Sannolikhet och uppräkning

Slump:

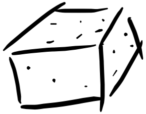
Klassiskt: osäkerhet

(hyper-)modern: slump = tid

"slump är att storheter antar sina värden" = händelser

heisenberg's osäkerhet

Osäkerhet innan vi slår tärningen:

 : $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ utfallsrum
sample space

utfallsrum: alla sätt som ett experiment kan fortgå
(alla möjliga utfall)

Efter vi kastat tärningen:

$\{1\}, \{5\}$ osv $\rightarrow$ dvs ett <u>värde</u>.
ett <u>utfall</u>

Två sätt att definera sannolikhet:

Relativ frekvens:

$$\frac{\text{antalet gånger något visst händer}}{\text{totala antalet observationer}}$$

$$\mathbb{P}[A] = \frac{f}{n}$$

$$\{1, 3, 3, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 10\}$$

ett stickprov!

$$P[A=3] = \frac{3}{10}$$

engelska: Statistik: sample

ML : batch

(ML: utfall = sample)

Andra sättet:

Klassisk sannolikhet:

$$P[A] = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\text{antalet sätt } A \text{ kan inträffa}}{\text{totala antalet möjliga utfall}}$$

$$P[A=3] = \frac{1}{6}$$

Population = alla tänkbara stickprov

Sannolikhet:

"Det är 20% chans/risk för regn idag."

$p = 0.2$, dvs sannolikhet är ett reellt tal mellan 0 och 1 (inklusive). $[0, 1]$ som intervall.

0 = händer aldrig

1 = händer alltid

0,5 = lika sannolikhet för vardera utfall

Händelser:

En händelse är en delmängd till utfallsrummet.

"Slå en 3:a" : $\{3\}$

"femte slaget av 6 är en 1:a"

$\{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 = 1, a_6\}$

Permutation

En ordnad mängd, dvs ordning har betydelse

$\{1,2,3\} \xrightarrow{P} \{3,1,2\}$

Kombination

En oordnad mängd, dvs utan ordning.

Permutation: $_nP_r = \dfrac{n!}{(n-r)!}$

$3! = 3 \cdot 2 \cdot 1$

$5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$

Permutation: $${}_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

Antalet permutationer av n distinkta objekt, ordnade r st åt gången.

"Välj r av n med hänsyn till ordning"

Kombination $${}_nC_r = \frac{n!}{r!\,(n-r)!}$$

$\binom{n}{r}$ = binomial-koefficient

"n över r"

Antalet kombinationer av n distinkta objekt, r stycken åt gången.

$${}_nC_r = \frac{{}_nP_r}{r!}$$

"välj r av n utan hänsyn till ordning"

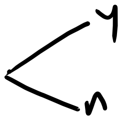
Permutationer av liknande objekt:

$$\frac{n!}{n_1!\,n_2!\,n_3!\cdots n_k!} \qquad n = n_1 + n_2 + n_3 + \ldots + n_k$$

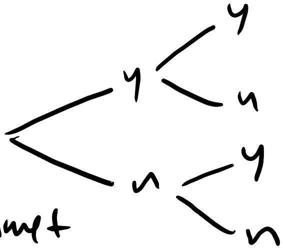
Apollo programmet (månraketerna) hade 3 st datorer.

$S = \{ yyy, yyn, yny, ynn, nyy, nyn, nny, nnn \}$

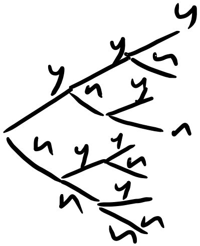
Primära systemet:



sekundära:



alla:



1 : yyy
2 : yyn
3 : yny
4 : ynn
5 : nyy
6 : nyn
7 : nny
8 : nnn

$\emptyset$ = tomma utfallsrummet (dvs händer aldrig)

Låt A, B och C vara händelser:

A : primära systemet är igång

B : första backupen är igång

C : andra backupen är igång

A: {yyy, yyn, yny, ynn}

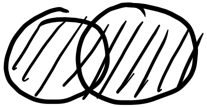
B: {yyy, yyn, nyy, nyn}

C: {yyy, yny, nyy, nny}

"Primära systemet eller första backupen är igång"

$A \cup B$ ($\cup$ = union-symbol)

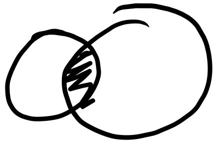
$\{yyy, yyn, yny, ynn, nyy, nyn\}$



$A \cup B$

"Primära systemet och första backupen är igång"

$A \cap B$ ($\cap$ = snitt)



$A \cap B$

$\{yyy, yyn\}$

om: ○ ○ = $A \cap B = \emptyset$

"Primära eller första backup igång, men andra backup är nere"

$$(A \cup B) \cap C' = \{yyn, ynn, nyn\}$$

$$P[(A \cup B) \cap C'] = \frac{3}{8}$$

(om samma sannolikhet för att varje dator fungerar eller inte)

Mutually exclusive events

ömsesidigt uteslutande händelser.

$A \cap B = \emptyset$ $\qquad$ $(P[A \cup B] = 0)$

$A \quad B - \emptyset$

$A_1 : \{yyy, yyn, yny, ynn\}$ $\qquad$ $A_1 \cap A_2 = \emptyset$

$A_2 : \{nyy, nyn, nny, nnn\}$

$$\mathbb{P}[A] = \frac{n(A)}{n(S)}$$

"Pentapeptid"

Alnanine - valine - glycine - cystein - tryptophan

alanine - glycine - valine - cystein - tryptophan

20st objekt, dvs $n = 20$

$$\frac{20!}{15!} = \begin{array}{l} 20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot 17 \\ 16 \end{array}$$

välj 5.

$$_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

Motorer tillverkas i serier om 20 var.

3 st väljs ut slumpmässigt och testas.

$$\binom{20}{3} = \frac{n!}{r!\,(n-r!)} = \frac{20!}{3!\,(15!)} = \frac{20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot \cancel{16}}{3 \cdot \cancel{2}}$$

$$_nC_r = \binom{n}{r} \qquad = \frac{20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot 8}{3}$$

$$0! = 1$$

$$(a+b)^n = \sum_{n=0}^{k} \binom{n}{k} a^{n-k} b^k$$

Pascals triangel

$n=1 \Rightarrow$ 1   1 $a + b$

2   1   2   1 $a^2 + 2ab + b^2$

3   1   3   3   1

4   1   4   6   4   1