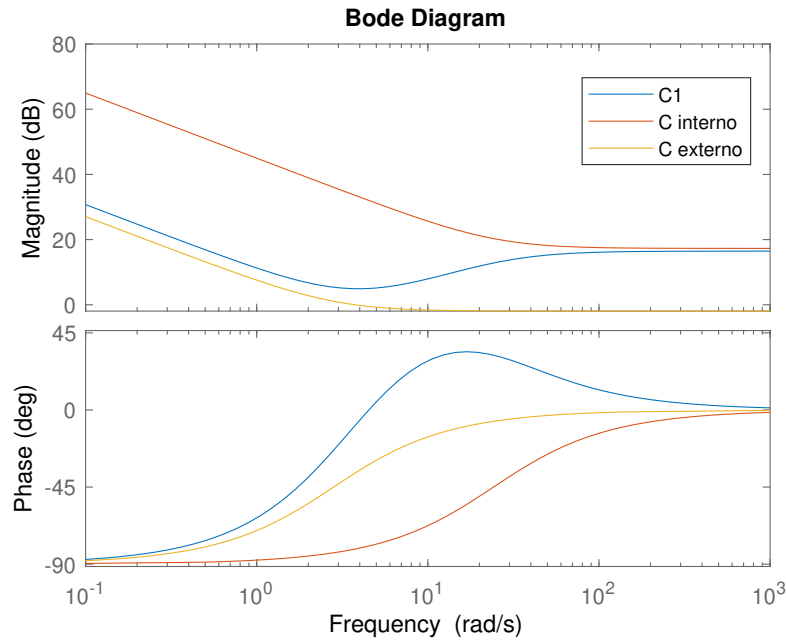
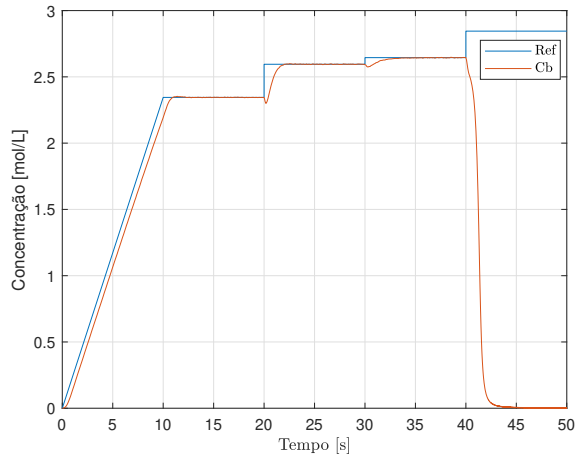
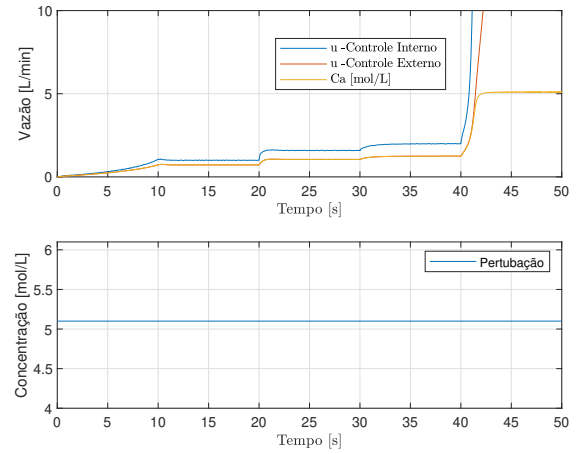


Figura 41: Diagrama de bode dos controladores.

A última simulação, vista na figura 42 constituiu em afastar o sistema do ponto de operação. No primeiro degrau na referência, aos 20 minutos de simulação, a referência ainda está relativamente perto do ponto, fazendo com que o sistema tenha uma dinâmica dentro dos requisitos. No segundo degrau, aos 30 minutos, a referência se afasta relativamente mais do ponto, quando observamos uma dinâmica mais lenta do sistema em malha fechada. Já no terceiro degrau, se afastando bastante do ponto de operação, o controlador não foi capaz de levar a saída para o *setpoint* desejado. Isso se deve ao fato de que, conforme visto em roteiro 1, a relação estática de C_b por u passa a ser negativa após u atingir valores superiores a cerca de 2,5 L/min, assim o controlador “tenta” impor mais controle para elevar C_b , mas cada vez mais a concentração de B diminui.



(a) Saída e referência.



(b) Sinais intermediários e perturbação.

Figura 42: Simulação na planta completa não linear com afastamento do ponto de operação.

Observação: nesta questão, apesar dos gráficos apresentados mostrarem a unidade em segundos, deve-se considerar a unidade de tempo em minutos.

Anexo

```
1 %%Codigo de execucao do item b da questao 3
2 clear all
3 close all
4 clc
5
6 %% Parametros Gerais
7
8 k1=6.01;
9 k2=0.8433;
10 k3=0.1123;
11 t_cinco = 1.5;
12 t_cinco_in = 1.5/10;
13 Tse = t_cinco/20; %periodo de amostragem externo
14 Tsi = t_cinco_in/20; %periodo de amostragem interno
15 Tc = Tsi/10; %periodo de simulacao
16
17 %% Modelo Nao linearizado
18
19 %%Condicoes iniciais
20 u_int = [0 0];
21 u_ext = [0 0];
22 e_int = [0 0] ;
23 e_ext = [0 0.4460e-4];
24 Caf = [5.1 5.1];
25 Ca = [0 0];
26 Cb = [0 0];
27 t = [0 Tc];
28 ref_in(1) = 0;
29 ref(1) = 0;
30 j=0;
31 l=0;
```

```

33 %Rampa para chegar ao ponto de operacao
34 for k=2:30000
35     if (k<10001)
36         ref_in(k)=ref_in(k-1)+0.0002345;
37     end
38
39     if (((k-j)/100)==1) %Realizacao da amostragem
40         j=k;
41         %%Filtro de referencia da malha externa
42         ref(k)=0.8098*ref(k-1)+0.1902*ref_in(k);
43
44         %calculo do erro da malha externa
45         e_ext(k) = ref(k) - Cb(k);
46
47         %lei de controle da malha externa
48         u_ext(k) = u_ext(k-1) + 0.611*e_ext(k) -
49         0.481*e_ext(k-1);
50
51     else %Atualizacao dos valores quando nao ha amostragem
52         u_ext(k)= u_ext(k-1);
53         e_ext(k)= e_ext(k-1);
54         ref_out(k)=ref_out(k-1);
55     end
56
57     if (((k-1)/10)==1) %Realizacao da amostragem
58         l=k;
59         %calculo do erro da malha interna
60         e_int(k) = u_ext(k) - Ca(k);
61
62         %lei de controle da malha interna
63         u_int(k) = u_int(k-1) + 7.335*e_int(k) - 5.938*e_int
64         (k-1);
65
66     else %Atualizacao dos valores quando nao ha amostragem

```

```

66         u_int(k)= u_int(k-1);
67         e_int(k)= e_int(k-1);
68     end
69
70     if (k==30000) %Parada da simulacao
71         break
72     end
73
74     %Simulacao da planta
75     Ca(k+1) = ((-k3*(Ca(k)^2)) + (((1/Tc)-k1 -
76     u_int(k))*Ca(k)) + (Caf(k)*u_int(k))) / (1/Tc);
77
78     Cb(k+1) = (((1/Tc)-k2-u_int(k))*Cb(k)) + k1*Ca(k)) /
79         (1/Tc);
80
81     %Atualizacao das variaveis para a proxima simulacao
82     ref_in(k+1)=ref_in(k);
83     Caf(k+1) = Caf(k);
84     t(k+1) = t(k)+Tc;
85
86     %Aplicacao de um degrau de perturbacao e de referencia
87     if (k==15999)
88         Caf(k+1) = Caf(k) + 0.2;
89     end
90     if (k==21999)
91         ref_in(k+1) = ref_in(k) + 0.1;
92     end
93
94 end

```